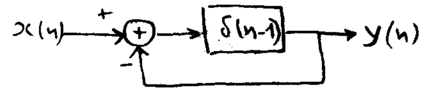
2023 - 2024
ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
3η ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Για όλες τις ασκήσεις $\lambda = 3 + D_1D_0 \bmod 4$, όπου D_1D_0 τα δύο τελευταία ψηφία (όχι το άθροισμα) του ΑΜ

ΑΣΚΗΣΗ 3.1 Για τα διακριτού χρόνου σήματα: $x_1(n) = \cos(\lambda\pi n/100) + \sin(\lambda n/100)$, $x_2(n) = \cos^2(\lambda\pi n/100)$, $x_3(n) = \cos(\lambda\pi n/100)\cdot\cos(\lambda\pi n/200)$ (α) να εξετάσετε αν είναι περιοδικά και να υπολογίσετε την περίοδο αν αυτό ισχύει, (β) να τα σχεδιάσετε(*) (και να συμπεριλάβετε τον κώδικα).

ΑΣΚΗΣΗ 3.2 Η κρουστική απόκριση του διακριτού χρόνου συστήματος ισούται με $h(n) = (-1)^{n-1}u(n-1)$.



Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την έξοδο $y(n)$ του συστήματος για είσοδο (α) $x(n) = \lambda\,\delta(n)$ και (β) $x(n) = \lambda\, u(n)$.

ΑΣΚΗΣΗ 3.3 (α) Βρείτε δύο διαφορετικά σήματα συνεχούς χρόνου τα οποία όταν δειγματοληπτηθούν με συχνότητα λ kHz να παράγουν το διακριτού χρόνου σήμα $x(n) = A\cos(0.15\pi n)$. Σχεδιάστε τα, όπως επίσης και το $x(n)$.

(β) Θεωρείστε ότι το πλάτος Α του ενός από τα σήματα που υπολογίσατε, ισούται με 5 Volts, δηλ. $A = 5$ Volts και ότι το βήμα κβάντισης Δ είναι $\Delta = \lambda/100$ Volts. Πόσα bits πρέπει να διαθέτει ο ADC ώστε να αποφευχθεί τυχόν ψαλλιδισμός του πλάτους;

ΑΣΚΗΣΗ 3.4 (α) Δίνεται το διακριτού χρόνου σήμα $x(n) = \lambda\,[u(n) - u(n-\lambda)]$. Σχεδιάστε το. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το φάσμα του (μέτρο και φάση).

(β) Δίνεται το διακριτού χρόνου σήμα $x_p(n) = \begin{cases} x(n) & \text{για } 0 \le n \le \lambda - 1 \\ 0 & \text{για } \lambda \le n \le 2\lambda - 1 \end{cases}$ το οποίο επαναλαμβάνεται περιοδικά. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το φάσμα του (μέτρο μόνον).

Σημειώσεις: (*) Σχεδιάστε 301 δείγματα (από 0 έως 300)

- Προθεσμία υποβολής: Δευτέρα 13.5.2024 @ 23:55
- Οι λύσεις να είναι χειρόγραφες, ευανάγνωστες, ατομικές
- Η υποβολή των ψηφιοποιημένων χειρογράφων (από σάρωση, όχι φωτογράφιση) να γίνει εμπρόθεσμα στον χώρο εργασιών του eClass ως ένα ενιαίο αρχείο pdf. Τα αρχεία κώδικα μπορούν να είναι ξεχωριστά.

Α. Σκόδρας
21.4.2024

ΑΣΚΗΣΗ 3.1 Για τα διακριτού χρόνου σήματα: $x_1(n)=\cos\left(\frac{\lambda\pi n}{100}\right)+\sin\left(\frac{\lambda n}{100}\right)$, $x_2(n)=\cos^2\left(\frac{\lambda\pi n}{100}\right)$, $x_3(n)=\cos\left(\frac{\lambda\pi n}{100}\right)\cdot\cos\left(\frac{\lambda\pi n}{200}\right)$: (α) να εξετάσετε αν είναι <u>περιοδικά</u> και να υπολογίσετε την <u>περίοδο</u> αν αυτό ισχύει, (β) να τα <u>σχεδιάσετε</u> (και να συμπεριλάβετε τον κώδικα).

Λύση

$$x_1(n)=\underbrace{\cos\left(\frac{\lambda\pi n}{100}\right)}_{x_{1a}(n)}+\underbrace{\sin\left(\frac{\lambda n}{100}\right)}_{x_{1b}(n)}$$

$\omega_{1b}=\frac{\lambda}{100}\Rightarrow 2\pi f_{1b}=\frac{\lambda}{100}\Rightarrow f_{1b}=\frac{\lambda}{200\pi}$ άρρητος $\rightarrow$ μη περιοδικό

$\omega_{1a}=\frac{\lambda\pi}{100}\Rightarrow 2\pi f_{1a}=\frac{\lambda\pi}{100}\Rightarrow f_{1a}=\frac{\lambda}{200}$ ρητός $\rightarrow$ περιοδικό

Άρα το σήμα $x_1(n)$, ως άθροισμα ενός περιοδικού και ενός μη περιοδικού σήματος, δεν είναι περιοδικό.

$$x_2(n)=\cos^2\left(\frac{\lambda\pi n}{100}\right)=\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(2\frac{\lambda\pi}{100}n\right)\right]=\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(\frac{\lambda\pi}{50}n\right)\right]=\underbrace{\frac{1}{2}}_{x_{2a}(n)}+\underbrace{\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\lambda\pi}{50}n\right)}_{x_{2b}(n)}$$

Το σήμα $x_{2a}(n)=\frac{1}{2}$ μπορεί να θεωρηθεί περιοδικό, με περίοδο έστω $N_{2a}=1$.

