



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Μικροκύματα

Ενότητα 1: Εισαγωγή στις Γραμμές Μεταφοράς

Σταύρος Κουλουρίδης

Πολυτεχνική

Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας

Υπολογιστών

# Σκοποί ενότητας

- Κυκλωματικό ισοδύναμο γραμμών μεταφοράς και στοιχεία αυτών



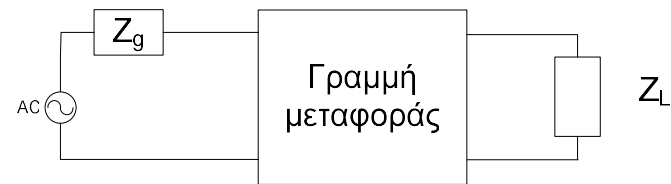
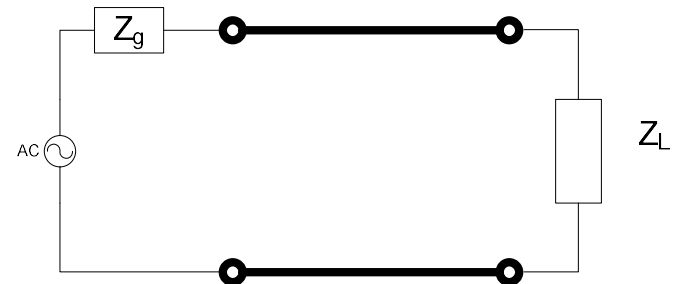
# Περιεχόμενα ενότητας

- Ορισμός γραμμής μεταφοράς
- Παραδείγματα γραμμών μεταφοράς
- Εισαγωγή στο κυκλωματικό ισοδύναμο γραμμής μεταφοράς



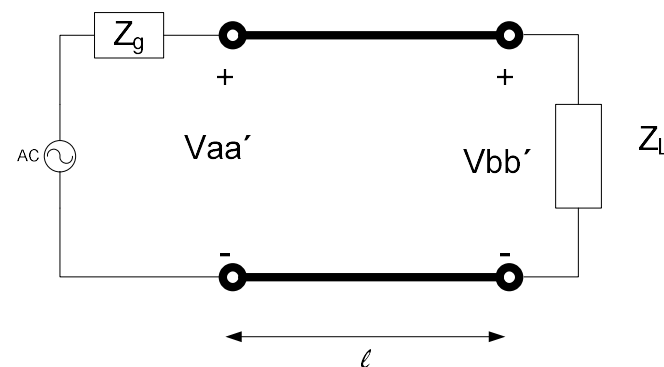
# Ορισμός Γραμμής μεταφοράς

- Ως γραμμή μεταφοράς μπορεί να οριστεί οποιοδήποτε σύστημα μπορεί να μεταφέρει ενέργεια.
- Στα πλαίσια του παρόντος μαθήματος με τον όρο γραμμή μεταφοράς εννοούμε οποιοδήποτε σύστημα αγωγών, διηλεκτρικών ή συνδυασμών τους, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μεταφορά ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας από ένα σημείο ενός κυκλώματος σε ένα άλλο.



# Επίδραση του μήκους των γραμμών μεταφοράς

- $V_{aa'}(t) = V_0 \cos \omega t$
- Αν το σήμα αυτό διαδίδεται στη γραμμή με την ταχύτητα του φωτός  $c$ , τότε στο τέλος της γραμμής φτάνει με μια χρονική καθυστέρηση  $l/c$ .
- $V_{bb'} = V_{aa'}(t - l/c) = V_0 \cos(\omega t - l/c) = V_0 \cos(\omega t - \varphi_0)$
- Για  $f = 1\text{KHz}$  και  $t = 0$ :



$l = 5\text{ cm}$	$V_{aa'} = V_0$	$V_{bb'} = 0.9999999999998V_0$
$l = 20\text{ km}$	$V_{aa'} = V_0$	$V_{bb'} = 0.91V_0$

