Μικροκύματα

Ενότητα 7: Κυματοδηγοί

Σταύρος Κουλουρίδης

Πολυτεχνική

Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σκοποί ενότητας

- Εξαγωγή σχέσεων για τα διαδιδόμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία σε ένα κυματοδηγό
- Μελέτη του κυματοδηγού ως τυπική γραμμή μεταφοράς

Περιεχόμενα ενότητας

- Διάδοση κυμάτων TE και TM σε κυματοδηγό
- Κυματική αντίσταση κυματοδηγού
- Διάδοση ισχύος σε κυματοδηγό
- Αντιστοιχία κυματοδηγού με δισύρματη γραμμή μεταφοράς

Η έννοια του κυματοδηγού

- Με τον όρο κυματοδηγός εννοούμε κλειστούς μεταλλικούς αγωγούς, συνήθως ορθογώνιας ή κυκλικής διατομής
- Οι κυματοδηγοί παρουσιάζουν το πλεονέκτημα της δυνατότητας διάδοσης μεγαλύτερης ποσότητας ισχύος, με πολύ χαμηλότερες απώλειες σε σχέση πχ. με το ομοαξονικό καλώδιο, και σε συχνότητες της τάξης των αρκετών GHz
- Από την άλλη η άκαμπτη μεταλλική δομή τους, τους κάνει δύσκολους στην κατασκευή και στη χρήση, ενώ η υλοποίηση τους για συχνότητες κάτω από 1 GHz είναι μη πρακτική λόγω των πολύ μεγάλων διαστάσεων τους.

Γενικές εκφράσεις κυμάτων σε κυματοδηγό (1)

- Θεωρούμε αρμονική μεταβολή $e^{+j\omega t}$ και διάδοση κατά τη θετική διεύθυνση του άξονα z. Άρα η μεταβολή των μεγεθών κατά τον άξονα z θα είναι της μορφής $e^{-j\beta z}$
- Λόγω της συγκεκριμένης εξάρτησης από το z θα ισχύει $\frac{\partial}{\partial z} \equiv -j\beta$
- Το β είναι η σταθερά διάδοσης και στη γενική περίπτωση δεν ταυτίζεται με τον κυματικό αριθμό k του διηλεκτρικού της γραμμής, όπου $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$
- Τα μεγέθη β και k ταυτίζονται **μόνο στην περίπτωση διάδοσης TEM κυμάτων**

Γενικές εκφράσεις κυμάτων σε κυματοδηγό(2)

- Λόγω της $\frac{\partial}{\partial z} \equiv -j\beta$:

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & -j\beta \\ \mathrm{E}_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \hat{x}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y\right) + \hat{y}\left(-\frac{\partial E_z}{\partial x} - j\beta E_x\right) + \hat{z}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

- Οι εξισώσεις Maxwell σε χώρο χωρίς πηγές φορτίων γίνονται:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$
$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{\mathrm{E}}$$

Γενικές εκφράσεις κυμάτων σε κυματοδηγό (3)

- Οι οποίες λόγω της (1) παίρνουν τη μορφή:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x \quad (1),$$
$$-\frac{\partial E_z}{\partial x} + j\beta E_x = -j\omega\mu H_y \quad (2),$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \quad (3),$$
$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon E_x \quad (4),$$
$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} - j\beta H_x = j\omega\varepsilon E_y \quad (5),$$
$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z \quad (6).$$

Λύνοντας ως προς τις κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης συνιστώσες:

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \quad (7),$$
$$E_y = \frac{j}{k_c^2}\left(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \quad (8),$$
$$H_x = \frac{j}{k_c^2}\left(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \quad (9),$$
$$H_y = \frac{-j}{k_c^2}\left(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \quad (10),$$

όπου

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2,$$

ο κυματικός αριθμός αποκοπής

Εξίσωση Helmhotz

- Επιπλέον το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο θα πρέπει να ικανοποιούν την κυματική εξίσωση Helmhotz:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0, \quad \kappa\alpha\iota \quad \nabla^2 \vec{\mathrm{H}} + k^2 \vec{\mathrm{H}} = 0$$

