



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Ρομποτικά Συστήματα

Ενότητα 15: Coverage by Heterogeneous Networks

Αντώνιος Τζές – Ευάγγελος Δερματάς

Σχολή Πολυτεχνική

Τμήμα ΗΜ&ΤΥ

# Σκοποί ενότητας

- Σκοπός της ενότητας είναι η παρουσίαση και εξοικείωση με τα ακόλουθα στοιχεία ρομποτικών συστημάτων:
- Coverage by Heterogeneous Networks



# Περιεχόμενα ενότητας

- Coverage by Heterogeneous Networks



# Heterogeneous Networks

- i.e. Suppose node's radii is not the same across the network  $\hookrightarrow$  Heterogeneous
- i.e. Suppose node has not omnidirectional antenna  $\hookrightarrow$  Heterogeneous

- New radii definition:

$$C_i = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x - x_i\| \leq r_i\}, \quad i \in I_n$$

- But first, a review of Voronoi diagram properties for homogenous networks  $\hookrightarrow$



# Heterogeneous Networks

- Alternative Voronoi diagram  $V_i$  definition:

$$V_i = \Omega \cap \bigcap_{j \in I_n} H_{ij}, \quad i \in I_n$$

where  $H_{ij}$  halfplanes in the  $\mathbb{R}^2$  defined as:

$$H_{ij} = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\|\}, \quad i, j \in I_n$$

- Theorem 1: When all nodes in a network are identical and space-partitioning is performed by

$$V_i = \{x \in \Omega : \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\|, \quad \forall j \in I_n\}, \quad i \in I_n$$

if a point in the region under surveillance  $W$  lays in the unexploited region of a node, then it lays in the sensing region of another node:

$$\exists i \in I_n : x \in U_i \Rightarrow \exists j \in I_n, j \neq i : x \in C_j, \quad x \in \Omega$$



# Heterogeneous Networks

- Theorem 2: When space-partitioning is performed, the total region surveyed by a network whose nodes are all identical can be written as:

$$\mathcal{C} = \Omega \cap \bigcup_{i \in I_n} C_i = \bigcup_{i \in I_n} V_i^r$$

And its area is given by:

$$\mathcal{A}(\mathcal{C}) = \sum_{i \in I_n} \mathcal{A}(V_i^r)$$

- To assess performance we define the Area Coverage Percentage:

$$\text{ACP} = \frac{\mathcal{A}(\Omega \cap \bigcup_{i \in I_n} C_i)}{\mathcal{A}(\Omega)}$$

- Similarly for evaluation of independent  $r$ -limited Voronoi cells we define the  $V^r$ -limited Voronoi cells as:

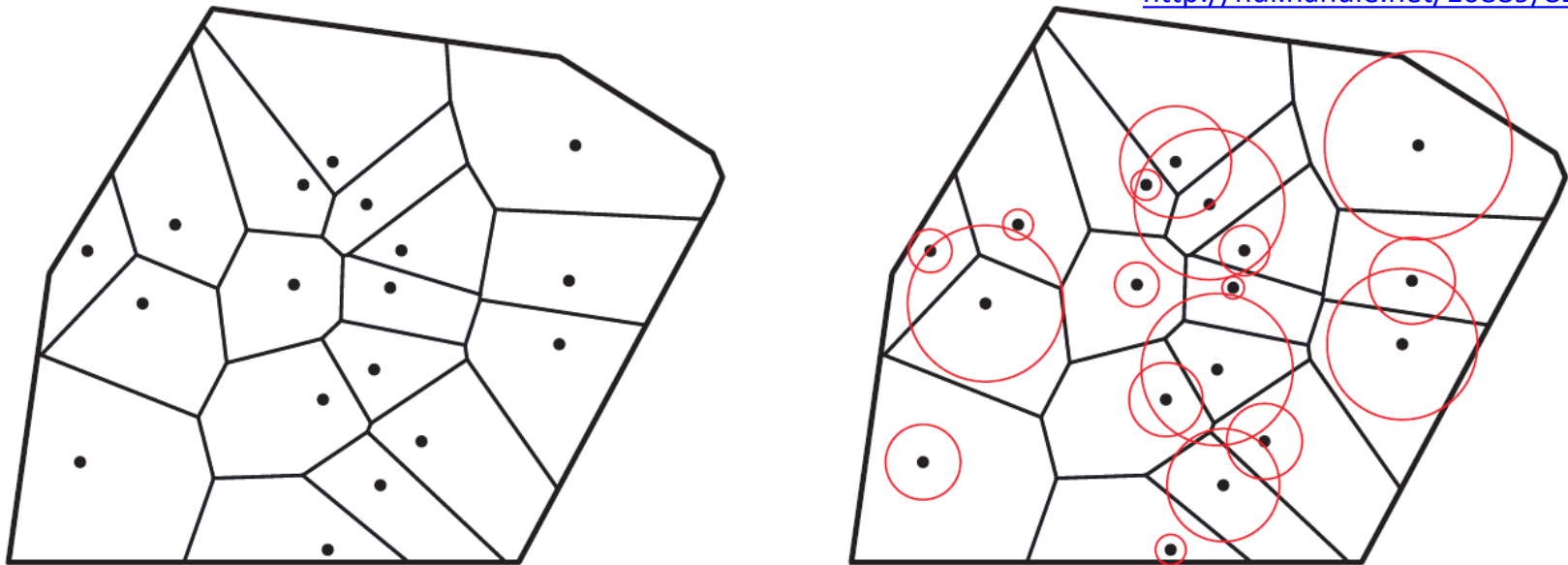
$$\hat{\text{ACP}}(V^r) = \frac{\mathcal{A}(\bigcup_{i \in I_n} V_i^r)}{\mathcal{A}(\Omega)} = \frac{\sum_{i \in I_n} \mathcal{A}(V_i^r)}{\mathcal{A}(\Omega)} = \text{ACP-if homogenous network}$$



