



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Ρομποτικά Συστήματα

Ενότητα 6: Αντιστοίχιση Εικόνων

Αντώνιος Τζές – Ευάγγελος Δερματάς

Σχολή Πολυτεχνική

Τμήμα ΗΜ&ΤΥ

# Σκοποί ενότητας

- Σκοπός της ενότητας είναι η παρουσίαση και εξοικείωση με τα ακόλουθα στοιχεία ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας:
  - Αντιστοίχιση εικόνων

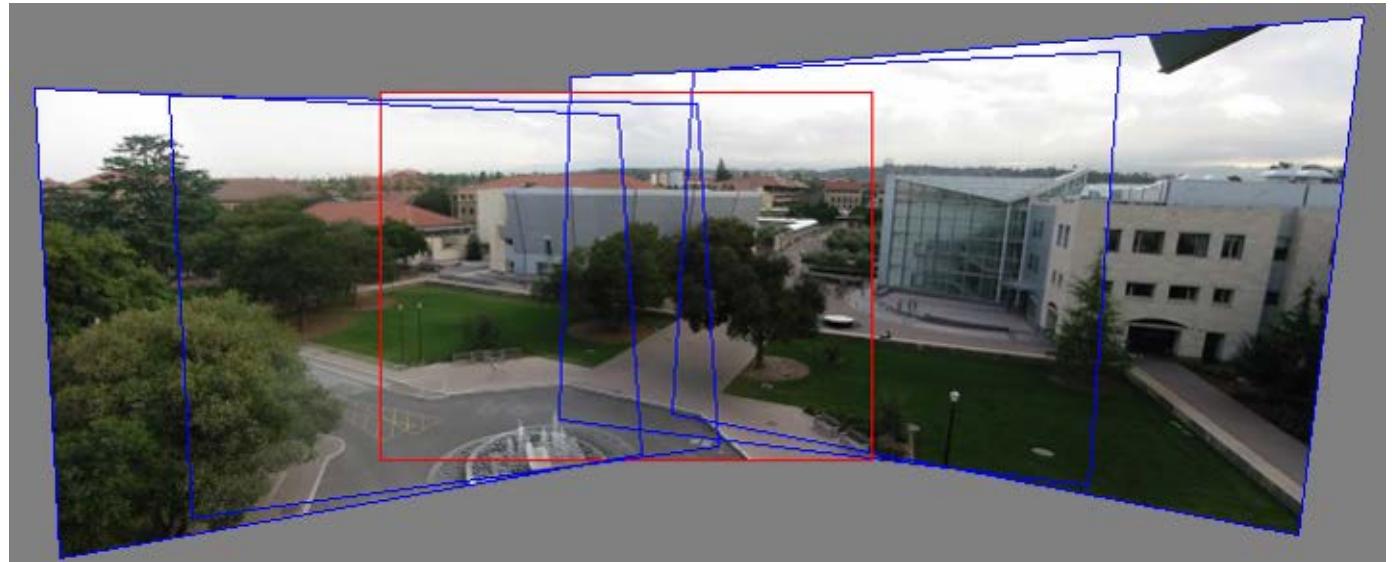
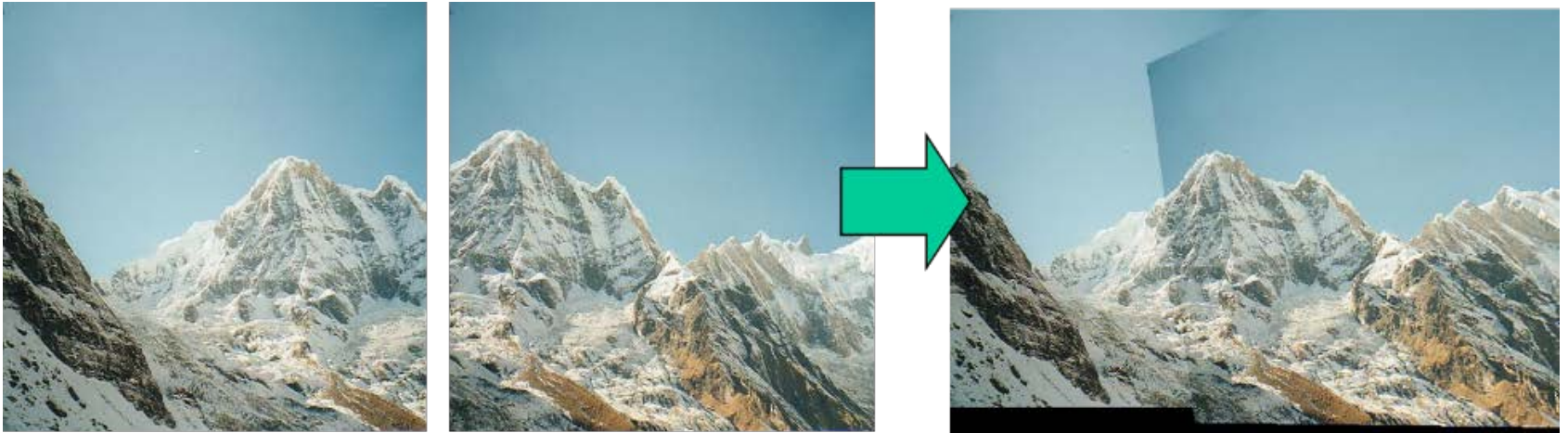


# Περιεχόμενα ενότητας

- Αντιστοίχιση εικόνων



# Αντιστοίχιση Εικόνων

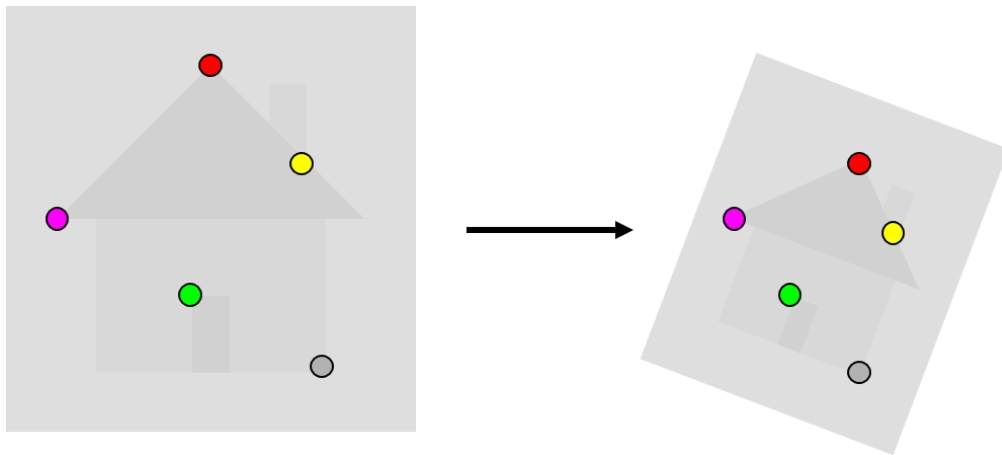


Πηγή: Lectures on  
Computer Vision by  
[Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/),  
Computer Vision Lab @  
University of California  
(USF), Spring 2003,  
Available at:  
<http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 1: Αντιστοίχιση εικόνων



# Αντιστοίχιση Εικόνων



Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

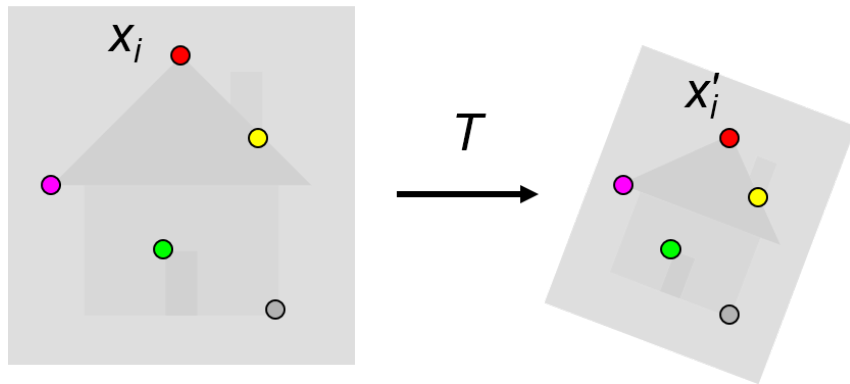
- Two broad approaches:
  - Direct (pixel-based) alignment
    - Search for alignment where most pixels agree
  - Feature-based alignment
    - Search for alignment where *extracted features* agree
    - Can be verified using pixel-based alignment

Εικόνα 2: Αντιστοίχιση εικόνων - Προσεγγίσεις



# Αντιστοίχιση Εικόνων με παρεμβολή (fitting)

- Alignment: fitting a model to a transformation between pairs of features (*matches*) in two images



Find transformation  $T$   
that minimizes

$$\sum_i \text{residual}(T(x_i), x'_i)$$

Εικόνα 3: Αντιστοίχιση εικόνων - Παρεμβολή

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at:  
<http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Αντιστοίχιση Εικόνων βασισμένη σε χαρακτηριστικά

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

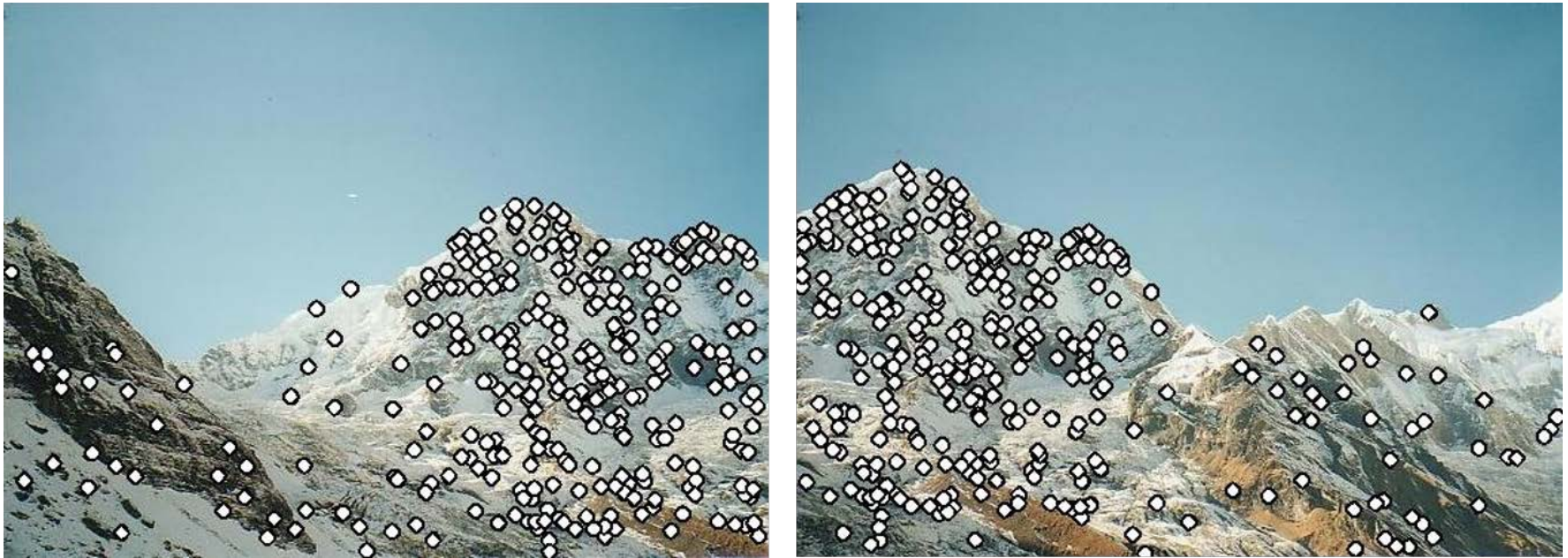


Εικόνα 4: Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (I)



# Αντιστοίχιση Εικόνων βασισμένη σε χαρακτηριστικά

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



Εικόνα 5: Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (II)

- Extract features





# Αντιστοίχιση Εικόνων βασισμένη σε χαρακτηριστικά

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



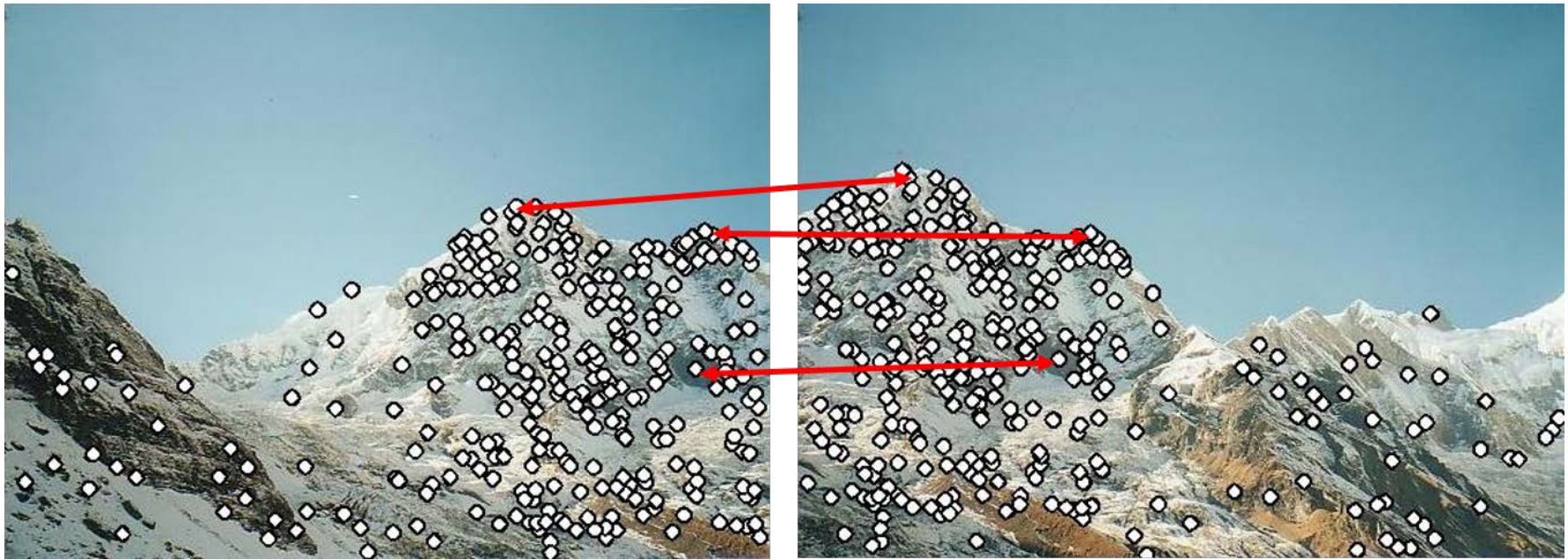
Εικόνα 6: Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (III)

