



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Μικροκύματα

Ενότητα 5: Μεταβατική απόκριση γραμμών  
μεταφοράς

Σταύρος Κουλουρίδης

Πολυτεχνική

Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας  
Υπολογιστών

# Σκοποί ενότητας

- Κατανόηση των μεταβατικών φαινομένων που συμβαίνουν σε μια γραμμή μεταφοράς



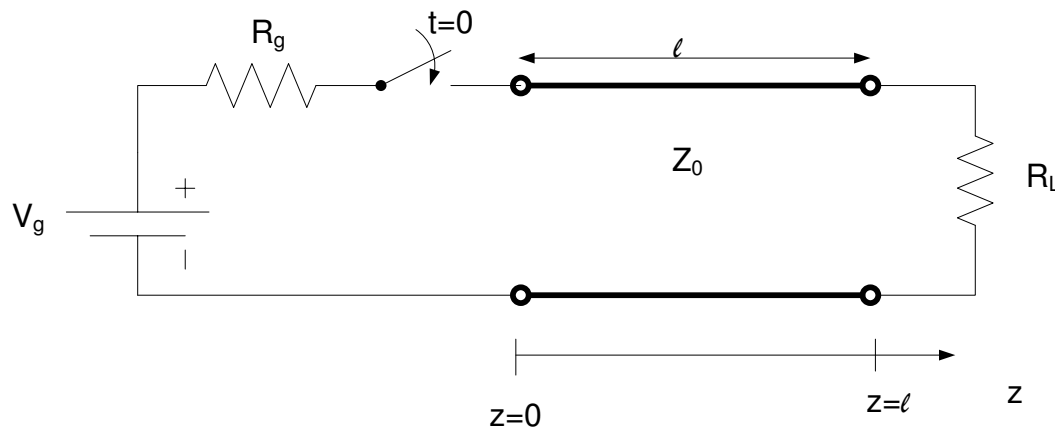
# Περιεχόμενα ενότητας

- Υπολογισμός της τάσης και του ρεύματος σε μεταβατικά φαινόμενα που συμβαίνουν σε γραμμές μεταφοράς
- Εισαγωγή των διαγραμμάτων διαδοχικών ανακλάσεων



# Εισαγωγή

- Στη μελέτη των μεταβατικών φαινομένων στις γραμμές, θεωρούμε το σημείο όπου η γραμμή συνδέεται με την τροφοδοσία  $z = 0$
- Θεωρούμε ότι οι πηγές είναι πηγές συνεχούς τάσης

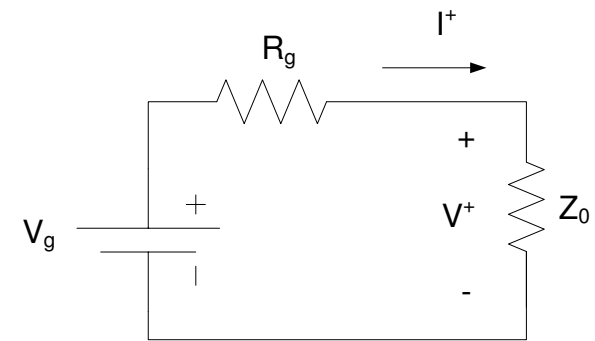


# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(1)

- Θα προχωρήσουμε στην ανάλυση με τη χρήση ενός αριθμητικού παραδείγματος
- Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη για  $t = 0$ , η γραμμή μεταφοράς εμφανίζεται ως μια αντίσταση  $Z_0$ , μιας και η απουσία σήματος στη γραμμή, κάνει την αντίσταση εισόδου της να μην επηρεάζεται από την  $R_L$ .
- Έτσι

