Ψηφιακός Έλεγχος

11η διάλεξη

Ασκήσεις

Ασκήσεις

Άσκηση 3

Θεωρούμε το σύστημα διακριτού χρόνου της μορφής

$$x(k+1)\ Ax(k)+Bu(k)$$
$$y(k)=Cx(k)$$

με $A \in R^{nxn}, B \in R^{nx1}, C \in R^{1xn}$

Υποθέτουμε ότι το διάνυσμα κατάστασης x(k) του συστήματος είναι ελέγξιμο. Επίσης υποθέτουμε ότι η τάξη του παρακάτω πίνακα διάστασης (n+1)x(n+1) είναι n+1.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

Να αποδειχτεί ότι για το σύστημα της μορφής $z(k+1)=\hat{A}z(k)+\hat{B}\omega(k)$

όπου $\hat{A}=\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}=\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \omega(k)=u(k)-u(\infty)$

είναι δυνατή η αυθαίρετη μετατόπιση των ιδιοτιμών του με χρήση στατικού γραμμικού νόμου ανατροφοδότησης κατάστασης.

Ασκήσεις

Αρκεί να αποδειχτεί ότι το διάνυσμα κατάστασης του καινούριου συστήματος είναι ελέγξιμο.

Ο πίνακας ελεγξιμότητας του αρχικού συστήματος είναι $S = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$

Εφόσον το αρχικό σύστημα είναι ελέγξιμο, rank(S)=n. Έτσι, η τάξη του πίνακα $\begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Θεωρούμε την εξίσωση $$\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AS & B \\ -CS & 0 \end{bmatrix}$$

Εφόσον ο πίνακας $\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ έχει τάξη n+1 , το αριστερό μέλος της εξίσωσης έχει τάξη n+1.

Έτσι, το ίδιο θα πρέπει να συμβαίνει και με το δεξί μέλος. Άρα: $rank\left(\begin{bmatrix} AS & B \\ -CS & 0 \end{bmatrix}\right) = n+1$

Ασκήσεις

Όμως

$$\begin{bmatrix} AS & B \\ -CS & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\begin{bmatrix} B & AB & \ldots & A^{n+1}B \end{bmatrix} & B \\ -C\begin{bmatrix} B & AB & \ldots & A^{n+1}B \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} AS & B \\ -CS & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AB & A^2B & \ldots & A^nB & B \\ -CB & -CAB & \ldots & -CA^{n-1}B & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}\hat{B} & \hat{A}^2\hat{B} & \ldots & \hat{A}^n\hat{B} & \hat{B} \end{bmatrix} = \hat{S}$$

Έτσι, ο πίνακας ελεγξιμότητας του νέου συστήματος είναι n+1 οπότε είναι δυνατό να γίνει αυθαίρετη μετατόπιση των ιδιοτιμών του πίνακα $\hat{A}$ με χρήση του στατικού νόμου ανατροφοδότησης κατάστασης

Ασκήσεις

Άσκηση 4

Το σύστημα ενός κινητήρα συνεχούς ρεύματος, ο οποίος οδηγεί αδρανειακό φορτίο με σκοπό να το διατηρήσει σε συγκεκριμένη θέση , περιγράφεται απο τις διαφορικές εξισώσεις:

$$\dot{\theta}(t) = \omega(t)$$

$$\dot{\omega}(t) = -a\omega(t) + bu(t)$$

θ(t) είναι η γωνιακή θέση του φορτίου

ω(t) είναι η γωνιακή ταχύτητα του φορτίου

α, b σταθερές που εξαρτώνται απο φυσικές παραμέτρους του κινητήρα και του φορτίου:

$$a = -\frac{K^2}{JR}, \qquad b = \frac{K}{JR}$$

R είναι η αντίσταση του τυλίγματος του κινητήρα

K είναι σταθερά αναλογίας ανάμεσα στη ροπή και το ρεύμα εισόδου

J είναι η ροπή αδρανείας του φορτίου.