# Heterogeneous Networks

- Example of homogenous properties inefficiency in heterogeneous networks:

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 1: Inappropriateness of standard Voronoi tessellation when dealing with heterogeneous networks

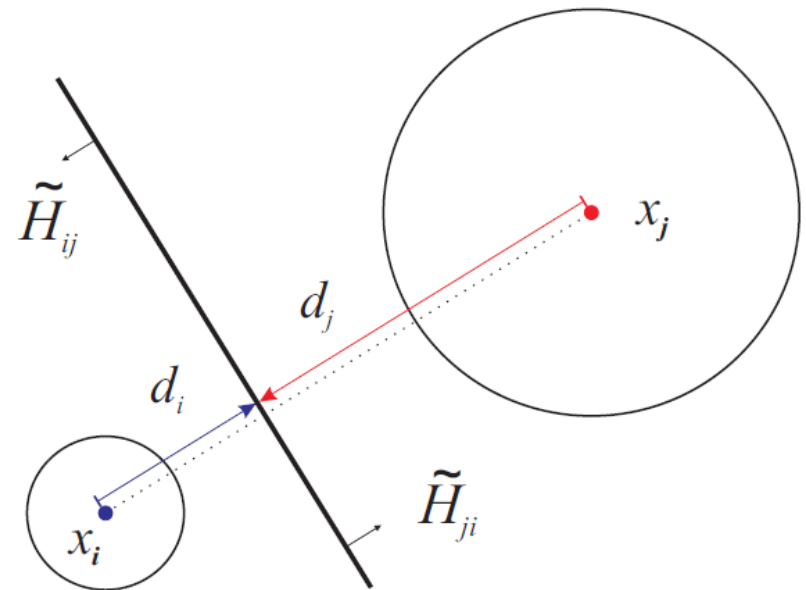
- Need for better partitioning and improved control scheme



# Heterogeneous Networks

- Reviewing the halfplanes  $\tilde{H}_{ij}$ , defined by the alternative Voronoi definition:

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 2: Notations for definition of  $\tilde{H}_{ij}$  halfplanes

- Then:

$$\tilde{H}_{ij} = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\| + w(2d_i - w)\}, \quad i, j \in I_n$$





# Heterogeneous Networks

- Then, for a fixed node  $i$  and a non-fixed node  $j$ , we call the region of responsibility of  $i$  the hatched area  $\tilde{H}_{ij}$  and of  $j$  the non-hatched  $\tilde{H}_{ji}$
- If  $d_i, d_j$  the distances separating each node from the halfplane respectively 4 different space partitions are possible:

- The nodes' sensing regions do not overlap

$$d_i = \frac{r_i}{r_i + r_j} w, \quad d_j = \frac{r_j}{r_i + r_j} w. \quad ( r_i + r_j \leq w )$$

