



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Δυναμική και Έλεγχος E-L Ηλεκτρομηχανικών Συστημάτων

Ενότητα 10: Παράδειγμα στο χώρο κατάστασης

Καθηγητής Αντώνιος Αλεξανδρίδης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

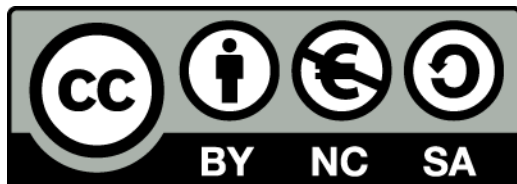
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκεινται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, άδεια αναφέρεται ρητώς.

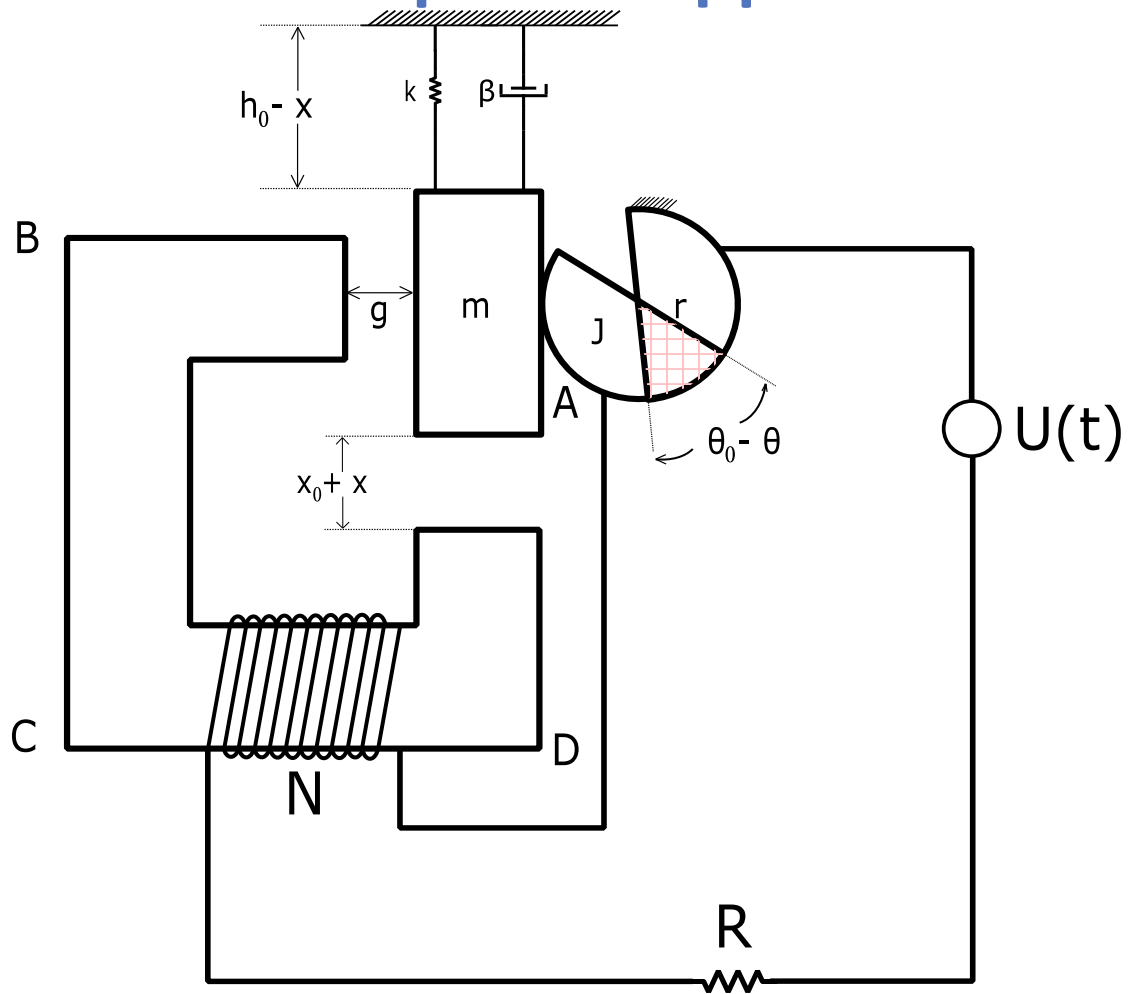


Παράδειγμα

- Στο Παράδειγμα 5, Διάλεξη 5 είχαμε:



Παράδειγμα



Παράδειγμα

- Με δυναμικές εξισώσεις:

$$\frac{\mu_0 N^2 w^2}{g + x_0 + x} \ddot{q} - \frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x)^2} \dot{x} \dot{q} + R \dot{q} + \frac{2d(q + q_0)}{\varepsilon_0 r^2 \theta_0 - \varepsilon_0 r x} = U(t)$$

$$m \ddot{x} + \frac{J}{r^2} \ddot{x} - k(h_0 - x) + \frac{\varepsilon_0 r d (q + q_0)^2}{(\varepsilon_0 r^2 \theta_0 - \varepsilon_0 r x)^2} + \beta \dot{x} + \frac{\mu_0 N^2 w^2}{2(g + x_0 + x)^2} \dot{q}^2 = F$$

όπου F είναι μια πρόσθετη δύναμη – είσοδος.



Παράδειγμα

- Έχουμε ότι:

$$E_T = \frac{1}{2} \dot{g}^T M(g) \dot{g} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\mu_0 N^2 w^2}{g + x_0 + x} & 0 \\ 0 & m + \frac{J}{r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

- Αν θέσουμε:

$$\begin{bmatrix} g \\ \dot{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ x \\ \dot{q} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad z_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad z_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$



Παράδειγμα

- Έχουμε ότι:

$$E_T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_3 & x_4 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\mu_0 N^2 \omega^2}{g + x_0 + x_2} & 0 \\ 0 & m + \frac{J}{r^2} \end{bmatrix}}_{M(x_2)} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$D(x_1, x_2) \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$



Παράδειγμα

- Έχουμε ότι:

$$C(x_1, x_2, x_3, x_4) \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_4 & 0 \\ \frac{\mu_0 N^2 w^2}{2(g + x_0 + x_2)^2} x_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$g(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{2d(x_1 + q_0)}{\varepsilon_0 r^2 \theta_0 - \varepsilon_0 r x_2} \\ -k(h_0 - x_2) + \frac{\varepsilon_0 r d (x_1 + q_0)^2}{(\varepsilon_0 r^2 \theta_0 - \varepsilon_0 r x_2)^2} \end{bmatrix}$$



Παράδειγμα

- Έλεγχος, ώστε ο πίνακας:

$$\dot{M}(x_1, x_2) - 2C(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

να είναι αντισυμμετρικός

$$\dot{M}(x_2) = \frac{d}{dt} M(x_2) = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2C(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2 \begin{bmatrix} -\frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_4 & 0 \\ \frac{\mu_0 N^2 w^2}{2(g + x_0 + x_2)^2} x_3 & 0 \end{bmatrix}$$



Παράδειγμα

- Οπότε:

$$\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_4 & 0 \\ -\frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_3 & 0 \end{bmatrix}$$

- Παρατηρούμε ότι ο $\mathbf{M} - 2\mathbf{C}$ δεν είναι αντισυμμετρικός.



Παράδειγμα

- Ο C ωστόσο μπορεί να γραφεί με περισσότερους τρόπους.
Για παράδειγμα:

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_4 & -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_3 \\ \frac{\mu_0 N^2 w^2}{2(g + x_0 + x_2)^2} x_3 & 0 \end{bmatrix}$$



Παράδειγμα

- Τώρα:

$$\dot{M} - 2C = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_3 \\ -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 w^2}{(g + x_0 + x_2)^2} x_3 & 0 \end{bmatrix}$$

- Άρα το σύστημα του παραδείγματος αποδεικνύεται ότι είναι παθητικό, με συνάρτηση αποθήκευσης

$$H[x(t)] = E_T + E_V$$



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Αλεξανδρίδης Αντώνιος 2015.
Αλεξανδρίδης Αντώνιος. «Δυναμική και Έλεγχος E-L Ηλεκτρομηχανικών Συστημάτων. Παράδειγμα στο χώρο κατάστασης». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/courses/EE886/>.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα είναι από το βιβλίο << Δυναμική και Έλεγχος E-L Ηλεκτρομηχανικών Συστημάτων >>, Αντώνης Θ. Αλεξανδρίδης, εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών.