- Extract features
- Compute *matches*



# Αντιστοίχιση Εικόνων βασισμένη σε χαρακτηριστικά

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



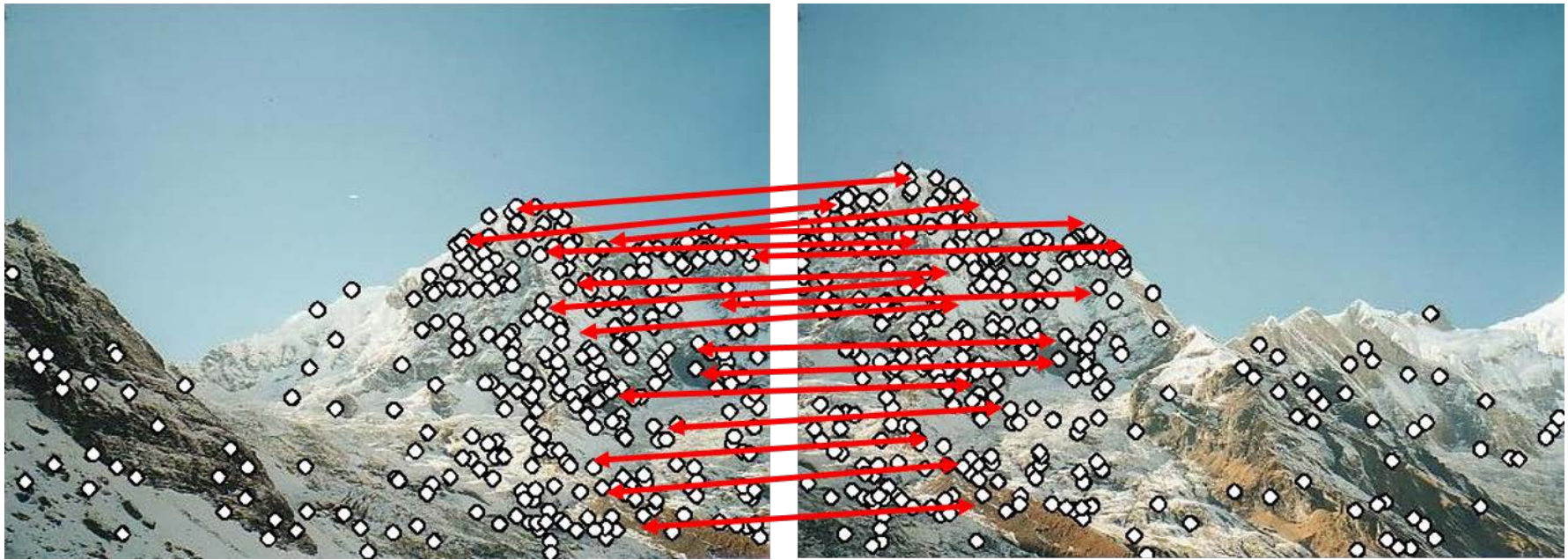
Εικόνα 7: Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (IV)

- Extract features
- Compute putative *matches*
- Loop:
  - *Hypothesize* transformation  $T$  (small group of putative matches that are related by  $T$ )



# Αντιστοίχιση Εικόνων βασισμένη σε χαρακτηριστικά

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



Εικόνα 8: Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (V)

- Extract features
- Compute putative *matches*
- Loop:
  - *Hypothesize* transformation  $T$  (small group of putative matches that are related by  $T$ )
  - *Verify* transformation (search for other matches consistent with  $T$ )



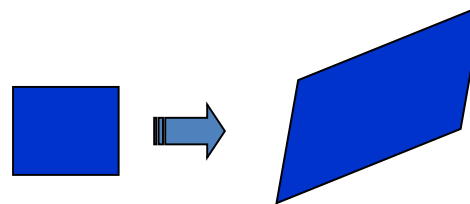
# 2D transformation models

- Similarity  
(translation,  
scale, rotation)

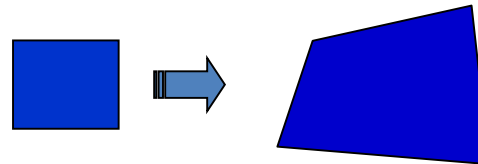
Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



- Affine



- Projective  
(homography)



Εικόνα 9: Μοντέλα μετασχηματισμού



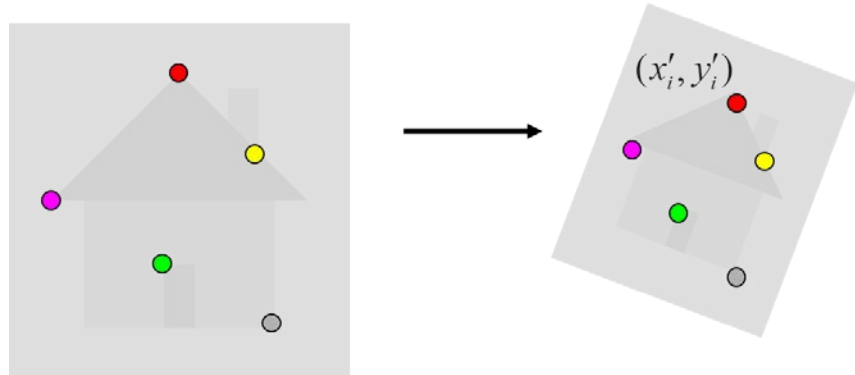
# Fitting an affine transformation

- Assume we know the correspondences, how do we get the transformation?

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_i & y_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x_i & y_i & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ x'_i \\ y'_i \\ \dots \end{bmatrix}$$

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



Εικόνα 10: Μετασχηματισμός με γνωστές αποκρίσεις



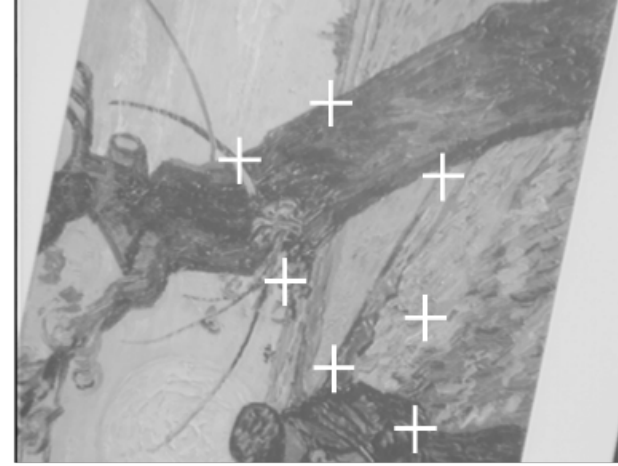
# What if we don't know the correspondences?

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



?

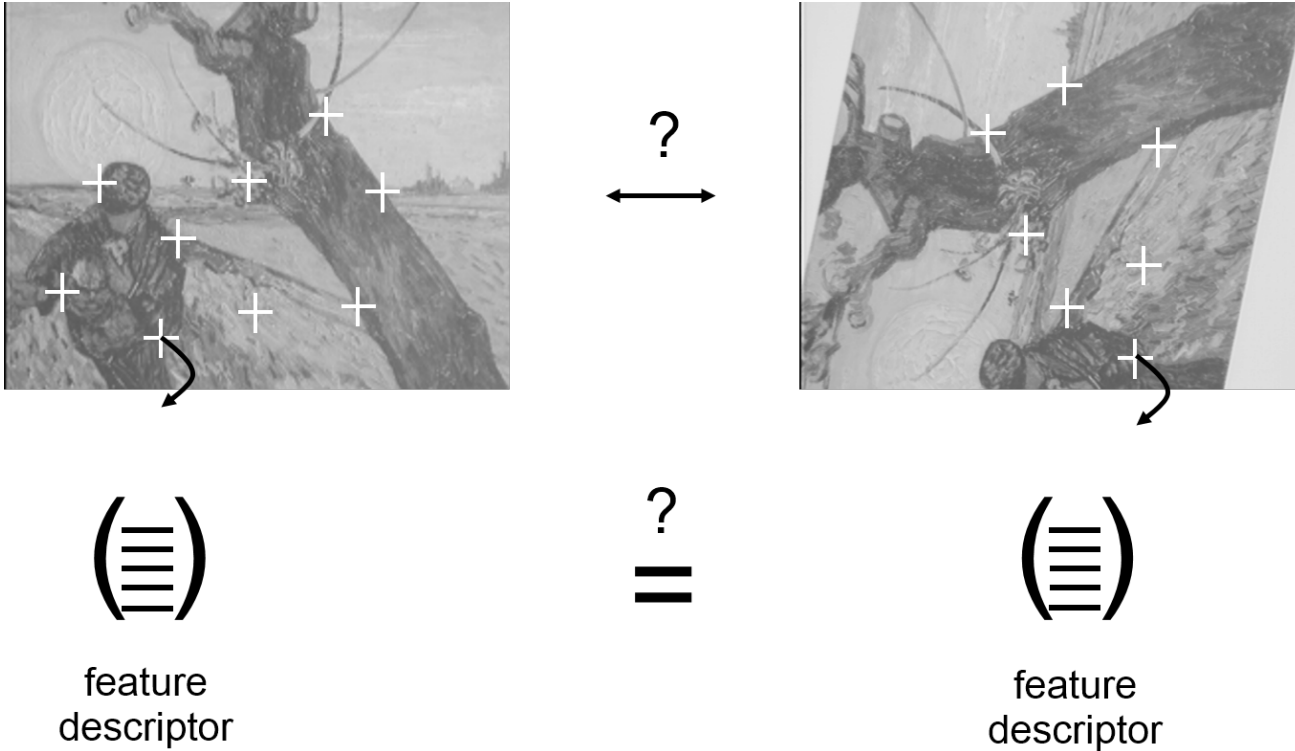
↔



Εικόνα 12: Μετασχηματισμός με άγνωστες αποκρίσεις (I)



# What if we don't know the correspondences?



Εικόνα 13: Μετασχηματισμός με άγνωστες αποκρίσεις (II)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Feature descriptors

- Assuming the patches are already normalized (i.e., the local effect of the geometric transformation is factored out), how do we compute their similarity?
- Want invariance to intensity changes, noise, perceptually insignificant changes of the pixel pattern



Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 13: Ιδιότητες σημείων ενδιαφέροντος





# Feature descriptors

- Simplest descriptor: vector of raw intensity values
- How to compare two such vectors?
  - Sum of squared differences (SSD)

$$\text{SSD}(u, v) = \sum_i (u_i - v_i)^2$$

Not invariant to intensity change

Normalized correlation

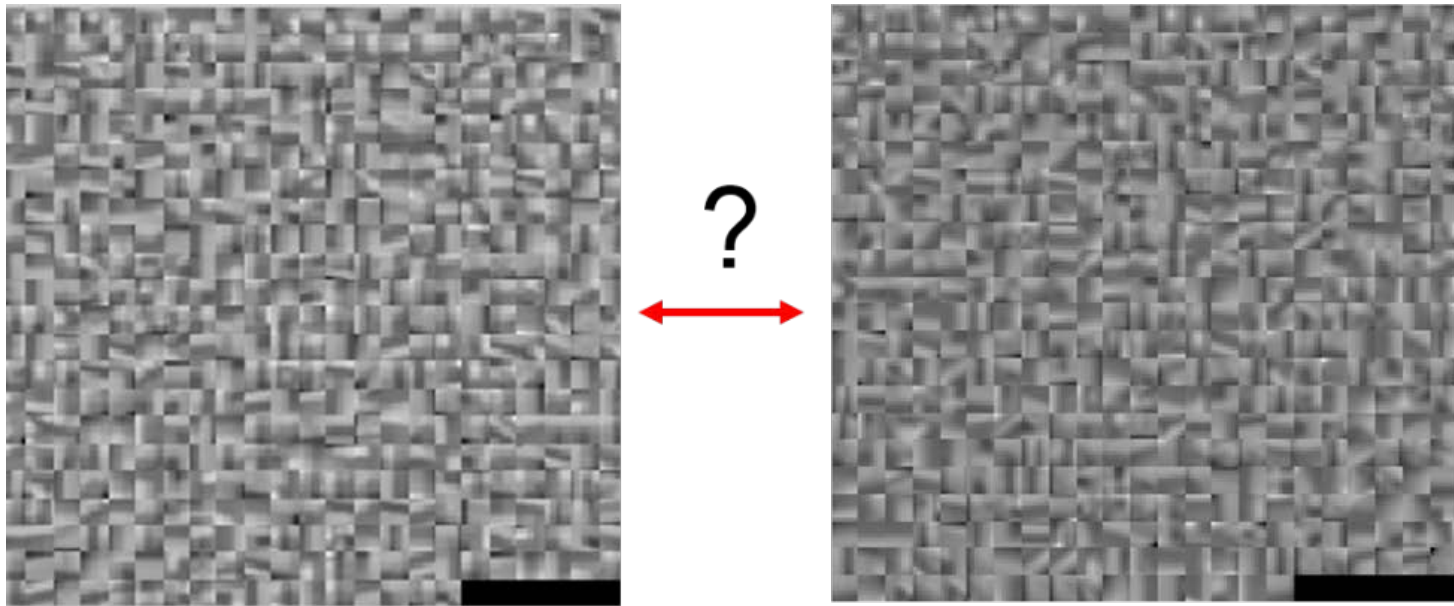
$$\rho(u, v) = \frac{\sum_i (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\left(\sum_j (u_j - \bar{u})^2\right)\left(\sum_j (v_j - \bar{v})^2\right)}}$$

Invariant to affine intensity change



# Feature matching

- Generating *putative matches*: for each patch in one image, find a short list of patches in the other image that could match it based solely on appearance