- The boundaries of the nodes' sensing regions intersect

$$d_i = \frac{r_i^2 - r_j^2 + w^2}{2w}, \quad d_j = \frac{r_j^2 - r_i^2 + w^2}{2w}, \quad ( |r_i - r_j| \leq w \leq r_i + r_j )$$

- A node's sensing region is subset of the other's pattern

$$d_i = \frac{r_i^2 - r_j^2 + w^2}{2w}, \quad d_j = \frac{r_j^2 - r_i^2 + w^2}{2w}, \quad ( |r_i - r_j| \leq w \leq r_i + r_j )$$

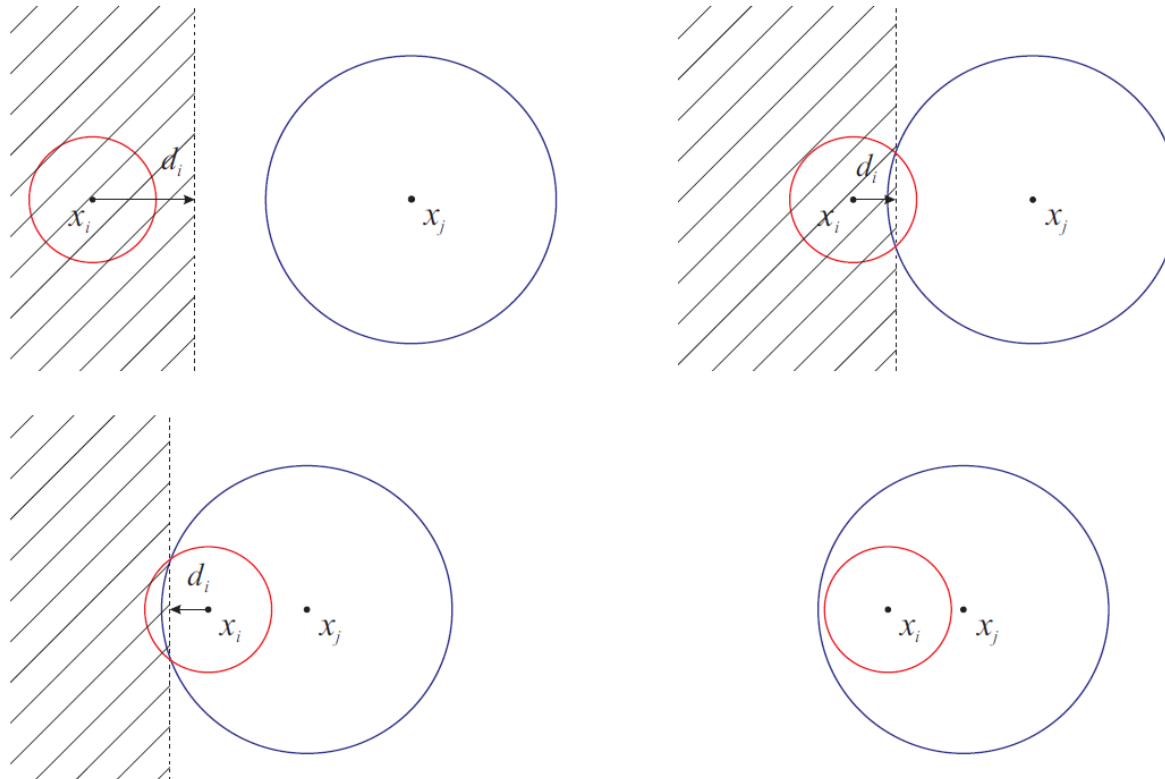
- Node  $i$  is fully overlapped

$d_i$  neglected



# Heterogeneous Networks

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 3: Space-partitioning based on the radii and relative positioning of a pair of nodes



# Heterogeneous Networks

Let's examine the properties of this proposed partitioning:

- Theorem 3: In a heterogeneous network, where the space-partitioning has been performed, if a point in the region under surveillance  $W$  lays in the unexploited region of a node, then it lays in the sensing region of another node, i.e.

$$\exists i \in I_n : x \in \tilde{U}_i \Rightarrow \exists j \in I_n, : x \in C_j, x \in \Omega$$

