



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Μικροκύματα

Ενότητα 2: Τερματισμός Γραμμής Μεταφοράς

Σταύρος Κουλουρίδης

Πολυτεχνική

Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας

Υπολογιστών

# Σκοποί ενότητας

- Μελέτη της πρακτικής περίπτωσης της τερματισμένης γραμμής μεταφοράς



# Περιεχόμενα ενότητας

- Γραμμή μεταφοράς χωρίς απώλειες
- Τερματισμένη γραμμή μεταφοράς
- Αντίσταση εισόδου τερματισμένης γραμμής
- Λόγος στάσιμων κυμάτων SWR
- Ροή ισχύος σε γραμμές μεταφοράς
- Ειδικές περιπτώσεις τερματισμένων γραμμών
- Γραμμές μεταφοράς με απώλειες



# Γραμμές χωρίς απώλειες

- Σε πολλές πρακτικές περιπτώσεις οι απώλειες μπορεί να αγνοηθούν. Επίσης για τη μελέτη των διαφόρων φαινομένων, η ανάλυση βασίζεται πρώτα σε γραμμές μεταφοράς χωρίς απώλειες

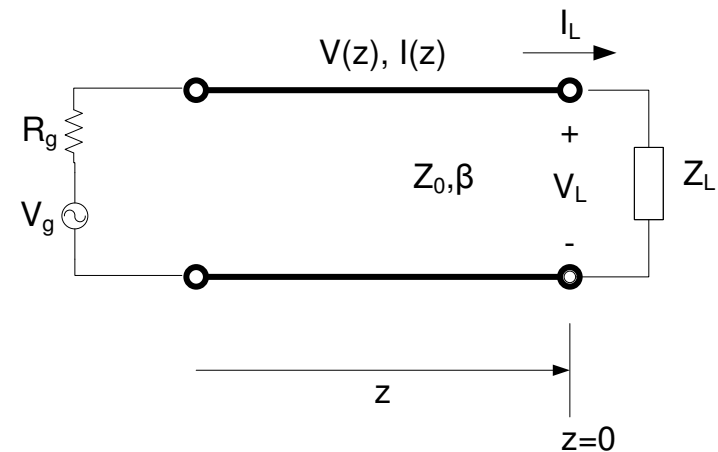
Τότε:

- $R = G = 0$
- $a = 0, \beta = \omega\sqrt{LC}, \gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC}$
- $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}, v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- $V(z) = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z}, I(z) = \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{-j\beta z} - V^- e^{j\beta z})$



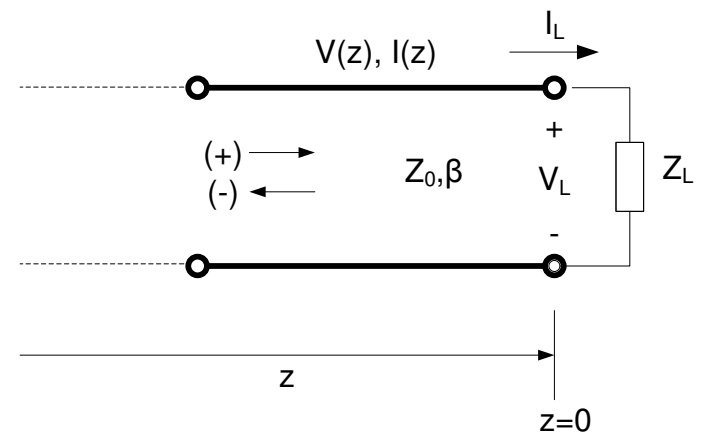
# Τερματισμός Γραμμής Μεταφοράς

- Η γραμμή μεταφοράς μεταφέρει ισχύ από μια πηγή ( $V_g, R_g$ ) σε ένα φορτίο ( $Z_L$ )
- Η σχέση ανάμεσα στο  $Z_L$  και στο  $Z_0$  καθορίζει εν γένει τη συμπεριφορά της τάσης και του ρεύματος πάνω στη γραμμή μεταφοράς. Συνεπώς και τη ροή ισχύος.