οι οποίες, αν λάβουμε υπόψη την εξάρτηση ως προς z και ότι

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \equiv (-j\beta)^2 \equiv -\beta^2$$

προκύπτει:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 - \beta^2\right)\psi = 0 \quad \acute{\eta} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^{\ 2}\right)\psi = 0$$

όπου ψ οποιαδήποτε συνιστώσα του ηλεκτρικού ή μαγνητικού πεδίου. Το πρόβλημα του προσδιορισμού των δυνατών λύσεων σε μια γραμμή μεταφοράς, συμπληρώνεται από τις κατάλληλες οριακές συνθήκες.

Κυματική σύνθετη αντίσταση του ρυθμού TEM

- Στην περίπτωση TEM κυμάτων, ο λόγος μιας οποιαδήποτε κάθετης συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου και μιας του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερός και ορίζει την κυματική σύνθετη αντίσταση του TEM κύματος

  $$Z_{TEM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta$$

  που ειδικά για TEM κύματα ταυτίζεται με τη χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση του μέσου.

- Γενικά η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση εξαρτάται από όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της γραμμής και το μέσο, ενώ η κυματική σύνθετη αντίσταση μόνο από το μέσο.

Κύματα TE

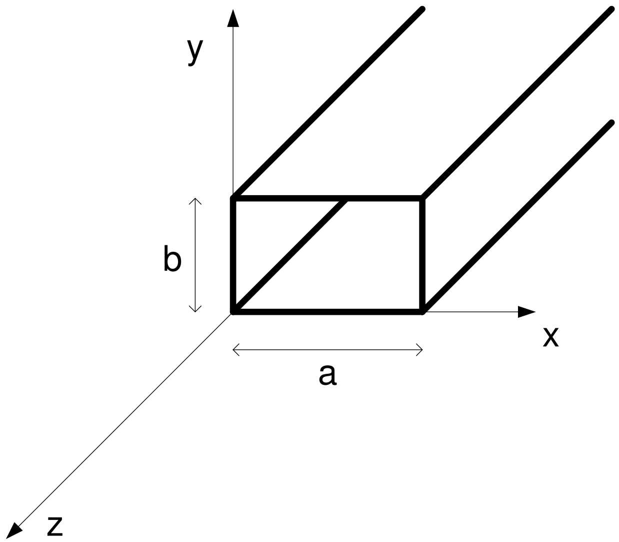
- $E_z = 0, \quad H_z \neq 0$
- Η H_z υπολογίζεται από την εξίσωση Helmhotz με βάση τις οριακές συνθήκες ($\hat{n} \times \left(\vec{H}_2 - \vec{H}_1\right) = \vec{J}$),
  $$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c{}^2\right) H_z = 0$$
  ενώ οι κάθετες συνιστώσες από τις εξισώσεις (7)-(10) με E_z=0.
- Η σταθερά διάδοσης β γίνεται
  $$\beta = \sqrt{k^2 - k_c{}^2}$$
- Για να υπάρχει διάδοση κύματος πρέπει η σταθερά διάδοσης να είναι πραγματικός αριθμός, δηλαδή $k > k_c$, ή αλλιώς η συχνότητα του κύματος πρέπει να υπερβαίνει ένα κατώφλι συχνότητας, τη συχνότητα αποκοπής
- Η κυματική αντίσταση του TE ρυθμού είναι
  $$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2}}$$

