Συστήματα Επικοινωνιών

Ενότητα: Ασκήσεις για τις ενότητες 2 – 4: Διαμόρφωση Πλάτους

Ιωάννης Βαρδάκας

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Περιεχόμενα

1. Σκοποί ενότητας

Ο βασικός σκοπός αυτής της ενότητας είναι η παρουσίαση ασκήσεων για την κατανόηση της ύλης των ενοτήτων 2 έως και 4 της θεωρίας του μαθήματος Συστήματα Επικοινωνιών. Οι ασκήσεις που παρουσιάζονται καλύπτουν όλο το φάσμα της αντίστοιχης ύλης της θεωρίας, ενώ κάθε άσκηση συνοδεύεται από λεπτομερή περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης.

2. Περιεχόμενα ενότητας

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται ασκήσεις, καθώς και οι λύσεις τους, για την κατανόηση της διαμόρφωσης πλάτους. Οι ασκήσεις αυτές αναφέρονται τόσο στην διαμόρφωση πλάτους (Amplitude Modulation – AM), όσο και στις ειδικές περιπτώσεις της διαμόρφωσης πλάτους, όπως η διαμόρφωση πλάτους διπλής πλευρικής ζώνης (Double Side Band – DSB), η διαμόρφωση πλάτους διπλής πλευρικής ζώνης με κατάργηση φέροντος (Double Side Band with Suspension Carrier – DSB-SC) και η διαμόρφωση πλάτους μονής πλευρικής ζώνης (Single Side Band – SSB). Θα πρέπει να τονιστεί ότι οι προτεινόμενες ασκήσεις αναφέρονται όχι μόνο στην ανάλυση σημάτων στο πεδίο του χρόνου, αλλά και στο πεδίο της συχνότητας, ώστε να δίνεται η δυνατότητα της πλήρους κατανόησης της διαδικασίας διαμόρφωσης πλάτους.

3. Ασκήσεις για τις Ενότητες 2-4: Διαμόρφωση πλάτους

Άσκηση 1:

Το σήμα $m(t) = 2\cos 400t + 4\sin(500t + \frac{\pi}{3})$ διαμορφώνει το φέρον σήμα $c(t) = A\cos(8000\pi t)$, χρησιμοποιώντας διαμόρφωση πλάτους DSB. Να υπολογίσετε την έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου, καθώς και στο πεδίο της συχνότητας. Ποια η ισχύς του διαμορφωμένου σήματος;

Λύση

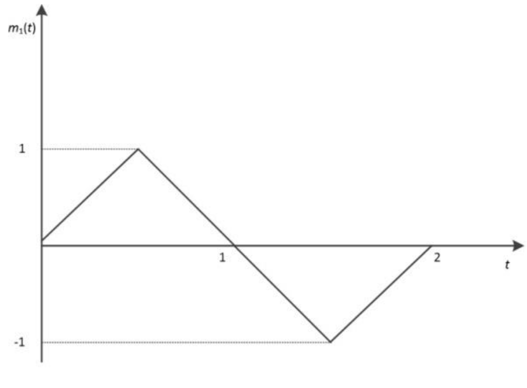
Άσκηση 2:

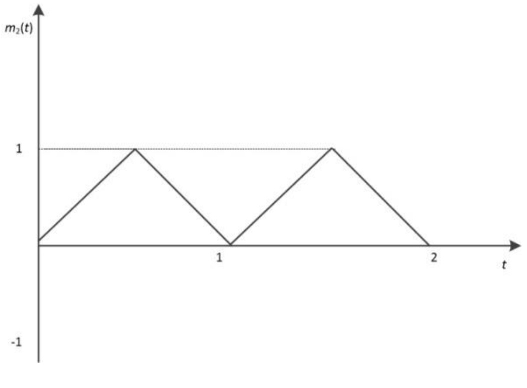
Το σήμα $m(t) = \mathrm{sinc}(t) + \mathrm{sinc}^2(t)$ διαμορφώνει το φέρον σήμα $c(t) = A\cos 2\pi f_c t$, χρησιμοποιώντας διαμόρφωση πλάτους DSB. Βρείτε την αναπαράσταση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο της συχνότητας, καθώς και το εύρος ζώνης του.

