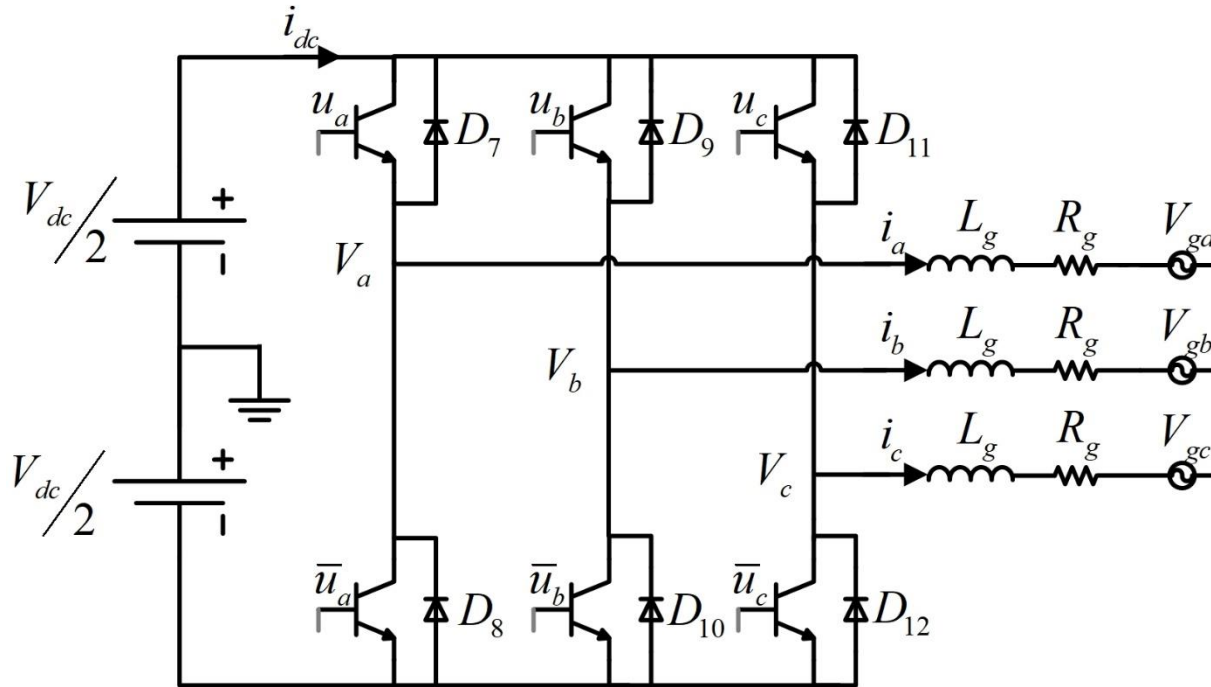


# Δυναμικά μοντέλα μέσης τιμής – AC/DC μετατροπείς (τριφασικοί)

Καθηγητής Αντώνιος Αλεξανδρίδης  
Αναπλ. Καθηγητής Γεώργιος Κωνσταντόπουλος

# Τριφασικός αντιστροφέας



Αντίστοιχη μέθοδος μοντελοποίησης με τον μονοφασικό αντιστροφέα όπου

$$\begin{aligned}V_{ga} &= V_m \cos(\omega_g t) \\V_{gb} &= V_m \cos\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \\V_{gc} &= V_m \cos\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

# Τριφασικός αντιστροφέας

$$L_g \frac{di_a}{dt} = -ri_a + V_a - V_{ga}$$

$$L_g \frac{di_b}{dt} = -ri_b + V_b - V_{gb}$$

$$L_g \frac{di_c}{dt} = -ri_c + V_c - V_{gc}$$

$$\text{όπου } V_a = u_a \frac{V_{dc}}{2}, V_b = u_b \frac{V_{dc}}{2}, V_c = u_c \frac{V_{dc}}{2}$$

