



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Ρομποτικά Συστήματα

Ενότητα 13: Introduction to Area Coverage

Αντώνιος Τζές – Ευάγγελος Δερματάς

Σχολή Πολυτεχνική

Τμήμα ΗΜ&ΤΥ

Σκοποί ενότητας

- Σκοπός της ενότητας είναι η παρουσίαση και εξοικείωση με τα ακόλουθα στοιχεία ρομποτικών συστημάτων:
- Introduction to area coverage



Περιεχόμενα ενότητας

- Introduction to area coverage



Motivation

- Self-organized behaviors in biological groups



Πηγή: Francesco Bullo, Jorge Cortés, Sonia Martínez, Distributed Control of Robotic Networks, Princeton University Press, Applied Mathematics Series, 2009, ISBN: 978-0-691-14195-4, Electronically available at <http://coordinationbook.info>

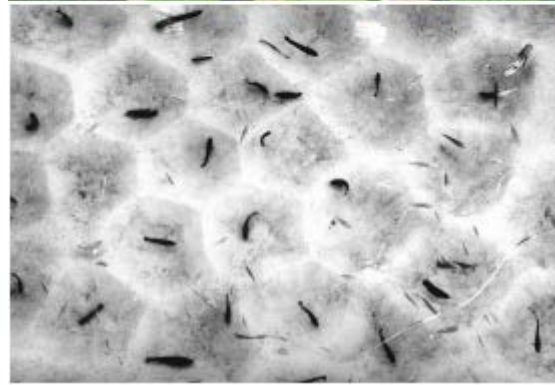


Εικόνα 1: Multi-agent systems in nature



Motivation

- Self-organized behaviors in biological groups



Πηγή: Francesco Bullo, Jorge Cortés, Sonia Martínez, Distributed Control of Robotic Networks, Princeton University Press, Applied Mathematics Series, 2009, ISBN: 978-0-691-14195-4, Electronically available at <http://coordinationbook.info>

Εικόνα 2: Multi-agent systems in nature II



Engineering multi-agent systems

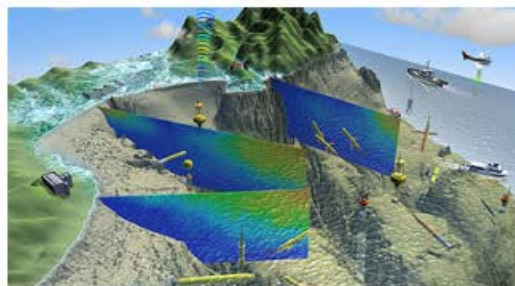
- Embedded robotic systems and sensor networks for
 1. High-stress, rapid deployment — e.g., disaster recovery networks
 2. Distributed environmental monitoring — e.g., portable chemical and biological sensor arrays detecting toxic pollutants
 3. Autonomous sampling for biological applications — e.g., monitoring of species in risk, validation of climate and oceanographic models
 4. Science imaging — e.g., multispacecraft distributed interferometers flying in formation to enable imaging at microarcsecond resolution



Sandia National Labs



UCSD Scripps



MBARI AOSN



NASA

Εικόνα 3: Multi-agent systems in engineering

Types of systems

- Groups of agents with control, sensing, communication and computing
- Each individual:
 1. Senses its immediate environment
 2. Communicates with others
 3. Processes information gathered
 4. Takes local action in response