Ασκήσεις

Αν θr είναι η επιθυμητή θέση, την οποία θεωρούμε σταθερή, θέτοντας $e(t) = \theta(t) - \theta_r$

Λαμβάνουμε το εξής πρότυπο χώρου κατάστασης συνεχούς χρόνου για τον κινητήρα:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) = \hat{F}x(t) + \hat{g}u(t)$$

(η θέση του φορτίου μετριέται με ποτενσιόμετρο, ενώ η γωνιακή ταχύτητα με ταχογεννήτρια)

Να προσδιοριστεί μια περιγραφή του συστήματος στο διακριτό χρόνο και , εφόσον υπάρχει, ένας στατικός νόμος ανατροφοδότησης ώστε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του κλειστού συστήματος διακριτού χρόνου να έχει τη μορφή

$$\hat{p}(z) = z^2 + a_1 z + a_0$$

Ασκήσεις

Μια διακριτή περιγραφή του συστήματος στο χώρο κατάστασης με περίοδο διεγματοληψίας T είναι:

$$x\left(\left(k+1\right)T\right) = Ax\left(kT\right) + \beta u\left(kT\right)$$

όπου

$$A = e^{\hat{F}T} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{a}\left(1-e^{-aT}\right) \\ 0 & e^{-aT} \end{bmatrix} \qquad \beta = \int_0^T e^{\hat{F}(T-\lambda)}\hat{g}\,d\lambda = \begin{bmatrix} \frac{b}{a^2}\left(\alpha\mathrm{T}-1+e^{-aT}\right) \\ \frac{b}{a}\left(1-e^{-aT}\right) \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας ελεγξιμότητας του παραπάνω συστήματος διακριτού χρόνου είναι

$$S = \left[\beta \quad A\beta\right]$$

Ασκήσεις

Έτσι
$$S=\begin{bmatrix}\beta & A\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{b}{a^2}\left(\alpha\mathrm{T}-1+e^{-aT}\right) & \frac{b}{a^2}\left(\alpha\mathrm{T}-e^{-aT}+e^{-2aT}\right)\\ \frac{b}{a}\left(1-e^{-aT}\right) & \frac{b}{a}\left(e^{-aT}-e^{-2aT}\right)\end{bmatrix}$$

Η ορίζουσα του πίνακα ελεγξιμότητας είναι

$$\det\left(S\right)=\frac{-\beta^2 T}{a^2}\left(e^{-aT}-1\right)^2\neq 0$$ για T>0 (που ικανοποιείται πάντα)

Έτσι, το σύστημα είναι ελέγξιμο και είναι δυνατή η αυθαίρετη τοποθέτησης των πόλων του.

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος είναι

$$p\left(z\right)=\left(z-1\right)\left(z-e^{-aT}\right)=z^2-\left(1+e^{-aT}\right)z+e^{-aT}$$

Ασκήσεις

Έτσι $\quad \overline{a} = \begin{bmatrix} -\left(1+e^{-aT}\right) \\ e^{-aT} \end{bmatrix} \qquad W = \begin{bmatrix} 1 & -\left(1+e^{-aT}\right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Το επιθυμητό πολυώνυμο είναι $\quad \hat{p}(z) = z^2 + a_1 z + a_0 \qquad$ Έτσι $\quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}$

Τελικά

$$f = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{-\dfrac{b^2 T}{a^2}\left(e^{-aT}-1\right)^2} \end{bmatrix} \breve{T}\breve{\lambda}$$

όπου

$$\breve{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{b}{a}\left(1-e^{-aT}\right) & -\dfrac{b}{a}\left(1-e^{-aT}\right) \\ -\dfrac{b}{a^2}\left(1-e^{-aT}-\alpha-e^{-aT}\right) & \dfrac{b}{a^2}\left(aT-1+e^{-aT}\right) \end{bmatrix}$$

$$\breve{\lambda} = \begin{bmatrix} -\left(1+e^{-aT}\right)-a_1 \\ e^{-aT}-a_0 \end{bmatrix}$$

Ασκήσεις

Ισοδύναμα,
$$f = \left[\frac{1}{-\frac{b^2 T}{a^2}\left(e^{-aT} - 1\right)^2} \right] q$$

όπου
$$q = \begin{bmatrix} \frac{b}{a}\left(1 - e^{-aT}\right)\left(1 - a_1 - a_0\right) \\ \frac{b}{a^2}\left(1 - e^{-aT} - aTe^{-2aT}\right) + a_0\left(1 - aT - e^{-aT}\right) - a_1\left(1 - aT - aTe^{-aT}\right) \end{bmatrix}$$