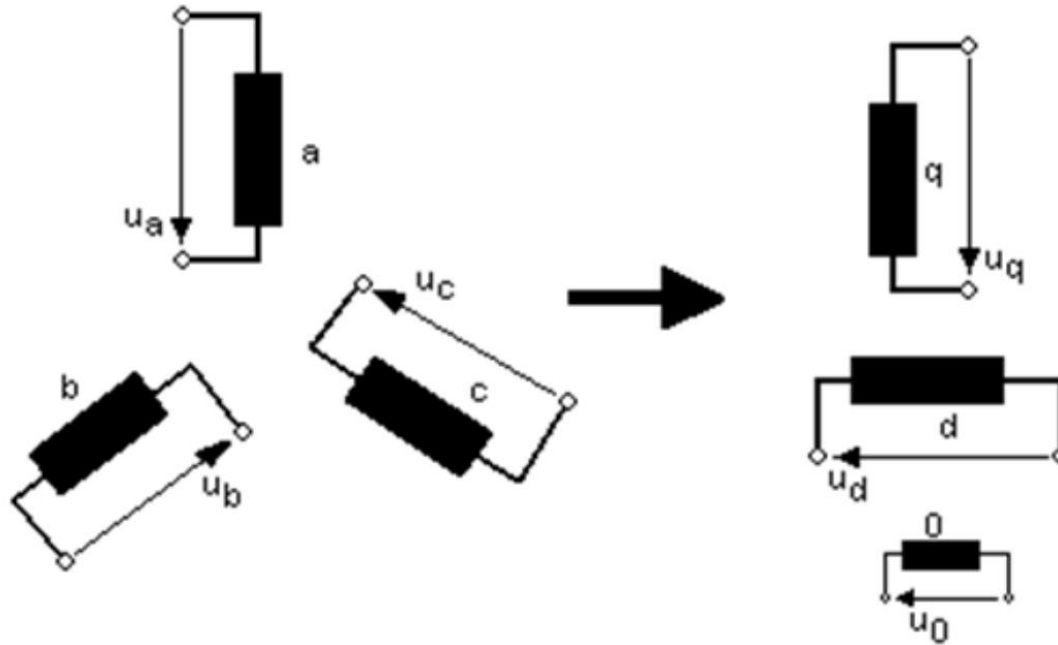
$$\text{και } u_a, u_b, u_c \in \{-1, 1\}$$

Χρησιμοποιώντας της θεωρία του μοντέλου μέσης τιμής, το δυναμικό μοντέλο συνεχούς χρόνου δίνεται από τις ίδιες εξισώσεις όπου  $u_a, u_b, u_c \in [-1, 1]$ .

# Μοντελοποίηση στο d-q σύστημα αξόνων

- Οι ποσότητες των τάσεων του δικτύου, των ρευμάτων και των μεταβλητών εισόδου παραμένουν ημιτονοειδείς.
  - Μπορούμε να μετασχηματίσουμε το abc σύστημα αξόνων σε ένα νέο σύστημα δύο κάθετων αξόνων dq (μετασχηματισμός Park)
- 
- Το 1929 ο Park ανέπτυξε τη θεωρία των δύο αξόνων.
  - Η θεωρία αυτή αντικαθιστούσε ένα συμμετρικό σύστημα τριών φάσεων με ένα ισοδύναμο με δύο φάσεις.
  - Οι μαγνητικοί άξονές του είναι κάθετοι και έτσι δεν έχουν μαγνητική ζεύξη.

# Μοντελοποίηση στο d-q σύστημα αξόνων



- Χρησιμοποιούμε τον ίδιο μετασχηματισμό Park που εφαρμόζεται στις μηχανές
- Η συνολική ισχύς παραμένει σταθερή από το ένα σύστημα (abc) στο άλλο (dq0)

# Μετασχηματισμός Park

- Θεωρώντας ότι το σύστημα αξόνων dq στρέφεται με τη συχνότητα του δικτύου  $\omega_g$ :

$$T = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_g t) & \cos\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\omega_g t) & -\sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

και

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_g t) & -\sin(\omega_g t) & 1 \\ \cos\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