Κύματα TM

- $E_z \neq 0, \quad H_z = 0$
- Η E_z υπολογίζεται από την εξίσωση Helmhotz με βάση τις οριακές συνθήκες,
  $$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^{\,2}\right) E_z = 0$$
  ενώ οι κάθετες συνιστώσες από τις εξισώσεις (7)-(10) με H_z=0.
- Η σταθερά διάδοσης β γίνεται
  $$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^{\,2}}$$
- Για να υπάρχει διάδοση κύματος πρέπει η σταθερά διάδοσης να είναι πραγματικός αριθμός, δηλαδή $k > k_c$, ή αλλιώς η συχνότητα του κύματος πρέπει να υπερβαίνει ένα κατώφλι συχνότητας, τη συχνότητα αποκοπής
- Η κυματική αντίσταση του TE ρυθμού είναι
  $$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} = \frac{\beta\eta}{k} = \eta\sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2}$$

Κυματοδηγοί ορθογώνιας διατομής

- Υποθέτοντας ότι η διάδοση μέσα στον κυματοδηγό γίνεται κατά τη διεύθυνση z και θεωρώντας ότι $a \geq b$, ο ορθογώνιος κυματοδηγός έχει τη μορφή του σχήματος
- Σε κυματοδηγό είναι δυνατή μόνο η διάδοση TE και TM ρυθμών



Ρυθμοί TE σε ορθογώνιο κυματοδηγό(1)

- Η H_z υπολογίζεται από την εξίσωση Helmhotz με βάση τις οριακές συνθήκες :

  $$E_y\big|_{x=0} = E_y\big|_{x=a} = 0, \quad E_x\big|_{y=0} = E_x\big|_{y=a} = 0$$

  ως εφαπτομενικές σε αγώγιμη επιφάνεια συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου. Οι οριακές συνθήκες για την H_z υπολογίζονται από τις (7)-(8):

  $$\frac{\partial H_z}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\partial H_z}{\partial x}\Big|_{x=a} = 0, \quad \frac{\partial H_z}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{\partial H_z}{\partial y}\Big|_{y=b} = 0$$

- Η εξίσωση Helmhotz θα λυθεί με τη μέθοδο χωριζομένων μεταβλητών, ζητώντας λύσεις της μορφής:

  $$H_z = X(x)Y(y)$$

  και έτσι η εξίσωση γίνεται

  $$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + k_c^2 = 0 \quad (11)$$

Ρυθμοί TE σε ορθογώνιο κυματοδηγό(2)

- Η εξίσωση (11), επειδή ο όρος k_c^2 είναι σταθερός, θα έχει λύση μόνο αν και οι δύο άλλοι όροι είναι σταθεροί, δηλαδή:

$$\frac{d^2X}{dx^2}+k_x{}^2X=0, \quad \frac{d^2Y}{dy^2}+k_y{}^2Y=0, \quad k_x{}^2+k_y{}^2=k_c{}^2$$

όπου k_x, k_y σταθεροί όροι.

- Η αξονική συνιστώσα θα είναι τελικά:

$$H_z=X(x)Y(y)=\left(A\cos k_x x+B\sin k_x x\right)\left(C\cos k_y y+D\sin k_y y\right)$$

- Η επιβολή των οριακών συνθηκών δίνει

$$B=0, \quad \kappa\alpha\iota \quad \sin k_x a=0 \text{ ή } k_x=\frac{m\pi}{a}, \quad m=0,1,2,\ldots \quad (12)$$

και

$$D=0, \quad \kappa\alpha\iota \quad \sin k_y b=0 \text{ ή } k_y=\frac{n\pi}{b}, \quad n=0,1,2,\ldots \quad (13)$$

Ρυθμοί TE σε ορθογώνιο κυματοδηγό(3)

- Οι εξισώσεις (12) και (13) είναι οι χαρακτηριστικές εξισώσεις του κυματοδηγού και ορίζουν τον κυματικό αριθμό αποκοπής k_c:

$$k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

- Οι συνιστώσες του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι:

$$H_z = A\cos\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi x}{b}e^{-j\beta z},$$
$$E_x = \frac{j\omega\mu n\pi}{k_c{}^2 b}A\cos\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$
$$E_y = \frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c{}^2 a}A\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$
$$H_x = \frac{j\beta\mu\pi}{k_c{}^2 a}A\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$
$$H_y = \frac{j\beta n\pi}{k_c{}^2 b}A\cos\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z}.$$

