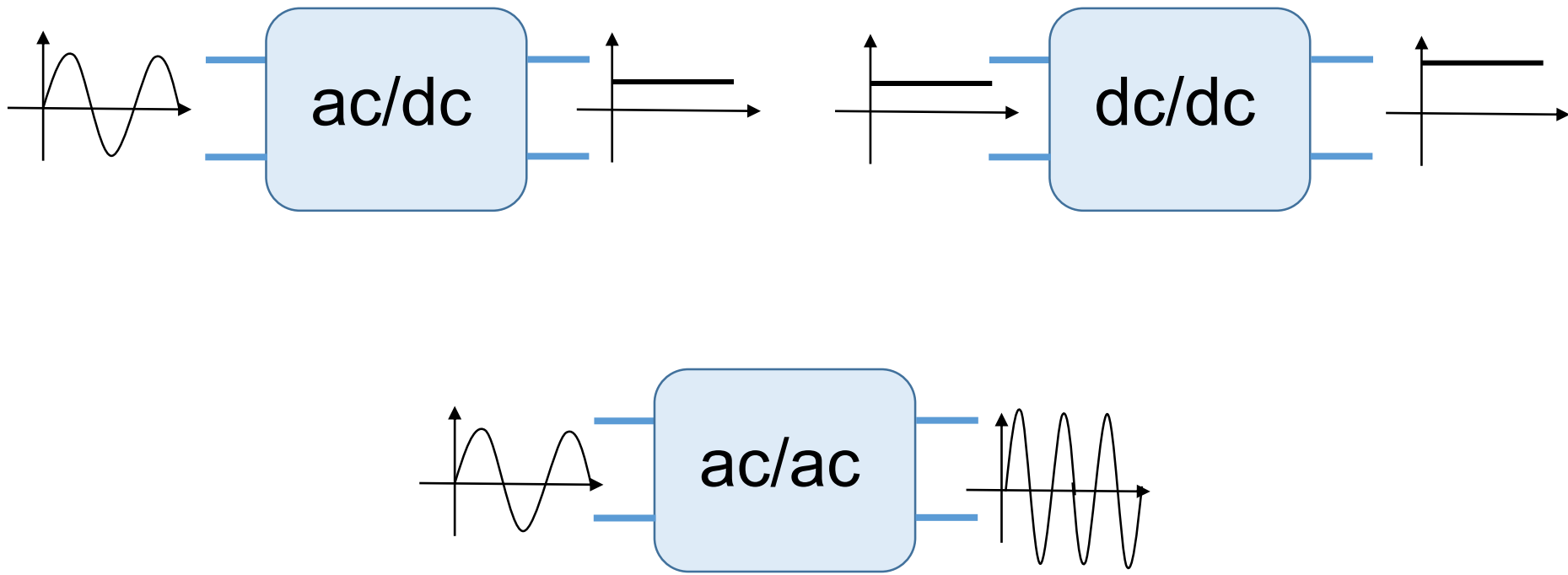


Δυναμικά μοντέλα μέσης τιμής – DC/DC μετατροπείς

Καθηγητής Αντώνιος Αλεξανδρίδης
Αναπλ. Καθηγητής Γεώργιος Κωνσταντόπουλος

Τύποι μετατροπών ισχύος

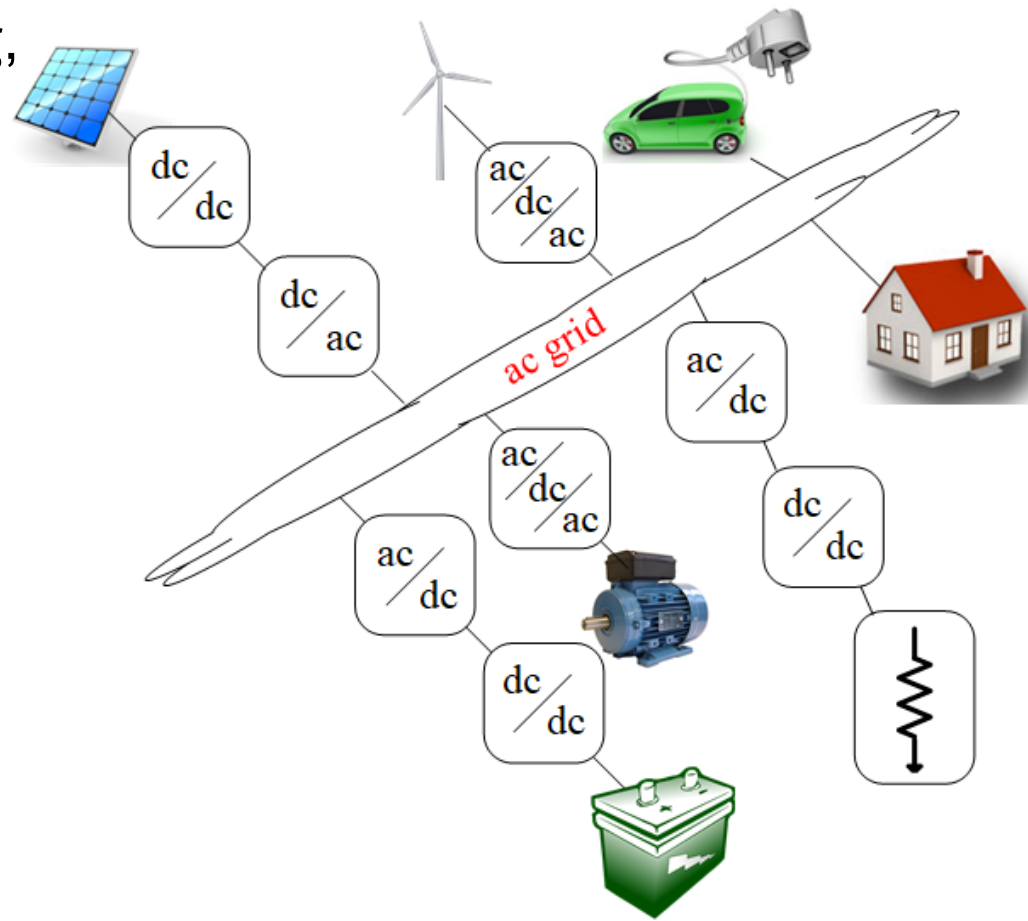
Οι ηλεκτρονικοί μετατροπείς ισχύος είναι συσκευές οι οποίες μετατρέπουν ac σε dc ισχύ και αντίστροφα ή αλλάζουν το πλάτος ή τη συχνότητα μιας τάσης ή ενός ρεύματος.



Τύποι μετατροπών ισχύος

Οι μετατροπείς ισχύος αποτελούν απαραίτητες μονάδες στα μοντέρνα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας για την ενσωμάτωση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, μονάδων αποθήκευσης και φορτίων στο δίκτυο

- ac/dc μετατροπείς: ανορθωτές, αντιστροφείς
- dc/dc μετατροπείς:
 - ανύψωσης τάσης (*boost converter*)
 - υποβιβασμού τάσης (*buck converter*)
 - ανύψωσης/υποβιβασμού τάσης (*buck-boost converter*)



Ανάγκη για δυναμικό μοντέλο

Πως μπορούμε να ελέγξουμε την τάση/ρεύμα εξόδου ενός μετατροπέα?