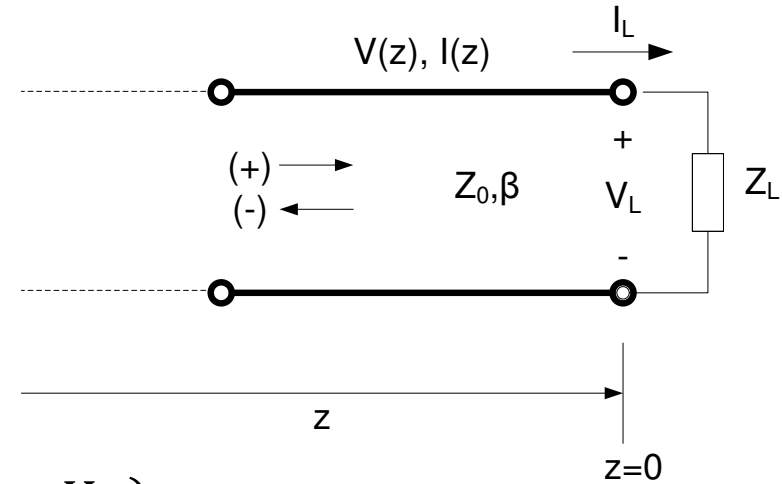
# Ανακλώμενο κύμα

- Έστω πηγή τροφοδοτεί τη γραμμή με κύμα της μορφής
- Αν η γραμμή είναι άπειρη σε μήκος ή τερματίζεται στη χαρακτηριστική της αντίσταση ( $Z_L = Z_0$ ) τότε ο λόγος της τάσης προς το ρεύμα σε κάθε σημείο της γραμμής θα ισούται με  $Z_0$
- Αν όμως τερματίζεται σε αυθαίρετο φορτίο  $Z_L$  στο φορτίο θα πρέπει να ισχύει  $\frac{V_L}{I_L} = Z_L$
- Η ασυμφωνία αυτή προκαλεί τη δημιουργία ανακλώμενου κύματος



# Συντελεστής ανάκλασης

- Εισάγουμε  $s = -z$
- $V(s) = V^+ e^{j\beta s} + V^- e^{-j\beta s}$ ,
- $I(s) = \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{j\beta s} - V^- e^{-j\beta s})$
- Το φορτίο βρίσκεται στο  $z=0$ ,  
ενώ η γραμμή εκτείνεται στα αρνητικά  $z$ .



- $z=0: V(0) = Z_L I(0)$  ή  $V^+ + V^- = Z_L \frac{1}{Z_0} (V^+ - V^-)$
- Συντελεστής ανάκλασης στο φορτίο:  $\Gamma_L = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

- Μέσω του συντελεστή ανάκλασης η τάση και το ρεύμα γράφονται ως εξής:

$$V(s) = V^+ (e^{j\beta s} + \Gamma_L e^{-j\beta s})$$

$$I(s) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{j\beta s} - \Gamma_L e^{-j\beta s})$$



# Αντίσταση εισόδου γραμμής μεταφοράς μήκους $\ell$

- $$Z_{in} = \frac{V(\ell)}{I(\ell)} = Z_0 \frac{V^+(e^{j\beta\ell} + \Gamma_L e^{-j\beta\ell})}{V^+(e^{j\beta\ell} - \Gamma_L e^{-j\beta\ell})} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-2j\beta\ell}}{1 - \Gamma_L e^{-2j\beta\ell}}$$

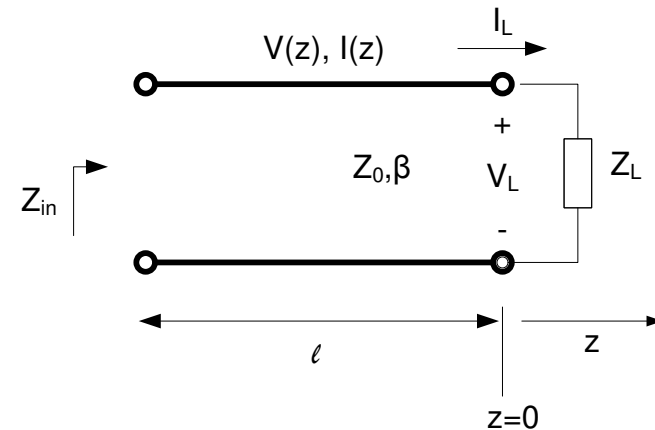
όπου  $\Gamma_L$  ο συντελεστής ανάκλασης στο φορτίο

- Ο συντελεστής ανάκλασης σε οποιαδήποτε θέση πάνω στη γραμμή ορίζεται ως  $\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-j\beta z}$