Ο ζητούμενος νόμος ελέγχου είναι
$$u\left(kT\right) = -f^T x\left(k\right)$$

Ασκήσεις

Άσκηση 5

Θεωρούμε το γραμμικό σύστημα συνεχούς χρόνου $\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c u(t)$

με $A_c = \begin{bmatrix} -0.4 & 0 & -0.01 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1.4 & 9.8 & -0.02 \end{bmatrix}$ $b_c = \begin{bmatrix} 6.3 \\ 0 \\ 9.8 \end{bmatrix}$

1. Να γίνει διακριτοποίηση του συστήματος με περίοδο δειγματοληψίας 0.3 sec
2. Να προσδιοριστεί νόμος ελέγχου για το σύστημα διακριτού χρόνου ώστε οι ιδιοτιμές του κλειστού συστήματος να είναι 0.5, -0.4 και 0.3
3. Να προσδιοριστεί διακριτός νόμος ελέγχου ανατροφοδότησης κατάστασης για την επίτευξη μηδενορυθμικού ελέγχου (deadbeat control).

Ασκήσεις

Οι πίνακες του συστήματος διακριτού χρόνου είναι υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$A_d = e^{A_c T} = L^{-1}\left\{\left(sI - A_c\right)^{-1}\right\}_{t=T=0.3} = \begin{bmatrix} 0.887 & -0.004 & -0.003 \\ 0.283 & 0.999 & -0.0004 \\ 0.028 & 2.931 & 0.994 \end{bmatrix}$$

$$b_d = \int_0^{0.3} L^{-1}\left\{\left(sI - A_c\right)^{-1}\right\}_{t=\lambda} b_c \, d\lambda = \begin{bmatrix} 1.777 \\ 0.272 \\ 2.820 \end{bmatrix}$$

Έτσι, το σύστημα διακριτού χρόνου είναι

$$x\Big(\big(k+1\big)T\Big) = A_d x\big(kT\big) + b_d u\big(kT\big)$$

Ασκήσεις

Για να κάνουμε τοποθέτηση ιδιοτιμών, θα εξετάσουμε πρώτα αν το σύστημα διακριτού χρόνου είναι ελέγξιμο:

$$S=\begin{bmatrix} b_d & A_d b & A_d{}^2 b_d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1.777 & 1.567 & 1.377 \\ 0.272 & 0.773 & 1.214 \\ 2.82 & 3.652 & 5.942 \end{bmatrix}$$ Προκύπτει $rankS=3$

Το σύστημα είναι ελέγξιμο

Οι ιδιοτιμές του πίνακα A_d είναι $\lambda_1=0.821$ $\lambda_{2,3}=1.03\pm j0.114$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος είναι

$$p(z)=|zI-A|=z^3-2.881z^2+2.765z-0.882$$

Το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι

$$\overline{p}(z)=(z-0.5)(z+0.4)(z-0.3)=z^3-0.4z^2-0.17z+0.06$$

Ασκήσεις

Έτσι, $a = \begin{bmatrix} -2.881 \\ 2.765 \\ -0.882 \end{bmatrix}$ $\quad \overline{a} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.17 \\ 0.006 \end{bmatrix}$ $\quad W = \begin{bmatrix} 1 & -2.881 & 2.765 \\ 0 & 1 & -2.881 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

άρα $f = \left[W^T S^T \right]^{-1} \left(\overline{a} - a \right)$ ή $f = \begin{bmatrix} 0.429 \\ 3.121 \\ 0.309 \end{bmatrix}$

Έτσι, ο νόμος ανατροφοδότησης κατάστασης για το σύστημα κλειστού βρόχου είναι

$$u(k) = -f^T x(k) = -0.429 x_1(k) - 3.121 x_2(k) - 0.309 x_3(k)$$

Ασκήσεις

Για μηδενορυθμικό έλεγχο, το χαρακτηριστικό πολυώνυμο θα έχει τη μορφή $\bar{p}(z) = z^3$

Έτσι, $a = \begin{bmatrix} -2.881 \\ 2.765 \\ -0.882 \end{bmatrix}$ $\quad \bar{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\quad W = \begin{bmatrix} 1 & -2.881 & 2.765 \\ 0 & 1 & -2.881 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Αφού το σύστημα είναι ελέγξιμο, τότε

$$f = \left[W^T S^T\right]^{-1}(-a) = \begin{bmatrix} -0.032 \\ 4.23 \\ 0.6304 \end{bmatrix}$$