- Πρόκειται για διαφορά στη φάση και όχι για απώλειες



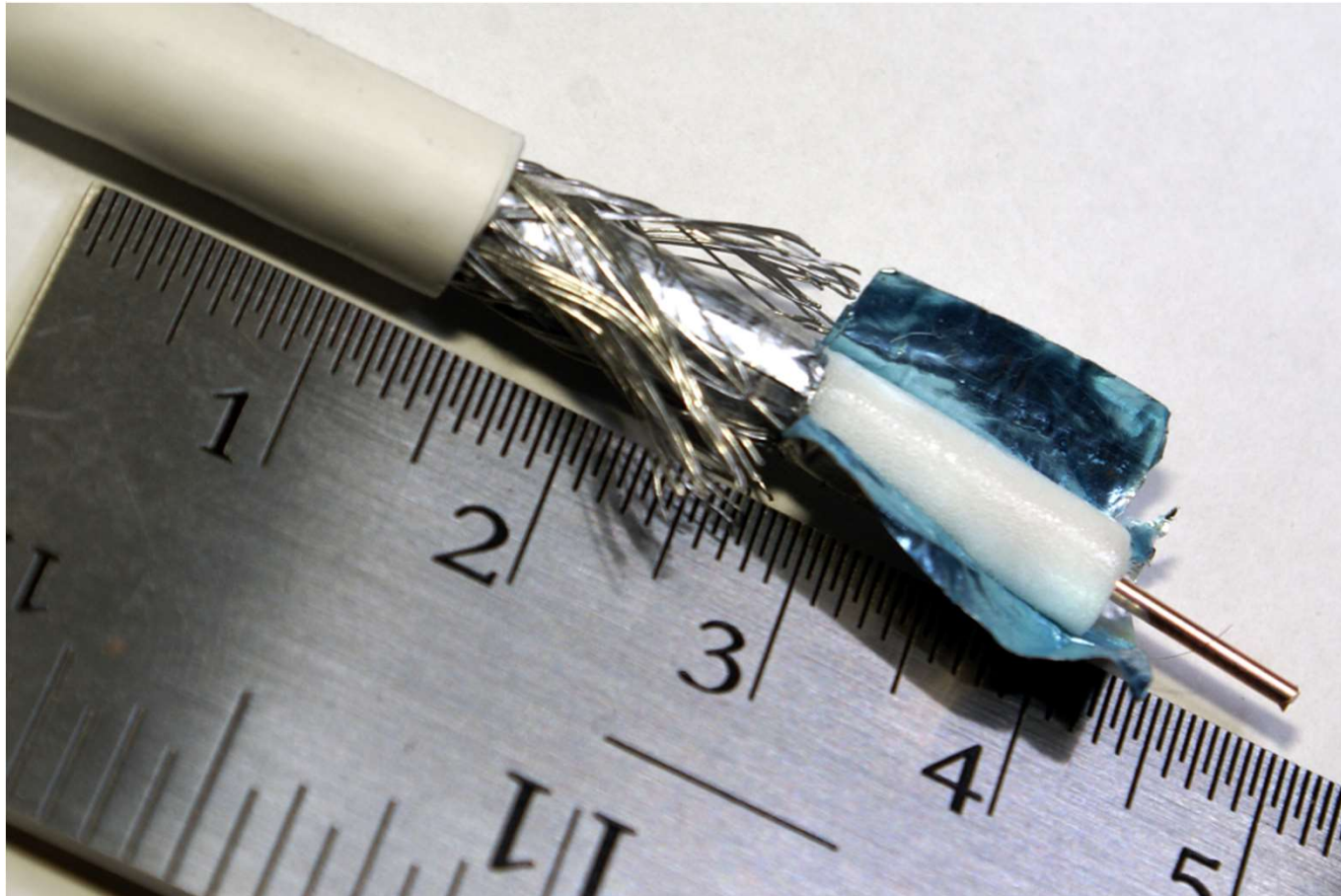
# Παραδείγματα γραμμών μεταφοράς

- Ομοαξονικό καλώδιο
- Οπτικές ίνες
- Κυματοδηγοί
- Μικροταινίες

Στις επόμενες διαφάνειες ακολουθούν εικόνες των παραπάνω παραδειγμάτων γραμμών μεταφοράς.