$$V_1^+ = \frac{V_g Z_0}{R_g + Z_0}$$

$$I_1^+ = \frac{V_g}{R_g + Z_0}$$



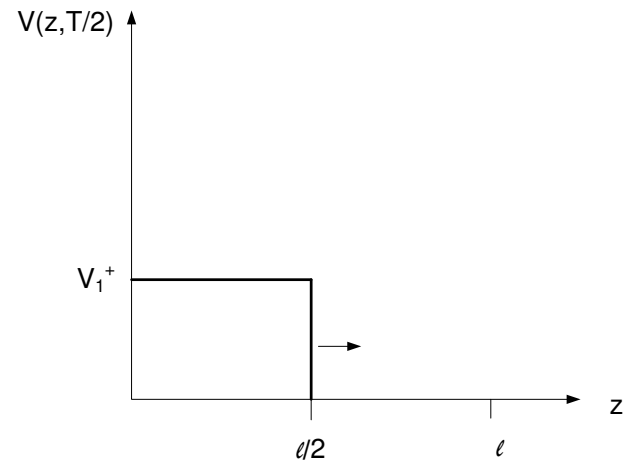
# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(2)

- Το κύμα αρχίζει να διαδίδεται προς τα θετικά  $z$ , με ταχύτητα  $v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ , ενώ χρειάζεται χρόνο  $T = \frac{v_p}{l}$  για να φτάσει στο άλλο άκρο της γραμμής.
- Έστω ότι  $R_g = 4Z_0$  και  $R_L = 2Z_0$



# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(3)

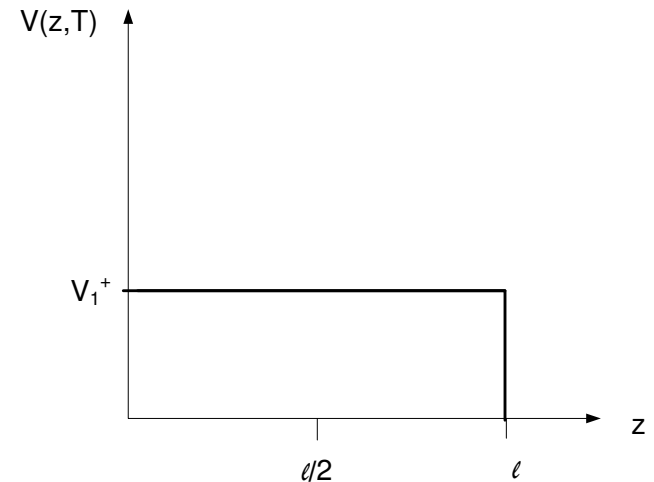
- Σε χρόνο  $t = T/2$  το κύμα έχει φτάσει στο μέσο της γραμμής. Έτσι η τάση στο πρώτο μισό της γραμμής είναι  $V_1^+$  ενώ στο άλλο είναι μηδέν.



# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(4)

- Σε χρόνο  $t = T$  το προσπίπτον θα φτάσει στο φορτίο, στο τέλος της γραμμής. Εκεί λόγω του φορτίου  $R_L = 2Z_0$  το κύμα ανακλάται, ενώ το πλάτος του ανακλώμενου κύματος είναι  $V_1^- = \Gamma_L V_1^+$ , όπου

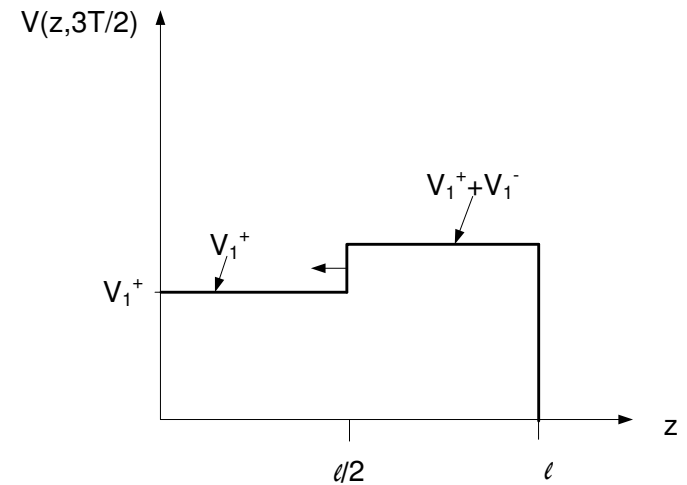
$$\Gamma_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} = \frac{1}{3}$$





# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(5)

- Σε χρόνο  $t = 3T/2$  στο δεύτερο μισό της γραμμής η τάση θα είναι το άθροισμα του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου. Το πλάτος κύματος είναι  $V_1^- = \Gamma_L V_1^+ = \frac{1}{3} V_1^+$ . Στο πρώτο μισό της γραμμής θα υπάρχει μόνο η  $V_1^+$

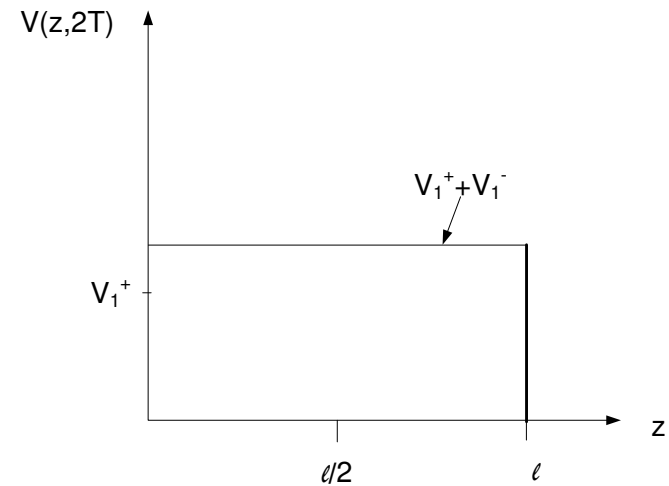


# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(6)

- Σε χρόνο  $t = 2T$  το ανακλώμενο κύμα έχει φτάσει στο αριστερό άκρο της γραμμής. Εκεί θα ανακλαστεί εκ νέου με συντελεστή ανάκλασης

$$\Gamma_g = \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{3}{5} = 0.6. \text{ Άρα}$$

$$V_2^+ = \Gamma_g V_1^- = \Gamma_g \Gamma_L V_1^+.$$



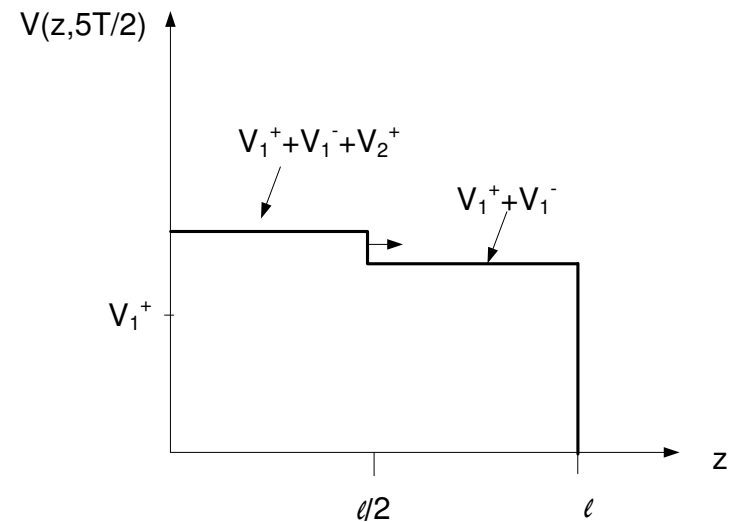
# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(7)

- Σε χρόνο  $t = 5T/2$  το νέο, ανακλώμενο στην αντίσταση της πηγής, κύμα έχει φτάσει στο μέσο της γραμμής. Οπότε στο πρώτο μισό της γραμμής η τάση είναι

$$\begin{aligned} V(z, 5T/2) &= V_1^+ + V_1^- + V_2^+ \\ &= (1 + \Gamma_L + \Gamma_g \Gamma_L) V_1^+, \\ &0 < z < l/2 \end{aligned}$$