Ρυθμοί TE σε ορθογώνιο κυματοδηγό(4)

- Η σταθερά διάδοσης β είναι:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^{\,2}} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

- Η συχνότητα αποκοπής για τον TE ρυθμό είναι:

$$f_c^{\,TE_{mn}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

- Αν η συχνότητα του κύματος **υπερβαίνει** τη συχνότητα αποκοπής, τότε ο ρυθμός διαδίδεται. Στην αντίθετη περίπτωση έχουμε αποσβεννύμενους ρυθμούς, οι οποίοι πρακτικά θα έχουν αποσβεστεί σε ελάχιστα μήκη κύματος. Αν η συχνότητα του κύματος είναι μεγαλύτερη από τις συχνότητες αποκοπής πολλών ρυθμών, τότε έχουμε πολύρρυθμη διάδοση.

Κυματική αντίσταση TE ρυθμού σε ορθογώνιο κυματοδηγό

- Η κυματική αντίσταση του TE ρυθμού είναι:

$$Z_{TE}=\frac{E_x}{H_y}=\frac{-E_y}{H_x}=\frac{\omega\mu}{\beta}=\frac{k\eta}{\beta}=\frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}}=\frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

- Η φασική ταχύτητα είναι:

$$u_p=\frac{\omega}{\beta}=\frac{k_c}{\sqrt{k^2-k_c^{\,2}}}=\frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}}=\frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

  και έχει τιμή μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσο του κυματοδηγού.

- Το μήκος κύματος στον κυματοδηγό είναι:

$$\lambda_g=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi}{\sqrt{k^2-k_c^{\,2}}}=\frac{2\pi/k}{\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}}=\frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}>\lambda$$

Ρυθμοί TM σε ορθογώνιο κυματοδηγό(1)

- Η E_z υπολογίζεται από την εξίσωση Helmhotz με βάση τις οριακές συνθήκες :

$$E_y\Big|_{x=0} = E_y\Big|_{x=a} = 0, \quad E_x\Big|_{y=0} = E_x\Big|_{y=a} = 0$$

- Η εξίσωση Helmhotz θα λυθεί με τη μέθοδο χωριζομένων μεταβλητών, ζητώντας λύσεις της μορφής:

$$\mathrm{E}_z = X(x)Y(y)$$

με λύση της μορφής:

$$\mathrm{E}_z = X(x)Y(y) = \left(A\cos k_x x + B\sin k_x x\right)\left(C\cos k_y y + D\sin k_y y\right)$$

- Οι οριακές συνθήκες δίνουν:

$$\sin k_x a = 0 \quad ή \quad k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad m = 1,2,\ldots,$$

$$\sin k_y b = 0 \quad ή \quad k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad n = 1,2,\ldots$$

Ρυθμοί ΤΜ σε ορθογώνιο κυματοδηγό(2)

- Ο κυματικός αριθμός αποκοπής για ΤΜ ρυθμό k_c:

$$k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

- Οι συνιστώσες του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι:

$$E_z = B\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$

$$E_x = \frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a}B\cos\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$

$$E_y = \frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b}B\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$

$$H_x = \frac{j\omega\varepsilon n\pi}{k_c^2 b}B\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z},$$

$$H_y = \frac{-j\omega\varepsilon m\pi}{k_c^2 a}B\cos\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}e^{-j\beta z}.$$

Ρυθμοί TM σε ορθογώνιο κυματοδηγό

- Η σταθερά διάδοσης β είναι:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c{}^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

- Η συχνότητα αποκοπής για τον TM ρυθμό είναι:

$$f_c{}^{TM_{mn}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

- Αν η συχνότητα του κύματος **υπερβαίνει** τη συχνότητα αποκοπής, τότε ο ρυθμός διαδίδεται. Στην αντίθετη περίπτωση έχουμε αποσβεννύμενους ρυθμούς, οι οποίοι πρακτικά θα έχουν αποσβεστεί σε ελάχιστα μήκη κύματος. Αν η συχνότητα του κύματος είναι μεγαλύτερη από τις συχνότητες αποκοπής πολλών ρυθμών, τότε έχουμε πολύρρυθμη διάδοση.