Εικόνα 14: Επαναλαμβανόμενος εντοπισμός όμοιων στοιχείων



# Feature matching

- Generating *putative matches*: for each patch in one image, find a short list of patches in the other image that could match it based solely on appearance
  - Exhaustive search
    - For each feature in one image, compute the distance to *all* features in the other image and find the “closest” ones (threshold or fixed number of top matches)
  - Fast approximate nearest neighbor search
    - Hierarchical spatial data structures (kd-trees, vocabulary trees)
    - Hashing



# Dealing with outliers

- The set of putative matches contains a very high percentage of outliers
- Heuristics for feature-space outlier rejection
- Geometric fitting strategies:
  - RANSAC
  - Incremental alignment
  - Hough transform
  - Hashing

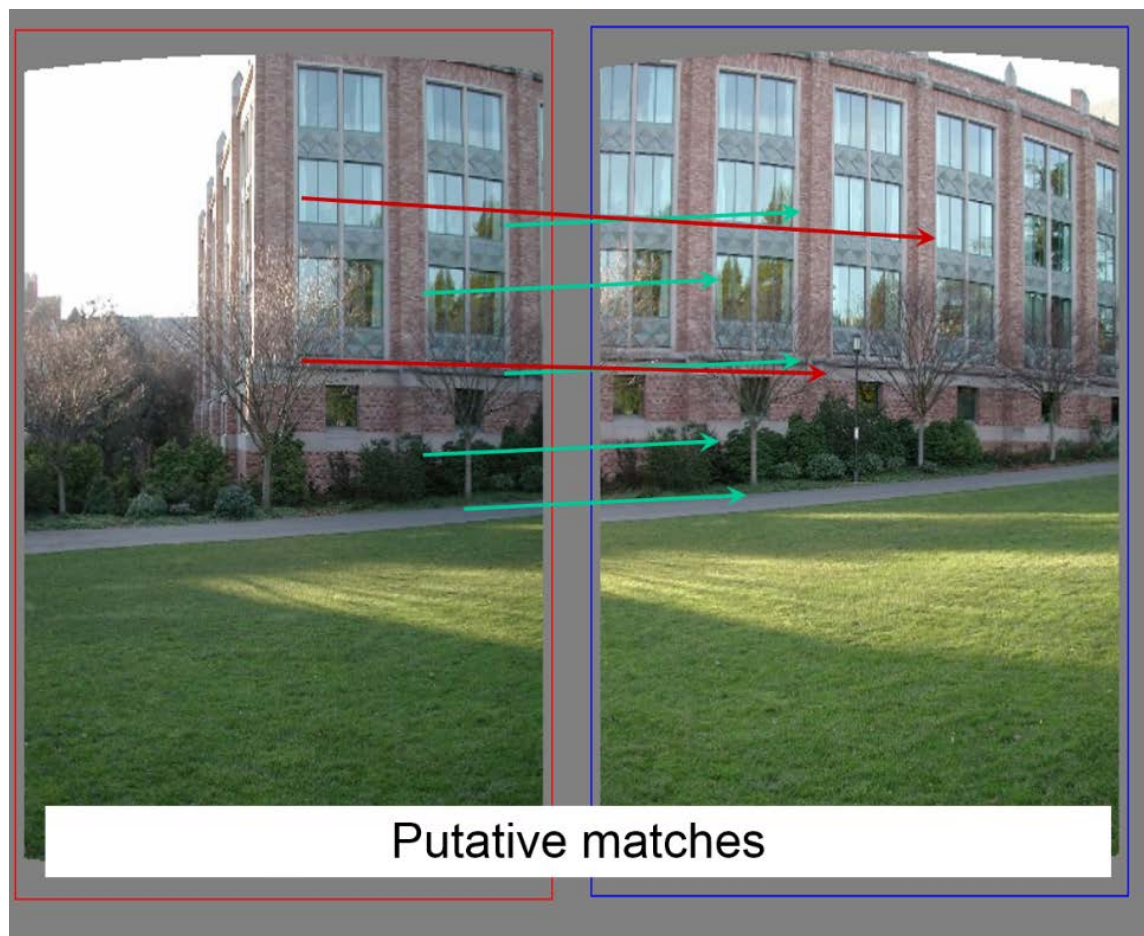


# Strategy 1: RANSAC

- RANSAC loop:
  1. Randomly select a *seed group* of matches
  2. Compute transformation from seed group
  3. Find *inliers* to this transformation
  4. If the number of inliers is sufficiently large, re-compute least-squares estimate of transformation on all of the inliers
- Keep the transformation with the largest number of inliers



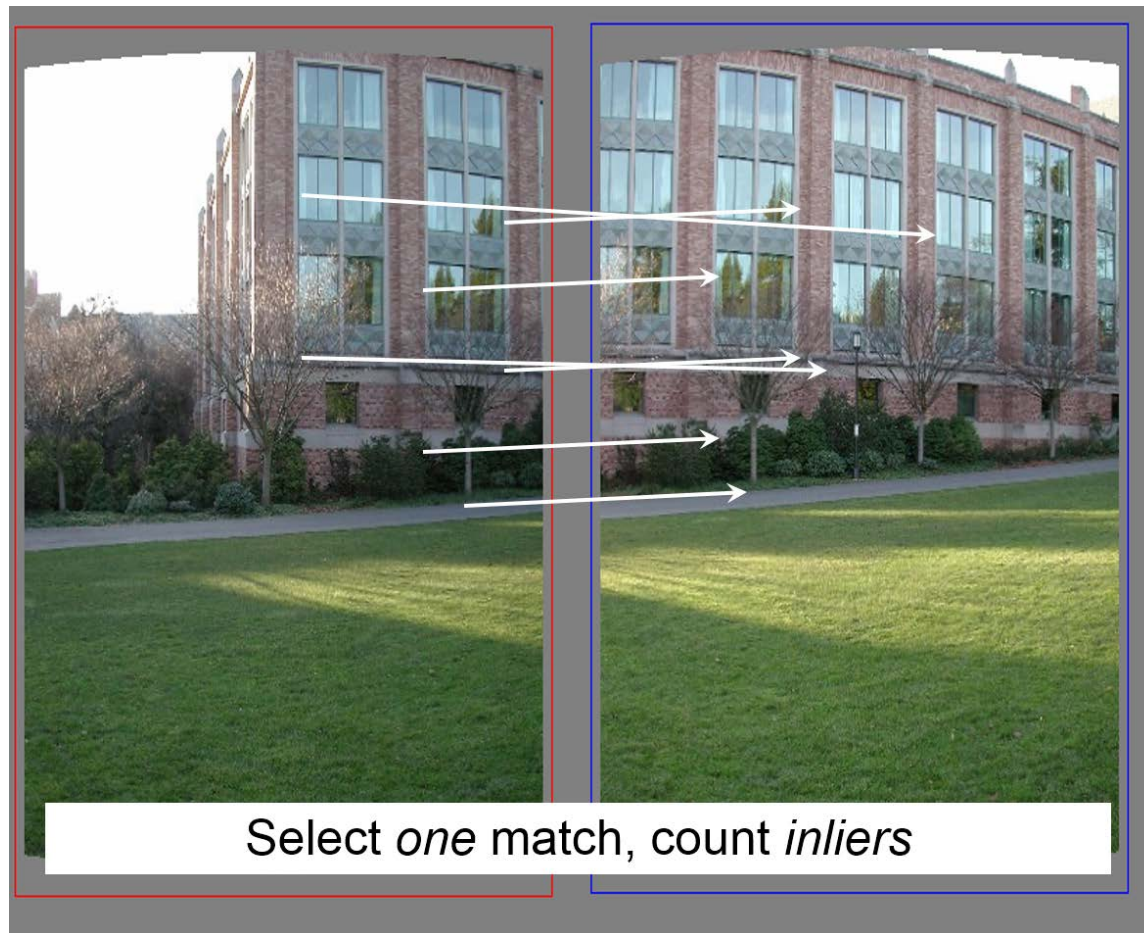
# RANSAC example: Translation



Εικόνα 15: Χρήση αλγορίθμου RANSAC (I)



# RANSAC example: Translation

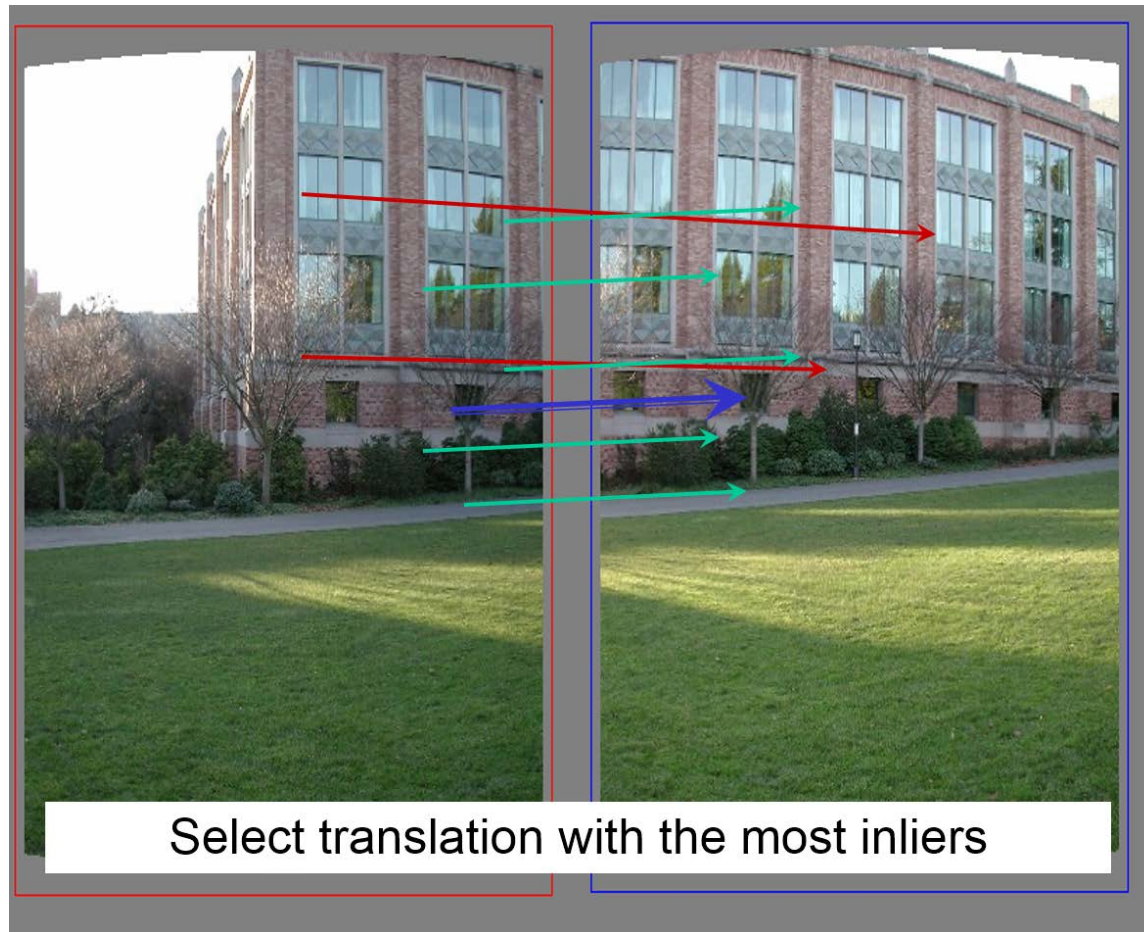


Εικόνα 16: Χρήση αλγορίθμου RANSAC (II)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# RANSAC example: Translation



Εικόνα 17: Χρήση αλγορίθμου RANSAC (III)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>





# Problem with RANSAC

- In many practical situations, the percentage of outliers (incorrect putative matches) is often very high (90% or above)
- Alternative strategy: restrict search space by using strong locality constraints on seed groups and inliers
  - Incremental alignment



# Strategy 2: Incremental alignment

- Take advantage of strong locality constraints: only pick close-by matches to start with, and gradually add more matches in the same neighborhood

S. Lazebnik, C. Schmid and J. Ponce, [“Semi-local affine parts for object recognition,”](#) BMVC 2004.



# Strategy 2: Incremental alignment

- Take advantage of strong locality constraints → Only pick close-by matches to start with, and gradually add more matches in the same neighborhood



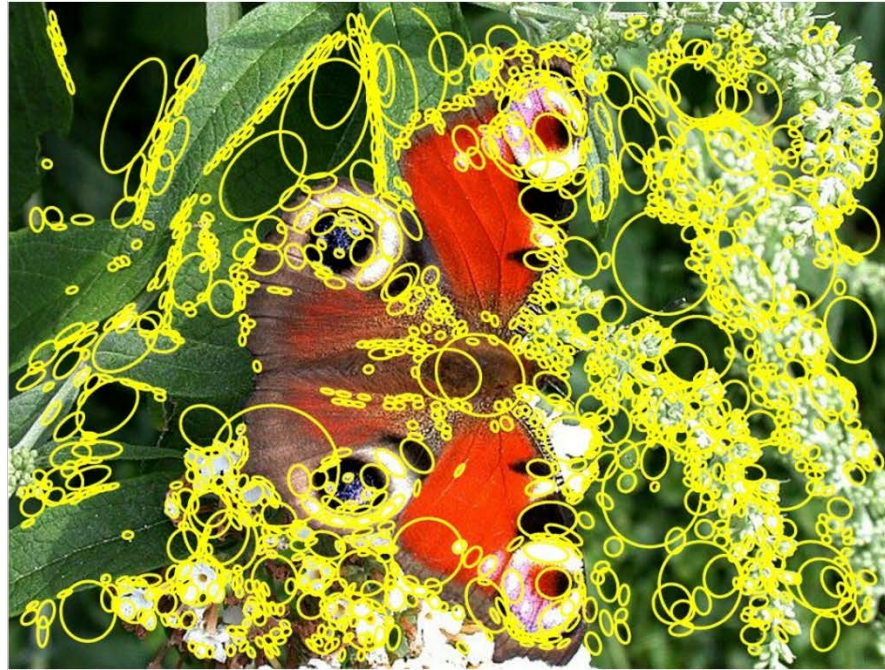
Εικόνα 18: Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (I)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Strategy 2: Incremental alignment

- Take advantage of strong locality constraints → Only pick close-by matches to start with, and gradually add more matches in the same neighborhood