- Στο δεύτερο μισό δε θα έχει φτάσει ακόμα το  $V_2^+$ , οπότε η τάση θα είναι

$$V(z, 5T/2) = V_1^+ + V_1^-, l/2 < z < l$$



# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής τάσης(8)

- Η διαδικασία των πολλαπλών ανακλάσεων συνεχίζεται επ άπειρον, και η τάση παίρνει την τελική της τιμή καθώς ο χρόνος προσεγγίζει το άπειρο. Τελικά η τάση θα είναι ίδια σε κάθε σημείο της γραμμής.

$$\begin{aligned}V_{\infty} &= V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ + V_3^- + \dots \\ &= V_1^+ [1 + \Gamma_L + \Gamma_L \Gamma_g + \Gamma_L^2 \Gamma_g + \Gamma_L^2 \Gamma_g^2 + \Gamma_L^3 \Gamma_g^2 + \dots] \\ &= V_1^+ [(1 + \Gamma_L)(1 + \Gamma_L \Gamma_g + \Gamma_L^2 \Gamma_g^2 + \dots)] = V_1^+ \frac{(1 + \Gamma_L)}{1 - \Gamma_L \Gamma_g}\end{aligned}$$

όπου έγινε χρήση της σχέσης  $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$

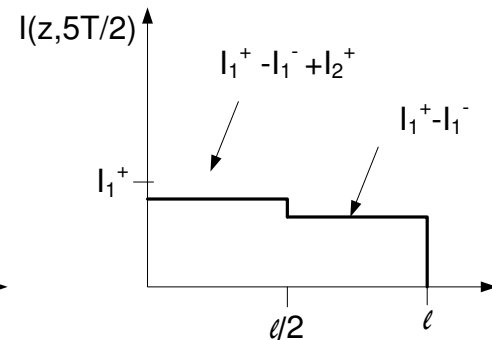
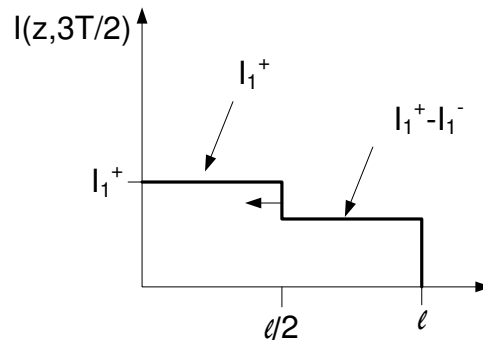
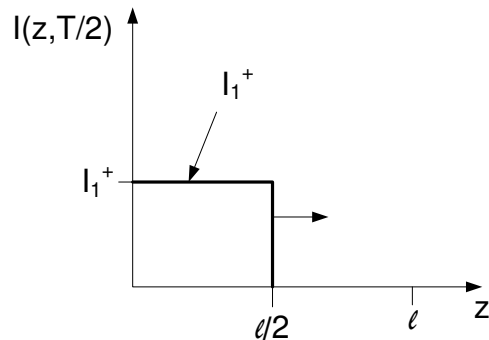
Με αντικατάσταση προκύπτει

$$V_{\infty} = \frac{V_g R_L}{R_g + R_L}$$



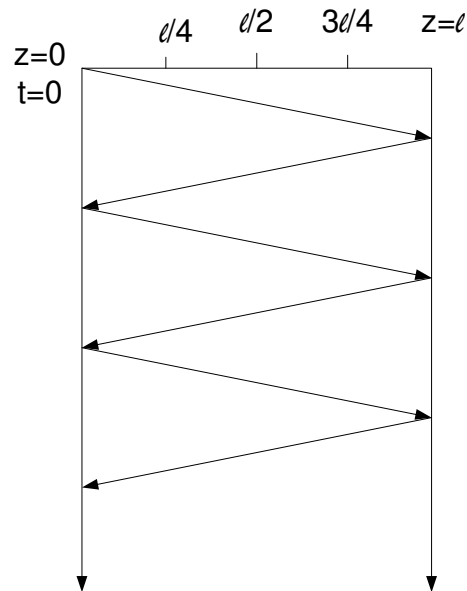
# Υπολογισμός της χρονικής μεταβολής του ρεύματος

- Αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν και για το ρεύμα πάνω στη γραμμή μεταφοράς. Η διαφορά είναι ότι το συνολικό ρεύμα σε κάθε σημείο της γραμμής προκύπτει ως η διαφορά του προσπίπτοντος με το ανακλώμενο κύμα και όχι ως το άθροισμα όπως στην περίπτωση της τάσης. Τελικά  $I_{\infty} = \frac{V_{\infty}}{R_L} = \frac{V_g}{R_g + R_L}$



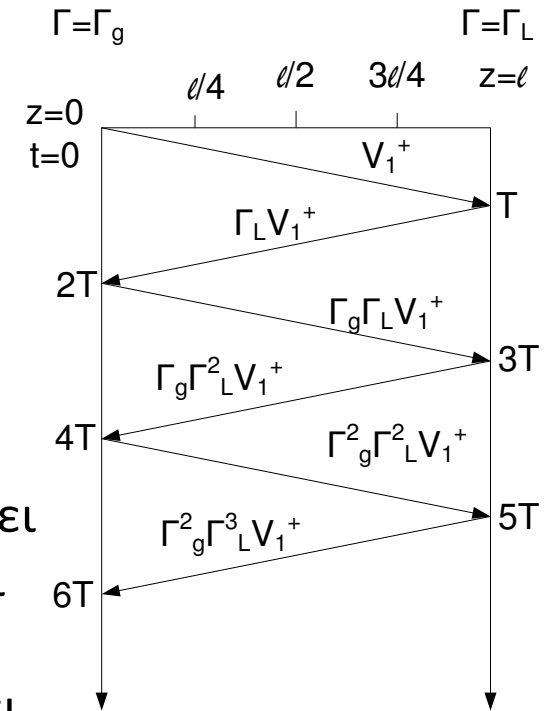
# Το διάγραμμα διαδοχικών ανακλάσεων (bounce diagram)

- Το διάγραμμα διαδοχικών ανακλάσεων είναι μια γραφική αναπαράσταση που μας επιτρέπει με σχετική ευκολία να υπολογίζουμε την τάση ή το ρεύμα σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή και σε οποιοδήποτε σημείο πάνω στη γραμμή.



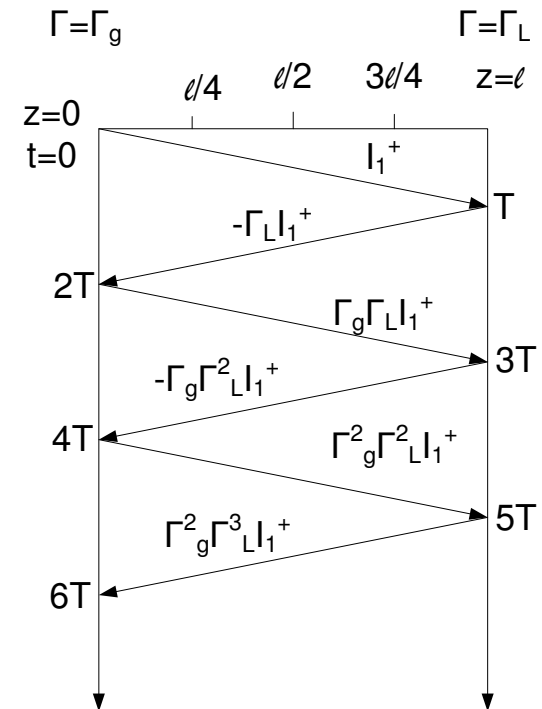
# Το διάγραμμα διαδοχικών ανακλάσεων (2)