Λύση

Άσκηση 3:

Τα 2 παρακάτω σχήματα $m_1(t)$ και $m_2(t)$ που απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα διαμορφώνουν κατά πλάτος DSB το φέρον σήμα $c(t) = A\cos 2\pi f_0 t$. Σχεδιάστε τα προκύπτων διαμορφωμένα σήματα στο πεδίο του χρόνου και σχολιάστε τις ομοιότητες και τις διαφορές τους. (Κατά το σχεδιασμό θεωρήστε ότι A=1 και f_0=10).





[Λύση](#)

Άσκηση 4:

Για το καθένα από τα σχήματα 1) $m_1(t)=\cos 1000t$, 2) $m_2(t)=2\cos 1000t+\cos 2000t$ και 3) $m_3(t)=\cos 1000t\cdot\cos 3000t$:

i. Για τα 3 σήματα σχεδιάστε το φάσμα του σήματος $m_x(t)$, καθώς και το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος $m_x(t)\cdot\cos 10000t$ (x=1,2,3).
ii. Αναγνωρίστε τις ζώνες USB και LSB, τις συχνότητες σε κάθε ζώνη, ενώ για κάθε περίπτωση σχολιάστε τις μετατοπίσεις των συχνοτήτων μετά τη διαμόρφωση.

[Λύση](#)

Άσκηση 5:

Το σήμα $m(t)=2\cos 4000\pi t+5\cos(6000\pi t)$ διαμορφώνει το φέρον σήμα $c(t)=100\cos 2\pi f_c t$, με f_c=50 KHz. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την πυκνότητα φασματικής ισχύος του σήματος DSB.

[Λύση](#)

Άσκηση 6:

Ένα σήμα AM έχει την παρακάτω μορφή:

$$u(t)=\left[20+2\cos 3000\pi t+10co(6000\pi t)\right]\cos 2\pi f_c t \text{ , με } f_c=10^5 \text{ Hz.}$$

i. Σχεδιάστε το φάσμα του σήματος $u(t)$.
ii. Υπολογίστε την ισχύ σε κάθε συχνότητα.
iii. Υπολογίστε το δείκτη διαμόρφωσης
iv. Υπολογίστε την ισχύ στις πλευρικές ζώνες, τη συνολική ισχύ και το λόγο της ισχύος των πλευρικών ζωνών προς τη συνολική ισχύ.

[Λύση](#)

Άσκηση 7:

Σας ζητείται να κατασκευάσετε ένα διαμορφωτή DSB-SC, ο οποίος θα παράγει ένα σήμα $km(t)\cos\omega_c t$, όπου $m(t)$ είναι το σήμα βασικής ζώνης, του οποίου το εύρος ζώνης περιορίζεται στην τιμή B Hz. Ο διαθέσιμος διαμορφωτής απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα (α), ο οποίος παράγει φέρον σήμα $\cos^3\omega_c t$, αντί για $\cos\omega_c t$, το οποίο είναι το επιθυμητό για την παραγωγή του σήματος.

Εξηγήστε αν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτό το διαμορφωτή, θεωρώντας ότι μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιοδήποτε φίλτρο επιθυμείτε. Επίσης:

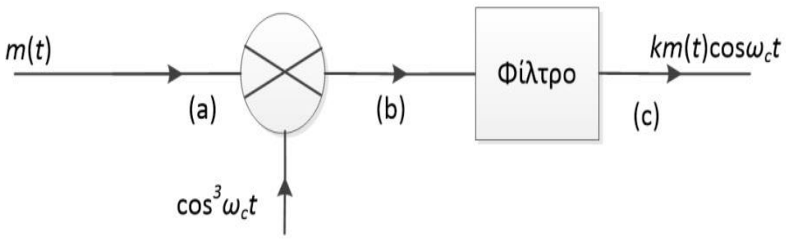
i) Καθορίστε τον τύπο του φίλτρου που πρέπει να χρησιμοποιηθεί, ώστε να παραχθεί το επιθυμητό σήμα, με τη διάταξη του σχήματος (α).

ii) Καθορίστε το φάσμα στα σημεία (b), (c).