- Theorem 4: When space-partitioning has been performed, the total region surveyed by a heterogeneous network can be written as

$$\mathcal{C} = \Omega \cap \bigcup_{i \in I_n} C_i = \bigcup_{i \in I_n} \tilde{V}_i^r$$

where  $\tilde{V}_i^r$  is defined as:  $\tilde{V}_i^r = \tilde{V}_i \cap C_i, i \in I_n$

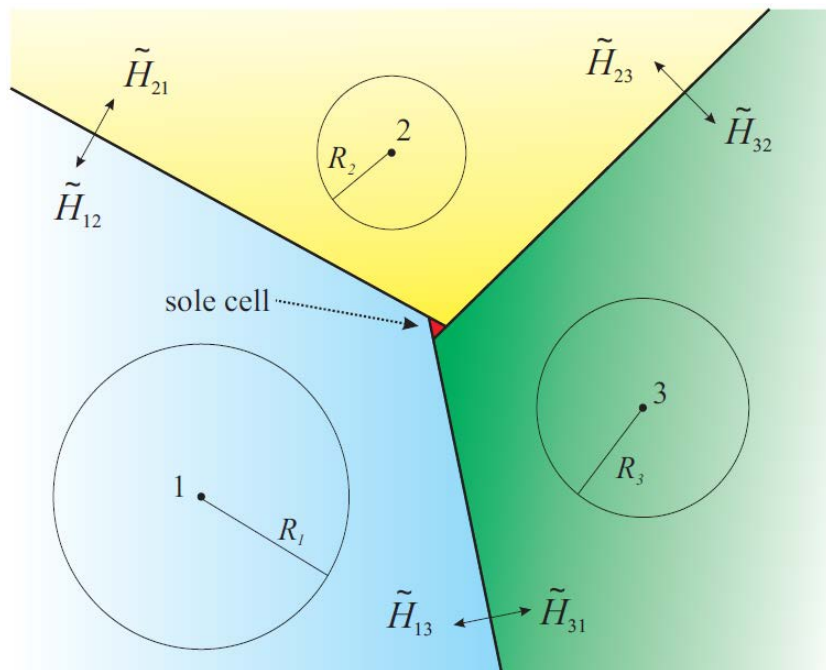
Then the area is given by:  $\mathcal{A}(\mathcal{C}) = \sum_{i \in I_n} \mathcal{A}(\tilde{V}_i^r)$



# Heterogeneous Networks

Issue arising from the proposed partitioning: Sole cells ( $\mathcal{O}$ )

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 4: Space-partitioning via the proposed algorithm for a network consisting of three nodes in order to show the existence of sole cells



# Heterogeneous Networks

- Theorem 5: When dealing with a heterogeneous network, no point in any sole cell belongs to the sensing pattern of any node, i.e.

$$x \in \mathcal{O} \Rightarrow \nexists j: x \in C_j, \quad x \in \Omega$$

↔ The set  $\mathcal{O} \cup \bigcup_{i \in I_n} \tilde{V}_i$  consists a complete tessellation of  $\Omega$