# Μετασχηματισμός ποσοτήτων

- Ο μετασχηματισμός αυτός μπορεί να μετασχηματίσει οποιοσδήποτε τριφασικές ποσότητες  $x_{abc} = [x_a \ x_b \ x_c]^T$  από το abc σύστημα αξόνων στο dq0,  $x_{dq0} = [x_d \ x_q \ x_0]^T$ :

$$\begin{aligned}x_{dq0} &= T x_{abc} \\x_{abc} &= T^{-1} x_{dq0}\end{aligned}$$

Για παράδειγμα, οι τριφασική τάση του δικτύου στο dq0 σύστημα αξόνων γίνεται:

$$\begin{bmatrix} V_{gd} \\ V_{gq} \\ V_{g0} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_m \cos(\omega_g t) \\ V_m \cos\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ V_m \cos\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οι ημιτονοειδείς τάσεις στο abc σύστημα έγιναν σταθερές τάσεις στο dq0 σύστημα αξόνων!

# Μετασχηματισμός ποσοτήτων

- Αντίστοιχα μπορούν να μετασχηματιστούν τα ρεύματα  $i_a, i_b, i_c$  σε  $i_d, i_q$  και οι μεταβλητές ελέγχου  $u_a, u_b, u_c$  σε  $u_d, u_q$ .
- **Παρατήρηση:** Για ένα συμμετρικό τριφασικό κύκλωμα όλες οι ποσότητες  $x_0$  είναι μηδέν. (Γιατί?)
- Επομένως ο έλεγχος ρεύματος στις ημιτονοειδείς ποσότητες  $i_a^{ref}, i_b^{ref}, i_c^{ref}$  μπορεί να μετασχηματιστεί σε πρόβλημα σταθεροποίησης στις ποσότητες  $i_d^{ref}, i_q^{ref}$ !  
→ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ελεγκτές σταθεροποίησης (PI ελεγκτές)



# Μετασχηματισμός στοιχείων του ηλεκτρικού κυκλώματος

- Θεωρώντας συμμετρικό σύστημα (ίδιες αντιστάσεις και επαγωγές σε κάθε φάση):

Στα άκρα μιας αντίστασης  $R_g$ :

$$\begin{bmatrix} v_{Ra} \\ v_{Rb} \\ v_{Rc} \end{bmatrix} = R_g \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη τις ισότητας από αριστερά με τον πίνακα T:

$$\begin{bmatrix} v_{Rd} \\ v_{Rq} \\ v_{R0} \end{bmatrix} = R_g \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

# Μετασχηματισμός στοιχείων του ηλεκτρικού κυκλώματος

Στα άκρα μιας επαγωγής  $L_g$ :

$$\begin{bmatrix} v_{La} \\ v_{Lb} \\ v_{Lc} \end{bmatrix} = L_g \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = L_g \frac{d}{dt} \left( T^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} v_{La} \\ v_{Lb} \\ v_{Lc} \end{bmatrix} = L_g \frac{d}{dt} (T^{-1}) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + L_g T^{-1} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

Όμως αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{d}{dt} (T^{-1}) = -T^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \omega_g & 0 \\ -\omega_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Μετασχηματισμός στοιχείων του ηλεκτρικού κυκλώματος

$$\begin{bmatrix} v_{La} \\ v_{Lb} \\ v_{Lc} \end{bmatrix} = -L_g T^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \omega_g & 0 \\ -\omega_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + L_g T^{-1} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη τις ισότητας από αριστερά με τον πίνακα  $T$ :

$$\begin{bmatrix} v_{Ld} \\ v_{Lq} \\ v_{L0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_g L_g & 0 \\ \omega_g L_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + L_g \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

Ομοίως υπολογίζονται και οι σχέσεις τάσεων ρευμάτων στο dq0 για έναν πυκνωτή.

# Μοντελοποίηση τριφασικού αντιστροφέα

$$L_g \frac{di_d}{dt} = -ri_d + \omega_g L_g i_q + V_d - V_{gd}$$
$$L_g \frac{di_q}{dt} = -ri_q - \omega_g L_g i_d + V_q - V_{gq}$$

όπου  $V_d = u_d \frac{V_{dc}}{2}$ ,  $V_q = u_q \frac{V_{dc}}{2}$

και  $u_d, u_q \in [-1, 1]$ .

Όταν η τάση  $V_{dc}$  είναι σταθερή, συνήθως θεωρούμε μεταβλητές εισόδου τις τάσεις  $V_d, V_q$

→ γραμμικό σύστημα!

