



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα **ΠΠ**

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

ΕΝΟΤΗΤΑ: **ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ
ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ
ΜΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗ**

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: **ΦΡ. ΚΟΥΤΕΛΙΕΡΗΣ**

ΤΜΗΜΑ: **Τμήμα Διαχείρισης Περιβάλλοντος
και Φυσικών Πόρων**

ΑΓΡΙΝΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Ειδικά θέματα στην ολοκλήρωση

- 1. Σφάλμα του Τραπεζίου**
- 2. Κανόνας Simpson $1/3$**
- 3. Κανόνας Simpson $3/8$**
- 4. Μη ισοκατανεμημένα δεδομένα**

Τραπεζίο

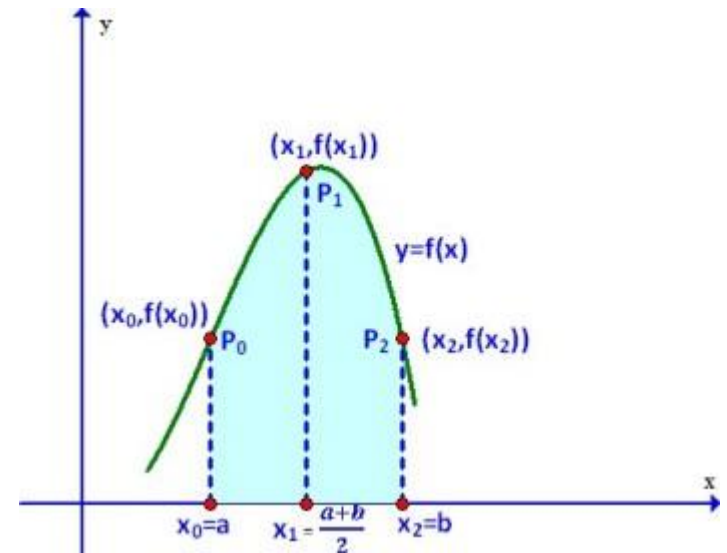
$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

$$E_t = -\frac{1}{12} f(\xi) (b-a)^3$$

Κανόνας Simpson 1/3

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{3} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

$$E_t = -\frac{1}{2880} f^{(4)}(\xi) (b-a)^5$$



Κανόνας Simpson 3/8

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{8} \left[f(a) + 3f\left(a + \frac{b-a}{3}\right) + 3f\left(a + 2\frac{b-a}{3}\right) + f(b) \right]$$

$$E_t = -\frac{1}{6480} f^{(4)}(\xi) (b-a)^5$$

4. Αριθμητική επίλυση μιας αλγεβρικής εξίσωσης

Αλγεβρική εξίσωση

- **απευθείας επίλυση (direct methods)**

κιβωτισμός διαστημάτων

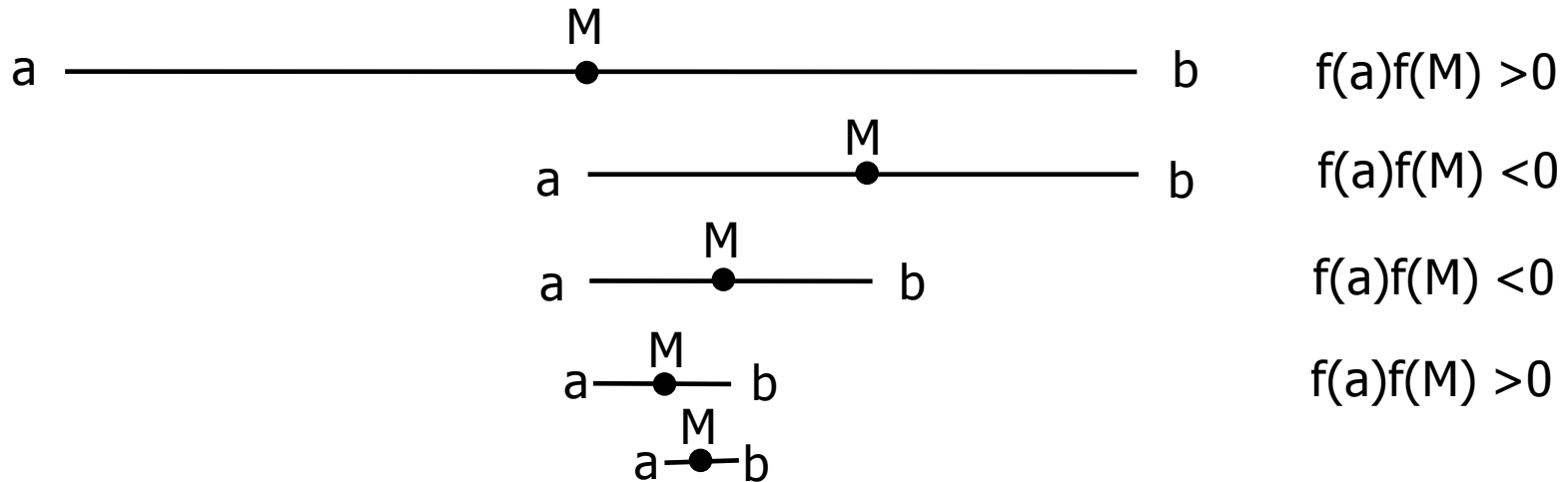
- **επαναληπτική επίλυση (iterative methods)**

ακολουθία διαδοχικών τιμών

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_n)$$

Απευθείας επίλυση

Μέθοδος Διχοτόμησης



Απευθείας επίλυση

Μέθοδος Διχοτόμησης

- Βρίσκουμε το μέσο $M = (a+b)/2$ του διαστήματος $[a,b]$
- Ελέγχουμε αν $f(M)=0$.
- Αν ισχύει αυτό, τότε η ρίζα είναι το M και η διαδικασία τελειώνει.
- Αν δεν ισχύει, ελέγχουμε το πρόσημο $f(a)f(M)$.
- Αν αυτό είναι θετικό, τότε η ρίζα βρίσκεται στο διάστημα $[M,b]$ και έτσι επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία αντικαθιστώντας το $[a,b]$ με το $[M,b]$.
- Αν το γινόμενο είναι αρνητικό, τότε η ρίζα βρίσκεται στο διάστημα $[a,M]$ και έτσι επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία αντικαθιστώντας το $[a,b]$ με το $[a,M]$.

Ερώτημα

... επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία ...



ΜΕΧΡΙ ΠΟΤΕ ;;;



**ΕΩΣ ΟΤΟΥ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΓΙΝΕΙ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΑΠ'Ο
ΤΗΝ ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ ΑΚΡΙΒΕΙΑ**

Αριθμητική Ανάλυση

Επαναληπτική επίλυση

Μέθοδος Newton-Raphson

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Ερωτήματα

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

1. $x_0 =$ **////**



ΔΕΝ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΕΙ ΣΗΜΑΣΙΑ

2. Πόσες επαναλήψεις **////**



**ΕΩΣ ΟΤΟΥ ΔΥΟ ΔΙΑΔΟΧΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΕΧΟΥΝ
ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ ΑΚΡΙΒΕΙΑ**

Ερωτήματα

**... ΔΥΟ ΔΙΑΔΟΧΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΕΧΟΥΝ
ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ...**



ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ΠΑΝΤΑ ;;;



x_0



**ΜΟΡΦΗ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ
ΣΧΕΣΗΣ**

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις
πανεπιστημιακές παραδόσεις του καθηγητή Φρ.

Κουτελιέρη».