Το σήμα $x_{2b}(n)=\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\lambda\pi}{50}n\right)$ είναι περιοδικό αφού η συχνότητά του f_{2b} είναι ρητός αριθμός: $\omega_{2b}=\frac{\lambda\pi}{50}\Rightarrow 2\pi f_{2b}=\frac{\lambda\pi}{50}\Rightarrow f_{2b}=\frac{\lambda}{100}$ = ρητός

Η περίοδος του σήματος $x_{2b}(n)$ εξαρτάται από το λ, όπου $\lambda=3+A \bmod 4$

Για $\lambda=3 \rightarrow f_{2b}=\frac{3}{100} \rightarrow N_3=100$

Για $\lambda=4 \rightarrow f_{2b}=\frac{4}{100}=\frac{1}{25} \rightarrow N_4=25$

Για $\lambda=5 \rightarrow f_{2b}=\frac{5}{100}=\frac{1}{20} \rightarrow N_5=20$

Για $\lambda=6 \rightarrow f_{2b}=\frac{6}{100}=\frac{3}{50} \rightarrow N_6=50$

Η περίοδος N του σήματος $x_2(n)$ ισούται με: $N=\text{ΕΚΠ}(N_{2a},N_i)\Rightarrow$
$N=\text{ΕΚΠ}(1,N_i)=N_i$
όπου $i=3,4,5,6$

$$x_3(n) = \cos\left(\frac{\lambda\pi n}{100}\right)\cos\left(\frac{\lambda\pi n}{200}\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\lambda\pi n}{100} - \frac{\lambda\pi n}{200}\right) + \cos\left(\frac{\lambda\pi n}{100} + \frac{\lambda\pi n}{200}\right)\right] =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\lambda\pi}{200}n\right)}_{x_{3\alpha}(n)} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{3\lambda\pi}{200}n\right)}_{x_{3b}(n)}$$

$$\omega_{3\alpha} = \frac{\lambda\pi}{200} \Rightarrow 2\pi f_{3\alpha} = \frac{\lambda\pi}{200} \Rightarrow$$

$f_{3\alpha} = \frac{\lambda}{400}$ ρητός → περιοδικό

$$\omega_{3b} = \frac{3\lambda\pi}{200} \Rightarrow 2\pi f_{3b} = \frac{3\lambda\pi}{200} \Rightarrow$$

$f_{3b} = \frac{3\lambda}{400}$ ρητός

άρα περιοδικό

Για $\lambda=3$ $\quad f_{3\alpha} = \frac{3}{400} \rightsquigarrow N_3 = 400 \quad\quad f_{3b} = \frac{9}{400} \rightarrow N_3 = 400$

Για $\lambda=4$ $\quad f_{3\alpha} = \frac{4}{400} = \frac{1}{100} \rightsquigarrow N_4 = 100 \quad\quad f_{3b} = \frac{3\cdot 4}{400} = \frac{3}{100} \rightsquigarrow N_4 = 100$

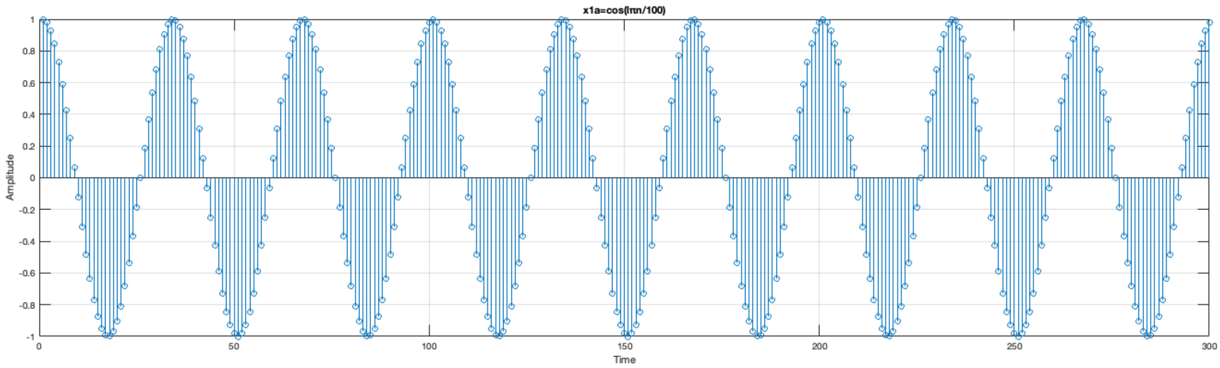
Για $\lambda=5$ $\quad f_{3\alpha} = \frac{5}{400} = \frac{1}{80} \rightarrow N_5 = 80 \quad\quad f_{3b} = \frac{3\cdot 5}{400} = \frac{3}{80} \rightsquigarrow N_5 = 80$