# Εκφράσεις πραγματικής και αέργου ισχύος

Πραγματική ισχύς:

$$P = [v_a \ v_b \ v_c]^T \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = v_{abc}^T i_{abc}$$

$$P = (T^{-1} v_{dq0})^T (T^{-1} i_{dq0}) = v_{dq0}^T (T^{-1})^T T^{-1} i_{dq0}$$

Όμως παρατηρώντας τους πίνακες  $T$  και  $T^{-1}$  ισχύει ότι:

$$(T^{-1})^T T^{-1} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Άρα

$$P = \frac{3}{2} v_{dq0}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} i_{dq0} = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q + 2v_0 i_0)$$

Για συμμετρικό τριφασικό κύκλωμα:  $P = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q)$

# Εκφράσεις πραγματικής και αέργου ισχύος

Άεργος ισχύς:

$$Q = \left[ v_a \left( t - \frac{\pi}{2} \right) \ v_b \left( t - \frac{\pi}{2} \right) \ v_c \left( t - \frac{\pi}{2} \right) \right]^T \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$
$$= v_{abc}^T \left( t - \frac{\pi}{2} \right) i_{abc} = \bar{v}_{abc}^T i_{abc}$$

όπου το σήμα  $\bar{v}_{abc}$  καθυστερεί του σήματος  $v_{abc}$  κατά 90 μοίρες. Επομένως, στο dq σύστημα αξόνων ισχύει:

$$\bar{v}_d = v_q \text{ και } \bar{v}_q = -v_d$$

Τότε για συμμετρικό κύκλωμα:

$$Q = \frac{3}{2} (v_q i_d - v_d i_q)$$

# Εκφράσεις πραγματικής και αέργου ισχύος

Σε έναν τριφασικό αντιστροφέα συνδεδεμένο στο δίκτυο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε PLL απο το οποίο να λαμβάνουμε την φάση και συχνότητα του δικτύου για τον Park μετασχηματισμό.

Τότε, η πραγματική και άεργος ισχύς που τροφοδοτούμε στο δίκτυο δίνονται από τις σχέσεις

$$P_g = \frac{3}{2} V_m i_d$$
$$Q_g = -\frac{3}{2} V_m i_q$$

όπου  $V_m$  είναι το πλάτος της τάσης του δικτύου το οποίο γνωρίζουμε (μέτρηση).

# Έλεγχος τριφασικού αντιστροφέα

- Σκοπός ελέγχου είναι η σταθεροποίηση της πραγματικής και αέργου ισχύος που τροφοδοτούμε στο δίκτυο στις τιμές  $P_{ref}$  και  $Q_{ref}$ .
- Το πρόβλημα αυτό μπορεί να μετασχηματιστεί σε πρόβλημα σταθεροποίησης των ρευμάτων του αντιστροφέα  $i_d, i_q$  στις τιμές  $i_d^{ref}, i_q^{ref}$ , τα οποία δίνονται από τις σχέσεις

$$i_d^{ref} = \frac{2}{3V_m} P_{ref}$$
$$i_q^{ref} = -\frac{2}{3V_m} Q_{ref}$$

Όταν επιθυμούμε μοναδιαίο συντελεστή ισχύος ( $Q = 0$ ) τότε απλώς μπορούμε να σταθεροποιήσουμε το ρεύμα  $i_q$  στο μηδέν.



# Σχεδιασμός ελεγκτή

Μοντέλο συστήματος:

$$L_g \frac{di_d}{dt} = -ri_d + \omega_g L_g i_q + V_d - V_{gd}$$
$$L_g \frac{di_q}{dt} = -ri_q - \omega_g L_g i_d + V_q - V_{gq}$$

Σχεδιασμός ελέγχου ρεύματος:

**1<sup>ο</sup> βήμα:** αποσύνδεση δυναμικών εξισώσεων ρεύματος:

$$V_d = V_{gd} - \omega_g L_g i_q + \bar{V}_d$$
$$V_q = V_{gq} + \omega_g L_g i_d + \bar{V}_q$$