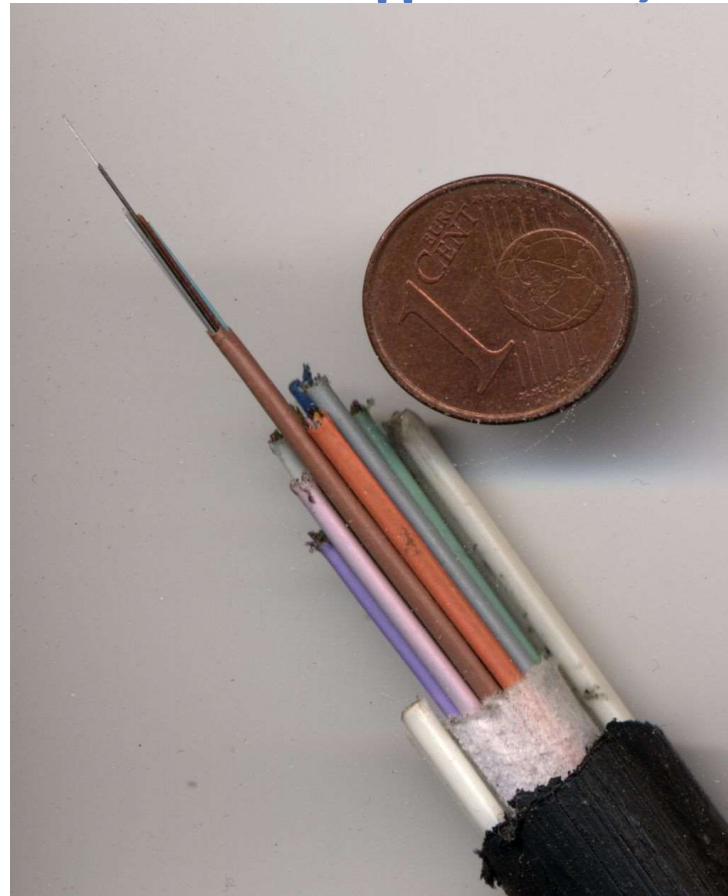
# Ομοαξονικό καλώδιο τροφοδοσίας κεραίας



Πηγή:[[en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)]



# Οπτικές ίνες τηλεπικοινωνιακού συστήματος

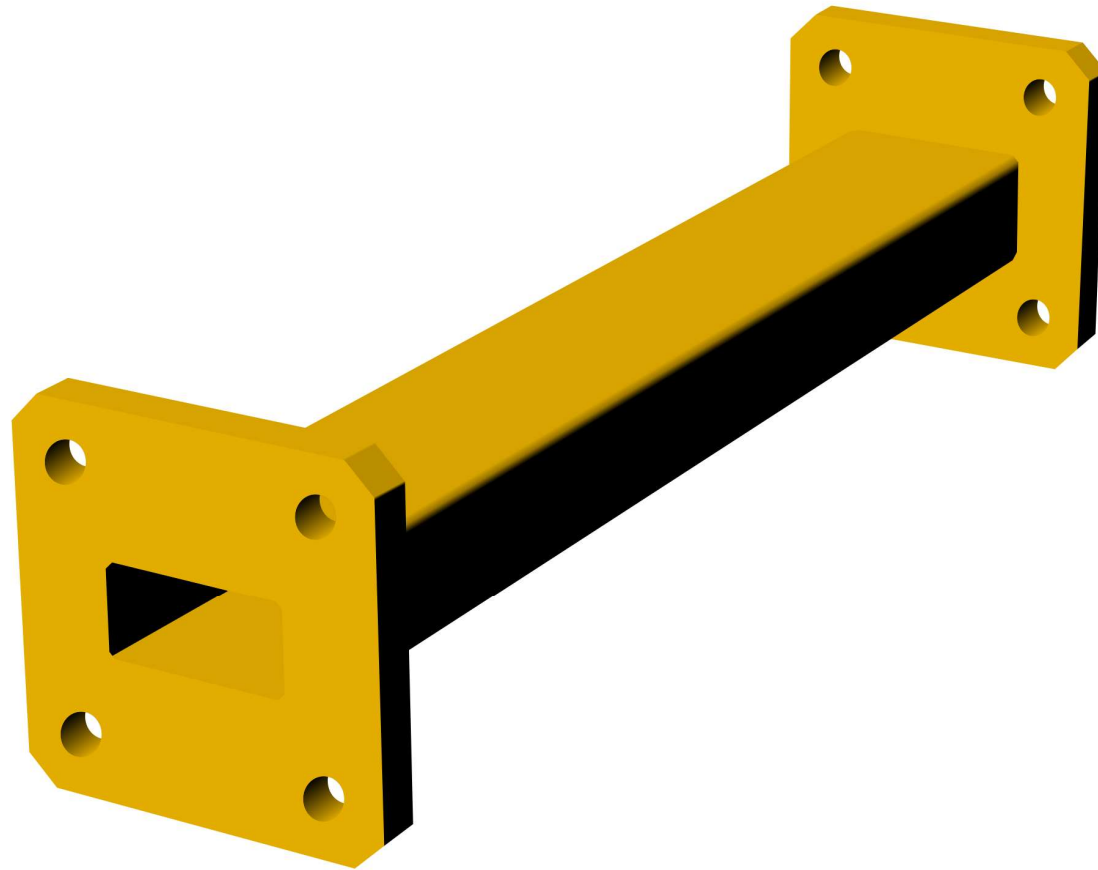


Πηγή:[[en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)]