Area Coverage – Problem setup

- Let region Ω be a convex compact set of \mathbb{R}^2
- For n nodes in Ω define: $I_n = \{i \in \mathbb{N} : i \leq n\}$ for any $n \in \mathbb{N}$
- The nodes move in $\mathbb{R}^2 \rightarrow$ Position: $x_i \in \mathbb{R}^2, i \in I_n$
- Assumption 1: *The nodes are supposed to move in the interior of $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ through two control inputs each, $u_i \in \mathbb{R}^2, i \in I_n$, while obeying the discrete evolutionary equation,*

$$x_i^{k+1} = x_i^k + u_i^k, \quad u_i, x_i \in \mathbb{R}^2, \quad i \in I_n$$

where k : time step and \forall step one node moves



Area Coverage – Problem setup

- Assumption 2: Each node is supposed to have a uniform circular sensing pattern centered at its position x_i and is limited by a fixed maximum sensing radius r . The latter is the same for all nodes and the network is considered **homogeneous**, as far as concerns the nodes' sensing abilities. Then for a sensing region C_i :

$$C_i = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x - x_i\| \leq r\}, \quad i \in I_n$$

- Assumption 3: Each node is supposed to be equipped with radio transceivers in order to be able to exchange spatial information with other members of the network. The radiation pattern S_i of the antennas with adjustable radius R_i , is considered as a uniform circular one, centered at x_i , i.e.

$$S_i = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x - x_i\| \leq R_i\}, \quad i \in I_n$$



Area Coverage – Problem setup

- Node-to-move \rightarrow Decentralized approach:
 - Cyclic manner $\rightarrow \forall$ node moves at time $k = i + pn, p \in \mathbb{N}$
 - Random manner $\rightarrow \forall$ node contains random generators
- Initially random placement in Ω
- Goal: Find in a distributed way the optimal positions: the area of the covered domain of Ω by the network is the maximum possible.
- Mathematical notation: For a polygonal set $P \subset \mathbb{R}^2$ let vertices ∂P be its boundary. Denote $\partial P = p_j, j \in I_{N(P)}$, where N number of vertices \hookrightarrow

$$\mathcal{A}(P) = \frac{1}{2} \left\| \sum_{j \in I_{N(P)}} (p_j \times p_{j+1}) \right\|$$



Area Coverage – Problem setup

- Node-to-move \rightarrow Decentralized approach:
 - Cyclic manner $\rightarrow \forall$ node moves at time $k = i + pn, p \in \mathbb{N}$
 - Random manner $\rightarrow \forall$ node contains random generators
- Initially random placement in Ω
- Goal: Find in a distributed way the optimal positions: the area of the covered domain of Ω by the network is the maximum possible.



Area Coverage – Problem setup

- Mathematical notation: For a polygonal set $P \subset \mathbb{R}^2$ let vertices ∂P be its boundary. Denote $\partial P = p_j, j \in I_{N(P)}$, where N number of vertices \hookrightarrow

$$\mathcal{A}(P) = \frac{1}{2} \left\| \sum_{j \in I_{N(P)}} (p_j \times p_{j+1}) \right\|$$

where p_j counterclockwise and $p_{N(P)+1} \equiv p_1$

Goal: Find x_i in $\Omega \cap U_{i \in I_N} C_i: \mathcal{A}(P) = \max,$



Area Coverage – Control policy

- Constrained numerical optimization problem
- Solution may converge to local extrema
- Refining the aforementioned goal in more compact form:

$$\text{find } X: \quad \text{maximize } \mathcal{A} \left(\Omega \cap \bigcup_{i \in I_n} C_i \right), \quad \text{subject to } AX \leq B$$

where, $X = (X_1^T, \dots, X_n^T)^T \in \mathbb{R}^{2n}$ and A, B defined by ω_j of Ω and $j \in I_{N(\Omega)}$

- Solution problems:
 - Not guaranteed solution
 - May converge to local extrema
 - Big computational time \hookrightarrow Distributed algorithms are needed



Spatial Voronoi tessellation

- Inside Ω , a responsibility region is assigned to every node. The set of regions is called the Voronoi diagram
- Math notation: The following equation defines the set V_i as the Voronoi diagram of region Ω :

$$V_i = \{x \in \Omega : \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\|, \forall j \in I_n\}, \quad i \in I_n$$

- A Voronoi diagram is a full tessellation of $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ since:

$$\bigcup_{i \in I_n} V_i = \Omega \text{ and } \text{Int } V_i \cap \text{Int } V_j = \emptyset, \forall i, j \in I_n, i \neq j$$