Οι εξισώσεις των ρευμάτων γίνονται

$$L_g \frac{di_d}{dt} = -ri_d + \bar{V}_d$$
$$L_g \frac{di_q}{dt} = -ri_q + \bar{V}_q$$

όπου οι νέες μεταβλητές εισόδου είναι  $\bar{V}_d$ ,  $\bar{V}_q$

# Σχεδιασμός ελεγκτή

Στο πεδίο της συχνότητας:

$$i_d(s) = \frac{1}{L_g s + R_g} \bar{V}_d(s)$$

$$i_q(s) = \frac{1}{L_g s + R_g} \bar{V}_q(s)$$

**2<sup>ο</sup> βήμα:** Σχεδιασμός ανεξάρτητων PI ελεγκτών:

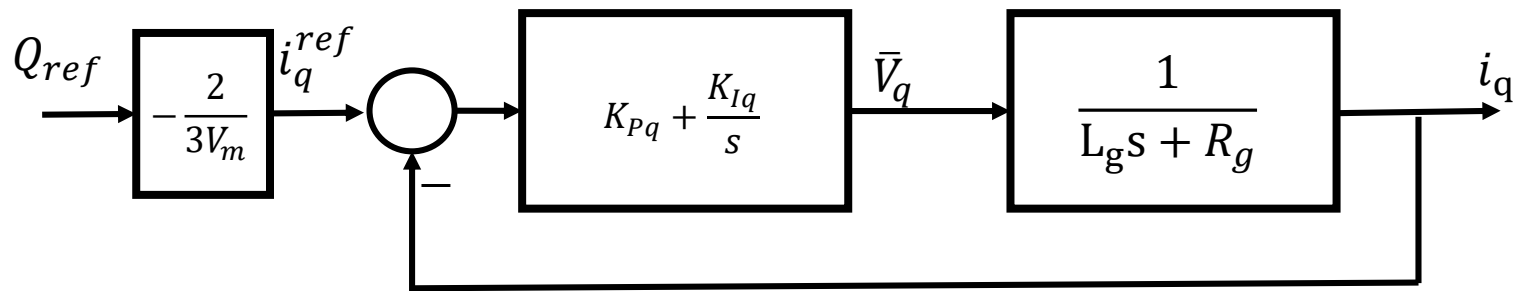
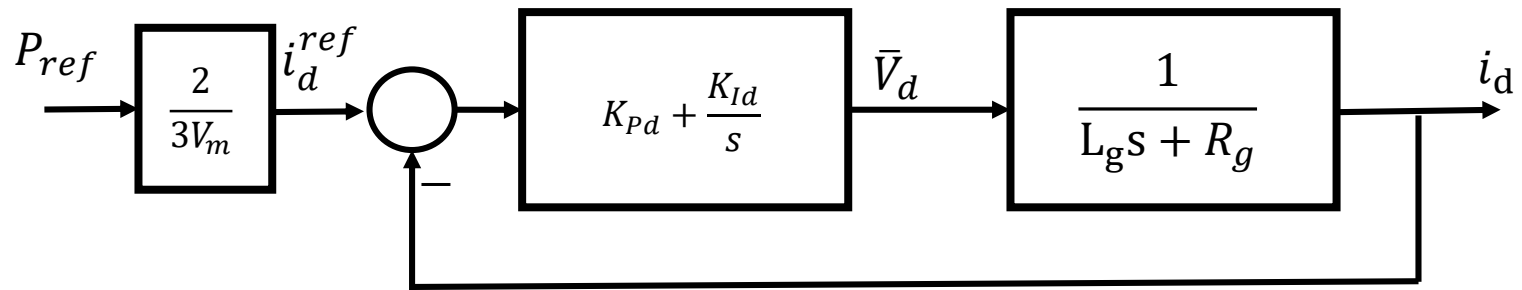
$$\bar{V}_d(s) = \left( K_{Pd} + \frac{K_{Id}}{s} \right) (i_d^{ref} - i_d(s))$$