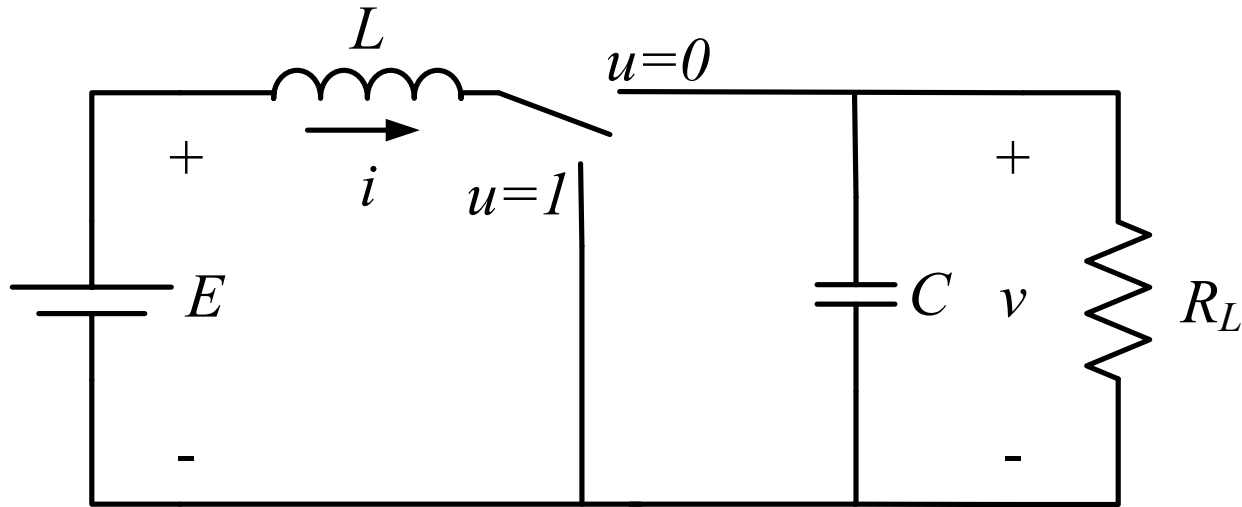
Μέσω των διακοπτικών στοιχείων → **μεταβάλλοντας τον λόγο κατάτμησης**

Ανάγκη για σχεδιασμό κατάλληλου νόμου ελέγχου →

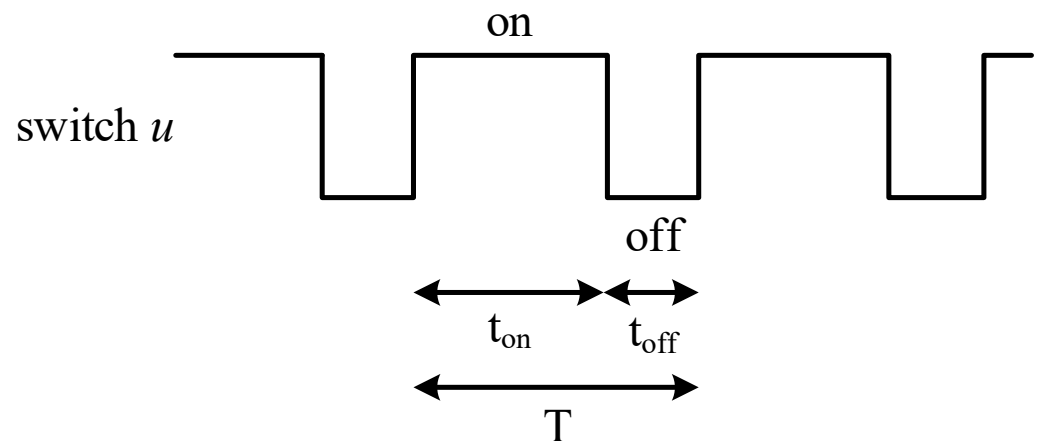
Πώς θα επιλέξουμε τον κατάλληλο ελεγκτή ή τα κατάλληλα κέρδη ενός τυπικού ελεγκτή (πχ. PI ελεγκτή)?

Χρειαζόμαστε ένα μαθηματικό μοντέλο που να περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά των μετατροπέων ισχύος

Παράδειγμα: DC/DC boost μετατροπείας

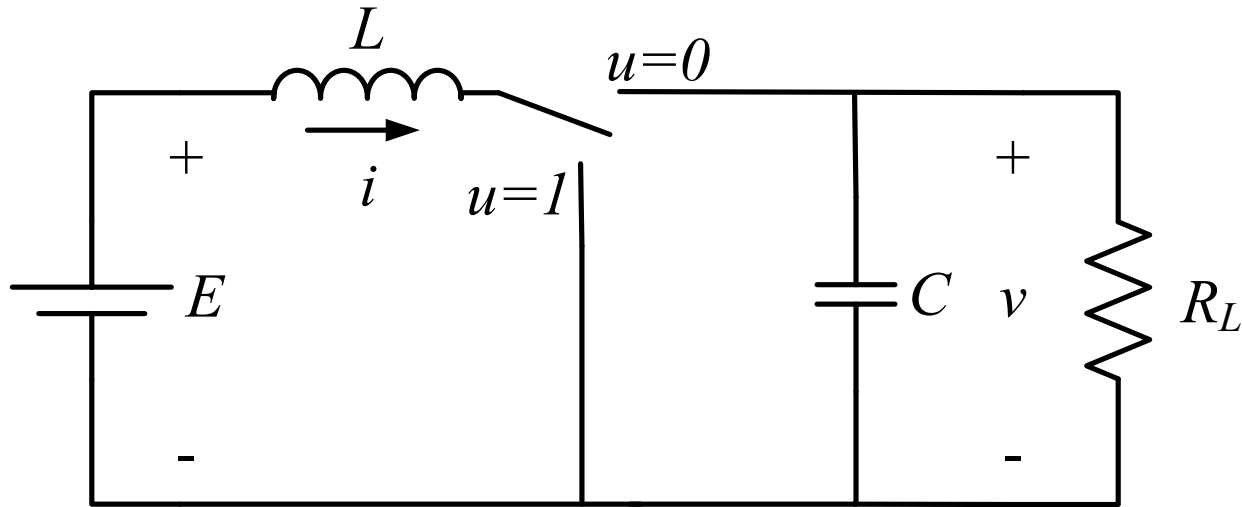


- switch $u \in \{0,1\}$
- duty ratio $\mu = \frac{t_{on}}{T} \in [0,1]$



pulse width modulation (PWM)