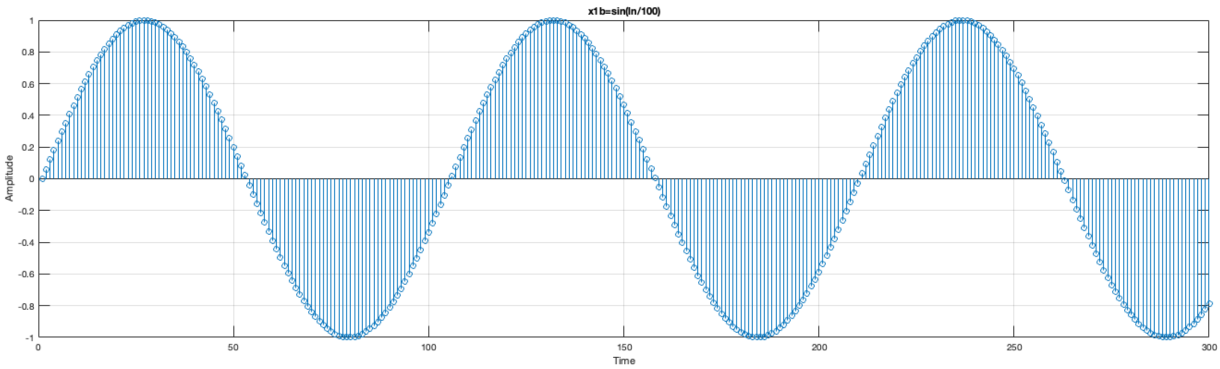
Για $\lambda=6$ $\quad f_{3\alpha} = \frac{6}{400} = \frac{3}{200} \rightarrow N_6 = 200 \quad\quad f_{3b} = \frac{3\cdot 6}{400} = \frac{9}{200} \rightsquigarrow N_6 = 200$

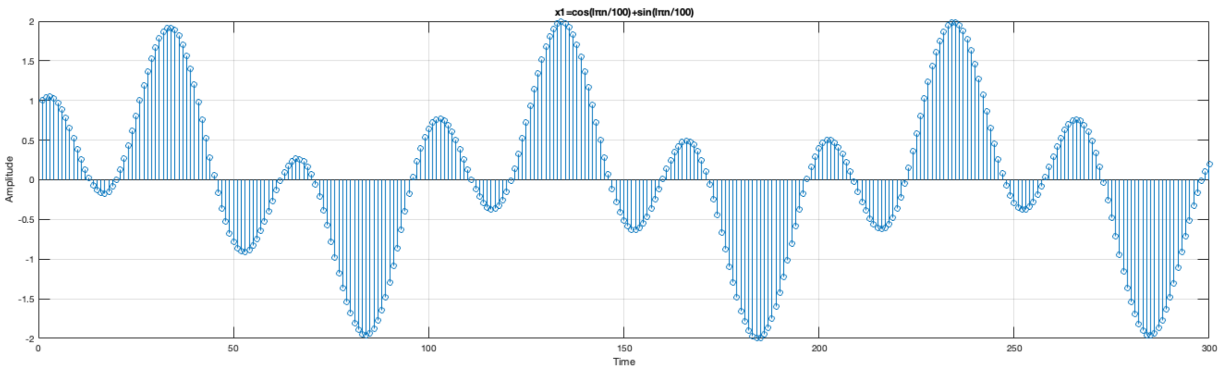
Τελικά, η περίοδος N του σήματος $x_3(n)$ ισούται με το ΕΚΠ των περιόδων κάθε περίπτωσης, δηλ. $N = \text{ΕΚΠ}(N_i, N_i) = N_i$ όπου $i = 3,4,5,6$

Όλες οι κυματομρφές είναι για λ=6.

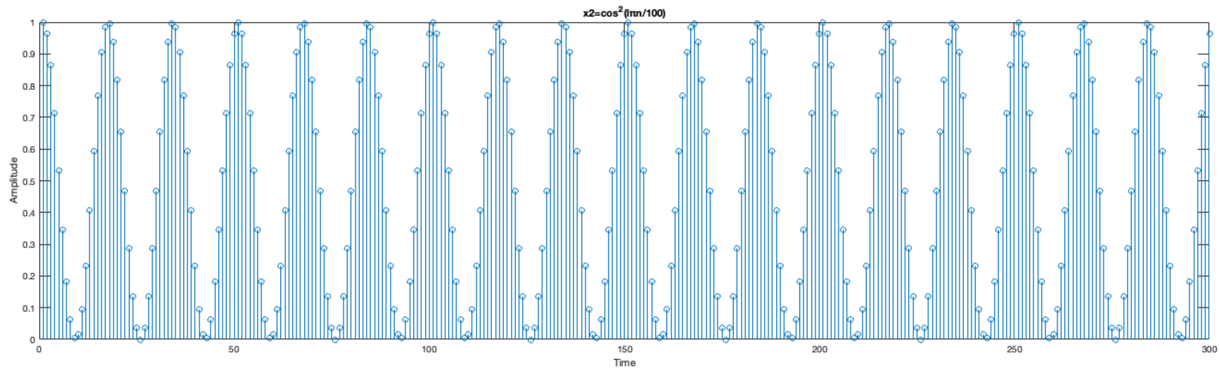
Σήμα x1(n)