Εικόνα 19: Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (II)



# Strategy 2: Incremental alignment

- Take advantage of strong locality constraints → Only pick close-by matches to start with, and gradually add more matches in the same neighborhood



Εικόνα 20: Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (III)



# Strategy 2: Incremental alignment

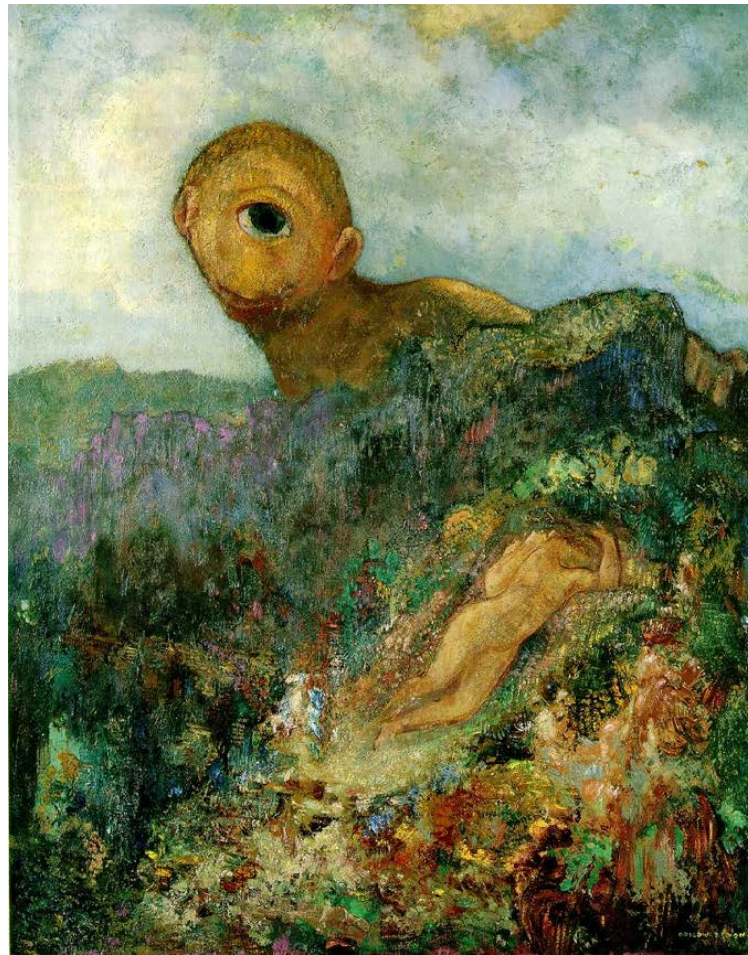
- Take advantage of strong locality constraints → Only pick close-by matches to start with, and gradually add more matches in the same neighborhood



Εικόνα 21: Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (IV)



# Γεωμετρική ανακατασκευή χώρου



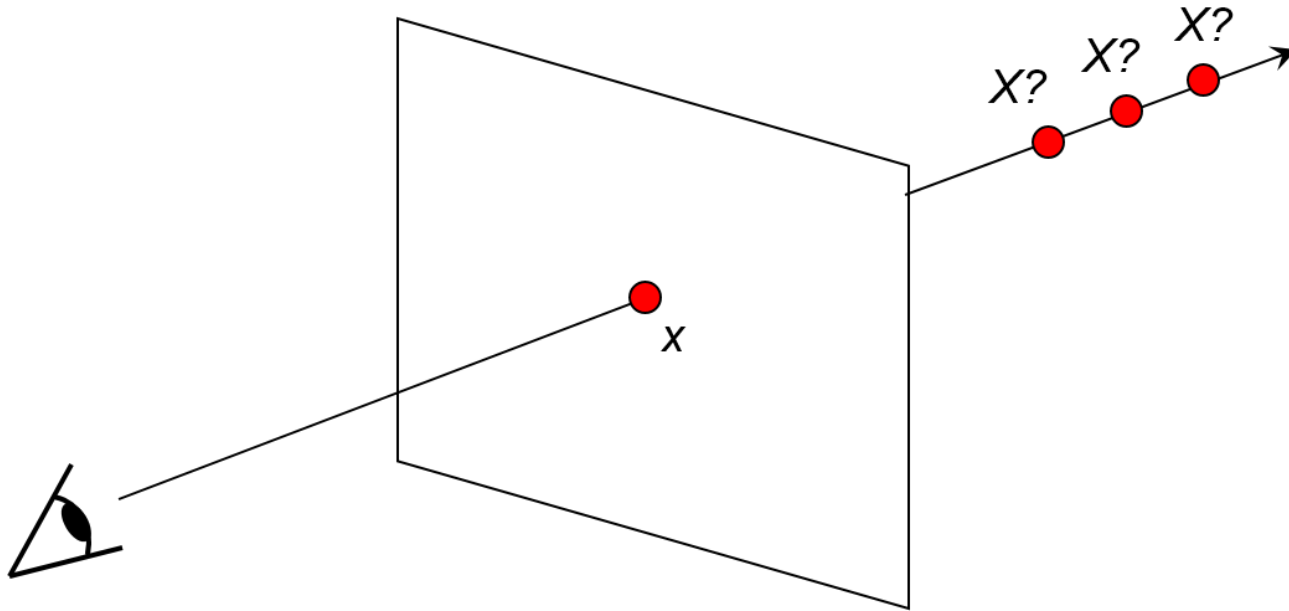
Odilon Redon, Cyclops, 1914

Εικόνα 22: Σχέδιο του Κύκλωπα



# Γεωμετρική ανακατασκευή 3D χώρου

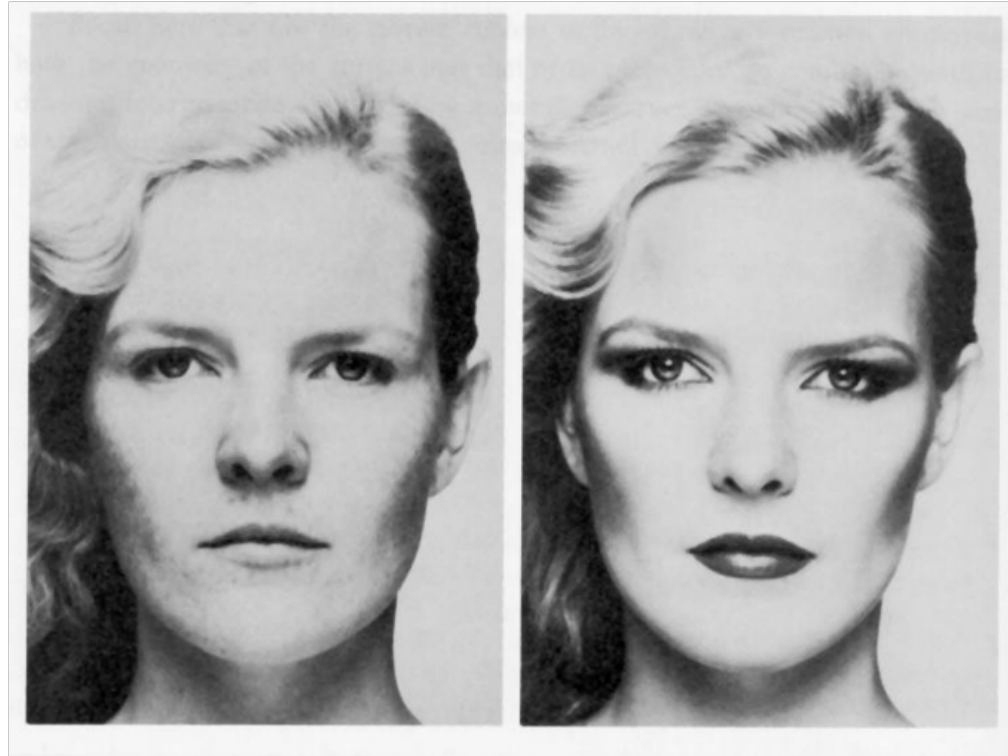
- We will focus on perspective and motion
- We need *multi-view geometry* because recovery of structure from one image is inherently ambiguous





# Visual Cues

## Shading



**Merle Norman Cosmetics, Los Angeles**

## Εικόνα 23: Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (I)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Visual Cues

Focus



From *The Art of Photography*, Canon

Εικόνα 24: Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (II)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Visual Cues

## Perspective



## Εικόνα 25: Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (III)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Visual Cues

- Motion



Εικόνα 26: Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (IV)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Recovery of 3D structure

- We will focus on perspective and motion
- We need *multi-view geometry* because recovery of structure from one image is inherently ambiguous



Εικόνα 27: Επαναφορά 3διάστατης δομής (I)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Recovery of 3D structure

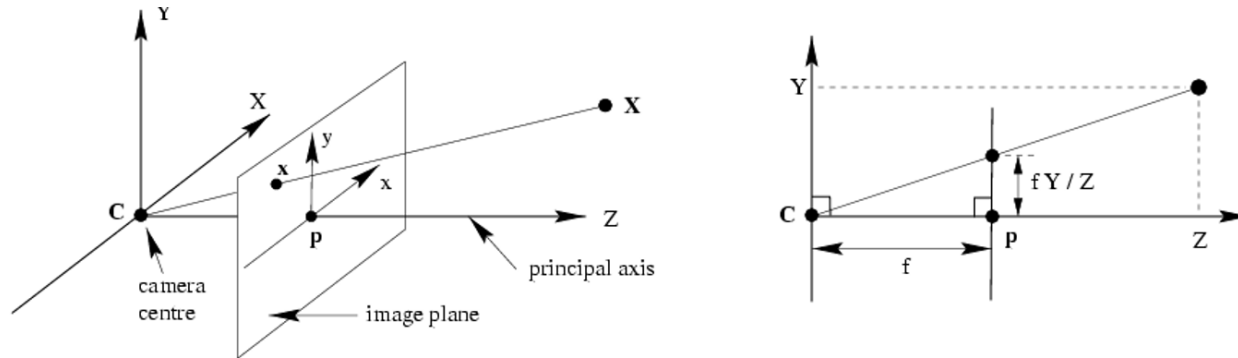


Εικόνα 28: Επαναφορά 3διάστατης δομής (II)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Pinhole camera model



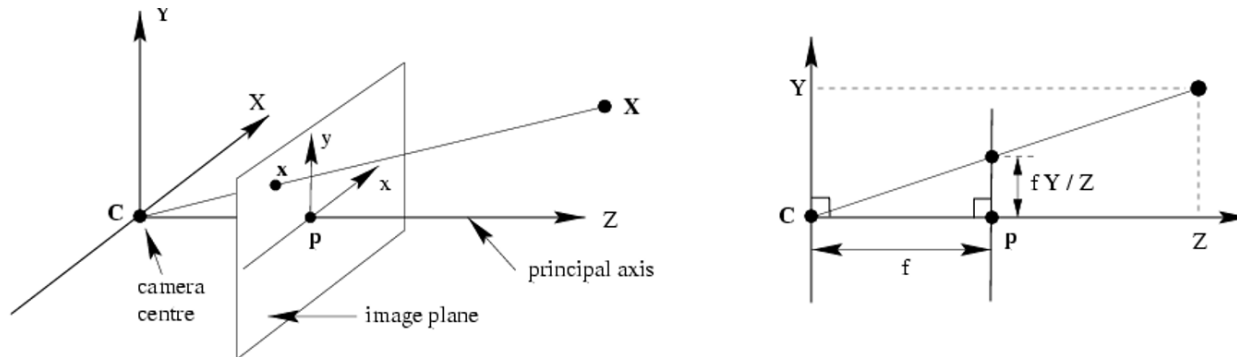
$$(X, Y, Z) \mapsto (fX/Z, fY/Z)$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & & 0 \\ & f & 0 \\ & & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X}$$

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Pinhole camera model



$$\begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & & & \\ & f & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

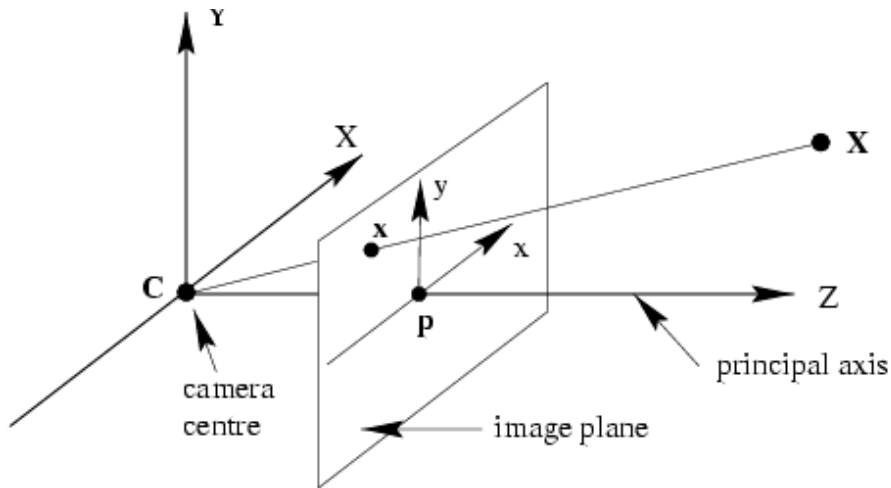
$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X} \quad \mathbf{P} = \text{diag}(f, f, 1) [\mathbf{I} \mid \mathbf{0}]$$

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>





# Camera coordinate system



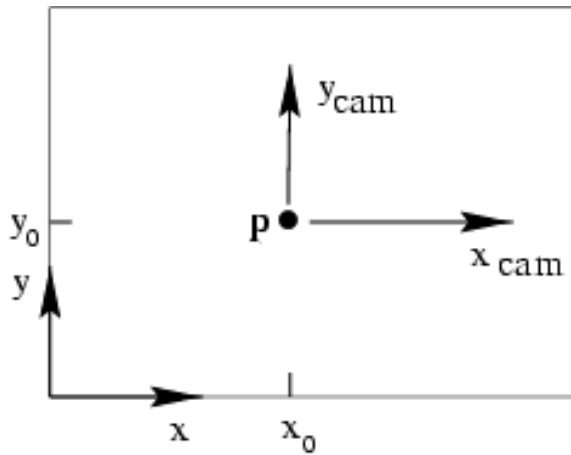
- **Principal axis:** line from the camera center perpendicular to the image plane
- **Normalized (camera) coordinate system:** camera center is at the origin and the principal axis is the z-axis
- **Principal point ( $p$ ):** point where principal axis intersects the image plane (origin of normalized coordinate system)