Έτσι, ο νόμος ανατροφοδότησης κατάστασης για το σύστημα κλειστού βρόχου είναι

$$u(k) = -f^T x(k) = 4991.44x_1(k) - 650.82x_2(k) - 2024.31x_3(k)$$

Ασκήσεις

Άσκηση 6

Να υλοποιηθεί η συνάρτηση μεταφοράς $\dfrac{u(z)}{e(z)} = D(z) = \dfrac{3+3.6z^{-1}+0.6z^{-2}}{1+0.1z^{-1}-0.2z^{-2}}$

σε απευθείας μορφη (εν σειρά και κανονική), σε σειρά και παράλληλα.

1. απευθείας μορφή σε σειρά

$$u(k) = 3e(k) + 3.6e(k-1) + 0.6e(k-2) - 0.1u(k-1) + 0.2u(k-2)$$

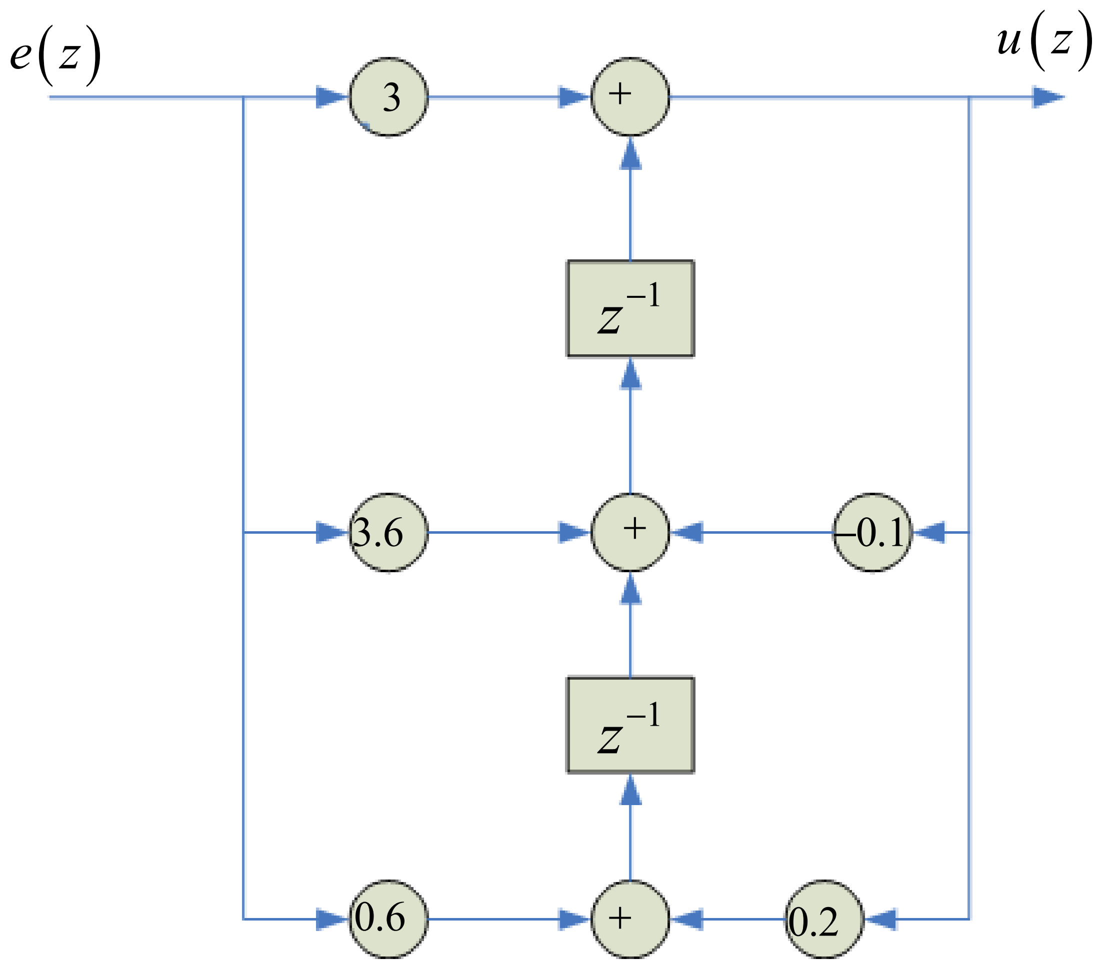
Σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 1 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.6-0.3 \\ 0.6+0.6 \end{bmatrix} e(k)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + 3e(k)$$