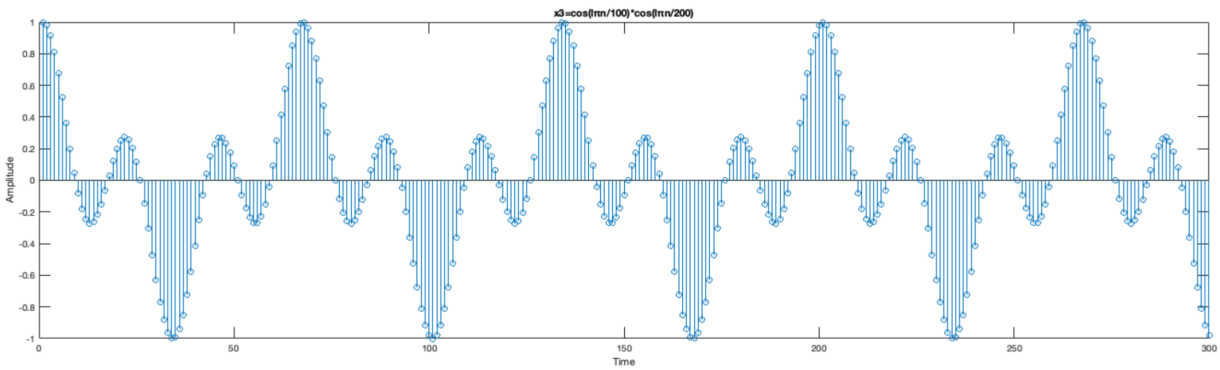




Σήμα x2(n)



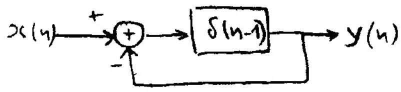
Σήμα x3(n)



Κώδικας Matlab

```
clear all;
close all;
clc;

% Let l (lamda) be equal to 4
l=4;

L=300;
n = 0:1:L-1; % 300 samples

% Discrete Time Signal x1(n)
% --------------------------
x1a = cos(l*pi*n/100);
% Plot x1a
figure()
stem(x1a)
title('x1a=cos(lπn/100)');
xlabel('Time')
ylabel('Amplitude')
grid on

x1b = sin(l*n/100);
% Plot x1b
figure()
stem(x1b)
title('x1b=sin(ln/100)');
xlabel('Time')
ylabel('Amplitude')
grid on

x1 = x1a + x1b;
% Plot x1
figure()
stem(x1)
title('x1=cos(lπn/100)+sin(lπn/100)');
xlabel('Time')
ylabel('Amplitude')
grid on

% Discrete Time Signal x2(n)
% --------------------------
x2 = cos(l*pi*n/100).^2;
% Plot x2
figure()
stem(x2)
title('x2=cos^2(lπn/100)');
xlabel('Time')
ylabel('Amplitude')

% Discrete Time Signal x3(n)
% --------------------------
x3 = cos(l*pi*n/100).*cos(l*pi*n/200);
% Plot x3
figure()
stem(x3)
title('x3=cos(lπn/100)*cos(lπn/200)');
xlabel('Time')
ylabel('Amplitude')
```

ΑΣΚΗΣΗ 3.2 Η κρουστική απόκριση του διακριτού χρόνου συστήματος ισούται με $h(n)=(-1)^{n-1}u(n-1)$.

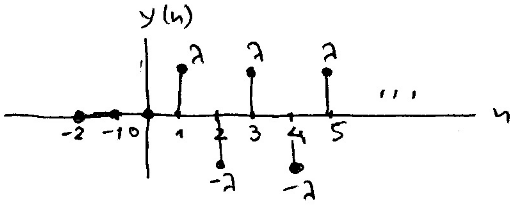


Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την έξοδο $y(n)$ του συστήματος για είσοδο

(α) $x(n)=\lambda\,\delta(n)$ και (β) $x(n)=\lambda\,u(n)$.

ΛΥΣΗ (α) Για $x(n)=\lambda\,\delta(n)$ η έξοδος $y(n)$ ισούται με

$$y(n)=h(n)*x(n)=x(n)*h(n)=\lambda\,\underbrace{\delta(n)*h(n)}_{h(n)}=\lambda\,h(n)=\lambda\,(-1)^{n-1}u(n-1)$$



(β) Για $x(n)=\lambda\,u(n)$ η έξοδος $y(n)$ ισούται με

$$y(n)=h(n)*x(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(n-m)\,h(m)=$$

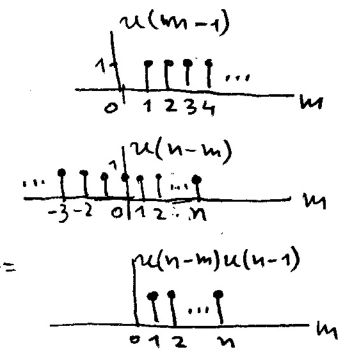
$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\lambda\,u(n-m)\,(-1)^{m-1}u(m-1)=$$

$$=\lambda\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-1)^{m-1}u(n-m)\,u(m-1)=$$