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Principal point offset

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



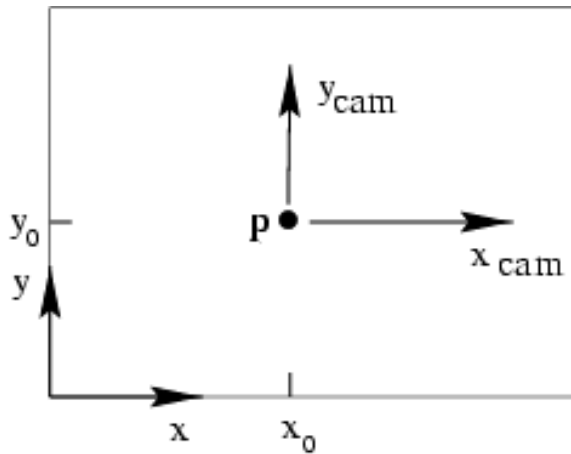
principal point:  $(p_x, p_y)$

- Camera coordinate system: origin is at the principal point
- Image coordinate system: origin is in the corner



# Principal point offset

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



principal point:  $(p_x, p_y)$

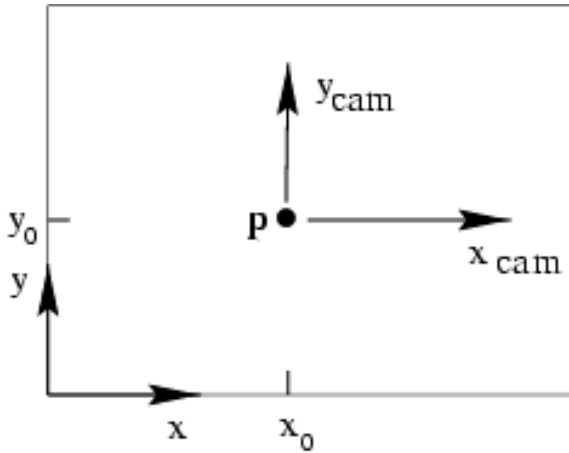
$$(X, Y, Z) \mapsto (fX/Z + p_x, fY/Z + p_y)$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} fX + Zp_x \\ fY + Zp_y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & p_x & 0 \\ & f & p_y \\ & & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$



# Principal point offset

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



principal point:  $(p_x, p_y)$

$$\begin{pmatrix} fX + Zp_x \\ fY + Zp_y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & p_x \\ f & p_y \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} f & p_x \\ f & p_y \\ & 1 \end{bmatrix}$$

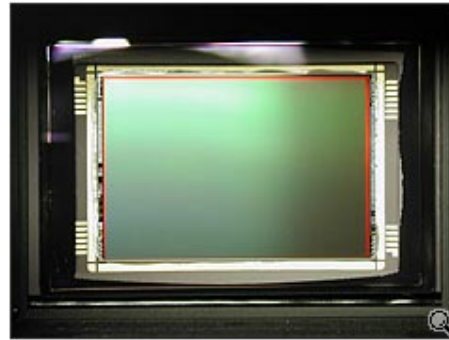
calibration  
matrix

$$P = K[I | 0]$$



# Pixel coordinates

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



$$\text{Pixel size: } \frac{1}{m_x} \times \frac{1}{m_y}$$

Εικόνα 29: Συστοιχία CCD ψηφιακής φωτογραφικής

- $m_x$  pixels per meter in horizontal direction,  
 $m_y$  pixels per meter in vertical direction

$$K = \begin{bmatrix} m_x & & \\ & m_y & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & p_x \\ f & p_y \\ & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & \beta_x \\ & \alpha_y & \beta_y \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

pixels/m                      m                      pixels



# Camera parameters

- Intrinsic parameters
  - Principal point coordinates

- Focal length

- Pixel magnification factors

- *Skew (non-rectangular pixels)*

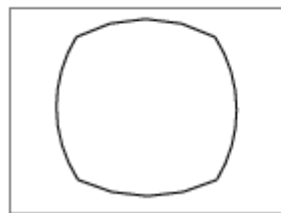
- *Radial distortion*

$$K = \begin{bmatrix} m_x & & \\ & m_y & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & p_x \\ & f & p_y \\ & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & & \beta_x \\ & \alpha_y & \beta_y \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



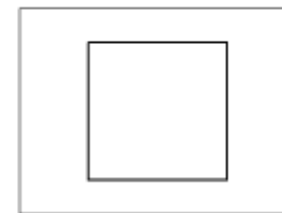
radial distortion



correction



linear image



Εικόνα 30: Παράδειγμα διόρθωσης της κυκλικής παραμόρφωσης



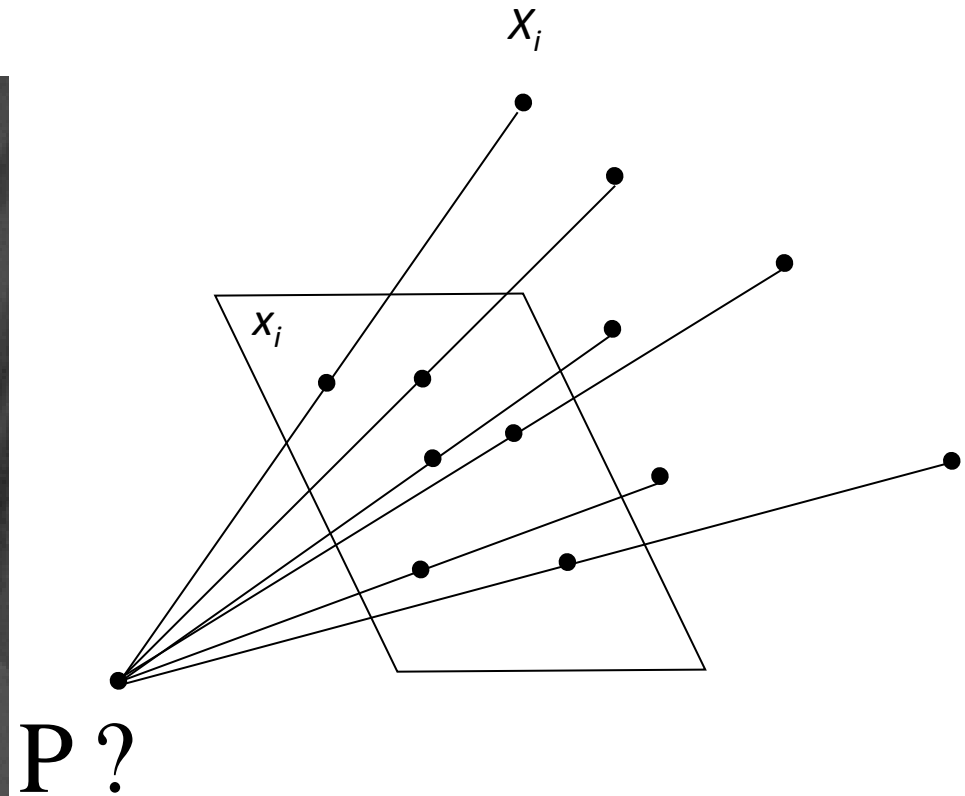
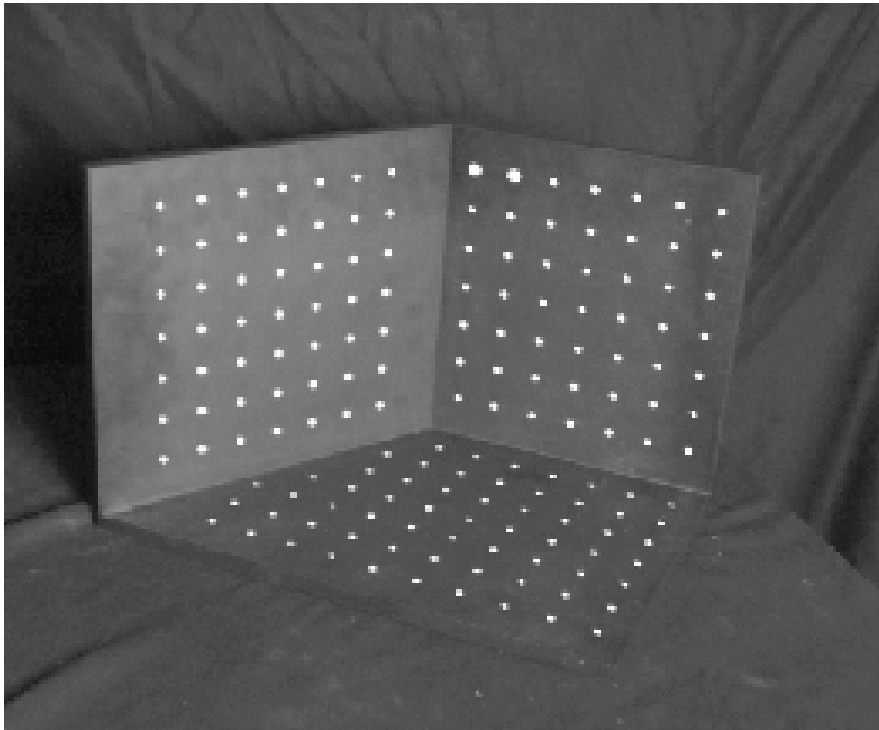
# Camera parameters

- Intrinsic parameters
  - Principal point coordinates
  - Focal length
  - Pixel magnification factors
  - *Skew (non-rectangular pixels)*
  - *Radial distortion*
- Extrinsic parameters
  - Rotation and translation relative to world coordinate system



# Camera calibration

- Given  $n$  points with known 3D coordinates  $X_i$  and known image projections  $x_i$ , estimate the camera parameters



Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>





# Camera calibration

$$\lambda \mathbf{x}_i = \mathbf{P} \mathbf{X}_i \quad \lambda \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1^T \\ \mathbf{P}_2^T \\ \mathbf{P}_3^T \end{bmatrix} \mathbf{X}_i \quad \mathbf{x}_i \times \mathbf{P} \mathbf{X}_i = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{X}_i^T & y_i \mathbf{X}_i^T \\ \mathbf{X}_i^T & 0 & -x_i \mathbf{X}_i^T \\ -y_i \mathbf{X}_i^T & x_i \mathbf{X}_i^T & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Two linearly independent equations



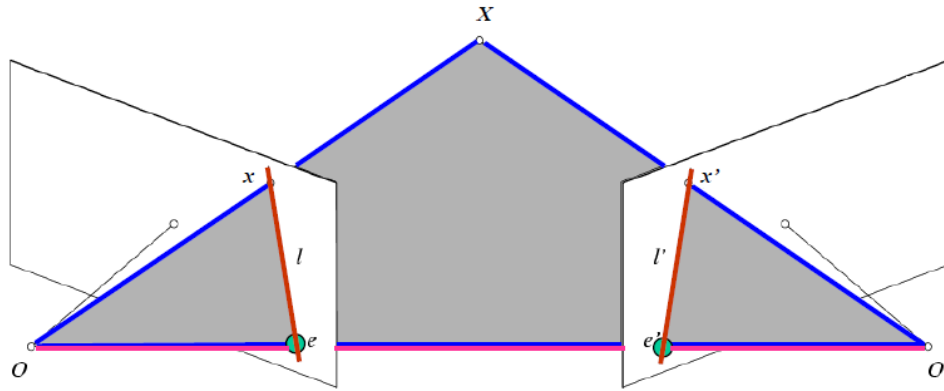
# Camera calibration

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{X}_1^T & -y_1 \mathbf{X}_1^T \\ \mathbf{X}_1^T & \mathbf{0}^T & -x_1 \mathbf{X}_1^T \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{X}_n^T & -y_n \mathbf{X}_n^T \\ \mathbf{X}_n^T & \mathbf{0}^T & -x_n \mathbf{X}_n^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

- P has 11 degrees of freedom (12 parameters, but scale is arbitrary)
- 6 correspondences needed for a minimal solution
- Homogeneous least squares



# Epipolar Geometry



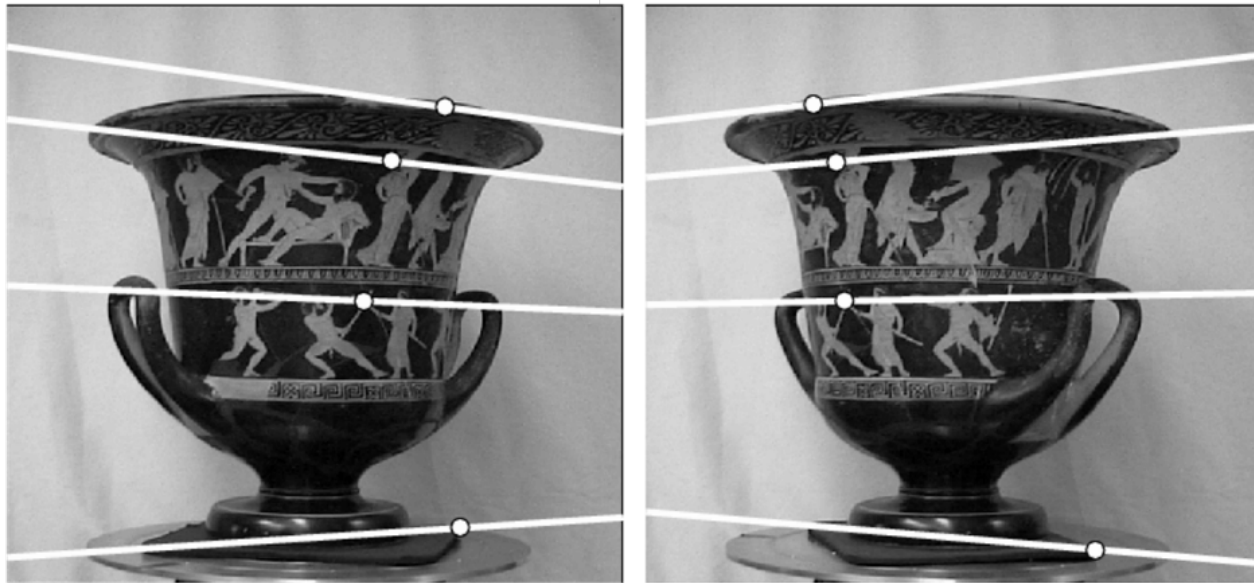
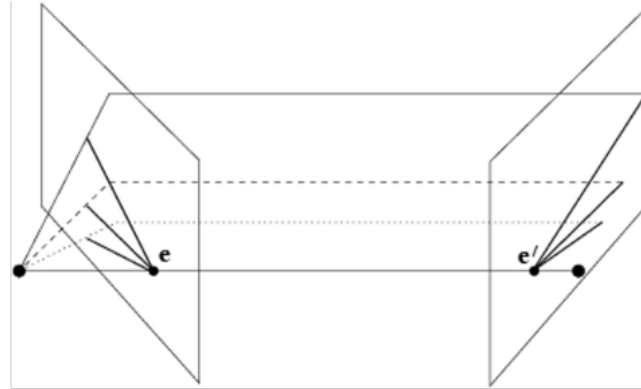
Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 32: Επιπολική γεωμετρία (I)