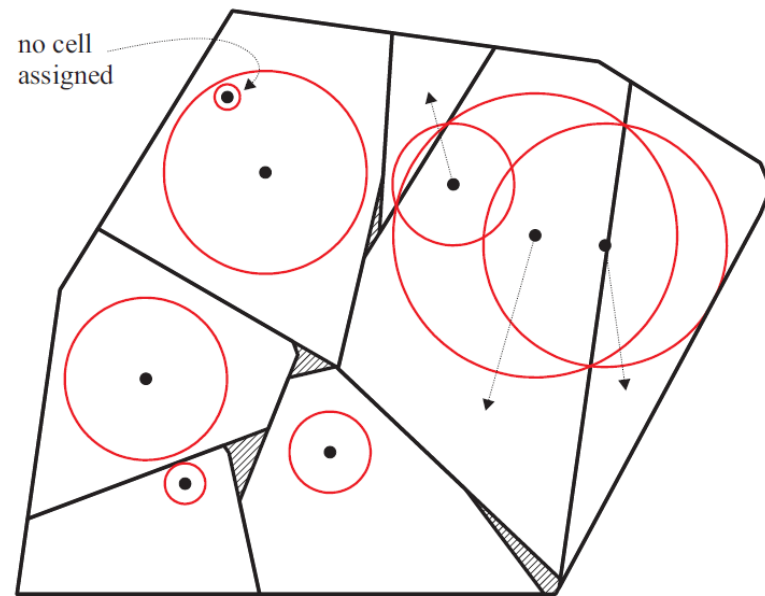
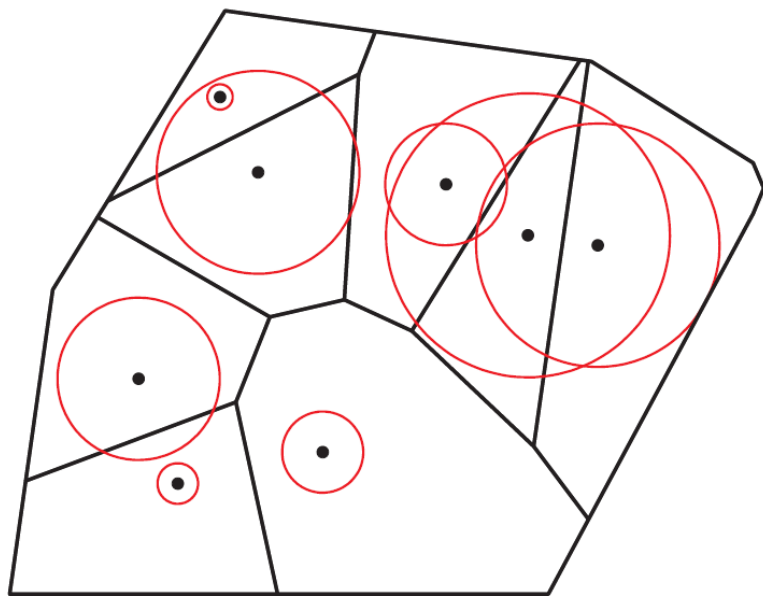
↔ The nodes'  $r$ -limited modified Voronoi cells are smooth (rectifiable) sets



# Heterogeneous Networks

- Voronoi partitioning with sole cells in multiple Nodes:

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



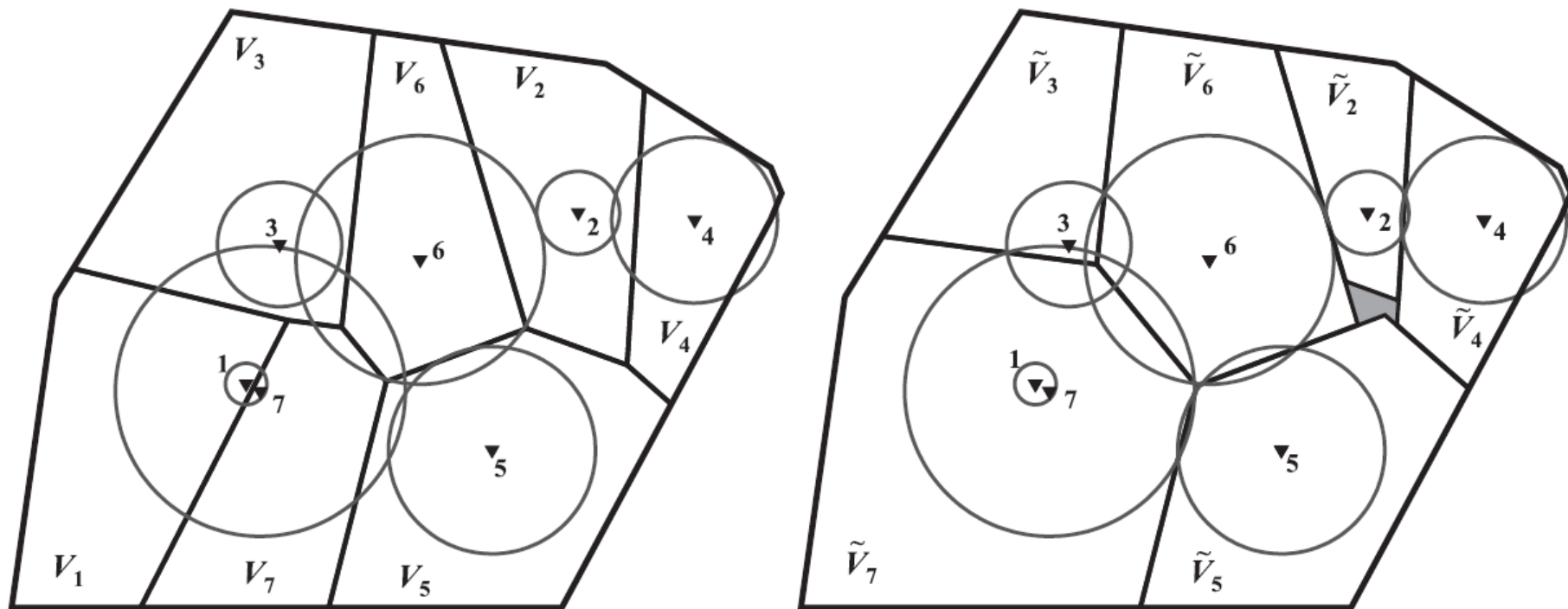
Εικόνα 5: Voronoi partitioning via the standard [left] and modified [right] technique for a heterogeneous network to emphasize in the degenerate cases arisen