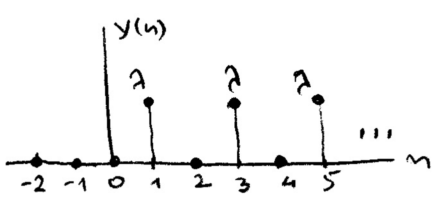
$$=\lambda\sum_{m=1}^{n}(-1)^{m-1}=\langle\text{θέτω } m-1=l \rightsquigarrow m=l+1\rangle=$$

$$=\lambda\sum_{l=0}^{n-1}(-1)^{l}=$$

$$=\lambda\cdot\frac{1-(-1)^{n}}{1-(-1)}=\lambda\,\frac{1-(-1)^{n}}{2}=\frac{\lambda}{2}\left[1-(-1)^{n}\right]$$



Άρα $y(n)=\frac{\lambda}{2}\left[1-(-1)^{n}\right]u(n-1)$



ΑΣΚΗΣΗ 3.3 (α) Βρείτε δύο διαφορετικά σήματα συνεχούς χρόνου τα οποία όταν δειγματοληπτηθούν με συχνότητα λ kHz να παράγουν το διακριτού χρόνου σήμα $x(n) = A\cos(0.15\pi n)$. Σχεδιάστε τα, όπως επίσης και το $x(n)$.

(β) Θεωρείστε ότι το πλάτος A του ενός από τα σήματα που υπολογίσατε, ισούται με 5 Volts, δηλ. A=5 Volts και ότι το βήμα κβάντισης Δ είναι $\Delta = \lambda/100$ Volts. Πόσα bits πρέπει να διαθέτει ο ADC ώστε να αποφευχθεί τυχόν ψαλλιδισμός του πλάτους;

ΛΥΣΗ (α) $F_s = \lambda\ kHz = 1000\lambda\ Hz$

$$\omega = 0.15\pi \Rightarrow \Omega T = 0.15\pi \Rightarrow 2\pi F \cdot \frac{1}{F_s} = 0.15\pi \Rightarrow F = 0.075\lambda\ kHz = 75\lambda\ Hz$$

Άρα το συνεχούς χρόνου σήμα από το οποίο προέρχεται το διακριτού χρόνου σήμα $x(n)$ είναι:

$$x(t) = A\cos(\Omega t) = A\cos(2\pi F t) = A\cos(150\lambda\pi t)$$

Όμως, στο ίδιο διακριτού χρόνου σήμα καταλήγουν και όλα τα αναλογικά (συνεχούς χρόνου) σήματα των οποίων οι συχνότητες διαφέρουν κατά kF_s της συχνότητας F, δηλαδή τα σήματα των οποίων οι συχνότητες είναι $F_k = F + kF_s$, όπου k θετικός ή αρνητικός ακέραιος.

Για $k=1 \rightsquigarrow F_1 = F + F_s = 75\lambda + 1000\lambda = 1075\lambda$ Hz

Για $k=2 \rightsquigarrow F_2 = F + 2F_s = 75\lambda + 2000\lambda = 2075\lambda$ Hz

Τα αντίστοιχα σήματα θα είναι:

$$x_1(t) = A\cos(2\pi\, 1075\lambda t) \quad \text{και} \quad x_2(t) = A\cdot\cos(2\pi\cdot 2075\lambda t)$$

(β) Το βήμα κβάντισης Δ ισούται με:

$$\Delta = \frac{V_{pp}}{2^b - 1} \Rightarrow 2^b = \frac{V_{pp}}{\Delta} + 1 = \frac{2A}{\lambda/100} + 1 = \frac{1000}{\lambda} + 1 \rightsquigarrow b = \log_2\left(\frac{1000}{\lambda} + 1\right)$$

Συνεπώς ο ADC θα πρέπει να είναι των $\lfloor b+1 \rfloor$ bits, δηλαδή στον πλησιέστερο ακέραιο που είναι μεγαλύτερος από το b.

Για παράδειγμα: $\lambda = 3 \rightsquigarrow b = \log_2\left(\frac{1000}{3} + 1\right) = 8.38 \rightsquigarrow 9$ bits