- **Baseline** – line connecting the two camera centers
- **Epipolar Plane** – plane containing baseline (1D family)
- **Epipoles**
  - = intersections of baseline with image planes
  - = projections of the other camera center
  - = vanishing points of camera motion direction



# Example of Epipolar Geometry: Converging Cameras

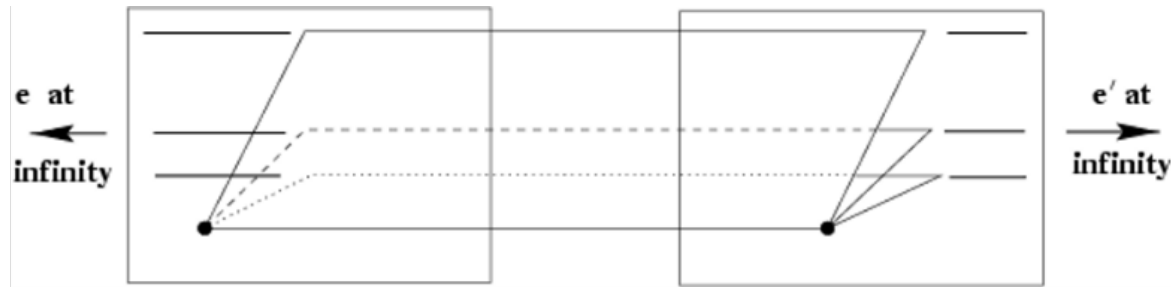


Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 33: Επιπολική γεωμετρία (II)



# Example of Epipolar Geometry: Motion parallel to image plane

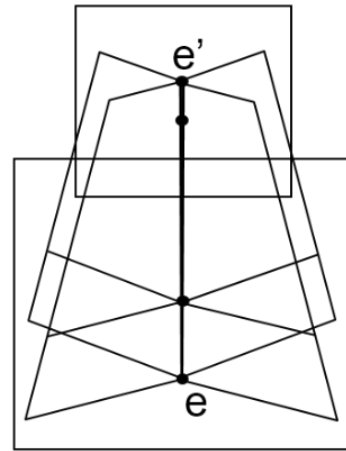
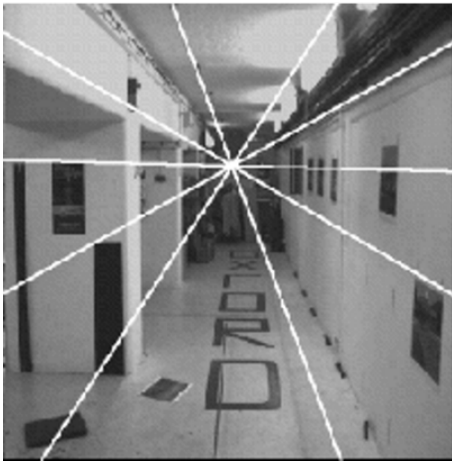
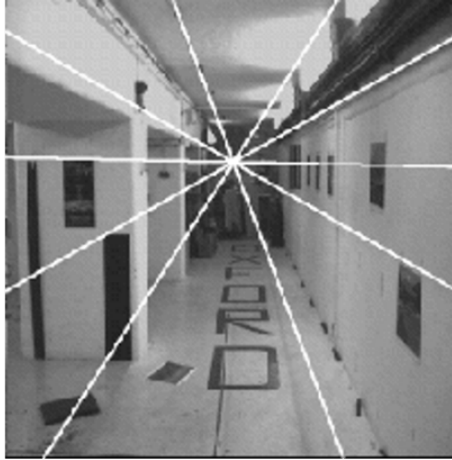


Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 34: Επιπολική γεωμετρία (III)



# Example of Epipolar Geometry: Forward Motion



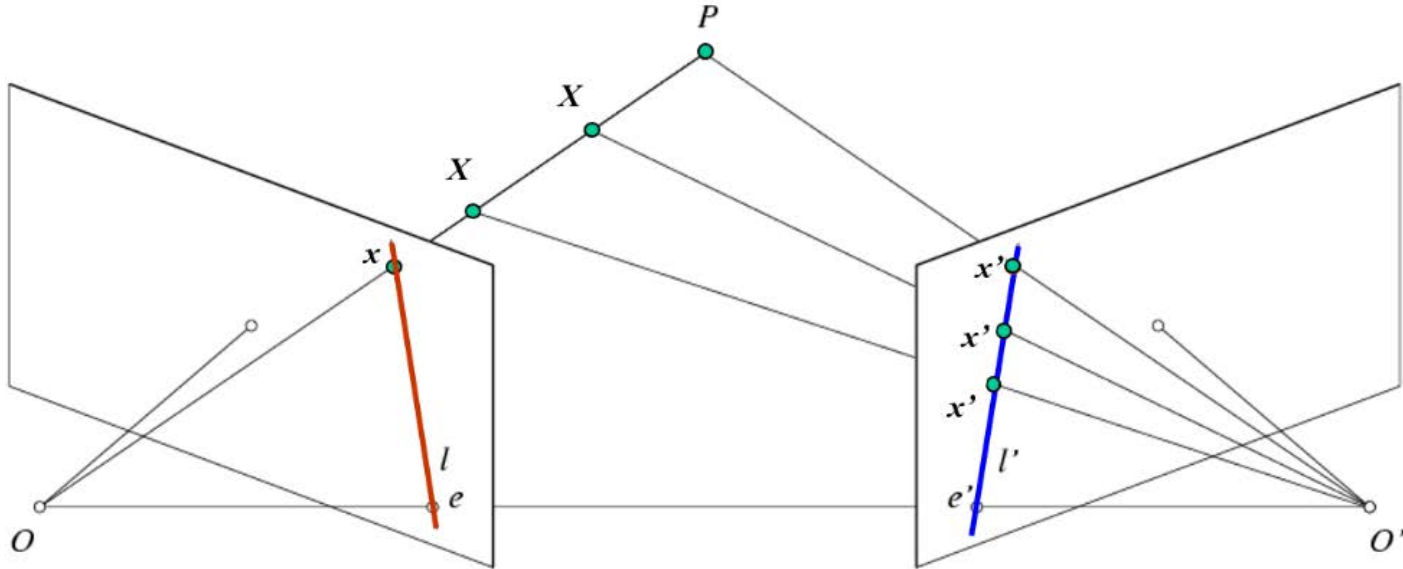
- Epipole has same coordinates in both images.
- Points move along lines radiating from  $e$ : “Focus of expansion”

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 35: Επιπολική γεωμετρία (IV)



# Epipolar Constraint



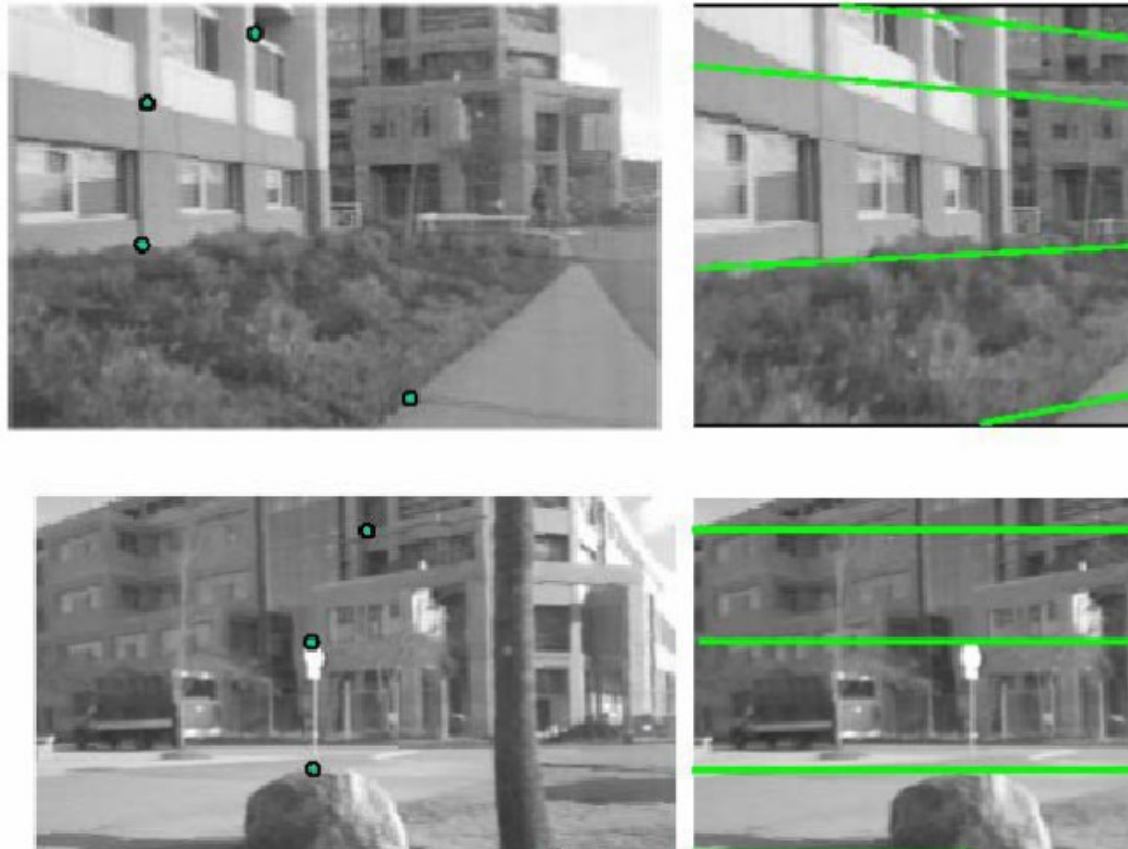
Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

- Potential matches for  $x$  have to lie on the corresponding epipolar line  $l'$ .
- Potential matches for  $x'$  have to lie on the corresponding epipolar line  $l$ .



Εικόνα 36: Επιπολική γεωμετρία (V)

# Epipolar Constraint: Example



Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

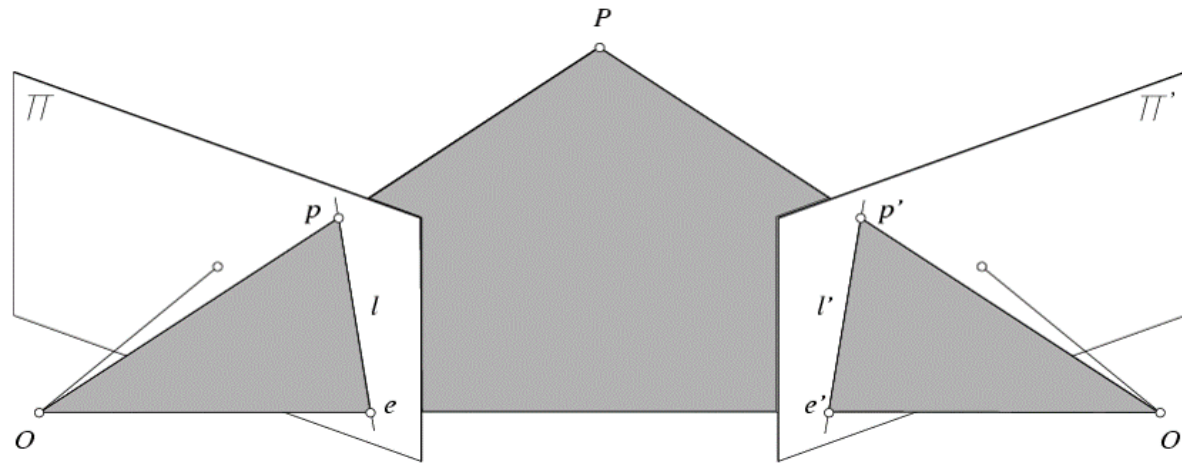
Εικόνα 37: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (I)





# Epipolar Constraint: Calibrated Case

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap641), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap641/cap5415/>

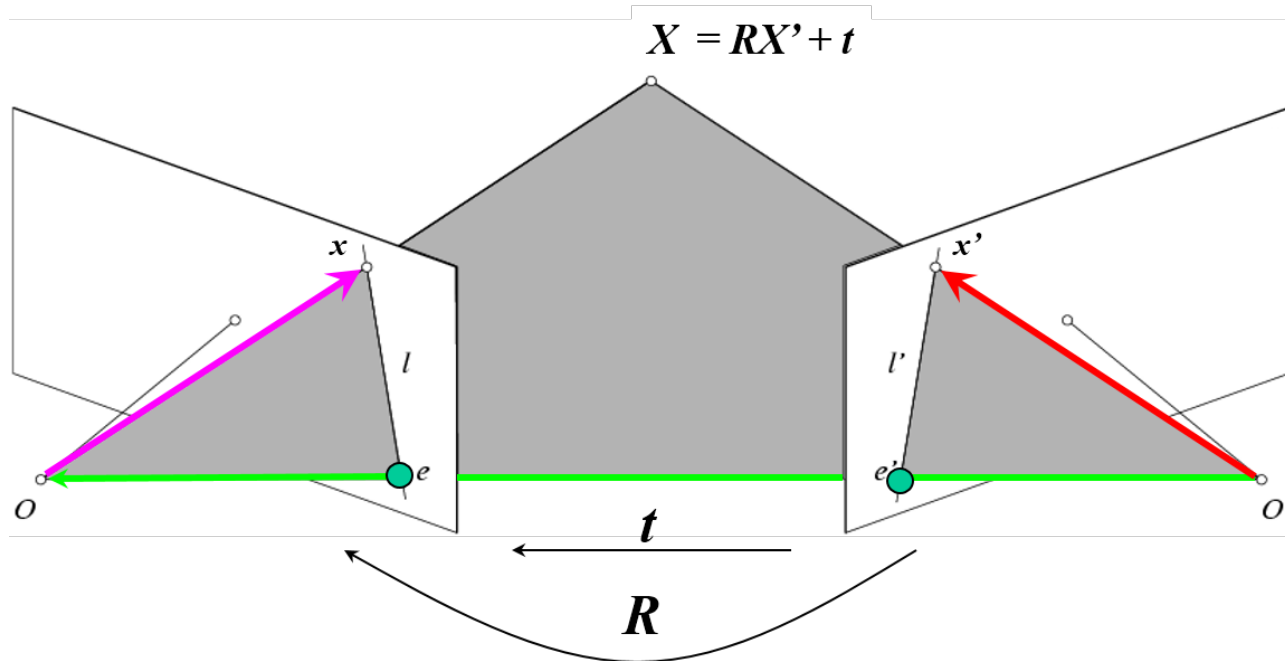


Εικόνα 38: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (II)