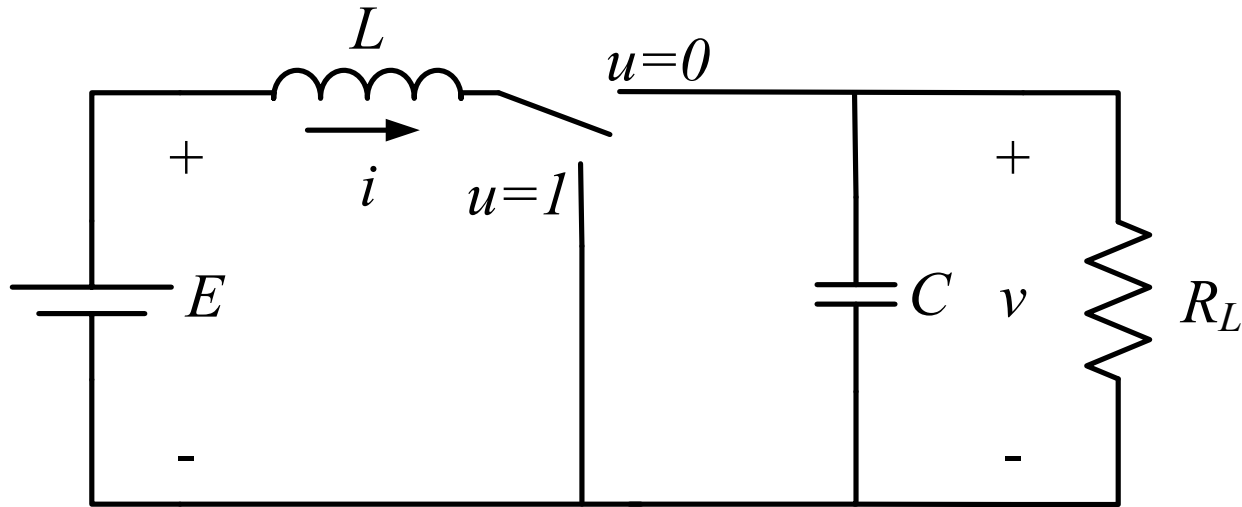
Διακοπτικό μοντέλο DC/DC boost μετατροπέα



Χρησιμοποιώντας νόμους του Kirchhoff:

$$u = 0: \begin{cases} L \frac{di}{dt} = E - v \\ C \frac{dv}{dt} = i - \frac{v}{R_L} \end{cases} \quad u = 1: \begin{cases} L \frac{di}{dt} = E \\ C \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{R_L} \end{cases}$$

Διακοπτικό μοντέλο DC/DC boost μετατροπέα



διακοπτικό μοντέλο: $L \frac{di}{dt} = -(1-u)v + E$

$$C \frac{dv}{dt} = (1-u)i - \frac{v}{R_L}$$

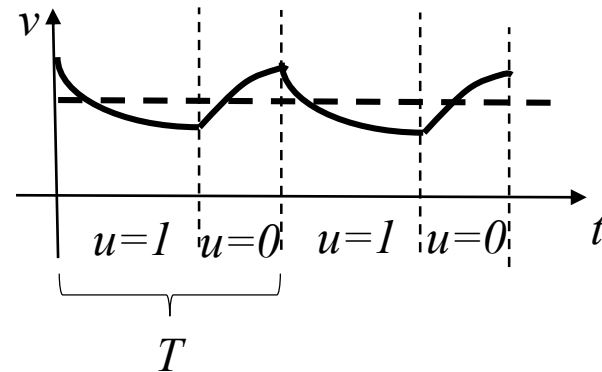
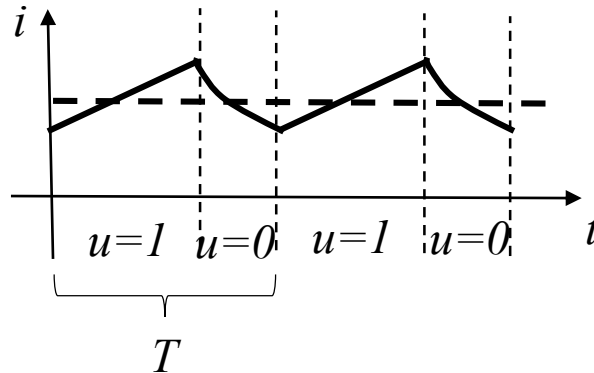
διάνυσμα κατάστασης: $x = [i \quad v]^T$

μεταβλητή ελέγχου: u

Μη γραμμικό
διακοπτικό μοντέλο:
:
 $g(x)u$

Μοντέλο μέσης τιμής

Σκοπός ελέγχου: σταθεροποίηση της τάσης v ή του ρεύματος i σε μια σταθερή (μέση) τιμή



διακοπτικό μοντέλο \longrightarrow μοντέλο συνεχούς χρόνου

$$T \rightarrow 0$$

Ας θεωρήσουμε το διακοπτικό μη γραμμικό σύστημα μιας εισόδου-μιας εξόδου:

$$\dot{x} = g(x)u$$

$$u = \begin{cases} 1, & \text{for } t_k < t \leq t_k + \mu(x(t_k))T \\ 0, & \text{for } t_k + \mu(x(t_k))T \leq t \leq t_k + T \end{cases}$$

Μοντέλο μέσης τιμής

Γράφοντας τη διαφορική εξίσωση ως ολοκληρωτική εξίσωση:

Τη στιγμή $t_k + \mu(x(t_k))T$:

$$x(t_k + \mu(x(t_k))T) = x(t_k) + \int_{t_k}^{t_k + \mu(x(t_k))T} [f(x(\sigma)) + g(x(\sigma))]d\sigma$$

Τη στιγμή $t_k + T$:

$$x(t_k + T) = x(t_k + \mu(x(t_k))T) + \int_{t_k + \mu(x(t_k))T}^{t_k + T} f(x(\sigma))d\sigma$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις:

$$\begin{aligned} x(t_k + T) &= x(t_k) + \int_{t_k}^{t_k + \mu(x(t_k))T} [f(x(\sigma)) + g(x(\sigma))]d\sigma + \int_{t_k + \mu(x(t_k))T}^{t_k + T} f(x(\sigma))d\sigma \\ &= x(t_k) + \int_{t_k}^{t_k + T} f(x(\sigma))d\sigma + \int_{t_k}^{t_k + \mu(x(t_k))T} g(x(\sigma))d\sigma \end{aligned}$$

Μοντέλο μέσης τιμής

$$\frac{1}{T} [x(t_k + T) - x(t_k)] = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} f(x(\sigma)) d\sigma + \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+\mu(x(t_k))T} g(x(\sigma)) d\sigma$$

Παίρνοντας το όριο $T \rightarrow 0$ και έστω ότι το t_k λαμβάνει τη

γενική τιμή t

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} [x(t+T) - x(t)] = \lim_{T \rightarrow 0} \left[\frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(x(\sigma)) d\sigma + \frac{1}{T} \int_t^{t+\mu(x(t))T} g(x(\sigma)) d\sigma \right]$$

⋮

Όμως ισχύει: $\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(x(\sigma)) d\sigma = f(x(t))$

(Γιατί?)