- Συγκεκριμένα στην είσοδο της γραμμής  $\Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-j2\beta\ell}$

- **$|\Gamma|$  παντού σταθερό σε όλο το μήκος της γραμμής**

- Η πιο συνηθισμένη σχέση για την αντίσταση εισόδου είναι  $Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta\ell}{Z_0 + jZ_L \tan\beta\ell}$  και προκύπτει από την ανάλυση των όρων  $e^{-j2\beta\ell}$





# Ροή ισχύος σε γραμμή μεταφοράς

- Η μέση τιμή της πραγματικής ισχύος που μεταφέρει η γραμμή μεταφοράς στο φορτίο είναι

$$P_{av} = \frac{|V^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) = \underbrace{\frac{1}{2Z_0} |V^+|^2}_{\text{Προσπίπτουσα ισχύς}} - \underbrace{\frac{1}{2Z_0} |\Gamma|^2 |V^+|^2}_{\text{Ανακλώμενη ισχύς}}$$

- Η παραπάνω σχέση ισχύει στην περίπτωση γραμμής μεταφοράς χωρίς απώλειες και αγνοώντας τις ανακλάσεις από τη γεννήτρια.
- Μέτρο της απώλειας ισχύος λόγω ανακλάσεων στο φορτίο είναι η *απώλεια επιστροφής* (return loss)

$$RL = -10 \log |\Gamma|^2 = -20 \log |\Gamma| \quad (dB)$$



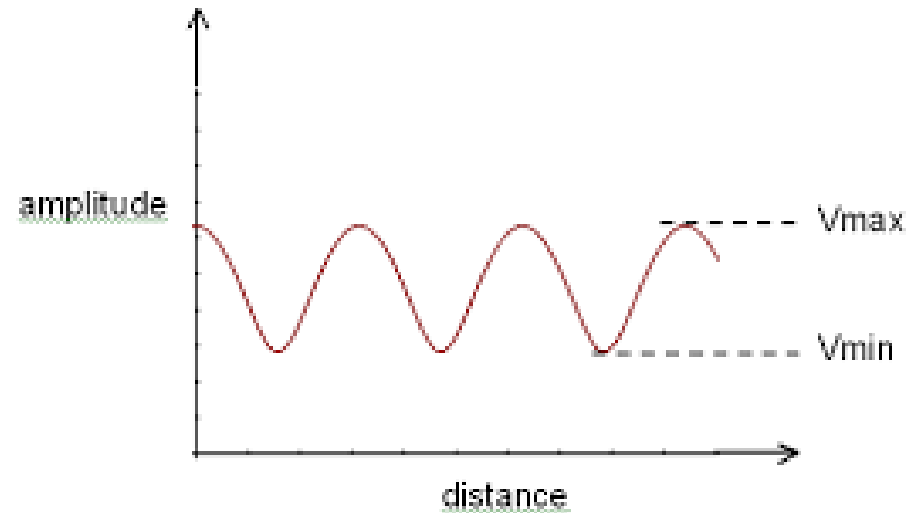
# Λόγος στασίμου κύματος (SWR)

- Το πλάτος της τάσης μεταβάλλεται γενικά κατά μήκος της γραμμής

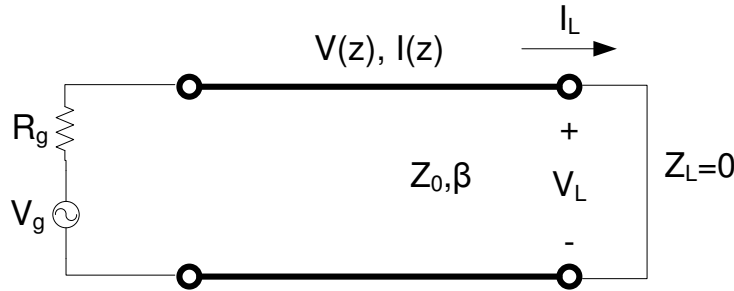
$$|V(z)| = |V^+| \left| e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z} \right| = |V^+| \left| e^{-j\beta z} \right| \left| 1 + \Gamma e^{j2\beta z} \right| = |V^+| \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\theta+2\beta z)} \right|$$

- Μέγιστο:  $V_{\max} = |V^+|(1+|\Gamma|)$
- Ελάχιστο:  $V_{\min} = |V^+|(1-|\Gamma|)$
- Η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά μέγιστα ή ελάχιστα είναι  $\lambda/2$  ενώ η κατανομή έχει χαρακτηριστικά στάσιμου κύματος.