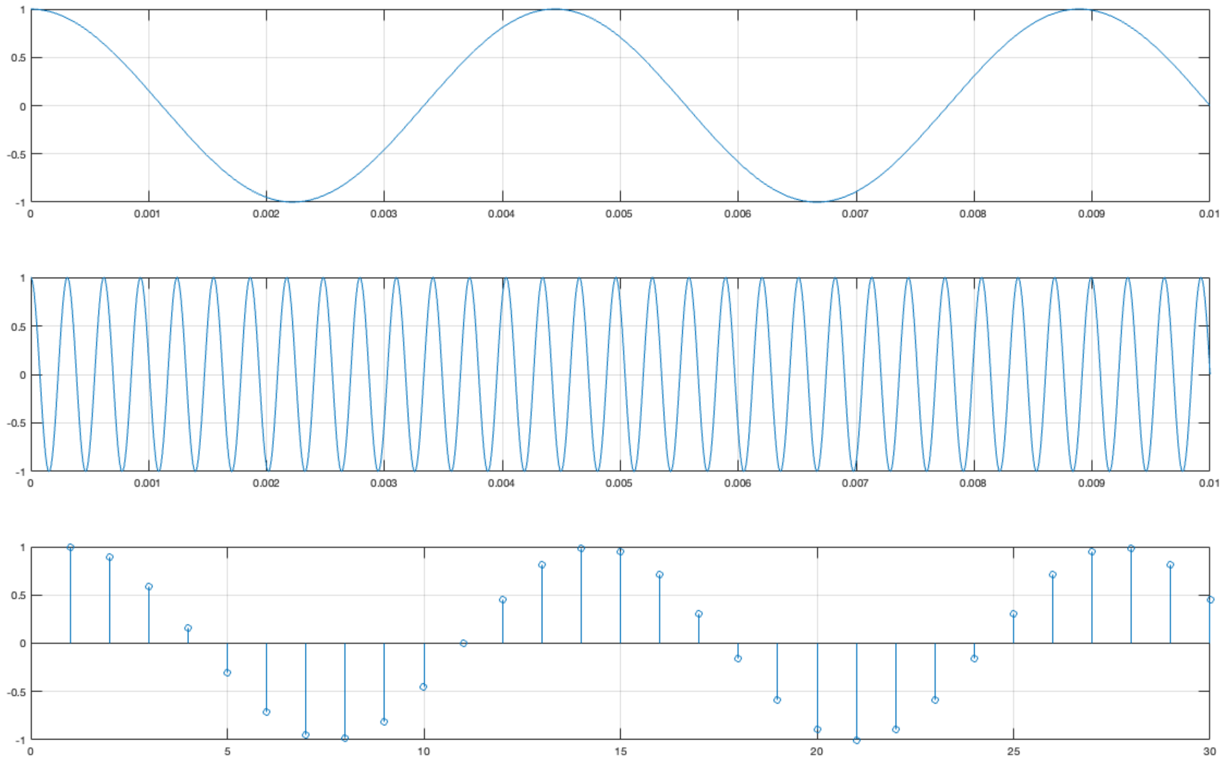
$\lambda = 4 \rightsquigarrow b = \log_2\left(\frac{1000}{4} + 1\right) = 7.97 \rightsquigarrow 8$ bits

$\lambda = 5 \rightsquigarrow b = \log_2\left(\frac{1000}{5} + 1\right) = 7.65 \rightsquigarrow 8$ bits

$\lambda = 6 \rightsquigarrow b = \log_2\left(\frac{1000}{6} + 1\right) = 7.39 \rightsquigarrow 8$ bits

Σημείωση: Στο ίδιο πλήθος bits θα καταλήγαμε αν χρησιμοποιούσαμε τη σχέση: $\Delta = \frac{V_{pp}}{2^b}$

Όλες οι κυματομορφές είναι για λ=3



Κώδικας Matlab

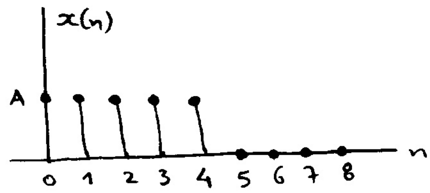
```
l=3; % Let l (lamda) be equal to 3

x  = @(t) cos(2*pi*75*l*t);
x1 = @(t) cos(2*pi*1075*l*t);

L=30;

n = 0:1:L-1; % 30 samples
xn = cos(0.15*pi*n);

subplot(3,1,1); fplot(x,  [0 0.01]); grid on
subplot(3,1,2); fplot(x1, [0 0.01]); grid on
subplot(3,1,3); stem(xn); grid on
```

ΑΣΚΗΣΗ 3.4 α. Δίνεται το διακριτού χρόνου σήμα $x(n) = A[u(n)-u(n-5)]$. Να <u>υπολογίσετε</u> και να <u>σχεδιάσετε</u> το φάσμα του.

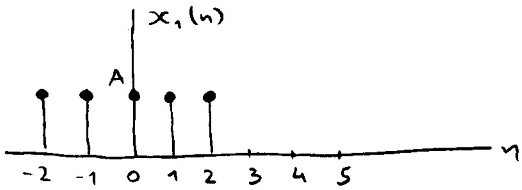
β. Δίνεται το διακριτού χρόνου σήμα $x_p(n) = \begin{cases} x(n) & \text{για } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{για } 5 \le n \le 9 \end{cases}$ το οποίο επαναλαμβάνεται <u>περιοδικά</u>.

Να <u>υπολογίσετε</u> και να <u>σχεδιάσετε</u> το φάσμα του.

ΛΥΣΗ α.



Παρατηρούμε ότι το σήμα $x(n)$ προκύπτει από το $x_1(n)$ με καθυστέρηση κατά 2 μονάδες χρόνου, ήτοι $x(n) = x_1(n-2)$.