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_t^{t+\mu(x(t))T} g(x(\sigma)) d\sigma = g(x(t))\mu(x(t))$$

Βοηθητική θεωρία

L'Hopital's rule: $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0$ or $\pm \infty$

$$\longrightarrow \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{\frac{d}{dx} f(x)}{\frac{d}{dx} g(x)}$$

Leibniz integral rule:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{a(t)}^{b(t)} f(x, t) dx \right) = \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial}{\partial t} f(x, t) dx + f(b(t), t) \frac{d}{dt} b(t) - f(a(t), t) \frac{d}{dt} a(t)$$

Από το διακοπτικό μοντέλο στο μοντέλο συνεχούς χρόνου μέσης τιμής

Διακοπτικό μοντέλο: $\dot{i} = g(x)u$



Μοντέλο συνεχούς χρόνου: $\dot{i}(t) = g(x(t))\mu(x(t))$

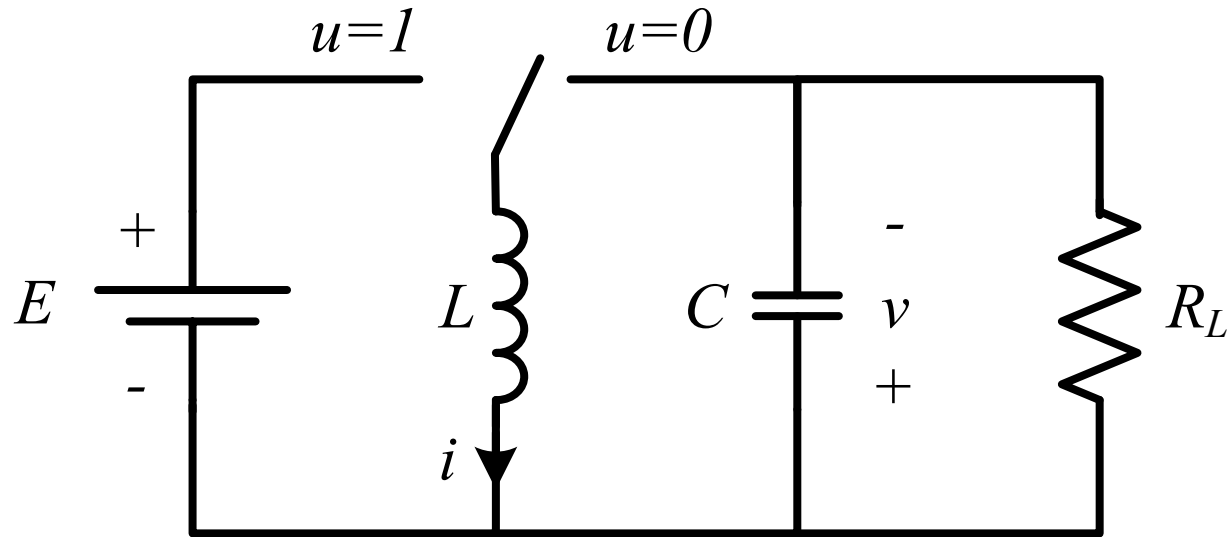
Το μοντέλο συνεχούς χρόνου έχει ακριβώς την ίδια μορφή με το διακοπτικό μοντέλο όπου αντικαθιστούμε τη διακριτή είσοδο $u \in \{0,1\}$ με την είσοδο συνεχούς χρόνου $\mu \in [0,1]$

DC/DC boost μετατροπέας: $L \frac{di}{dt} = -(1-\mu)v + E$

$$C \frac{dv}{dt} = (1-\mu)i - \frac{v}{R_L}$$

Το ίδιο ισχύει για οποιονδήποτε διακοπτικό μετατροπέα αντίστοιχης μορφής!


2^ο Παράδειγμα: DC/DC buck-boost μετατροπέας



Υπολογίστε το δυναμικό μοντέλο συνεχούς χρόνου του DC/DC μετατροπέα ανύψωσης/υποβιβασμού τάσης (buck-boost converter)

Μοντέλο μικρού σήματος για DC/DC boost μετατροπή

Σκοπός ελέγχου: σταθεροποίηση τάσης v στην τιμή v_{ref}

μοντέλο μικρού σήματος  γραμμικοποίηση γύρω από το σημείο ισορροπίας $v_e = v_{ref}$

Σημείο ισορροπίας:

$$0 = -(1 - \mu_e)v_{ref} + E$$

$$0 = (1 - \mu_e)i_e - \frac{v_{ref}}{R_L}$$



$$\mu_e = 1 - \frac{E}{v_{ref}}$$

$$i_e = \frac{v_{ref}}{(1 - \mu_e)R_L} = \frac{v_{ref}^2}{ER_L}$$

Μοντέλο μικρού σήματος για DC/DC boost μετατροπέα

$$v = v_{ref} + \Delta v, \quad \mu = \mu_e + \Delta \mu, \quad i = i_e + \Delta i$$

Μοντέλο μικρού σήματος:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta \mu, \quad \Delta x = [\Delta i \quad \Delta v]^T$$
$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{E}{Lv_{ref}} \\ \frac{E}{Cv_{ref}} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{v_{ref}}{L} \\ -\frac{v_{ref}^2}{R_L C E} \end{bmatrix}$$

Σχεδιασμός ελεγκτή: τοποθέτησης πόλων, PI ελεγκτής

Σχεδιασμός PI ελεγκτή

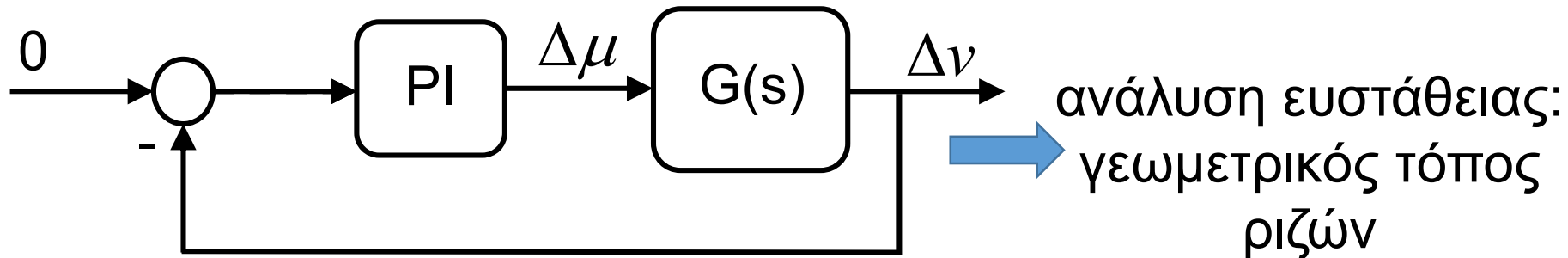
Σκοπός ελέγχου: σταθεροποίηση τάσης v στην τιμή v_{ref}