# Heterogeneous Networks

- More results:

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



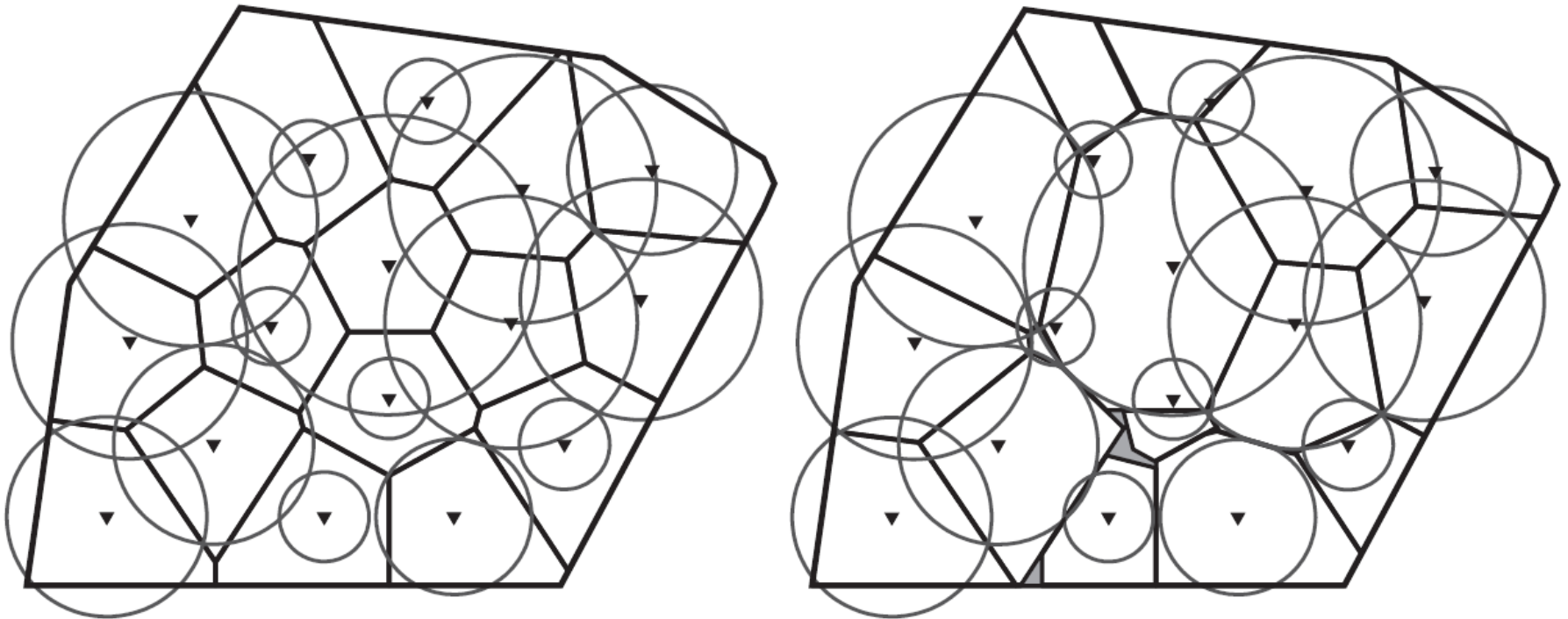
Εικόνα 6: Voronoi partitioning via the standard [left] and proposed [right] technique for a heterogeneous network consisted of  $n = 7$  nodes (ACP=50,01%)