Το φάσμα (DTFT) του σήματος $x_1(n)$ ισούται με

$$X_1(e^{jw}) = A \cdot \frac{\sin\left(\frac{5w}{2}\right)}{\sin\left(\frac{w}{2}\right)}$$

[Βλ. δεύτερη άσκηση των σημειώσεων Δ3, για $M=2$]

Με βάση την ιδιότητα της ολίσθησης στον χρόνο, το φάσμα του $x(n)$ ισούται με

$$X(e^{jw}) = e^{-jw2} X_1(e^{jw}) = e^{-jw2} A \frac{\sin\left(\frac{5w}{2}\right)}{\sin\left(\frac{w}{2}\right)} = \begin{cases} 5A & \text{για } w=0 \\ A e^{-jw2} \dfrac{\sin\left(\frac{5w}{2}\right)}{\sin\left(\frac{w}{2}\right)} & \text{αλλού} \end{cases}$$

Άρα το μέτρο και η φάση ισούνται αντίστοιχα

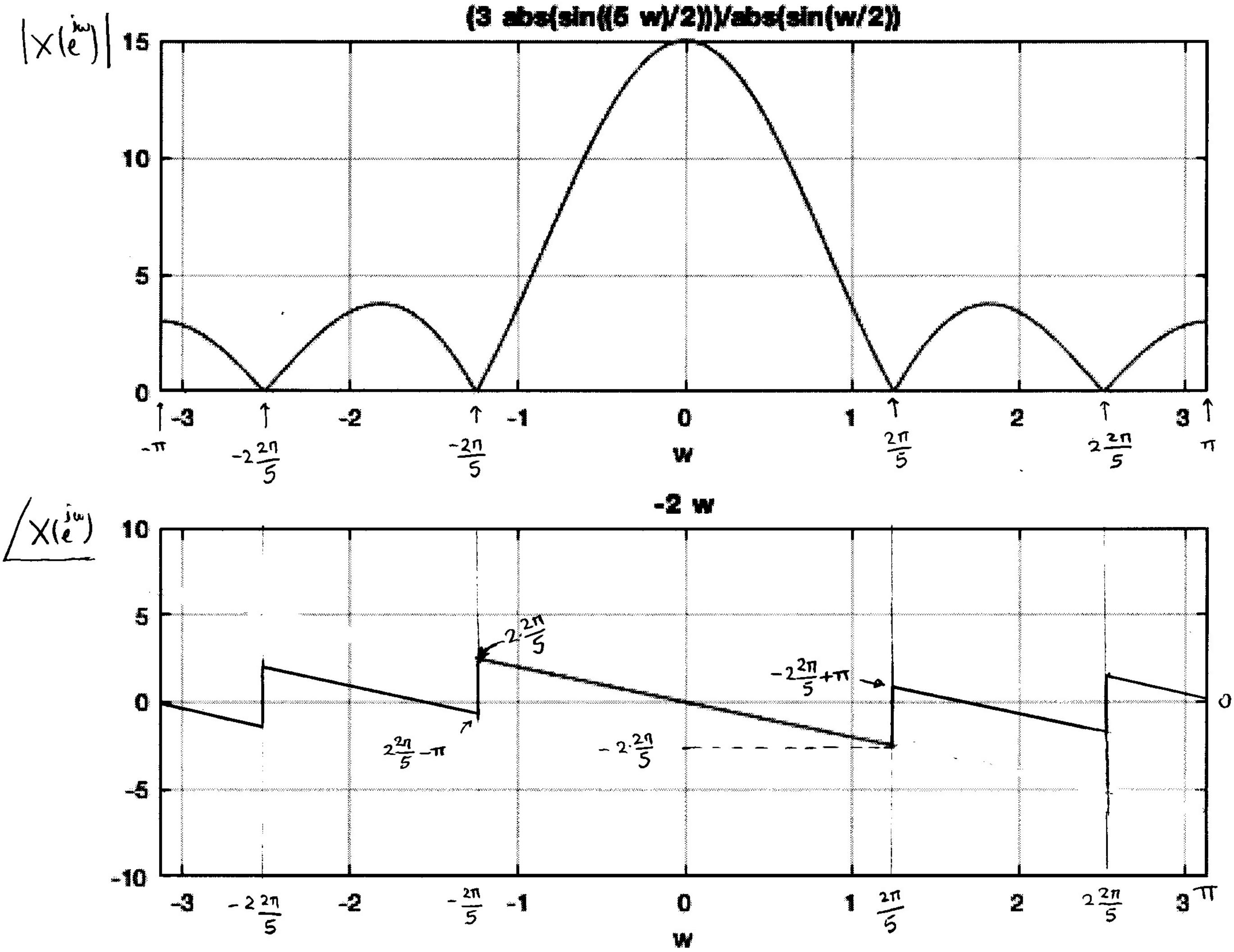
$$|X(e^{jw})| = |X_1(e^{jw})| = \left| A \frac{\sin\left(\frac{5w}{2}\right)}{\sin\left(\frac{w}{2}\right)} \right|$$

$$\angle X(e^{jw}) = -2w$$

, δηλαδή γραμμική. Προσοχή χρειάζεται στις συχνότητες $\frac{2\pi}{5} \ell$, όπου $\ell \in Z - \{0\}$, στις οποίες μηδενίζεται το μέτρο.

Σημειώνεται ότι το φάσμα είναι περιοδικό με περίοδο 2π.
Επιπλέον, το μέτρο είναι συμμετρικό και η φάση αντισυμμετρική.