Κυματική αντίσταση TM ρυθμού σε ορθογώνιο κυματοδηγό

- Η κυματική αντίσταση του TE ρυθμού είναι:

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta\eta}{k} = \eta\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2} = \eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

- Η φασική ταχύτητα είναι:

$$u_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{k_c}{\sqrt{k^2 - k_c^{\,2}}} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

και έχει τιμή μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσο του κυματοδηγού.

- Το μήκος κύματος στον κυματοδηγό είναι:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - k_c^{\,2}}} = \frac{2\pi / k}{\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} > \lambda$$

Διάδοση κύματος σε κυματοδηγό

- Η πολύρρυθμη διάδοση αποφεύγεται στην πράξη λόγω του ότι προκαλεί παραμόρφωση του σήματος στην έξοδο, εξαιτίας του διαμοιρασμού της ενέργειας σε διαφορετικούς ρυθμούς
- Έτσι οι διαστάσεις του κυματοδηγού επιλέγονται έτσι ώστε να διαδίδεται μόνο ένας ρυθμός, αυτός που έχει τη χαμηλότερη συχνότητα αποκοπής. Ο ρυθμός αυτός είναι σχεδόν πάντα ο TE_{10}, ο οποίος ονομάζεται και κυρίαρχος ρυθμός
- Σε ειδικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται άλλοι ρυθμοί

Διάδοση ισχύος σε κυματοδηγό

- Η ισχύς που διαδίδεται είναι το ολοκλήρωμα του πραγματικού μέρους του διανύσματος Poynting:

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\int_0^a\int_0^b \vec{E}\times\vec{H}\cdot\hat{z}\,dydx\right\}$$

- Για το ρυθμό TE_{10}, η σχέση αυτή καταλήγει:

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\int_0^a\int_0^b E_y H_x^{*}\,dydx\right\} = \frac{\omega\mu a^2}{2\pi^2}\mathrm{Re}\{\beta\}\left|\mathrm{A}_{10}\right|^2\int_0^\alpha\int_0^b \sin^2\frac{\pi x}{a}\,dxdy = \frac{\omega\mu a^3 b}{4\pi^2}\left|\mathrm{A}_{10}\right|^2\mathrm{Re}\{\beta\}$$

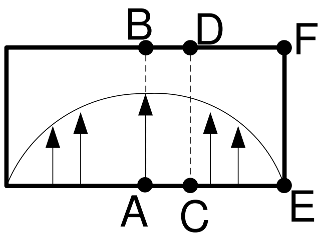
- Μπορούμε να εκφράσουμε τη διαδιδόμενη ισχύ και ως προς τη μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού πεδίου E_{max} η οποία παρατηρείται για x=a/2:

$$E_{\max} = \frac{\omega\mu a}{\pi}\left|\mathrm{A}_{10}\right|,$$

$$P = \frac{\omega\mu a^3 b}{4\pi^2}\frac{\pi^2}{\omega^2\mu^2 a^2}E^2{}_{\max}\beta = \frac{\alpha b}{4}\frac{\beta}{\omega\mu}E^2{}_{\max} = \frac{\alpha b}{4}\frac{\beta}{k\eta}E^2{}_{\max} = \frac{\alpha b E^2{}_{\max}}{4Z_{\mathrm{TE}_{10}}}$$