# Heterogeneous Networks

- More results:

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 7: Voronoi partitioning via the standard [left] and proposed [right] technique for a heterogeneous network consisted of  $n = 16$  nodes (ACP=84,66%)





# Heterogeneous Networks-Proposed Algorithm

- Each node is assumed to move via control inputs  $u_i \in \mathbb{R}^2$ , with kinodynamics (same as in homogenous networks):

$$\dot{x}_i = u_i, \quad u_i \in \mathbb{R}^2, \quad x_i \in \Omega, \quad i \in I_n$$

- The aggregate objective function  $\mathcal{H}$  must again be locally maximized:

$$\mathcal{H} = \int_{\Omega} \max_{i \in I_n} f_i(x) \phi(x) dx, \text{ where } \Omega \cap \bigcup_{i \in I_n} C_i.$$

- But the ( $\emptyset$  –weighted) minimization area surveyed by the network ( $\mathcal{H}$ ) is decomposed as the summation of the areas surveyed by each node in the interior of their Voronoi cells ( $\mathcal{H}_i$ )  $\leftrightarrow$

$$\mathcal{H} = \sum_{i \in I_n} \int_{V_i} f_i(x) \phi(x) dx = \sum_{i \in I_n} \int_{V_i} \phi(x) dx = \sum_{i \in I_n} \mathcal{H}_i$$

↑

But this assumption is true only for homogenous networks!!!



# Heterogeneous Networks-Proposed Algorithm

- Theorem 6: Considering a mobile sensor network consisted of heterogeneous nodes with sensing domains as in 1<sup>st</sup> theorem, the coordination scheme

$$u_i = \int_{\partial \tilde{V}_i^r \cap \partial C_i} \tilde{n}_i \phi \, dx, \quad i \in I_n$$

optimizes the initial performance criterion  $\mathcal{H}$  along the nodes' trajectories, leading in a (modified) volume-centered configuration of the network

- The proof for simplicity reasons will not be presented – see next slide for details
- Bare in mind that connectivity issues still persist and must be also evaluated – see next slide for details



# More info

Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>

Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0



# Σημείωμα Αναφοράς

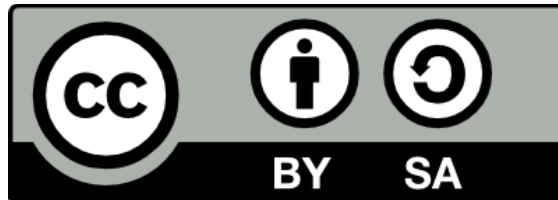
- Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Αντώνιος Τζές, Ευάγγελος Δερματάς, «Ρομποτικά Συστήματα. Coverage by Heterogeneous Networks». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE804/index.php>





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

**Σύμφωνα με αυτήν την άδεια ο δικαιούχος σας δίνει το δικαίωμα να:**

**Μοιραστείτε** — αντιγράψετε και αναδιανέμετε το υλικό

**Προσαρμόστε** — αναμείξτε, τροποποιήστε και δημιουργήστε πάνω στο υλικό για κάθε σκοπό

**Υπό τους ακόλουθους όρους:**

**Αναφορά Δημιουργού** — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στο δημιουργό , με σύνδεσμο της άδειας

**Παρόμοια Διανομή** — Αν αναμείξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

**Εικόνα 1:** Inappropriateness of standard Voronoi tessellation when dealing with heterogeneous networks, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)

**Εικόνα 2:** Notations for definition of  $\tilde{H}_{ij}$  halfplanes, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)

**Εικόνα 3:** Space-partitioning based on the radii and relative positioning of a pair of nodes, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)

**Εικόνα 4:** Space-partitioning via the proposed algorithm for a network consisting of three nodes in order to show the existence of sole cells, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)

**Εικόνα 5:** Voronoi partitioning via the standard [left] and modified [right] technique for a heterogeneous network to emphasize in the degenerate cases arisen, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)

**Εικόνα 6:** Voronoi partitioning via the standard [left] and proposed [right] technique for a heterogeneous network consisted of  $n = 7$  nodes, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

**Εικόνα 7:** Voronoi partitioning via the standard [left] and proposed [right] technique for a heterogeneous network consisted of  $n = 16$  nodes, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, [URL: http://hdl.handle.net/10889/8238](http://hdl.handle.net/10889/8238)