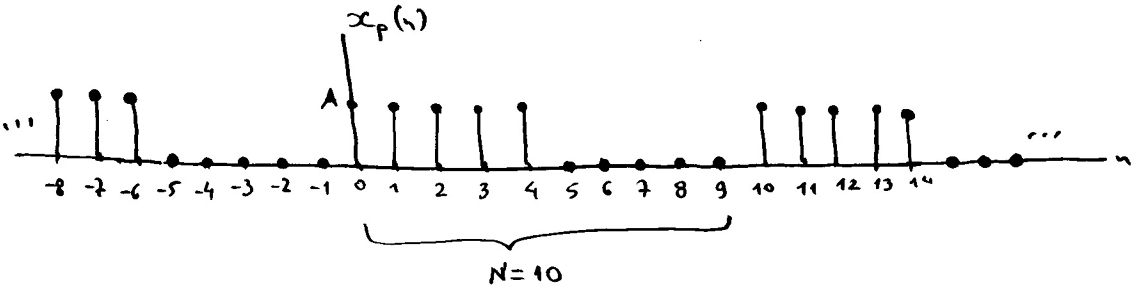
Έστω $A=3$



Παρατηρήσεις: 1. Το μέτρο μηδενίζεται κάθε φορά που ο αριθμητής $\sin\left(\frac{5\omega}{2}\right)$ γίνεται μηδέν, δηλαδή στις συχνότητες $\frac{2\pi}{5}l$, όπου $l \in Z-\{0\}$.

2. Η φάση είναι γραμμική σε σχέση με τη συχνότητα, $\angle X(e^{j\omega}) = -2\omega$. Με κάθε αλλαγή του φάσματος από θετική σε αρνητική τιμή και αντίθετα, η φάση αλλάζει κατά $\pm\pi$, ώστε τελικά αυτή να παραμένει μεταξύ $\pm\pi$ και να είναι αντισυμμετρική.

β.



Το σήμα $x_p(n)$ είναι περιοδικό με περίοδο $N=10$. Άρα το φάσμα του (DTFS) θα είναι γραμμικό και περιοδικό με περίοδο επίσης $N=10$.
Οι αρμονικές θα είναι πολλαπλάσια της $\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$ rad.

Οι συντελεστές της σειράς Fourier διακριτού χρόνου α_k υπολογίζονται εύκολα ως (Βλ. σημείωσης Δ4):

$$\alpha_k = \begin{cases} \frac{A\cdot 5}{10} = \frac{A}{2} & \text{για } k=0, \pm 10, \pm 20, \dots \\ \frac{A}{10} e^{-j2\frac{2\pi}{10}k} \frac{\sin(k\pi 5/10)}{\sin(k\pi/10)} = \frac{A}{10} e^{-jk\pi 2/5} \frac{\sin(k\pi/2)}{\sin(k\pi/10)} & \text{αλλού} \end{cases}$$

Άρα το μέτρο και η φάση των συντελεστών του φάσματος είναι:

$$|\alpha_k| = \begin{cases} \frac{A}{2} & \text{για } k=0, \pm 10, \pm 20, \dots \\ \left|\frac{A}{10} \frac{\sin(k\pi/2)}{\sin(k\pi/10)}\right| & \text{αλλού} \end{cases}$$

$$\angle \alpha_k = -\frac{2\pi}{5} k$$

Αναλυτικά, οι τιμές των συντελεστών είναι:

$k=0 \rightsquigarrow \alpha_0 = \frac{A}{2} \rightsquigarrow |\alpha_0| = \left|\frac{A}{2}\right|, \ \angle\alpha_0 = 0$

$k=1 \rightsquigarrow \alpha_1 = \frac{A}{10} e^{-j\frac{2\pi}{5}} \frac{\cancel{\sin}(\pi/2)}{\sin(\pi/10)} = \frac{A}{10} e^{-j\frac{2\pi}{5}} \frac{1}{0.31} \rightsquigarrow |\alpha_1| = \frac{A}{3.1}, \ \angle\alpha_1 = -2\pi/5$

$k=2 \rightsquigarrow \alpha_2 = \frac{A}{10} e^{-j\frac{4\pi}{5}} \frac{\cancel{\sin(2\pi/2)}}{\sin(2\pi/10)} = 0 \rightsquigarrow |\alpha_2| = 0, \ \angle\alpha_2 =$ απροσδιόριστη

$k=3 \rightsquigarrow \alpha_3 = \frac{A}{10} e^{-j\frac{6\pi}{5}} \frac{\cancel{\sin}(3\pi/2)}{\sin(3\pi/10)} = \frac{A}{10} e^{-j(\pi+\frac{\pi}{5})} \frac{-1}{0.81} = \frac{A}{8.1} e^{-j\frac{\pi}{5}} \rightsquigarrow |\alpha_3| = \frac{A}{8.1}, \ \angle\alpha_3 = -\pi/5$

$k=4 \rightsquigarrow \alpha_4 = \frac{A}{10} e^{-j\frac{8\pi}{5}} \frac{\cancel{\sin(4\pi/2)}}{\sin(4\pi/10)} = 0 \rightsquigarrow |\alpha_4| = 0, \ \angle\alpha_4 =$ απροσδιόριστη

$k=5 \rightsquigarrow \alpha_5 = \frac{A}{10} e^{-j\frac{10\pi}{5}} \frac{\sin(5\pi/2)}{\sin(5\pi/10)} = \frac{A}{10} e^{-j2\pi} \frac{1}{1} = \frac{A}{10} e^{-j0} = \frac{A}{10} \rightsquigarrow |\alpha_5| = \frac{A}{10}, \ \angle\alpha_5 = 0$

Έστω $A=3$ και $N=10$, όπου N η περίοδος