$$y = C\Delta x + D\Delta\mu$$

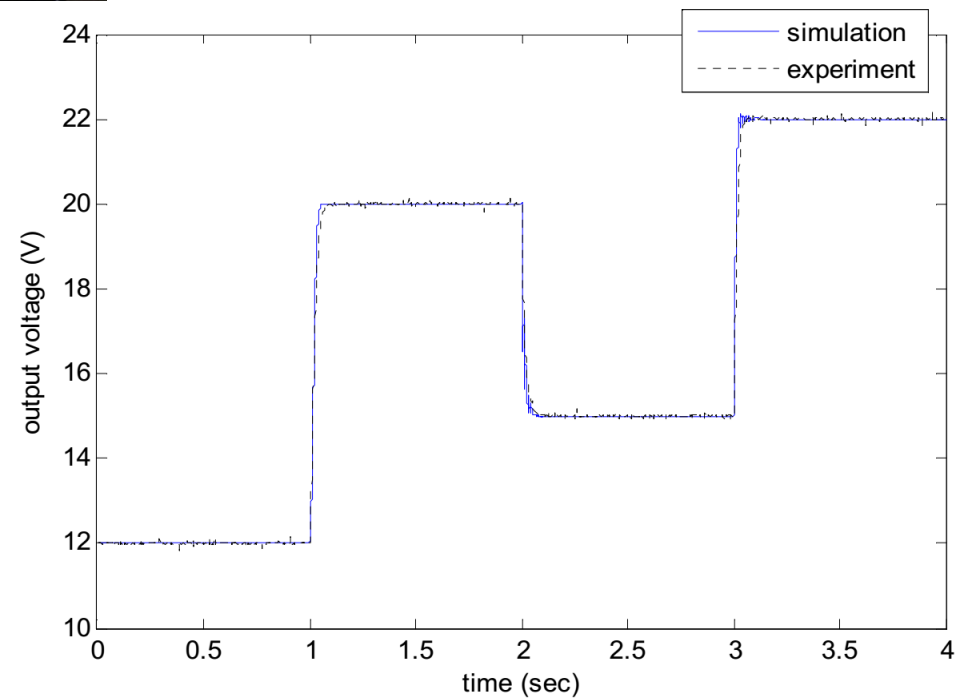
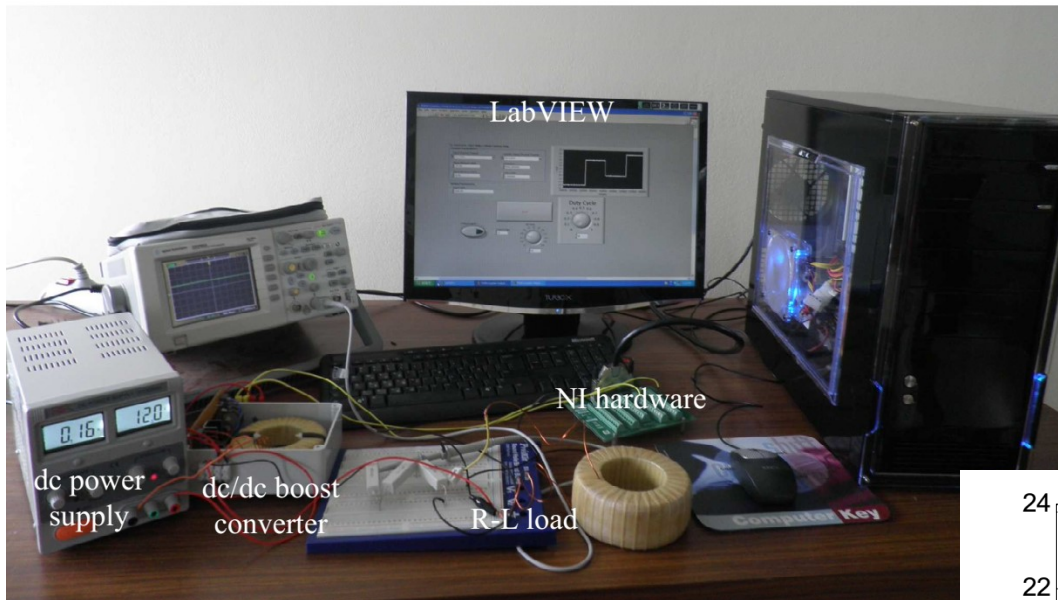
$$y = \Delta v \quad \longrightarrow \quad C = [0 \quad 1], \quad D = 0$$

Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς:

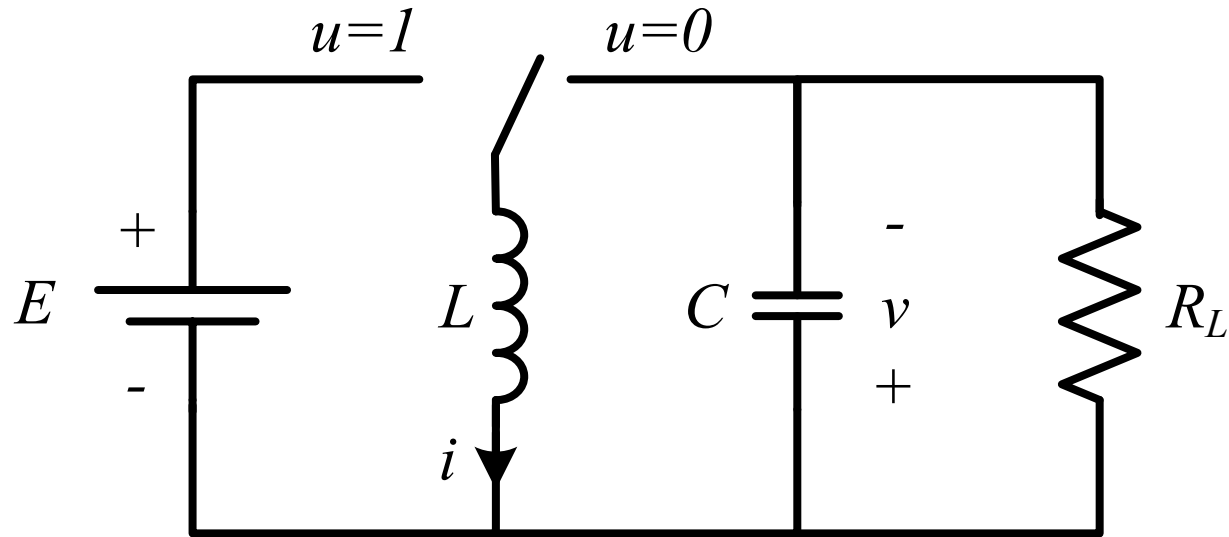
$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$



Πειραματικά αποτελέσματα



2^ο Παράδειγμα: DC/DC buck-boost μετατροπέας



- Υπολογίστε το μοντέλο μικρού σήματος για τον DC/DC μετατροπέα ανύψωσης/υποβιβασμού τάσης (buck-boost converter) για $v_e = v_{ref}$
- Σχεδιάστε PI ελεγκτή με εγγυημένη ευστάθεια κλειστού βρόχου

Μοντελοποίηση συστημάτων με πολλούς μετατροπείς ισχύος

- Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία για τη μοντελοποίηση του καθενός μετατροπέα ξεχωριστά
- Εφαρμόζουμε νόμους Kirchhoff για τη διασύνδεση τους
- Ομοίως για τα φορτία

Περιπτώσεις μη γραμμικών φορτίων → πχ. φορτίο σταθερής ισχύος → πιθανό πρόβλημα αστάθειας (Γιατί?)

Μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά DC/DC boost μετατροπέα

Ο PI ελεγκτής σταθεροποίησης τάσης εγγυάται τοπική ευστάθεια γύρω από το σημείο ισορροπίας (για δεδομένο γραμμικό φορτίο R_L).

Όμως το δυναμικό μοντέλο του μετατροπέα είναι μη γραμμικό!

Θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά του συστήματος DC/DC boost μετατροπέα για:

- σταθεροποίηση τάσης εξόδου v
- σταθεροποίηση ρεύματος εισόδου i

Μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά DC/DC boost μετατροπή

Σταθεροποίηση τάσης εξόδου v :

Εξαγωγή zero dynamics: Παραγωγίζοντας τη δυναμική εξίσωση τάσης και αντικαθιστώντας την εξίσωση του ρεύματος, οδηγούμαστε στη διαφορική εξίσωση:

$$\ddot{v} + \left(\frac{1}{R_L C} + \frac{\dot{\mu}}{1 - \mu} \right) \dot{v} + \left(\frac{(1 - \mu)^2}{LC} + \frac{\dot{\mu}}{R_L C (1 - \mu)} \right) v = \frac{1 - \mu}{LC} E$$

Τα zero dynamics του συστήματος περιγράφουν τη σχέση εισόδου-εξόδου όταν θεωρήσουμε ότι $\dot{v} = 0$, $\ddot{v} = 0$ και $v = v_{ref}$.

Μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά DC/DC boost μετατροπέα

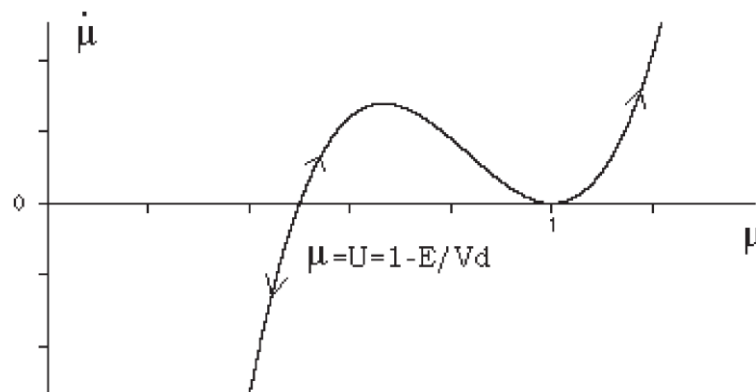
zero dynamics:

$$\dot{\mu} = \frac{R_L(1 - \mu)^2}{L} (E - (1 - \mu))v_{ref}$$

Τα σημεία ισορροπίας είναι δύο:

i) $\mu = 1$ και ii) $\mu = 1 - \frac{E}{v_{ref}}$ (έχει φυσική σημασία)

Λαμβάνοντας το φασικό διάγραμμα:



Παρατηρούμε ότι το επιθυμητό σημείο ισορροπίας είναι ασταθές! → **σύστημα μη ελάχιστης φάσης**

Μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά DC/DC boost μετατροπέα

Σταθεροποίηση ρεύματος εισόδου i :

Εξαγωγή zero dynamics:

$$\ddot{i} + \left(\frac{1}{R_L C} + \frac{\dot{\mu}}{1 - \mu} \right) \dot{i} + \frac{(1 - \mu)^2}{L C} i = \frac{E}{L} \left(\frac{1}{R_L C} + \frac{\dot{\mu}}{1 - \mu} \right)$$

Για σταθεροποίηση στην τιμή $i = i_{ref}$:

$$\dot{\mu} = \frac{1 - \mu}{R_L C E} \left((1 - \mu)^2 R_L \dot{i}_{ref} - E \right)$$

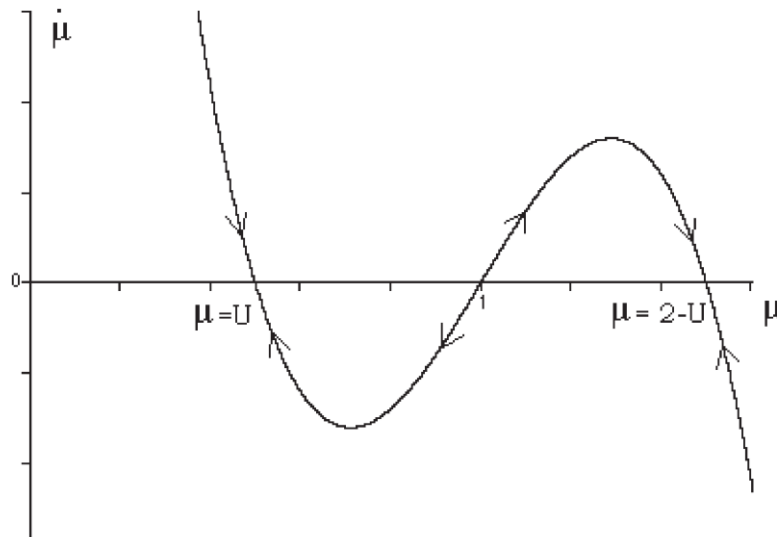
το οποίο οδηγεί στα σημεία ισορροπίας:

$$\text{i) } \mu = 1, \text{ ii) } \mu = 1 - \sqrt{\frac{E}{R_L \dot{i}_{ref}}} \text{ και iii) } \mu = 1 + \sqrt{\frac{E}{R_L \dot{i}_{ref}}}$$

Μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά DC/DC boost μετατροπέα

Από τα 3 σημεία ισορροπίας, αυτό που έχει φυσική σημασία είναι το $\mu = 1 - \sqrt{\frac{E}{R_L i_{ref}}}$ δεδομένου ότι $R_L i_{ref} > E$ (ανύψωση τάσης).

Το φασικό διάγραμμα γίνεται:

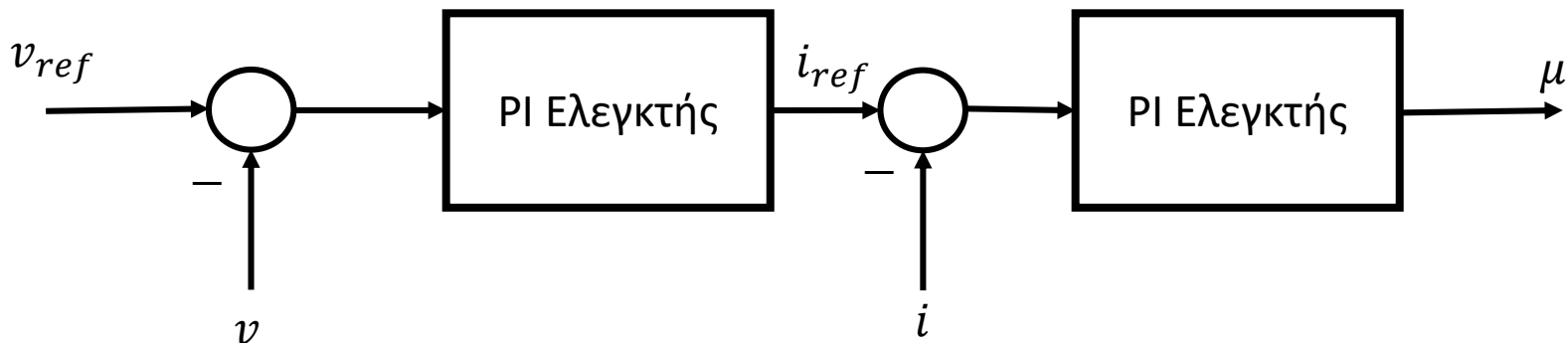


όπου παρατηρείται ότι το σημείο ισορροπίας είναι ευσταθές → **σύστημα ελάχιστης φάσης**