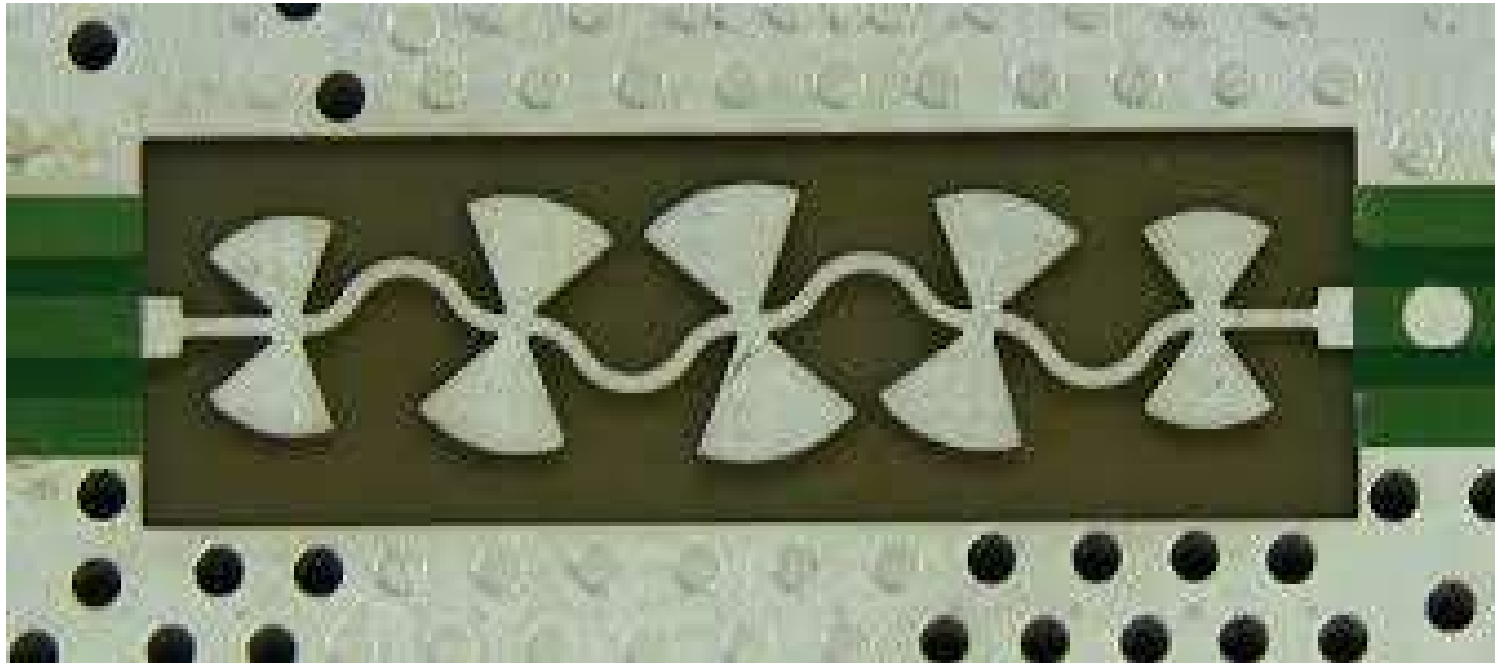
# Κυματοδηγοί



Πηγή: [[commons.wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org)]



# Μικροταινίες



Μικροκυματικό χαμηλοπερατό φίλτρο μικροταινίας

Πηγή: [[commons.wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org)]



# Τύποι γραμμών μεταφοράς

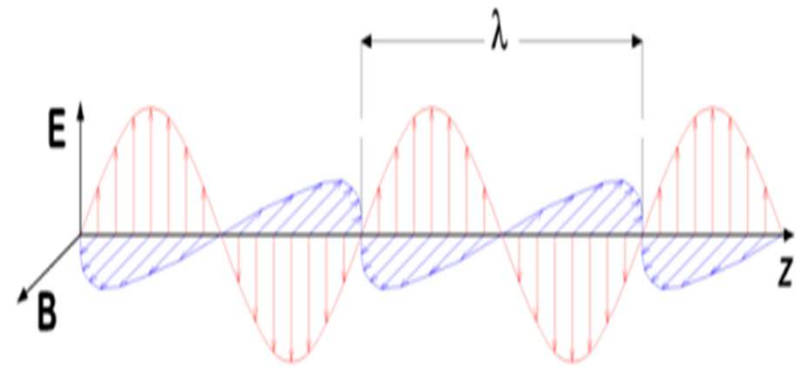
Ανάλογα με το μηχανισμό διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον οποίο βασίζονται, οι γραμμές μεταφοράς χωρίζονται σε 3 κατηγορίες:

- TEM (Transverse ElectroMagnetic) γραμμές (Δισύρματες γραμμές-ομοαξονικά)
- quasi-TEM (σχεδόν TEM) γραμμές (Μικροταινίες)
- TE ή TM (Transverse Electric ή Transverse Magnetic) γραμμές (Μονοσύρματες γραμμές-κυματοδηγοί, οπτικές ίνες)



# Χαρακτηριστικά TEM γραμμών μεταφοράς

- Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης
- Αποτελούνται από δύο αγωγούς και ενιαίο, ομοιογενές διηλεκτρικό
- Παραδείγματα TEM γραμμών είναι το ομοαξονικό καλώδιο, η δισύρματη γραμμή και η γραμμή ταινίας (stripline)
- Μεταφέρουν ηλεκτρομαγνητική ενέργεια ακόμα και σε χαμηλές συχνότητες έως το DC.
- Η σταθερά διάδοσης παρουσιάζει γραμμική εξάρτηση από τη συχνότητα, δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ανεξάρτητη της συχνότητας



TEM κύμα

Πηγή: [[en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)]



# Χαρακτηριστικά quasi-TEM γραμμών μεταφοράς

- Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης
- Υπάρχει συνιστώσα του ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου κατά τη διεύθυνση διάδοσης αλλά έχει μικρό μέτρο
- Αποτελούνται από δύο αγωγούς αλλά το διηλεκτρικό στη διατομή τους δεν είναι ομογενές
- Παραδείγματα quasi-TEM γραμμών είναι η μικροταινία (microstrip), ο ομοεπίπεδος κυματοδηγός (coplanar waveguide) και η γραμμή εγκοπής (slotline)
- Μεταφέρουν ηλεκτρομαγνητική ενέργεια ακόμα και σε χαμηλές συχνότητες έως το DC.
- Η σταθερά διάδοσης παρουσιάζει σχεδόν γραμμική εξάρτηση από τη συχνότητα



# Χαρακτηριστικά TE και TM γραμμών μεταφοράς

- Υπάρχει συνιστώσα του ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου κατά τη διεύθυνση διάδοσης
- Αποτελούνται από έναν μόνο αγωγό
- Παράδειγμα TE ή TM γραμμών αποτελεί ο μεταλλικός κυματοδηγός
- Μεταφέρουν ηλεκτρομαγνητική ενέργεια μόνο από κάποια συχνότητα (συχνότητα αποκοπής) και πάνω
- Η σταθερά διάδοσης παρουσιάζει έντονα μη γραμμική εξάρτηση από τη συχνότητα
- Χρησιμοποιούνται για τη διάδοση ακόμα και μεγάλων ισχύων σε υψηλές συχνότητες