Ασκήσεις

Η υλοποίηση είναι



Ασκήσεις

2. απευθείας κανονική μορφή

$$w(k) = e(k) - 0.1w(k-1) + 0.2w(k-2)$$

$$u(k) = 3w(k) + 3.6w(k-1) + 0.6w(k-2)$$

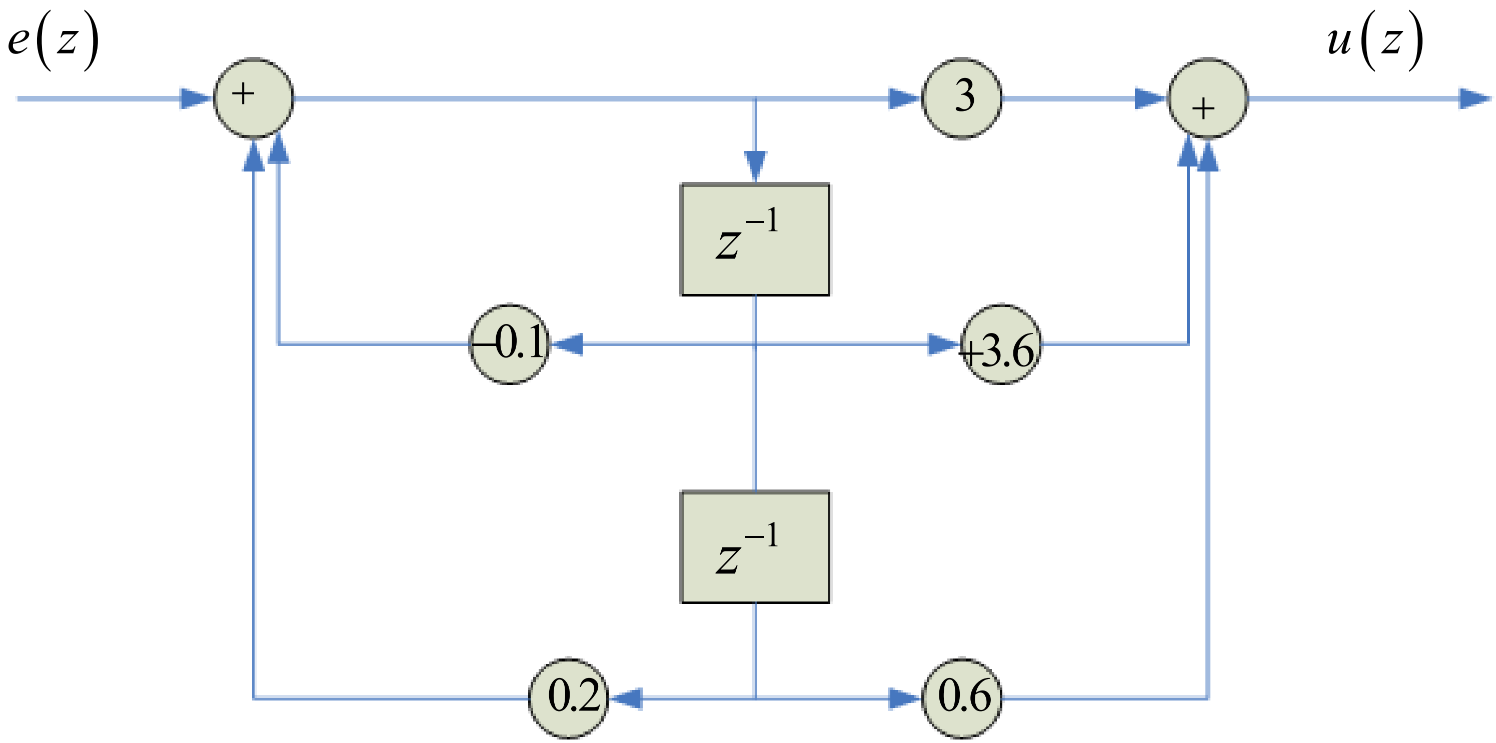
Σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e(k)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} 0.6+1.8 & 3.6-0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + 3e(k)$$