$$\bar{V}_q(s) = \left( K_{Pq} + \frac{K_{Iq}}{s} \right) (i_q^{ref} - i_q(s))$$

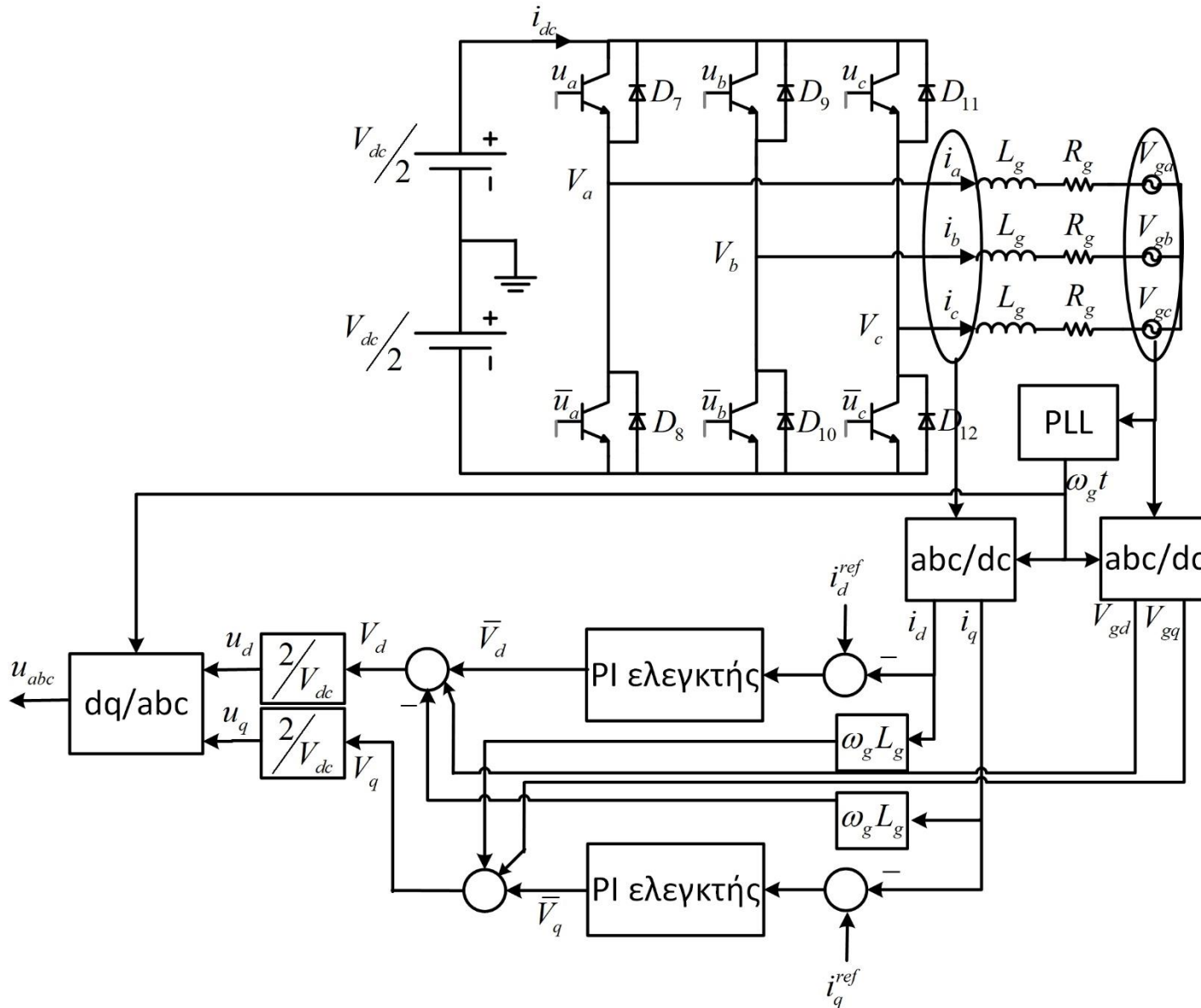
Δύο ανεξάρτητα γραμμικά συστήματα κλειστού βρόχου. Ανάλυση ευστάθειας και υπολογισμός παραμέτρων ελεγκτή → γεωμετρικός τόπος ριζών