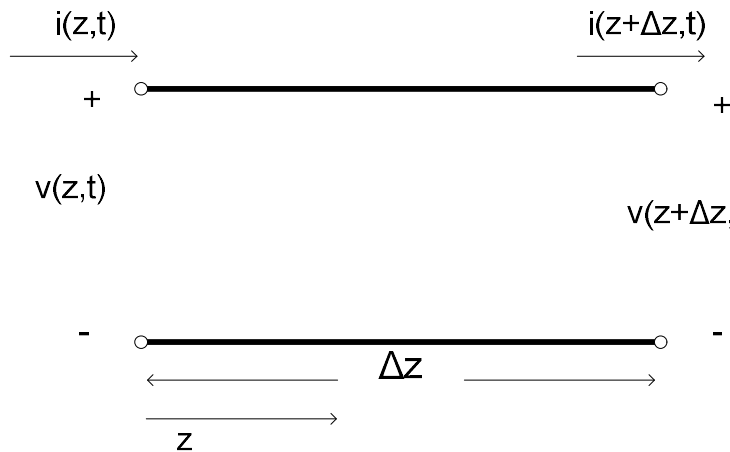


# Τα όρια της κυκλωματικής ανάλυσης

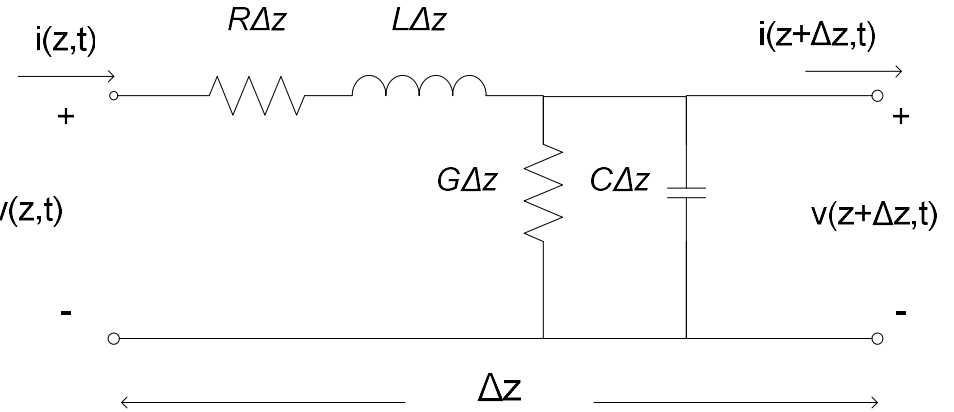
- Η κυκλωματική θεωρία βασίζεται στην παραδοχή ότι τα στοιχεία τα οποία μελετάει έχουν διαστάσεις πολύ μικρότερες από το μήκος κύματος των σημάτων τροφοδοσίας τους (**συγκεντρωμένα** στοιχεία). Αν όμως για παράδειγμα, μια γραμμή μεταφοράς έχει μήκος συγκρινόμενο με το μήκος κύματος του σήματος που πρόκειται να μεταφέρει, τότε η κυκλωματική ανάλυση καθίσταται προβληματική και πρέπει να ληφθεί υπόψη ο **κατανεμημένος** χαρακτήρας της γραμμής μεταφοράς μέσω της ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης.
- Ένας τρόπος να συγκεραστεί η ακρίβεια της ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης με την απλότητα της κυκλωματικής είναι μέσω του κυκλωματικού ισοδύναμου της γραμμής



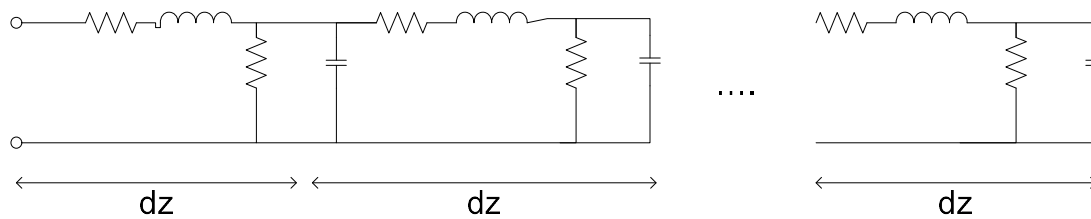
# Κυκλωματικό ισοδύναμο γραμμής μεταφοράς



Σχήμα 1. Σύμβολο γραμμής μεταφοράς μήκους  $\Delta z$



Σχήμα 2. Συγκεντρωμένο κυκλωματικό ισοδύναμο γραμμής μικρού μήκους



Σχήμα 3. Καταμεμημένο κυκλωματικό ισοδύναμο γραμμής μεγάλου μήκους. Η γραμμή αποτελείται από την αλυσιδωτή σύνδεση άπειρων στοιχειωδών μηκών  $dz$





# Κυκλωματικές παράμετροι γραμμής

- **R**: η ανά μονάδα μήκος ωμική αντίσταση της γραμμής σε  $\Omega/m$ , που οφείλεται στις απώλειες των αγωγών λόγω της πεπερασμένης αγωγιμότητας τους.
- **L**: η ανά μονάδα μήκους αυτεπαγωγή της γραμμής, σε  $H/m$
- **G**: η ανά μονάδα μήκους αγωγιμότητα της γραμμής σε  $S/m$ , που οφείλεται στις απώλειες του διηλεκτρικού
- **C**: η ανά μονάδα μήκους χωρητικότητα της γραμμής σε  $F/m$ , που οφείλεται στη γειτνίαση των δύο αγωγών.

Οι κυκλωματικές παράμετροι της γραμμής υπολογίζονται από την ηλεκτρομαγνητική ανάλυση της.