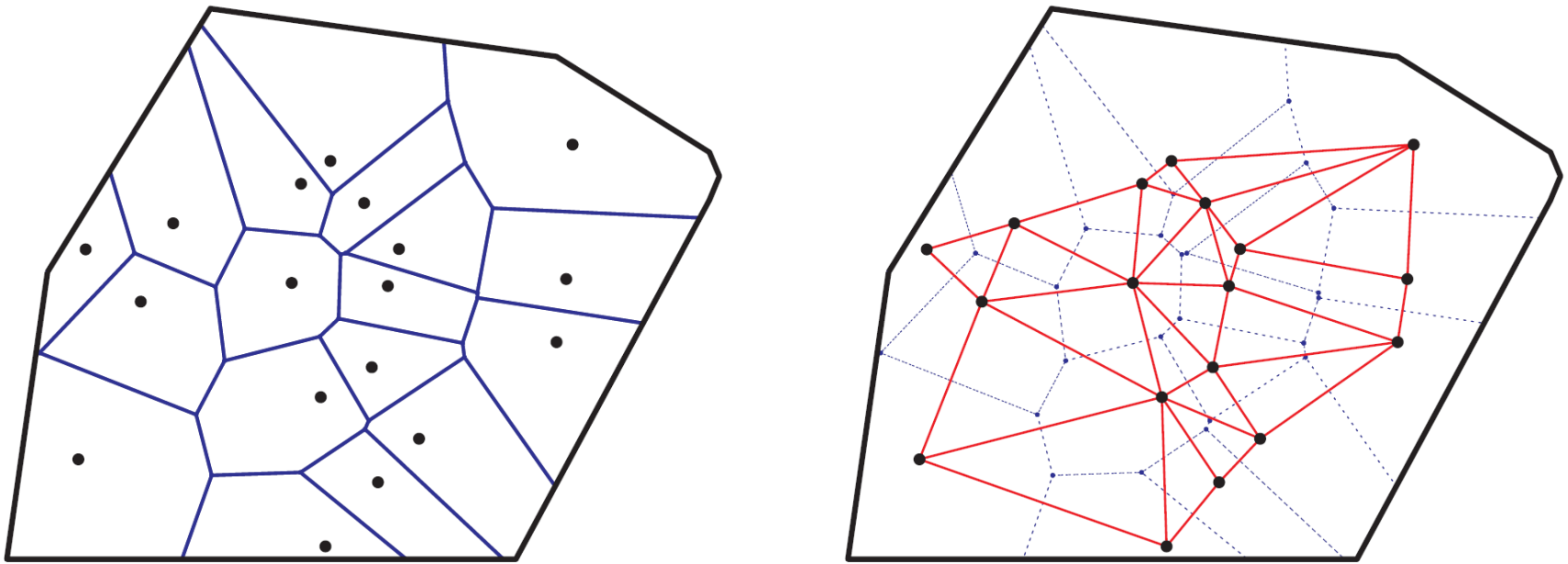
- Two nodes that share an edge of their Voronoi cells are Delaunay neighbors. Such (\mathcal{N}_i) neighbors for node i are when:

$$\mathcal{N}_i = \{j \in I_n : V_i \cap V_j \neq \emptyset \text{ non singleton}, j \neq i\}, \quad i \in I_n$$



Spatial Voronoi tessellation

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems",
Ph.D. Dissertation, September 2014, URL:
<http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 4: Voronoi diagram (left) and Delunay graph (right) for a set of nodes in a compact domain