- Το διάγραμμα αποτελείται από μια τεθλασμένη γραμμή που δείχνει την πορεία του κύματος της τάσης στη γραμμή.
- Στον οριζόντιο άξονα βρίσκεται η απόσταση πάνω στη γραμμή, ενώ στους κατακόρυφους ο χρόνος. Στα δύο άκρα της γραμμής επισημαίνονται οι συντελεστές ανάκλασης  $\Gamma_L$  και  $\Gamma_g$ .
- Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , το κύμα της τάσης ξεκινάει από το  $z = 0$ , ενώ τη χρονική στιγμή  $t = T$ , φτάνει στο άκρο  $z = l$ , όπου ανακλάται εξαιτίας του  $\Gamma_L$ . Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι η τάση να πάρει την τελική της τιμή. Στο διάγραμμα επισημαίνονται τα ανακλώμενα κύματα σε κάθε άκρο της γραμμής



# Το διάγραμμα διαδοχικών ανακλάσεων (3)

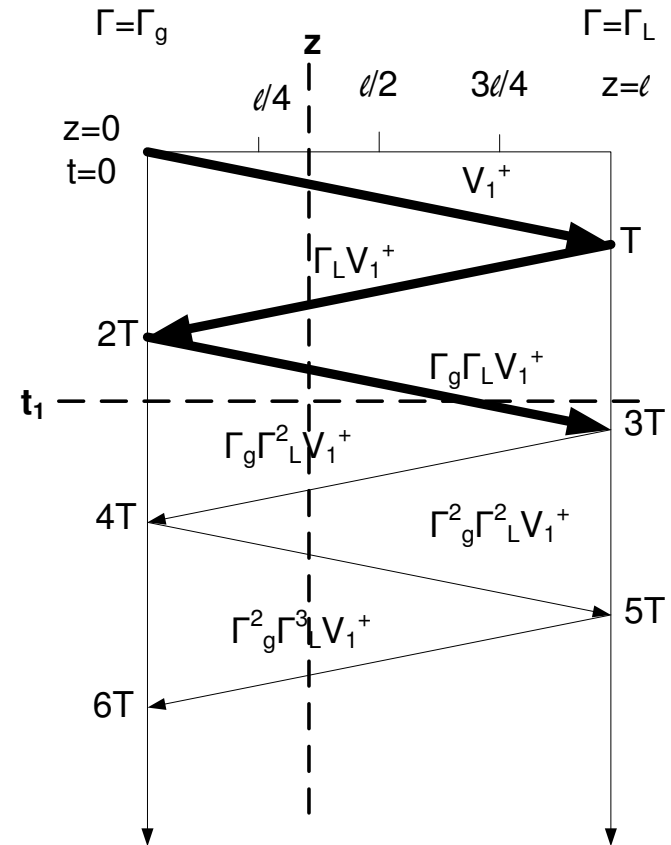
- Το διάγραμμα για το ρεύμα είναι αντίστοιχο με τη μόνη διαφορά, όπως έχει ήδη αναφερθεί ότι θετικά θεωρούνται τα ρεύματα με κατεύθυνση προς τα θετικά  $z$ , ενώ τα ρεύματα με αντίθετη κατεύθυνση θεωρούνται αρνητικά.