Έλεγχος DC/DC boost μετατροπέα διαμέσου του ρεύματος εισόδου

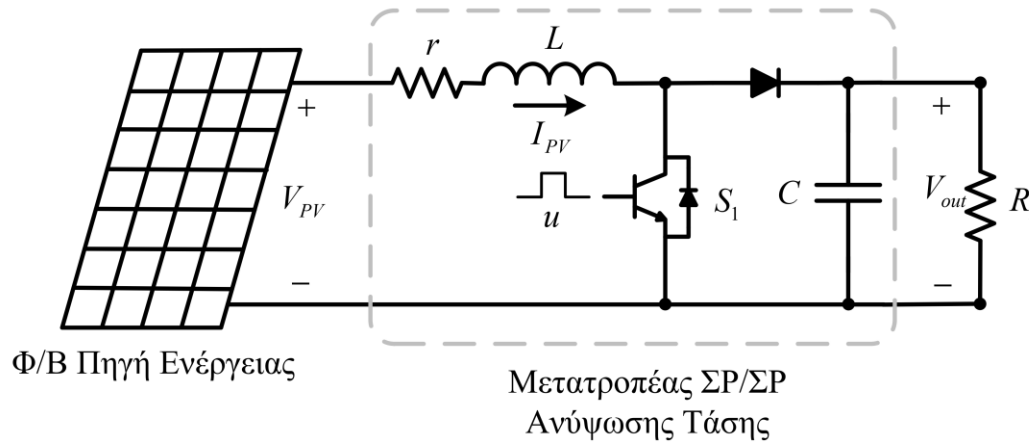
- Από την προηγούμενη ανάλυση, γίνεται κατανοητό ότι είναι προτιμότερο να ελέγξουμε το ρεύμα εισόδου του μετατροπέα για την εγγύηση ευστάθειας του μη γραμμικού συστήματος.
- Ωστόσο, συνήθως επιθυμούμε σταθεροποίησης τάσης εξόδου (ή λειτουργία MPPT για φωτοβολταϊκά)

Σειριακός ελεγκτής



Σχεδιασμός ελέγχου ρεύματος (εσωτερικού βρόχου)

- Έστω το αυτόνομο Φ/Β σύστημα που φαίνεται παρακάτω:



- Η δυναμική εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά του ρεύματος I_{PV} του Φ/Β συστήματος είναι

$$L\dot{I}_{PV} = -rI_{PV} - (1 - \mu)V_{out} + V_{PV}$$

Εισάγωντας τη νέα μεταβλητή ελέγχου:

$$\mu_{new} = -(1 - \mu)V_{out} + V_{PV}$$

Η διαφορική εξίσωση του ρεύματος γίνεται:

$$L\dot{I}_{PV} + rI_{PV} = \mu_{new}$$

Σχεδιασμός ελέγχου ρεύματος (εσωτερικού βρόχου)

- Παίρνοντας μετασχηματισμό Laplace, καταλήγουμε στο σύστημα:

$$\frac{I_{PV}}{\mu_{new}} = \frac{1}{Ls + r}$$

- Σχεδιάζουμε PI ελεγκτή σταθεροποίησης ρεύματος ως εξής:

$$\mu_{new} = \left(k_{P,PV} + \frac{k_{I,PV}}{s} \right) (I_{PV}^{ref} - I_{PV})$$

- Αντικαθιστώντας στην πιο πάνω σχέση και κάνοντας πράξεις, καταλήγουμε στο σύστημα κλειστού βρόχου:

$$\frac{I_{PV}}{I_{PV}^{ref}} = \frac{1}{1 + s \frac{Ls + r}{k_{P,PV}s + k_{I,PV}}}$$

- Επιλέγοντας τα κέρδη των ελεγκτών ως

$$k_{P,PV} = \frac{L}{\tau_i} \quad \text{και} \quad k_{I,PV} = \frac{r}{\tau_i}$$

όπου τ_i είναι η επιθυμητή σταθερά χρόνου.

Σχεδιασμός ελέγχου ρεύματος (εσωτερικού βρόχου)

Τότε το σύστημα κλειστού βρόχου γίνεται

$$\frac{I_{PV}}{I_{PV}^{ref}} = \frac{1}{1 + s\tau_i}$$

- Επομένως η πραγματική είσοδος ελέγχου είναι το μ το οποίο παίρνει τη μορφή στο πεδίο του χρόνου:

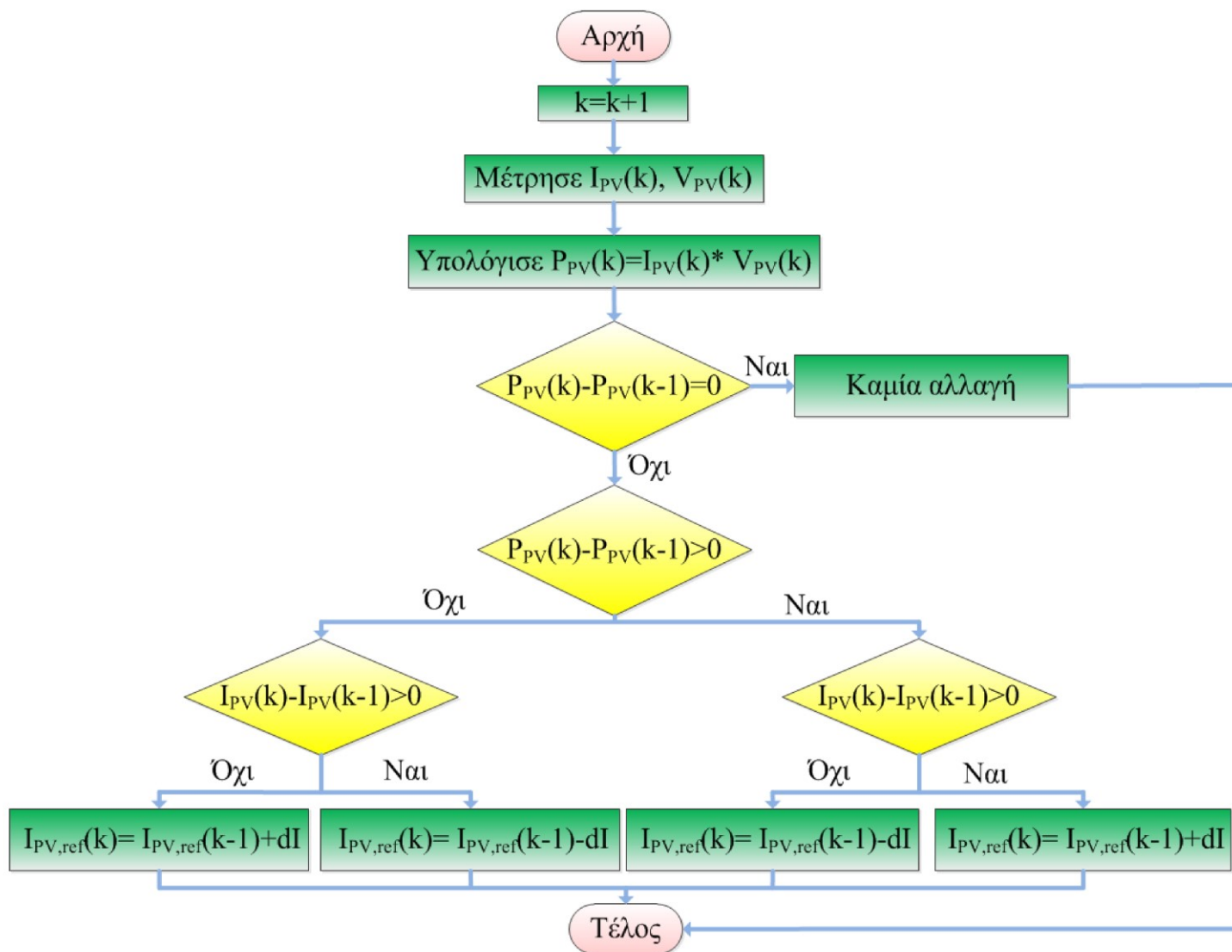
$$\mu = 1 + \frac{1}{V_{out}} \left(-V_{PV} + k_{P,PV} (I_{PV}^{ref} - I_{PV}) + k_{I,PV} \int_0^t (I_{PV}^{ref} - I_{PV}) d\tau \right)$$