# Σύστημα κλειστού βρόχου

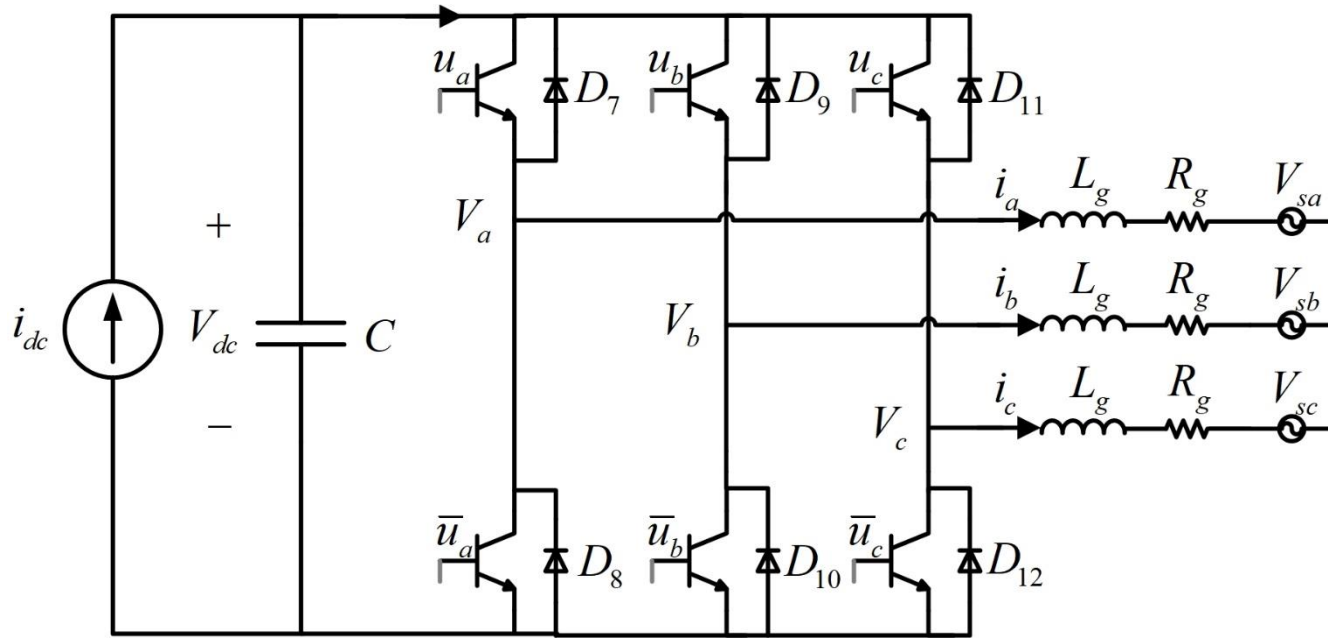
Ισοδύναμο σύστημα κλειστού βρόχου:



# Πραγματική υλοποίηση



# Τριφασικός αντιστροφέας με dc δυναμική κατάσταση



Για τη μοντελοποίηση της δυναμικής κατάστασης του dc πυκνωτή, χρησιμοποιούμε την ισοδυναμία μεταξύ ισχύς ισόδου και εξόδου του μετατροπέα (μηδενικές απώλειες):

$$V_{dc}i_{dc} - CV_{dc} \frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{3}{2} (V_d i_d + V_q i_q)$$

# Τριφασικός αντιστροφέας με dc δυναμική κατάσταση

Διαιρώντας και τα δύο μέρη της ισότητας με την τάση του dc πυκνωτή:

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = -\frac{3}{2V_{dc}} (V_d i_d + V_q i_q) + i_{dc}$$
$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = -\frac{3}{4} \left( V_d \frac{2}{V_{dc}} i_d + V_q \frac{2}{V_{dc}} i_q \right) + i_{dc}$$

Όμως  $V_d = u_d \frac{V_{dc}}{2}$ ,  $V_q = u_q \frac{V_{dc}}{2}$ , επομένως:

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = -\frac{3}{4} (u_d i_d + u_q i_q) + i_{dc}$$