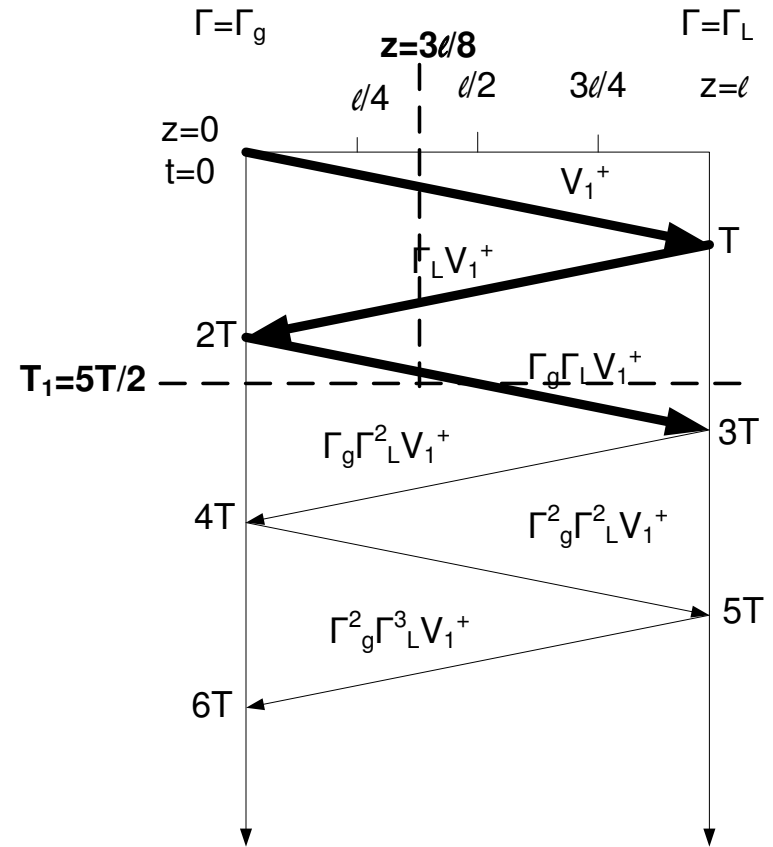
# Χρήση του διαγράμματος διαδοχικών ανακλάσεων

- Για να υπολογίσουμε την τάση σε ένα συγκεκριμένο σημείο της γραμμής  $z$  μια δεδομένη χρονική στιγμή  $t_1$ :
  - ❑ Φέρνουμε μια κατακόρυφη ευθεία από το σημείο στο οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε την τάση ή το ρεύμα.
  - ❑ Η τάση (ή το ρεύμα) σε εκείνο το σημείο, τη χρονική στιγμή  $t_1$  προκύπτει αν αθροίσουμε όλα τα κομμάτια της τεθλασμένης γραμμής που τέμνονται από την κατακόρυφη και βρίσκονται ανάμεσα στους χρόνους  $t = 0$  και  $t = t_1$



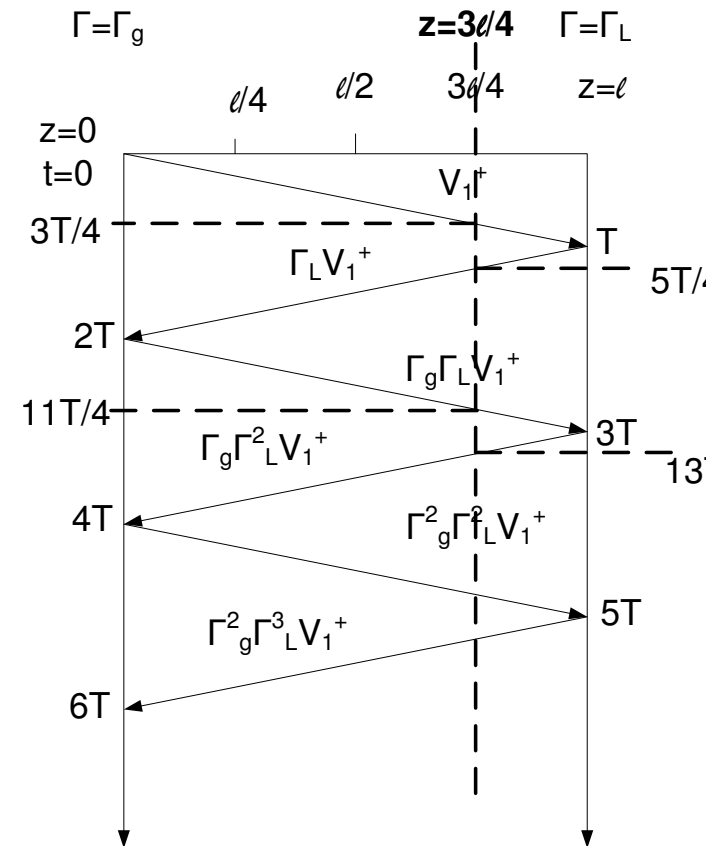
# Παράδειγμα

- $$V(3l/8, 5T/2) = V_1^+ + \Gamma_L V_1^+ + \Gamma_g \Gamma_L V_1^+ + \Gamma_g \Gamma_L^2 V_1^+ + \Gamma_g \Gamma_L^3 V_1^+ + \dots$$