Ασκήσεις

Η υλοποίηση είναι



Ασκήσεις

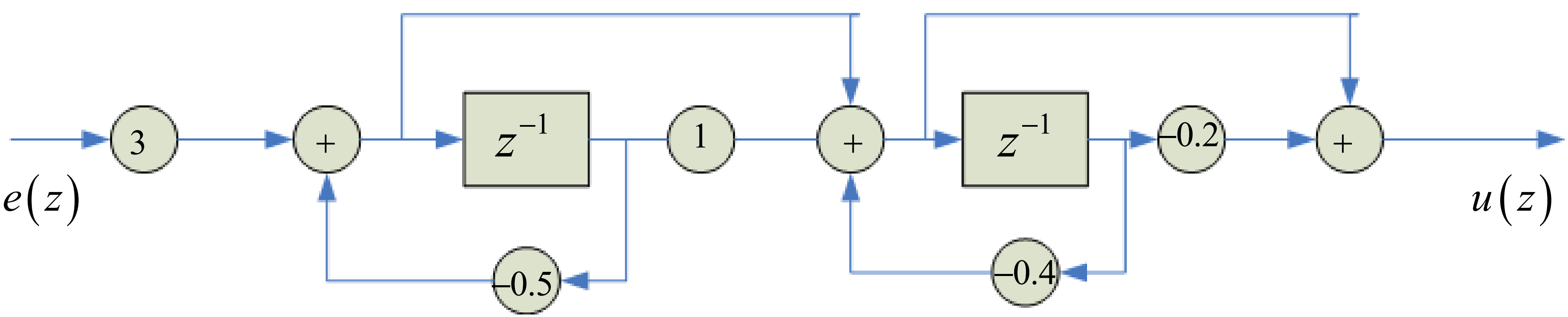
3. σε σειρά

$$D(z)=\frac{3(z+1)(z+0.2)}{(z+0.5)(z-0.4)}=\frac{3\left(1+z^{-1}\right)\left(1-0.2z^{-1}\right)}{\left(1+0.5z^{-1}\right)\left(1-0.4z^{-1}\right)}$$

άρα

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 1-0.5 & 0.4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}e(k)$$

$$u(k)=\begin{bmatrix} 1-0.5 & 0.2+0.4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}+3e(k)$$