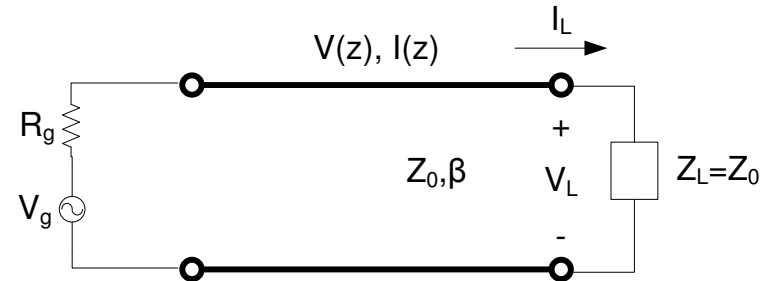
- $SWR = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}, \quad 1 \leq SWR \leq \infty$



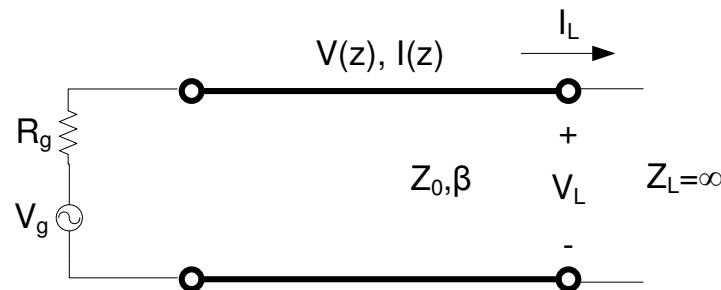
# Ειδικές περιπτώσεις τερματισμένων γραμμών μεταφοράς (1)



**Βραχυκυκλωμένη  
γραμμή μεταφοράς**



**Προσαρμοσμένη  
γραμμή μεταφοράς**



**Ανοιχτοκυκλωμένη  
γραμμή μεταφοράς**



# Ειδικές περιπτώσεις τερματισμένων γραμμών μεταφοράς (2)

Βραχυκύκλωμα

Ανοιχτό κύκλωμα

Προσαρμοσμένη γραμμή

$Z_L$	0	$\infty$	$Z_0$
$\Gamma$	-1	1	0
$V(z)$	$j2V^+ \sin \beta z$	$2V^+ \cos \beta z$	$V^+ e^{-j\beta z}$
$I(z)$	$2\frac{V^+}{Z_0} \cos \beta z$	$j2\frac{V^+}{Z_0} \sin \beta z$	$\frac{V^+ e^{-j\beta z}}{Z_0}$
$Z_{in}$	$jZ_0 \tan \beta l$	$-jZ_0 \cot \beta l$	$Z_0$



# Τερματισμός γραμμής με απώλειες

- Μιγαδική σταθερά διάδοσης:  $\gamma = \alpha + j\beta$

**Τάση:**  $V(z) = V^+ (e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z})$

**Ρεύμα:**  $I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-\gamma z} - \Gamma e^{\gamma z})$

**Συντελεστής ανάκλασης:**  $\Gamma(l) = \Gamma_L e^{-2\gamma l} = \Gamma_L (e^{-2\alpha l} e^{-2j\beta l})$

**Αντίσταση εισόδου:**  $Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma l}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma l}$

**Ισχύς στην είσοδο:**  $P_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V(l)I^*(l)\} = \frac{|V^+|^2}{2Z_0} (e^{2\alpha l} - e^{-2\alpha l} |\Gamma_L|^2)$

**Ισχύς στο φορτίο:**  $P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V(0)I^*(0)\} = \frac{|V^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2)$

**Απώλειες ισχύος:**  $P_{loss} = P_{in} - P_L = \underbrace{\frac{|V^+|^2}{2Z_0} (e^{2\alpha l} - 1)}_{\text{απώλειες προσπίπτοντος}} + \underbrace{\frac{|V^+|^2}{2Z_0} |\Gamma_L|^2 (1 - e^{-2\alpha l})}_{\text{απώλειες ανακλώμενου}}$



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.00**.





# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών. Σταύρος Κουλουρίδης «Μικροκύματα. Τερματισμός Γραμμής Μεταφοράς». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE791>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