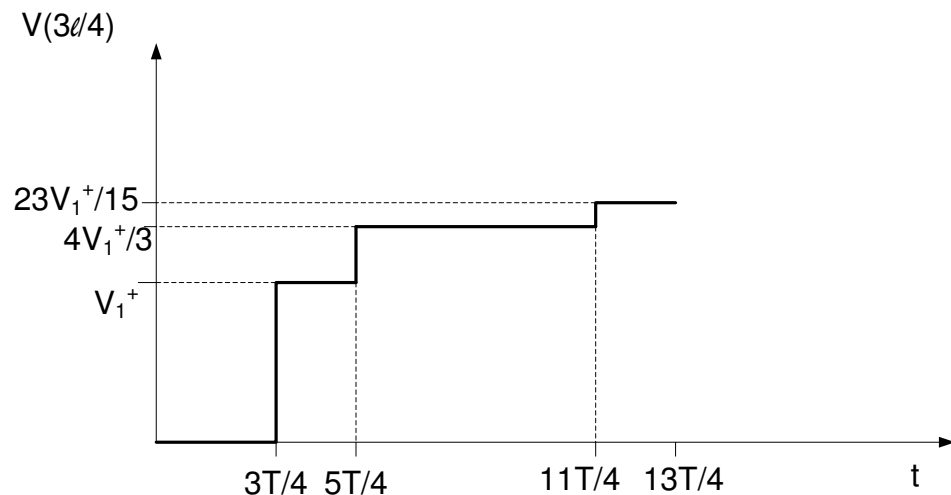
# Παράδειγμα υπολογισμού χρονικής εξάρτησης της τάσης σε ένα σημείο

- Έστω  $\Gamma_L = \frac{1}{3}$  και  $\Gamma_g = 0.6$  και ότι θέλουμε να υπολογίσουμε τη χρονική μεταβολή της τάσης στο σημείο  $z = 3l/4$ .
- Ξεκινώντας από  $t=0$  το προσπίπτον  $V_1^+$  φτάνει στο  $z = 3l/4$  μετά από χρόνο  $t = 3T/4$ . Μέχρι τη χρονική στιγμή  $5T/4$  η τάση  $V(3l/4)$  παραμένει σταθερή.
- Τη χρονική στιγμή  $t = 5T/4$ , φτάνει στο  $z = 3l/4$  και το ανακλώμενο στο φορτίο κύμα. Από  $t = 5T/4$  ως  $t = 11T/4$ ,  $V(3l/4) = V_1^+ + \Gamma_L V_1^+ = \left(1 + \frac{1}{3}\right) V_1^+$
- Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι η τάση να πάρει την τελική τιμή.



# Χρονική μεταβολή της τάσης

- Στο διάγραμμα φαίνεται η χρονική μεταβολή της τάσης για  $z = 3l/4$  και για  $0 \leq t \leq 13T/4$
- $V(3l/4) = 0, 0 \leq t < 3T/4$
- $V(3l/4) = V_1^+, 0 < t < 5T/4$
- $V(3l/4) = V_1^+(1 + \Gamma_L) = \frac{4V_1^+}{3}, 5T/4 < t < 11T/4$
- $V(3l/4) = V_1^+(1 + \Gamma_L + \Gamma_L\Gamma_g) = \frac{23V_1^+}{15}, 11T/4 < t < 13T/4$
- .....



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.00**.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Σταύρος Κουλουρίδης. «Μικροκύματα. Μεταβατική απόκριση γραμμών μεταφοράς». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015.  
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://eclass.upatras.gr/courses/EE791>.





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