- Assume that the intrinsic and extrinsic parameters of the cameras are known
- We can multiply the projection matrix of each camera (and the image points) by the inverse of the calibration matrix to get *normalized* image coordinates
- We can also set the global coordinate system to the coordinate system of the first camera



# Epipolar Constraint: Calibrated Case



Πηγή: Lectures on Computer Vision by  
 Khurram Hassan Shafique, Computer  
 Vision Lab @ University of California  
 (USF), Spring 2003, Available at:  
<http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

Εικόνα 39: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (III)

Camera matrix:  $[I|0]$

$$X = (u, v, w, 1)^T$$

$$x = (u, v, w)^T$$

Camera matrix:  $[R^T | -R^T t]$

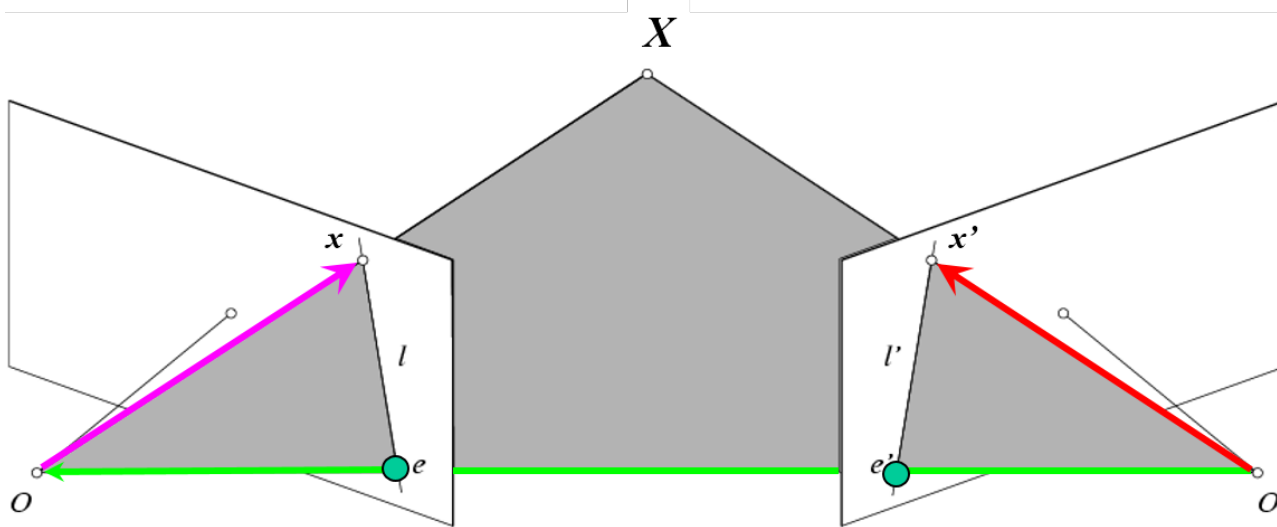
Vector  $x'$  in second coord.  
 system has coordinates  
 $Rx'$  in the first one

The vectors  $x$ ,  $t$ , and  $Rx'$  are coplanar



# Epipolar Constraint: Calibrated Case

Εικόνα 40: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (IV)



$$x \cdot [t \times (Rx')] = 0 \quad \Rightarrow \quad x^T E x' = 0 \quad \text{with} \quad E = [t_{\times}]R$$

**Essential Matrix**  
(Longuet-Higgins, 1981)

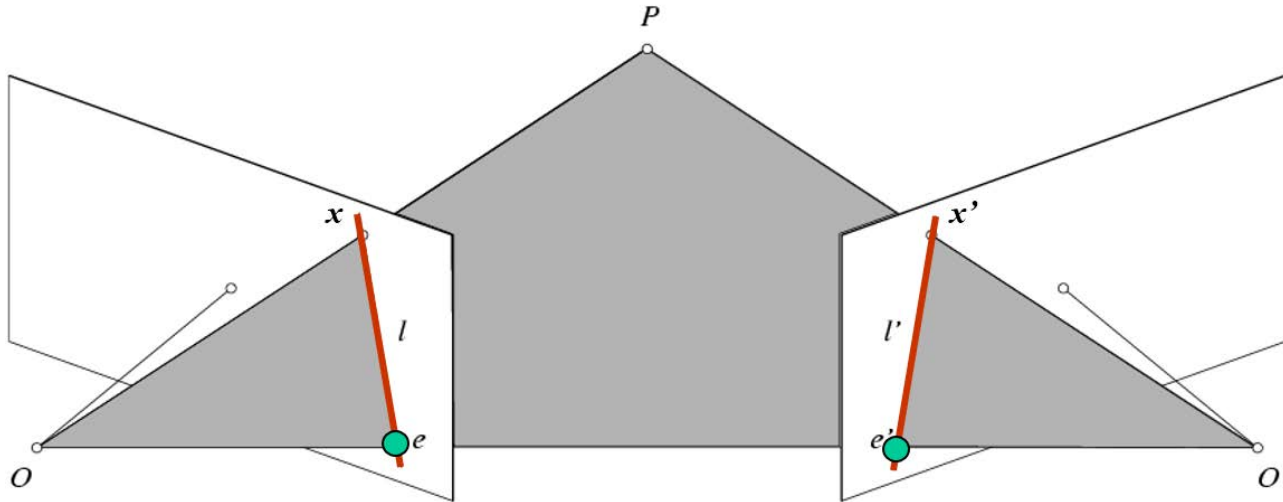
The vectors  $x$ ,  $t$ , and  $Rx'$  are coplanar

Πηγή: Lectures on Computer Vision by Khurram Hassan Shafiq, Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# Epipolar Constraint: Calibrated Case

Εικόνα 41: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (V)



$$x \cdot [t \times (Rx')] = 0 \quad \longrightarrow \quad x^T E x' = 0 \quad \text{with} \quad E = [t_{\times}]R$$

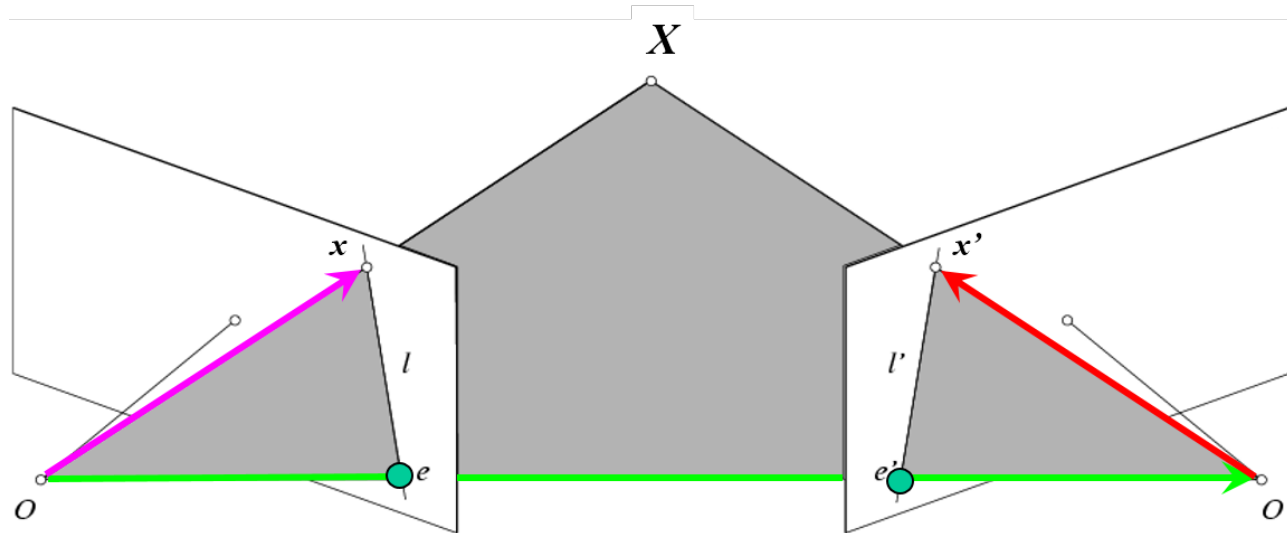
- $E x'$  is the epipolar line associated with  $x'$  ( $l = E x'$ )
- $E^T x$  is the epipolar line associated with  $x$  ( $l' = E^T x$ )
- $E e' = 0$  and  $E^T e = 0$
- $E$  is singular (rank two)
- $E$  has five degrees of freedom

The vectors  $x$ ,  $t$ , and  $Rx'$  are coplanar



# Epipolar Constraint: Uncalibrated Case

Εικόνα 42: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (VI)



Πηγή: Lectures on Computer Vision by Khurram Hassan Shafique, Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap641/1/cap5415/>

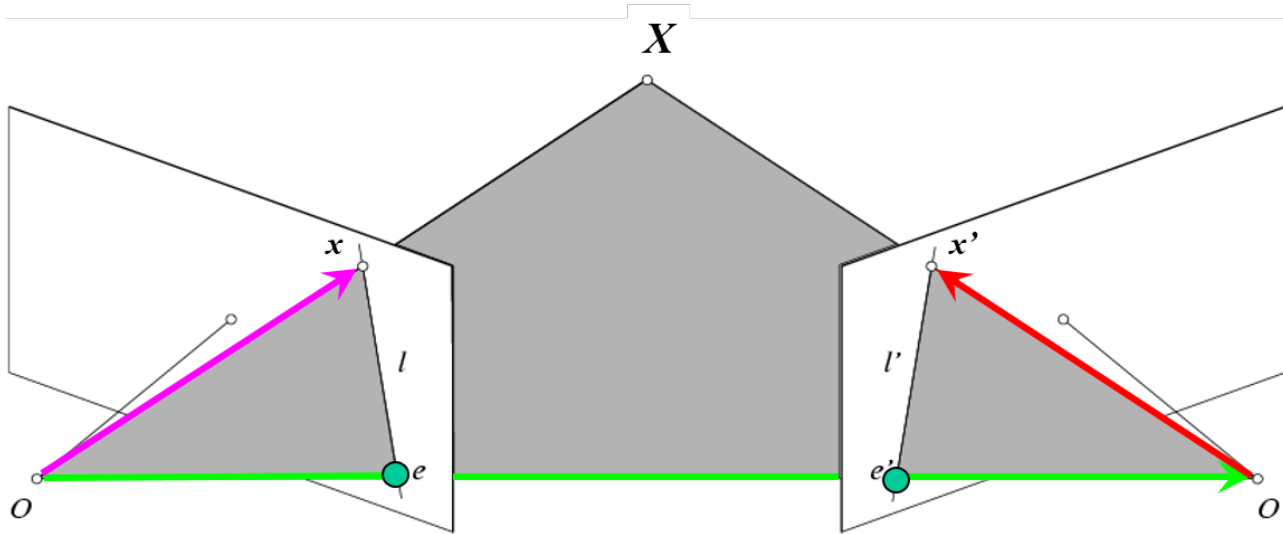
- The calibration matrices  $K$  and  $K'$  of the two cameras are unknown
- We can write the epipolar constraint in terms of *unknown* normalized coordinates:

$$\hat{x}^T E \hat{x}' = 0 \quad x = K \hat{x}, \quad x' = K' \hat{x}'$$



# Epipolar Constraint: Uncalibrated Case

Εικόνα 43: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (VII)



Πηγή: Lectures on Computer Vision by  
Khurram Hassan Shafiq, Computer  
Vision Lab @ University of California  
(USF), Spring 2003, Available at:  
<http://www.cs.ucf.edu/courses/cap641/1/cap5415/>

$$\hat{x}^T E \hat{x}' = 0 \quad \longrightarrow \quad x^T F x' = 0 \quad \text{with} \quad F = K^{-T} E K'^{-1}$$

$$x = K \hat{x}$$

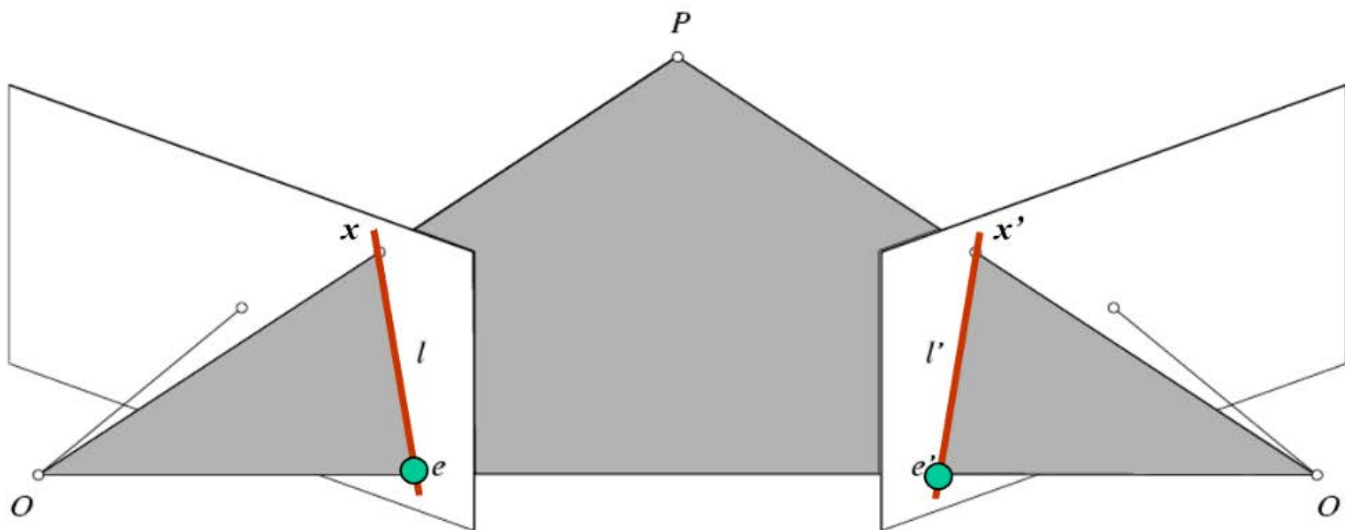
$$x' = K' \hat{x}'$$

**Fundamental Matrix**  
(Faugeras and Luong, 1992)



# Epipolar Constraint: Uncalibrated Case

Εικόνα 44: Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (VIII)