# Εξισώσεις τηλέγραφου

Με εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff στο κυκλωματικό ισοδύναμο του σχήματος 2 έχουμε και θεωρώντας ημιτονοειδείς διεγέρσεις:

$$V(z) - R\Delta z I(z) - j\omega L\Delta z I(z) - V(z + \Delta z) = 0 \quad (1)$$

$$I(z) - G\Delta z V(z) - j\omega C\Delta z V(z) - I(z + \Delta z) = 0 \quad (2)$$

Διαιρώντας τις δύο παραπάνω σχέσεις με  $\Delta z$  και παίρνοντας το όριο για  $\Delta z \rightarrow 0$  προκύπτουν οι διαφορικές εξισώσεις της γραμμής (εξισώσεις τηλέγραφου):

$$\frac{dV}{dz} = -(R + j\omega L)I \quad (3)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + j\omega C)V \quad (4)$$



# Κυματικές εξισώσεις για την τάση και το ρεύμα

Παραγωγίζοντας την (3) και την (4) και αντικαθιστώντας τις παραγώγους προκύπτουν οι κυματικές εξισώσεις:

$$\frac{d^2V}{dz^2} - \gamma^2 V = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d^2I}{dz^2} - \gamma^2 I = 0 \quad (6)$$

όπου  $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = a + j\beta$ , η μιγαδική σταθερά διάδοσης.

Η γενική λύση των (5) και (6) δίνει:

$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma z} [V] \quad (7)$$

$$I(z) = I^+ e^{-\gamma z} + I^- e^{\gamma z} [A] \quad (8)$$

όπου  $V^+$  και  $V^-$  μιγαδικά πλάτη τάσεων που διαδίδονται κατά τα θετικά και κατά τα αρνητικά  $z$ , αντίστοιχα.



# Η τάση και το ρεύμα στο πεδίο του χρόνου

$$\begin{aligned}v(z, t) &= \text{Re}\{V(z)e^{j\omega t}\} \\&= |V^+|e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_V^+) + |V^-|e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_V^-) \\i(z, t) &= |I^+|e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_I^+) - |I^-|e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_I^-)\end{aligned}$$

$\beta$ : σταθερά διάδοσης, μετριέται σε rad/m, και εκφράζει τη μεταβολή της φάσης του κύματος ανά μονάδα μήκους

$\alpha$ : σταθερά απόσβεσης, μετριέται σε Np/m (Nepers per meter), και εκφράζει τις απώλειες στη γραμμή.



# Χαρακτηριστική αντίσταση γραμμής

Από τη σχέση (3) προκύπτει:

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{\gamma z}) [A] \quad (9)$$

Η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση  $Z_0$  ορίζεται ως

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = -\frac{V^-}{I^-} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} [\Omega] \quad (10)$$

ενώ η σχέση για το ρεύμα γράφεται:

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{\gamma z} [A] \quad (11)$$



# Μήκος κύματος και φασική ταχύτητα

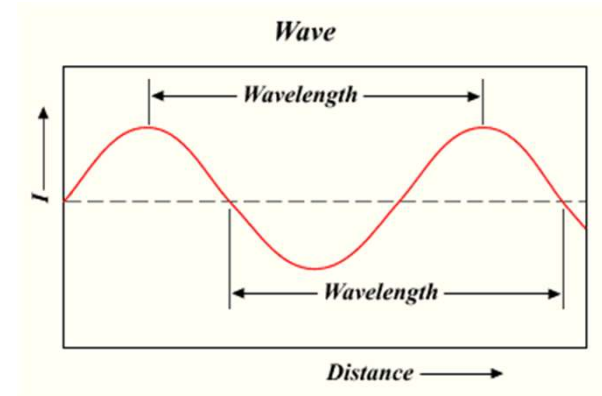
- Το μήκος κύματος  $\lambda$  ορίζεται ως

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} [m] \quad (12)$$

και περιγράφει την απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά μέγιστα ή ελάχιστα της τάσης ή του ρεύματος κατά μήκος της γραμμής

- Η φασική ταχύτητα  $v_p$  ορίζεται ως  $v_p = \frac{\omega}{\beta} [m/s]$ . (13)

Είναι γενικά διαφορετική από την ταχύτητα του φωτός στο κενό και εκφράζει την ταχύτητα διάδοσης του κύματος στις TEM ή quasi-TEM γραμμές.