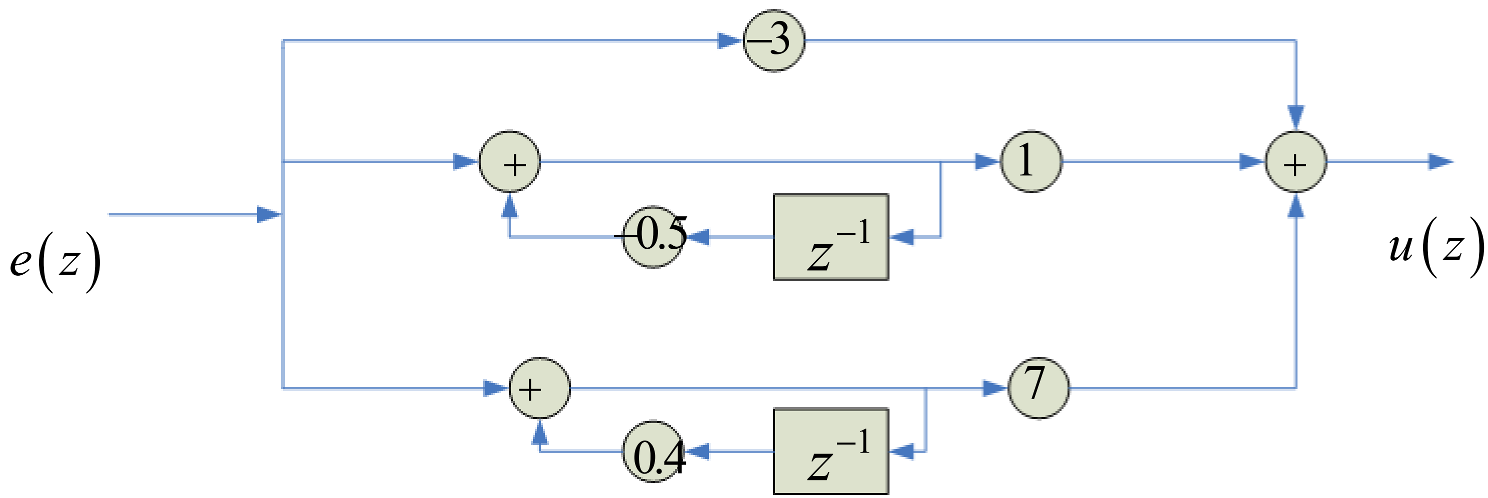
Ασκήσεις

4. παράλληλα

$$D(z) = -3 - \frac{1}{1+0.5z^{-1}} + \frac{7}{1-0.4z^{-1}}$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e(k)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} 0.5 & 7 \bullet 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + (-3-1+7)e(k)$$



Ασκήσεις

Άσκηση 7

Να βρεθεί η διασπορά με συνάρτηση μεταφοράς $H(z)=\dfrac{a}{1+dz^{-1}}$, *0<d<1*

για μετατροπέα (αναπαράσταση μεγέθους προσήμου)10-bit με κέρδος 10 και ζώνη +5V.

Έχουμε $h(k)=\begin{cases} ad^k u(k-1) & k>0 \\ 0 & k\le 0 \end{cases}$

Επίσης $C+1=10 \rightarrow C=9$ και $q=2^{-C}=2^{-9}$

$$\sigma_y^{\ 2}=\frac{2^{-18}10^2}{12}\sum_{k=0}^{\infty}\left(ad^k\right)^2=\frac{2^{-18}10^2}{12}\sum_{k=0}^{\infty}\left(ad^k\right)^2=\frac{2^{-18}10^2}{12}a^2\sum_{k=0}^{\infty}d^{2k}$$

Έτσι $\sigma_y^{\ 2}=\dfrac{2^{-18}a^2}{12}\dfrac{10^2}{1-d^2}$

Ασκήσεις

Αν *α=1, d=0.5*

τότε $$\sigma_y{}^2 = \frac{2^{-18}10^2}{12\bullet 0.75}$$

<u>Παρατήρηση</u>

Η ολική συμπεριφορά του σφάλματος είναι καλή θεωρώντας ότι η διασπορά είναι μικρή και ο μέσος όρος είναι μηδέν.

<u>Άσκηση4</u>

Να βρεθεί η μέση τιμή της εξόδου με μετατροπέα "αποκοπής"

$$q = 2^{-9}$$

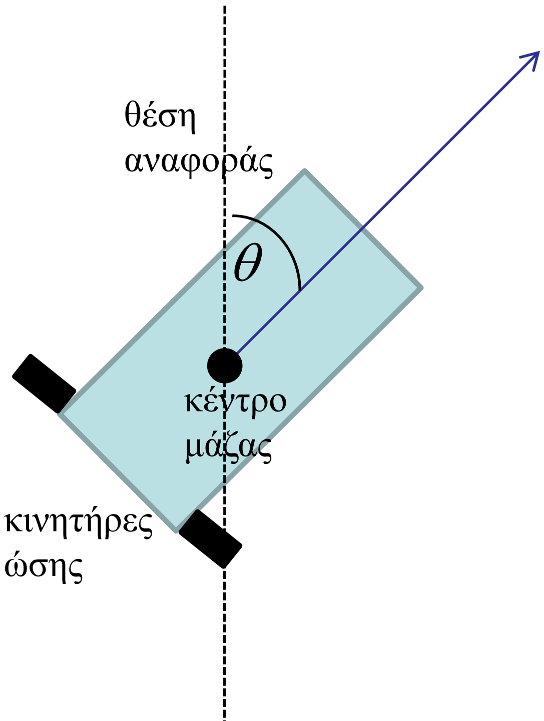
$$m_y = m_e H\left(e^{j0}\right) = m_e H\left(z\right)|_{z=1}$$

$$m_y = \frac{-10}{2^{10}}\frac{q}{1-b} = -0.0195V$$

Ασκήσεις

Άσκηση 8

Στο σχήμα απεικονίζεται ένας δορυφόρος. Η κίνηση είναι επιτρεπτή μόνο κατα τον άξονα κάθετο στο επίπεδο της διαφάνειας. Οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος είναι



$$J\ddot{\theta}(t) = T_C + T_D$$

J η ροπή αδράνειας του δορυφόρου περί το κέντρο μάζας

T_C η ροπή ελέγχου η οποία εφαρμόζεται στους κινητήρες ώσης

T_D οι εξωτερικές ροπές διαταραχής

$\theta(t)$ η γωνία κλίσης του διαμήκους άξονα του δορυφόρου σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Ασκήσεις