# Τριφασικός αντιστροφέας με dc δυναμική κατάσταση

Οι δυναμικές εξισώσεις του συστήματος δίνονται από τις σχέσεις:

$$L_g \frac{di_d}{dt} = -ri_d + \omega_g L_g i_q + u_d \frac{V_{dc}}{2} - V_{gd}$$

$$L_g \frac{di_q}{dt} = -ri_q - \omega_g L_g i_d + u_q \frac{V_{dc}}{2} - V_{gq}$$

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = -\frac{3}{4} (u_d i_d + u_q i_q) + i_{dc}$$

Μεταβλητές κατάστασης:  $i_d, i_q, V_{dc}$

Μεταβλητές εισόδου:  $u_d, u_q \in [-1, 1]$

**Μη γραμμικό σύστημα!**

# Έλεγχος τριφασικού αντιστροφέα

- Για δεδομένη τιμή του ρεύματος  $i_{dc}$ , η ισχύς στην είσοδο (και στην έξοδο) του αντιστροφέα είναι  $P = V_{dc}i_{dc}$ .
- Για τη σωστή λειτουργία του αντιστροφέα, η τάση στον dc πυκνωτή πρέπει να διατηρείται σταθερή, πχ.  $V_{ref}$
- Επομένως δεν μπορούμε να ελέγχουμε την τιμή της πραγματικής ισχύος που τροφοδοτούμε στο δίκτυο σε οποιαδήποτε τιμή, καθώς εξαρτάται από το  $i_{dc}$  (ρεύμα που τροφοδοτείται από μονάδα διεσπαρμένης παραγωγής)

Σκοπός ελέγχου:

- Σταθεροποίηση τάσης του dc πυκνωτή στην τιμή  $V_{ref}$
- Σταθεροποίηση αέργου ισχύος στην τιμή  $Q_{ref}$



# Σχεδιασμός ελεγκτή

Ο σχεδιασμός ελέγχου θα γίνει με ελεγκτές ρεύματος όπως και στην περίπτωση χωρίς dc πυκνωτή.

**1<sup>ο</sup> βήμα:** αποσύνδεση δυναμικών εξισώσεων ρεύματος:

$$u_d = \frac{2}{V_{dc}} (V_{gd} - \omega_g L_g i_q + \bar{V}_d)$$
$$u_q = \frac{2}{V_{dc}} (V_{gq} + \omega_g L_g i_d + \bar{V}_q)$$

Οι εξισώσεις των ρευμάτων γίνονται

$$L_g \frac{di_d}{dt} = -r i_d + \bar{V}_d$$
$$L_g \frac{di_q}{dt} = -r i_q + \bar{V}_q$$

όπου οι νέες μεταβλητές εισόδου είναι  $\bar{V}_d$ ,  $\bar{V}_q$

# Σχεδιασμός ελεγκτή

Στο πεδίο της συχνότητας:

$$i_d(s) = \frac{1}{L_g s + R_g} \bar{V}_d(s)$$

$$i_q(s) = \frac{1}{L_g s + R_g} \bar{V}_q(s)$$

2<sup>ο</sup> βήμα: Σχεδιασμός ανεξάρτητων PI ελεγκτών:

$$\bar{V}_d(s) = \left( K_{Pd} + \frac{K_{Id}}{s} \right) (i_d^{ref} - i_d(s))$$

$$\bar{V}_q(s) = \left( K_{Pq} + \frac{K_{Iq}}{s} \right) (i_q^{ref} - i_q(s))$$

- Η τιμή του  $i_q^{ref}$  προκύπτει από το  $Q_{ref}$ :  $i_q^{ref} = -\frac{2}{3V_m} Q_{ref}$
- Ποια είναι η τιμή του  $i_d^{ref}$ ? Δεν μπορούμε να τη γνωρίζουμε.

# Σύστημα κλειστού βρόχου ρευμάτων

- Εξωτερικός βρόχος ελέγχου (PI ελεκτήρας) για σταθεροποίηση της τάσης  $V_{dc}$  στην τιμή  $V_{dc}^{ref}$  ο οποίος ορίζει στην έξοδο του την κατάλληλη τιμή του ρεύματος  $i_d^{ref}$ .

Ισοδύναμο σύστημα κλειστού βρόχου:

