



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Δυναμική και Έλεγχος E-L Ηλεκτρομηχανικών Συστημάτων

Ενότητα 1: E-L Συστήματα

Καθηγητής Αντώνιος Αλεξανδρίδης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

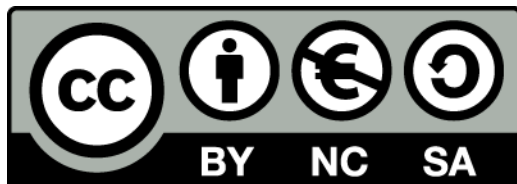
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκεινται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, άδεια αναφέρεται ρητώς.



Αρχή του Hamilton και E-L συστήματα



Αρχή του Hamilton

- Οι τροχιές τις οποίες θα ακολουθήσει ένα σύστημα υλικών σημείων από τη θέση C_1 του χώρου, στην οποία βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι κάποια θέση C_2 στην οποία φθάνει σε κάποιο χρόνο t_f , είναι εκείνες για τις οποίες το ολοκλήρωμα

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L dt$$

$$L = L(g_1, g_2, \dots, g_N, \dot{g}_1, \dot{g}_2, \dots, \dot{g}_N, t) = E_T - E_V$$

έχει ακρότατο για την τροχιά της κίνησης



Euler-Lagrange (E-L) Συστήματα

Τα E-L συστήματα χωρίζονται σε κατηγορίες:

- Συστήματα χωρίς απώλειες και εξωτερικές διεγέρσεις (συντηρητικά). Δεν έχουν καμία αλληλεπίδραση με το περιβάλλον, ούτε με διεγέρσεις (εισόδους), ούτε με απώλειες.
- Μη συντηρητικά. Αυτά τα οποία αλληλεπιδρούν με διεγέρσεις προς το περιβάλλον.
- Μη συντηρητικά με απώλειες.



Απώλειες

- Οι απώλειες ορίζουν την απόσβεση του συστήματος, είναι μέτρο ευστάθειας:
 - Ευστάθεια (Lyapunov): Η νόρμα (μέτρο) των καταστάσεων βρίσκεται σε μια περιοχή C_1 . Μπορούμε να βρούμε αρχικές τιμές από άλλη περιοχή, C_2 , και να παραμένουμε στην ίδια περιοχή C_1 .
 - Όταν έχουμε φραγμένη είσοδο, **BIBO** (Bounded Input Bounded Output) ή **BIBS** (Bounded Input Bounded State).



Απώλειες

- Για τα μη συντηρητικά με απώλειες, πρέπει το κριτήριο

$$J = \int_0^t \underbrace{\left(E_T - E_V + \frac{1}{2} E_Q - E_i \right)}_L d\tau \quad , \quad \text{όπου}$$

$$E_i = \sum_{k=1}^N \int_0^t G_k \dot{g}_k d\tau \quad \text{η ενέργεια εισόδου}$$

να έχει ακρότατο.



Εξισώσεις Euler-Lagrange (E-L)

- Οι γενικευμένες συντεταγμένες που περιγράφουν τη δυναμική συμπεριφορά ενός συστήματος πρέπει να ικανοποιούν το σύνολο των εξισώσεων *Euler-Lagrange*:

$$\frac{\partial L}{\partial g_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{g}_i} \right) = 0 \quad , \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$



Εξισώσεις Euler-Lagrange (E-L)

$$E_T = E_T (g_i, \dot{g}_i) \geq 0$$

$$E_V = E_V (g_i) \geq 0$$

$$E_Q = E_Q (\dot{g}_i, t)$$

$$E_i = \sum_{k=1}^N \int_0^t G_k \dot{g}_k d\tau$$

$$L = E_T - E_V + \frac{1}{2} E_Q - E_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial g_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{g}_i} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_T}{\partial \dot{g}_i} \right) - \frac{\partial E_T}{\partial g_i} + \frac{\partial E_V}{\partial g_i} + \frac{\partial D_Q}{\partial \dot{g}_i} = G_i$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Τέλος Ενότητας

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Αλεξανδρίδης Αντώνιος 2015.
Αλεξανδρίδης Αντώνιος. «Δυναμική και Έλεγχος E-L Ηλεκτρομηχανικών Συστημάτων. E-L Συστήματα». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE886/>.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα είναι από το βιβλίο << Δυναμική και Έλεγχος E-L Ηλεκτρομηχανικών Συστημάτων >>, Αντώνης Θ. Αλεξανδρίδης, εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών.