Κανονικοποιώντας έχουμε $u = {T_C}/{J}$, $w_D = {T_D}/{J}$

έτσι $\ddot{\theta}(t) = u(t) + w_D(t)$

Μετασχηματίζοντας (Laplace) έχουμε: $\Theta(s) = \dfrac{U(s) + W_D(s)}{s^2}$

Αν θεωρήσουμε τις ροπές διαταραχής αμελητέες έχουμε

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = G_1(s) = \frac{1}{s^2}$$

Στην διακριτή περίπτωση, με την είσοδο u(t) να εφαρμόζεται μέσω ενός δικτύου συγκράτησης μηδενικής τάξης, λαμβάνουμε τη διακριτή συνάρτηση μεταφοράς

$$G_1(z) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \left({T^2}/{2}\right)\frac{z+1}{(z-1)^2}$$

Ασκήσεις

(α) Για περίοδο δειγματοληψίας T=0.05sec να προσδιοριστεί διακριτός στατικός νόμος ελέγχου ανατροφοδότησης κατάστασης ώστε οι ιδιοτιμές του κλειστού συστήματος να λαμβάνουν τιμές -0.4 και 0.5 :

Μια υλοποίηση στο χώρο κατάστασης της διακριτής συνάρτησης μεταφοράς είναι

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k) \qquad x_1(k) = \theta(k)$$

$$y(k) = c^T x(k) \qquad x_2(k) = \omega(k)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.05 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0.00215 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας ελεγξιμότητας S είναι $S = \begin{bmatrix} b & Ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00125 & 0.00375 \\ 0.05 & 0.05 \end{bmatrix}$

rank(S)=2, έτσι είναι δυνατή η αυθαίρετη μετατόπιση των ιδιοτιμών του A σε νέες επιθυμητές θέσεις

Ασκήσεις

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα Α είναι $p(z) = (z-1)^2 = z^2 - 2z + 1$

Το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα Α είναι

$$\hat{p}(z) = (z+0.4)(z-0.5) = z^2 - 0.1z - 0.2$$

Έτσι $$W = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

άρα $$f = \left[W^T S^T\right]^{-1}(\hat{a} - a) = \begin{bmatrix} 280 \\ 31 \end{bmatrix}$$

και ο ζητούμενος νόμος ελέγχου είναι $u(k) = -f^T x(k)$

Ασκήσεις

(β) να προσδιοριστεί μηδενορυθμικός (deadbeat) ελεγκτής.

Στην περίπτωση μηδενορυθμικού παρατηρητή το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι $\hat{p}(z) = z^2$

Έτσι, $\hat{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ οπότε $f = \left[W^T S^T \right]^{-1} - a = \begin{bmatrix} 400 \\ 30 \end{bmatrix}$

(γ) να προσδιοριστεί παρατηρητής κατάστασης πλήρους τάξης.

Πρέπει πρώτα να εξετάσουμε την παρατηρησιμότητα του συστήματος. Ο πίνακας παρατηρησιμότητας είναι

$$R^T = \left[c \quad A^T c \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.05 \end{bmatrix} \qquad rank(S)=2$$

άρα , η σχεδίαση παρατηρητή πλήρους τάξης είναι δυνατή.

Ασκήσεις

Εκλέγοντας το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του παρατηρητή ως $p_{c,0}(z) = z^2 - 0.1z - 0.2$

$$k = \left[W^T R\right]^{-1} (\hat{a} - a) \qquad \text{με} \qquad \hat{a} = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

έτσι

$$k = \begin{bmatrix} 1.9 \\ 14 \end{bmatrix}$$

(δ) να προσδιοριστεί μηδενορυθμικός παρατηρητής.

Στην περίπτωση αυτή το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι $p_{c,0}(z) = z^2$

τελικά

$$k = \left[W^T R\right]^{-1} (-a) = \begin{bmatrix} 2 \\ 20 \end{bmatrix}$$