Πηγή: [[commons.wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org)]



# Υπολογισμός των κυκλωματικών παραμέτρων της γραμμής

- Ο υπολογισμός των κυκλωματικών παραμέτρων γίνεται μέσω της ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης της γραμμής
- Αυτή η ανάλυση μπορεί να γίνει αναλυτικά μόνο για γεωμετρικά απλές περιπτώσεις γραμμών μεταφοράς, ενώ για σύνθετες γραμμές πρέπει να εφαρμοστούν υπολογιστικές μέθοδοι.
- Στην περίπτωση των TEM γραμμών μπορούν να εφαρμοστούν οι μέθοδοι που περιγράφονται παρακάτω για τον υπολογισμό των κυκλωματικών παραμέτρων



# Υπολογισμός της χωρητικότητας TEM γραμμής

- Υποθέτοντας ότι η τάση και το ρεύμα έχουν κυματική συμπεριφορά της μορφής  $V_0 e^{-\gamma z}$  και  $I_0 e^{-\gamma z}$ , αν υπολογίσουμε το ηλεκτρικό πεδίο τότε η μέση αποθηκευμένη ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου ανά μονάδα μήκους της γραμμής είναι  $W_e = \frac{\epsilon}{4} \iint_S E E^* dS$
- Από την αντίστοιχη κυκλωματική σχέση γνωρίζουμε για έναν πυκνωτή ότι  $W_e = \frac{1}{4} C |V_0|^2$
- Λύνοντας ως προς τη χωρητικότητα  $C = \frac{e}{|V_0|^2} \iint_S E E^* dS$





# Υπολογισμός της αυτεπαγωγής TEM γραμμής

- Αντίστοιχα για τη μέση μαγνητική ενέργεια γνωρίζουμε ότι είναι

$$W_m = \frac{\mu}{4} \iint_S H H^* dS = \frac{1}{4} L |I_0|^2$$

- Για την αυτεπαγωγή ανά μονάδα μήκους L προκύπτει

$$L = \frac{\mu}{|I_0|^2} \iint_S H H^* dS$$

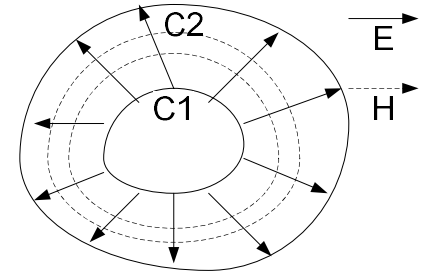


# Υπολογισμός της αγωγιμότητας TEM γραμμής

- Η επιτρεπτότητα ενός διηλεκτρικού είναι εν γένει μιγαδικός αριθμός  $\varepsilon = \varepsilon_r (1 - j \tan \delta)$  όπου για την επαπτομένη απωλειών ισχύει:  $\tan \delta = \frac{\sigma_d}{\omega \varepsilon_r}$ , όπου  $\sigma_d$  η αγωγιμότητα και  $\varepsilon_r$  η σχετική διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού
- Η ισχύς απωλειών στο διηλεκτρικό είναι  $P_d = \frac{\sigma_d}{2} \iint_S E E^* dS = G \frac{|V_0|^2}{2} \left[ \frac{W}{m} \right]$
- Τελικά  $G = \frac{\sigma_d}{|V_0|^2} \iint_S E E^* dS \left[ \frac{S}{m} \right]$



# Υπολογισμός της αντίστασης TEM γραμμής



- Η ισχύς απωλειών λόγω πεπερασμένης αγωγιμότητας των αγωγών δίνεται

από τη σχέση 
$$P_c = \frac{R_s}{2} \oint_{C1+C2} H H^* dS \quad \left[ \frac{W}{m} \right]$$

όπου  $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_c}} \quad \left[ \frac{\Omega}{m} \right]$  η επιφανειακή αντίσταση του αγωγού.

- Η αντίστοιχη κυκλωματική σχέση είναι 
$$P_c = \frac{1}{2} R |I_0|^2$$

- Τελικά 
$$R = \frac{R_s}{|I_0|^2} \oint_{C1+C2} H H^* dS$$



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **X.YZ**.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση **X1.Y1Z1** διαθέσιμη εδώ. (Συνδέστε στο «εδώ» τον υπερσύνδεσμο).
- Έκδοση **X2.Y2Z2** διαθέσιμη εδώ. (Συνδέστε στο «εδώ» τον υπερσύνδεσμο).
- Έκδοση **X3.Y3Z3** διαθέσιμη εδώ. (Συνδέστε στο «εδώ» τον υπερσύνδεσμο).



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Όνομα μέλους ή μελών ΔΕΠ 2014. Όνομα μέλους ή μελών ΔΕΠ. «Τίτλος Μαθήματος. Τίτλος ενότητας». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: σύνδεσμο μαθήματος.





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## **Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Πίνακες

Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται>  
<σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται>  
<σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται>  
<σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