Spatial Voronoi tessellation

- The edges of Voronoi of node i that don't lay on boundary Ω

$$\Delta_{ij} = V_i \cap V_j, \quad i \in I_n, \quad j \in \mathcal{N}_i$$

- Must take into account the sensing regions C_i apart from position limited Voronoi cells:

$$V_i^r = V_i \cap C_i, \quad i \in I_n$$

- V_i^r is convex, but not always a full tessellation of Ω
- Then the parts of sensing region that don't contribute to coverage:

$$U_i = C_i \setminus V_i^r, \quad i \in I_n$$

- The unexploited region U_i can be decomposed as:

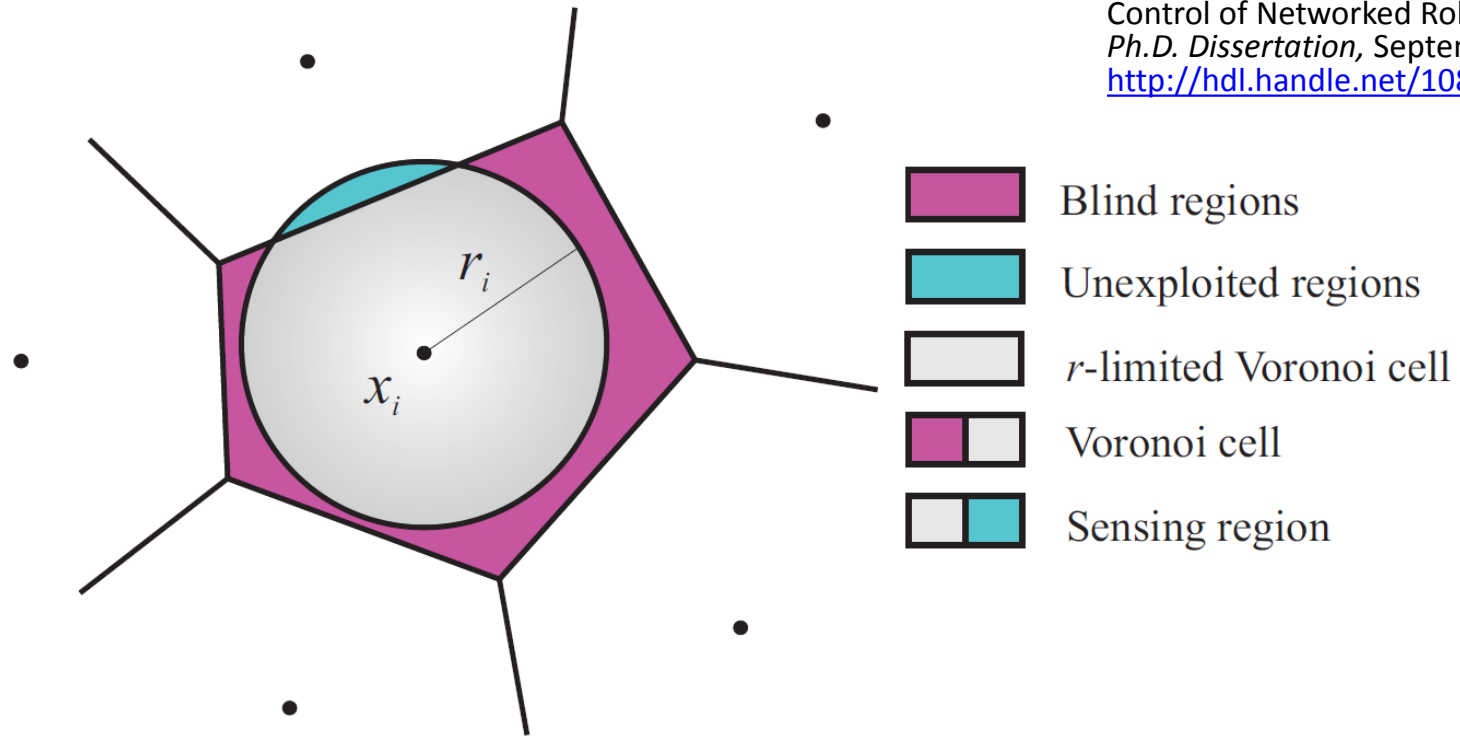
$$U_i = U_i^\Omega \cup \bigcup_{j \in \mathcal{N}_i} U_i^j, \quad i \in I_n, \quad \text{where: } U_i^\Omega = C_i \setminus \Omega \rightarrow \text{parts that don't lay in } \Omega$$

$$U_i^j = U_i \cap V_j \rightarrow \text{parts of the node's unexploited regions that lay in the Voronoi cell of a neighbor node}$$