Η έννοια της χαρακτηριστικής αντίστασης σε κυματοδηγό

- Σε κυματοδηγούς που υποστηρίζουν μόνο TE και TM διάδοση, σε αντίθεση με τις TEM γραμμές, δεν είναι δυνατός ο μονοσήμαντος και σαφής ορισμός της τάσης και του ρεύματος
- Αν στο διπλανό σχήμα, ορίσουμε την τάση ως το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου στη διαδρομή AB ή στη διαδρομή CD, βλέπουμε ότι αυτοί οι δύο τρόποι δε δίνουν ίδιο αποτέλεσμα.
- Ακόμα και αν τα A,B είναι σταθερά, το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου εξαρτάται από τη διαδρομή. Για παράδειγμα, στην απευθείας διαδρομή AB το ηλεκτρικό πεδίο είναι μέγιστο, ενώ κατά μήκος της διαδρομής AEFB το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν.



Ορισμός της χαρακτηριστικής αντίστασης σε κυματοδηγό

- Συνήθως η τάση σε κυματοδηγό ορίζεται ως

$$V = C_1 E_{\max}$$

- Ανάλογα το ρεύμα είναι

$$I = C_2 H_{\max}$$

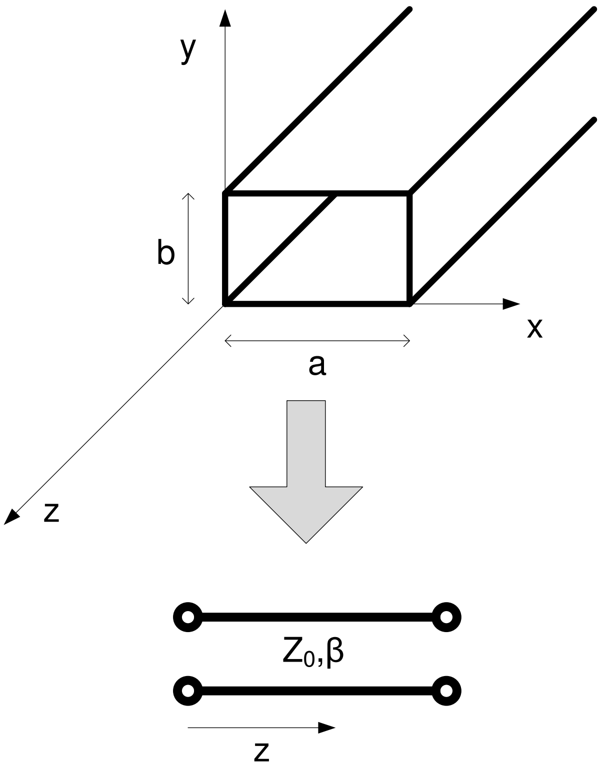
- Έτσι μπορούμε να ορίσουμε τη χαρακτηριστική αντίσταση ως

$$Z_0 = \frac{V}{I} = \frac{C_1 E_{\max}}{C_2 H_{\max}} = \frac{C_1}{C_2} Z_{TE}$$

- Η χαρακτηριστική αντίσταση ορίζεται μέσω δύο αυθαίρετων σταθερών. Μια συνήθης επιλογή είναι $C_1 = C_2$. Για να μπορούν όμως να χρησιμοποιηθούν οι τάσεις και τα ρεύματα και για τον υπολογισμό της ισχύος, πρέπει να ορίσουμε τις C_1, C_2 ώστε η ποσότητα $\mathrm{Re}\{VI^*\}/2$ να εκφράζει τη διαδιδόμενη ισχύ στον κυματοδηγό.

Αντιστοιχία κυματοδηγού με μοντέλο δισύρματης γραμμής μεταφοράς

- Αν η χαρακτηριστική αντίσταση του κυματοδηγού οριστεί με τον τρόπο και τους περιορισμούς που περιγράφηκαν στις προηγούμενες διαφάνειες, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα μοντέλα ανάλυσης τυπικών γραμμών μεταφοράς που αναπτύχθηκαν σε προηγούμες ενότητες, για να αναλύσουμε τη συμπεριφορά ενός κυματοδηγού ως γραμμή μεταφοράς



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.