Σχεδιασμός εξωτερικού ελέγχου

1^η περίπτωση: Maximum Power Point Tracking (MPPT) για Φ/Β σύστημα

- Για την εύρεση της κατάλληλης τιμής αναφοράς του ρεύματος IPV που θα οδηγήσει το Φ/Β σύστημα στο MPP μπορούμε να αξιοποιήσουμε τη μέθοδο Διαταραχής και Παρατήρησης (Perturb and Observe Method, P&O).
- Η μέθοδος P&O μεταβάλλει περιοδικά (αυξάνοντας ή ελαττώνοντας) το ρεύμα του φωτοβολταϊκού πλαισίου και συγκρίνει στη συνέχεια την παραγόμενη ηλεκτρική ισχύ με αυτήν της προηγούμενης περιόδου. Εάν με την μεταβολή του ρεύματος η παρεχόμενη ισχύς αυξήθηκε, η μέθοδος συνεχίζει να μεταβάλλει το ρεύμα κατά dI προς την ίδια κατεύθυνση. Διαφορετικά η μέθοδος μεταβάλλει το ρεύμα προς την αντίθετη κατεύθυνση κατά dI . Στην επόμενη περίοδο επαναλαμβάνεται ο ίδιος αλγόριθμος.

Σχεδιασμός εξωτερικού ελέγχου



Σχεδιασμός εξωτερικού ελέγχου

2^η περίπτωση: Σταθεροποίηση τάσης εξόδου/φορτίου (πχ. περίπτωση τροφοδοσίας του μετατροπέα-φορτίου από μπαταρία)

- Χρησιμοποιώντας μικρή σταθερά χρόνου τ_i στον εσωτερικό βρόχο ελέγχου ρεύματος, το ρεύμα I_{PV} σταθεροποιείται γρήγορα στο I_{PV}^{ref} . Υπό αυτή την προϋπόθεση, και αγνοώντας την μικρή αντίσταση r της επαγωγής, η δυναμική εξίσωση τάσης εξόδου του μετατροπέα γίνεται:

$$C\dot{V}_{out} = \frac{V_{PV}}{V_{out}} I_{PV}^{ref} - \frac{V_{out}}{R_L}$$

Ορίζοντας τώρα σαν νέα είσοδο ελέγχου

$$I_{PV,new}^{ref} = \frac{V_{PV}}{V_{out}} I_{PV}^{ref}$$

Η δυναμική εξίσωση της τάσης εξόδου γίνεται

$$C\dot{V}_{out} + \frac{V_{out}}{R_L} = I_{PV,new}^{ref}$$

Σχεδιασμός εξωτερικού ελέγχου

- Παίρνοντας μετασχηματισμό Laplace, καταλήγουμε στο σύστημα:

$$\frac{V_{out}}{I_{PV,new}^{ref}} = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R_L}}$$

- Σχεδιάζουμε PI ελεγκτή σταθεροποίησης ρεύματος ως εξής:

$$I_{PV,new}^{ref} = \left(k_{P,V_{out}} + \frac{k_{I,V_{out}}}{s} \right) (V_{out}^{ref} - V_{out})$$

- Αντικαθιστώντας στην πιο πάνω σχέση και κάνοντας πράξεις, καταλήγουμε στο σύστημα κλειστού βρόχου:

$$\frac{V_{out}}{V_{out}^{ref}} = \frac{1}{1 + s \frac{Cs + \frac{1}{R_L}}{k_{P,V_{out}}s + k_{I,V_{out}}}}$$

- Επιλέγοντας τα κέρδη των ελεγκτών ως

$$k_{P,V_{out}} = \frac{C}{\tau_v} \quad \text{και} \quad k_{I,V_{out}} = \frac{1}{R_L \tau_v}$$

όπου τ_v είναι η επιθυμητή σταθερά χρόνου.

Σχεδιασμός εξωτερικού ελέγχου

Για να επιβεβαιώσουμε την υπόθεση ότι ο εσωτερικός βρόχος ελέγχου σταθεροποιεί το ρεύμα αρκετά γρηγορότερα από τον εξωτερικό βρόχο τάσης, πρέπει να ισχύει $\tau_v \gg \tau_i$ (τουλάχιστον 10 φορές μεγαλύτερη σταθερά χρόνου)

Τότε το σύστημα κλειστού βρόχου γίνεται

$$\frac{V_{out}}{V_{out}^{ref}} = \frac{1}{1 + s\tau_v}$$

- Επομένως η είσοδος ελέγχου για τον ελεγκτή ρεύματος είναι το I_{PV}^{ref} το οποίο παίρνει τη μορφή στο πεδίο του χρόνου:

$$I_{PV}^{ref} = \frac{V_{out}}{V_{PV}} \left(k_{P,V_{out}} (V_{out}^{ref} - V_{out}) + k_{I,V_{out}} \int_0^t (V_{out}^{ref} - V_{out}) d\tau \right)$$

Άσκηση για το σπίτι

- Με βάση το δυναμικό μοντέλο του DC/DC buck-boost converter ή του DC/DC buck converter, σχεδιάστε εσωτερικό έλεγχο ρεύματος και εξωτερικό έλεγχο τάσης.