Spatial Voronoi tessellation

Πηγή: Y. Stergiopoulos, "Cooperative Control of Networked Robotic Systems", *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>



Εικόνα 5: Characterization of the different regions concerning a node and its Voronoi cell



Spatial Voronoi tessellation

- Final result \hookrightarrow Surveyed by the network:

$$\mathcal{H} = \mathcal{A} \left(\Omega \cap \bigcup_{i \in I_n} C_i \right) = \sum_{i \in I_n} \mathcal{A}(V_i^r)$$

- Notice something? \hookrightarrow Since:

$$\text{Int } V_i^r \cap \text{Int } V_j^r = \emptyset, \quad \forall i, j \in I_n, \quad i \neq j$$

The area covered by the network can be computed as the summation of the areas of the independent r -limited Voronoi cells

- Thus, let's move on to next lecture to design a proper coordination scheme...



More info

Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, *Ph.D. Dissertation*, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0



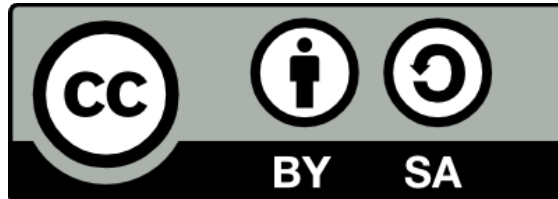
Σημείωμα Αναφοράς

- Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Αντώνιος Τζές, Ευάγγελος Δερματάς, «Ρομποτικά Συστήματα. Introduction to area coverage». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE804/index.php>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Σύμφωνα με αυτήν την άδεια ο δικαιούχος σας δίνει το δικαίωμα να:

Μοιραστείτε — αντιγράψετε και αναδιανέμετε το υλικό

Προσαρμόστε — αναμείξτε, τροποποιήστε και δημιουργήστε πάνω στο υλικό για κάθε σκοπό

Υπό τους ακόλουθους όρους:

Αναφορά Δημιουργού — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στο δημιουργό , με σύνδεσμο της άδειας

Παρόμοια Διανομή — Αν αναμείξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/1)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Εικόνα 1: Multi-agent systems in nature, Freely available, Francesco Bullo, Jorge Cortés, Sonia Martínez, Distributed Control of Robotic Networks, Princeton University Press, Applied Mathematics Series, 2009, ISBN: 978-0-691-14195-4, Electronically available at <http://coordinationbook.info>

Εικόνα 2: Multi-agent systems in nature II, Freely available, Francesco Bullo, Jorge Cortés, Sonia Martínez, Distributed Control of Robotic Networks, Princeton University Press, Applied Mathematics Series, 2009, ISBN: 978-0-691-14195-4, Electronically available at <http://coordinationbook.info>

Εικόνα 3: Multi-agent systems in nature, Freely available, Francesco Bullo, Jorge Cortés, Sonia Martínez, Distributed Control of Robotic Networks, Princeton University Press, Applied Mathematics Series, 2009, ISBN: 978-0-691-14195-4, Electronically available at <http://coordinationbook.info>

Εικόνα 4: Voronoi diagram (left) and Delunay graph (right) for a set of nodes in a compact domain, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>

Εικόνα 5: Characterization of the different regions concerning a node and its Voronoi cell, Y. Stergiopoulos, “Cooperative Control of Networked Robotic Systems”, Ph.D. Dissertation, September 2014, URL: <http://hdl.handle.net/10889/8238>