Πηγή: Lectures on Computer Vision by Khurram Hassan Shafiq, Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap641/1/cap5415/>

$$\hat{x}^T E \hat{x}' = 0 \quad \longrightarrow \quad x^T F x' = 0 \quad \text{with} \quad F = K^{-T} E K'^{-1}$$

- $F x'$  is the epipolar line associated with  $x'$  ( $l = F x'$ )
- $F^T x$  is the epipolar line associated with  $x$  ( $l' = F^T x$ )
- $F e' = 0$  and  $F^T e = 0$
- $F$  is singular (rank two)
- $F$  has seven degrees of freedom



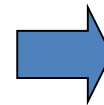
# The eight-point algorithm

$$\mathbf{x} = (u, v, 1)^T, \quad \mathbf{x}' = (u', v', 1)^T$$

$$(u, v, 1) \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad (uu', uv', u, vu', vv', v, u', v', 1) \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \\ F_{33} \end{pmatrix} = 0$$



$$\begin{pmatrix} u_1u'_1 & u_1v'_1 & u_1 & v_1u'_1 & v_1v'_1 & v_1 & u'_1 & v'_1 \\ u_2u'_2 & u_2v'_2 & u_2 & v_2u'_2 & v_2v'_2 & v_2 & u'_2 & v'_2 \\ u_3u'_3 & u_3v'_3 & u_3 & v_3u'_3 & v_3v'_3 & v_3 & u'_3 & v'_3 \\ u_4u'_4 & u_4v'_4 & u_4 & v_4u'_4 & v_4v'_4 & v_4 & u'_4 & v'_4 \\ u_5u'_5 & u_5v'_5 & u_5 & v_5u'_5 & v_5v'_5 & v_5 & u'_5 & v'_5 \\ u_6u'_6 & u_6v'_6 & u_6 & v_6u'_6 & v_6v'_6 & v_6 & u'_6 & v'_6 \\ u_7u'_7 & u_7v'_7 & u_7 & v_7u'_7 & v_7v'_7 & v_7 & u'_7 & v'_7 \\ u_8u'_8 & u_8v'_8 & u_8 & v_8u'_8 & v_8v'_8 & v_8 & u'_8 & v'_8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Minimize:

$$\sum_{i=1}^N (x_i^T F x'_i)^2$$

under the constraint  
 $|F|^2 = 1$





# The eight-point algorithm

- Meaning of error  $\sum_{i=1}^N (x_i^T F x'_i)^2 :$

- Nonlinear approach: minimize

$$\sum_{i=1}^N \left[ d^2(x_i, F x'_i) + d^2(x'_i, F^T x_i) \right]$$



# The eight-point algorithm - Problem

$$\begin{pmatrix} u_1u'_1 & u_1v'_1 & u_1 & v_1u'_1 & v_1v'_1 & v_1 & u'_1 & v'_1 \\ u_2u'_2 & u_2v'_2 & u_2 & v_2u'_2 & v_2v'_2 & v_2 & u'_2 & v'_2 \\ u_3u'_3 & u_3v'_3 & u_3 & v_3u'_3 & v_3v'_3 & v_3 & u'_3 & v'_3 \\ u_4u'_4 & u_4v'_4 & u_4 & v_4u'_4 & v_4v'_4 & v_4 & u'_4 & v'_4 \\ u_5u'_5 & u_5v'_5 & u_5 & v_5u'_5 & v_5v'_5 & v_5 & u'_5 & v'_5 \\ u_6u'_6 & u_6v'_6 & u_6 & v_6u'_6 & v_6v'_6 & v_6 & u'_6 & v'_6 \\ u_7u'_7 & u_7v'_7 & u_7 & v_7u'_7 & v_7v'_7 & v_7 & u'_7 & v'_7 \\ u_8u'_8 & u_8v'_8 & u_8 & v_8u'_8 & v_8v'_8 & v_8 & u'_8 & v'_8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>



# The eight-point algorithm - Problem

250906.36	183269.57	921.81	200931.10	146766.13	738.21	272.19	198.81
2692.28	131633.03	176.27	6196.73	302975.59	405.71	15.27	746.79
416374.23	871684.30	935.47	408110.89	854384.92	916.90	445.10	931.81
191183.60	171759.40	410.27	416435.62	374125.90	893.65	465.99	418.65
48988.86	30401.76	57.89	298604.57	185309.58	352.87	846.22	525.15
164786.04	546559.67	813.17	1998.37	6628.15	9.86	202.65	672.14
116407.01	2727.75	138.89	169941.27	3982.21	202.77	838.12	19.64
135384.58	75411.13	198.72	411350.03	229127.78	603.79	681.28	379.48

$$\begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Πηγή: Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

- Poor numerical conditioning
- Can be fixed by rescaling the data



# Εκτίμηση Εξωτερικών και εσωτερικών παραμέτρων καμερών

$$X = (u, v, w, 1)^T$$

$$x = (u, v, w)^T$$

$$x^T F x' = 0 \quad \text{with} \quad F = K^{-T} E K'^{-1}$$

$$C = [I|0]$$

$$E = [t_{\times}]R \Rightarrow F = K^{-T} [t_{\times}]R K'^{-1}$$

$$C' = [R^T | -R^T t]$$

$$x = PX$$

Ιδιες κάμερες:

$$P = KC$$

$$F = K^{-T} [t_{\times}]R K^{-1}$$

$$K = \begin{bmatrix} m_x & & & \\ & m_y & & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & p_x \\ & f & p_y \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$



# Εκτίμηση F: Motion segmentation

For each independent motion in the sequence, there exists a corresponding F-matrix,  $F_i$ , which fulfills the epipolar constraint

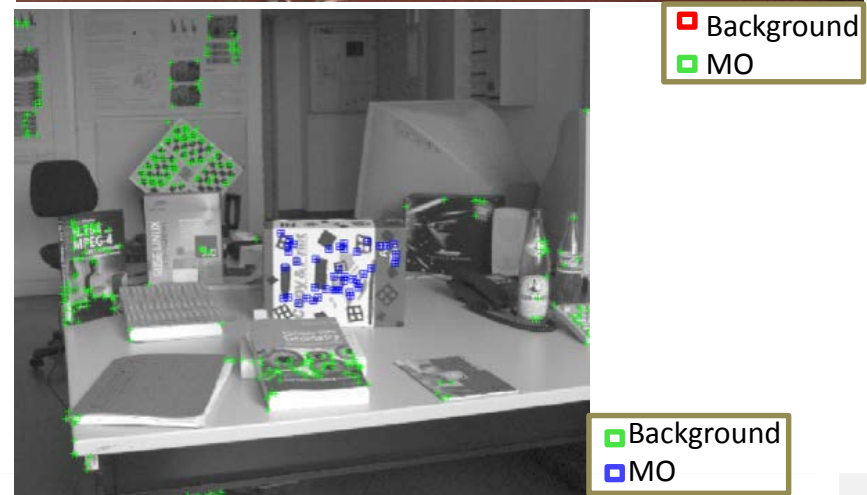
$$\mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_i \mathbf{x}_2 = 0$$

- F-matrix estimation for consecutive keyframes  
RANSAC → labeling of background and independent moving objects

EUSIPCO 2006



Εικόνα 45: Κατάτμηση βάση κίνησης



# Εκτίμηση Θέσης στον 3D χώρο

## Ορισμοί - Ιδιότητες

$$X = (u, v, w, 1)^T$$

$$x = (u, v, w)^T$$

$$C = [I|0]$$

$$C' = [R^T | -R^T t]$$

$$x = PX$$

$$P = KC$$

$$x = PX$$

$$P = KC$$

Επίλυση:

$$x' = P' X$$

$$P' = K'C'$$

$$x = PX$$

$$x' = P' X$$



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0



# Σημείωμα Αναφοράς

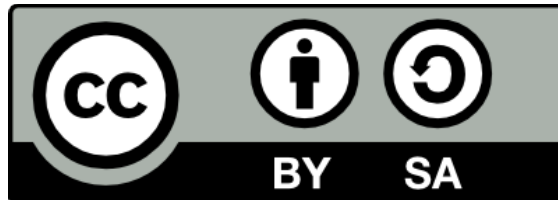
Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Αντώνιος Τζές, Ευάγγελος Δερματάς,  
«Ρομποτικά Συστήματα. Αντιστοίχιση Εικόνων». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015.  
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/EE804/index.php>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

**Σύμφωνα με αυτήν την άδεια ο δικαιούχος σας δίνει το δικαίωμα να:**

**Μοιραστείτε** — αντιγράψετε και αναδιανέμετε το υλικό

**Προσαρμόστε** — αναμείξτε, τροποποιήστε και δημιουργήστε πάνω στο υλικό για κάθε σκοπό

**Υπό τους ακόλουθους όρους:**

**Αναφορά Δημιουργού** — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στο δημιουργό , με σύνδεσμο της άδειας

**Παρόμοια Διανομή** — Αν αναμείξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/5)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Όλες οι εικόνες της ενότητας προέρχονται από την αντίστοιχη παρουσίαση του καθηγητή [Khurram Hassan Shafique](#). Βλ:

Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

**Εικόνα 1:** Αντιστοίχιση εικόνων

**Εικόνα 2:** Αντιστοίχιση εικόνων - Προσεγγίσεις

**Εικόνα 3:** Αντιστοίχιση εικόνων - Παρεμβολή

**Εικόνα 4:** Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (I)

**Εικόνα 5:** Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (II)

**Εικόνα 6:** Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (III)

**Εικόνα 7:** Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (IV)

**Εικόνα 8:** Αντιστοίχιση εικόνων – Feature matching (V)

**Εικόνα 9:** Μοντέλα μετασχηματισμού

**Εικόνα 10:** Μετασχηματισμός με γνωστές αποκρίσεις



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/5)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Όλες οι εικόνες της ενότητας προέρχονται από την αντίστοιχη παρουσίαση του καθηγητή [Khurram Hassan Shafique](#). Βλ:

Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

**Εικόνα 11:** Μετασχηματισμός με άγνωστες αποκρίσεις (I)

**Εικόνα 12:** Μετασχηματισμός με άγνωστες αποκρίσεις (II)

**Εικόνα 13:** Ιδιότητες σημείων ενδιαφέροντος

**Εικόνα 14:** Επαναλαμβανόμενος εντοπισμός όμοιων στοιχείων

**Εικόνα 15:** Χρήση αλγορίθμου RANSAC (I)

**Εικόνα 16:** Χρήση αλγορίθμου RANSAC (II)

**Εικόνα 17:** Χρήση αλγορίθμου RANSAC (III)

**Εικόνα 18:** Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (I)

**Εικόνα 19:** Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (II)

**Εικόνα 20:** Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (III)



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (3/5)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Όλες οι εικόνες της ενότητας προέρχονται από την αντίστοιχη παρουσίαση του καθηγητή [Khurram Hassan Shafique](#). Βλ:

Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

**Εικόνα 21:** Αλγόριθμος διαδοχικών ευθυγραμμίσεων (IV)

**Εικόνα 22:** Σχέδιο του Κύκλωπα , Δημιουργός: Odilon Redon, 2014

**Εικόνα 23:** Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (I)

**Εικόνα 24:** Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (II)

**Εικόνα 25:** Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (III)

**Εικόνα 26:** Εντοπισμός οπτικών ομοιοτήτων (IV)

**Εικόνα 27:** Επαναφορά 3διάστατης δομής (I)

**Εικόνα 28:** Επαναφορά 3διάστατης δομής (II)

**Εικόνα 29:** Συστοιχία CCD ψηφιακής φωτογραφικής

**Εικόνα 30:** Παράδειγμα διόρθωσης της κυκλικής παραμόρφωσης





# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (4/5)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Όλες οι εικόνες της ενότητας προέρχονται από την αντίστοιχη παρουσίαση του καθηγητή [Khurram Hassan Shafique](#). Βλ:

Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

**Εικόνα 31:** Βαθμονόμηση κάμερας

**Εικόνα 32:** Επιπολική γεωμετρία (I)

**Εικόνα 33:** Επιπολική γεωμετρία (II)

**Εικόνα 34:** Επιπολική γεωμετρία (III)

**Εικόνα 35:** Επιπολική γεωμετρία (IV)

**Εικόνα 36:** Επιπολική γεωμετρία (V)

**Εικόνα 37:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (I)

**Εικόνα 38:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (II)

**Εικόνα 39:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (III)

**Εικόνα 40:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (IV)



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (5/5)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Όλες οι εικόνες της ενότητας προέρχονται από την αντίστοιχη παρουσίαση του καθηγητή [Khurram Hassan Shafique](#). Βλ:

Lectures on Computer Vision by [Khurram Hassan Shafique](#), Computer Vision Lab @ University of California (USF), Spring 2003, Available at: <http://www.cs.ucf.edu/courses/cap6411/cap5415/>

**Εικόνα 41:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (V)

**Εικόνα 42:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (VI)

**Εικόνα 43:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (VII)

**Εικόνα 44:** Επιπολική γεωμετρία. Παραδείγματα (VIII)

**Εικόνα 45:** Κατάτμηση βάση κίνησης