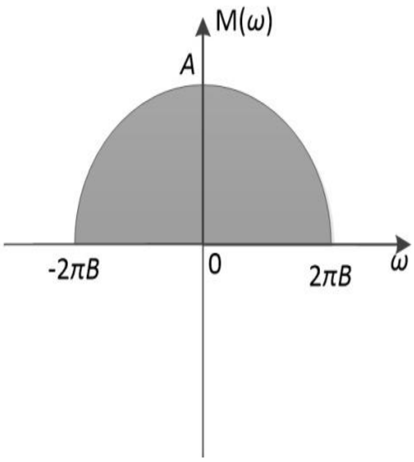
iii) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει η συχνότητα ω_c;

iv) Η διάταξη αυτή μπορεί να δημιουργήσει το επιθυμητό σήμα αν το φέρον είναι το σήμα $\cos^2\omega_c t$; Εξηγήστε.

v) Η διάταξη αυτή μπορεί να δημιουργήσει το επιθυμητό σήμα αν το φέρον είναι το σήμα $\cos^n\omega_c t$, με $n \geq 2$; Εξηγήστε.



(α)



(β)

Λύση

Άσκηση 8:

Σας ζητείται να κατασκευάσετε ένα διαμορφωτή DSB-SC, ο οποίος θα παράγει ένα σήμα $km(t)\cos\omega_c t$, όπου $m(t)$ είναι το σήμα βασικής ζώνης, του οποίου η συχνότητα είναι f_c=300 KHz. Έχετε στη διάθεσή σας μία γεννήτρια συχνοτήτων των 100 KHz, ένα διαμορφωτή δακτυλίου και ένα ζωνοπερατό φίλτρο ρυθμισμένο στα 300 KHz.

i. Περιγράψτε πως μπορείτε να δημιουργήσετε το επιθυμητό σήμα.

ii. Βρείτε το k.

Λύση

Άσκηση 9:

Το σήμα $m(t) = \cos 2000\pi t + 2\cos(4000\pi t)$ διαμορφώνει το φέρον σήμα $c(t) = 100\cos(2\pi f_c t)$, όπου f_c= 1 MHz. Να προσδιορίσετε την έκφραση του σήματος άνω ζώνης (Upper Side Band – USB), καθώς και το φάσμα του σήματος USB.

Λύση

Άσκηση 10:

Η έξοδος ενός διαμορφωτή AM είναι η παρακάτω:

$$u(t) = 5\cos(1800\pi t) + 20\cos(2000\pi t) + 5\cos(2200\pi t)$$

1. Καθορίστε το αρχικό σήμα m(t) και το φέρον σήμα c(t).
2. Υπολογίστε το δείκτη διαμόρφωσης
3. Υπολογίστε το λόγο της ισχύος των πλευρικών ζωνών προς την ισχύ του φέροντος

Λύση

Άσκηση 11:

Ένα σήμα AM BSB-SC διαμορφώνεται από το σήμα:

$$m(t) = 2\cos(2000\pi t) + \cos(6000\pi t)$$

Το διαμορφωμένο σήμα έχει τη μορφή:

$$u(t) = 100 m(t)\cos(2\pi f_c t)$$

με f_c=1 MHz.

1. Να καθορίσετε το φάσμα του σήματος AM.
2. Καθορίστε τη μέση ισχύ για κάθε συχνότητα του διαμορφωμένου σήματος.

Λύση

Άσκηση 12:

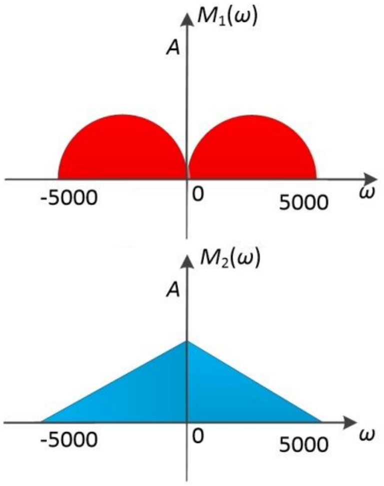
Ένα σήμα διαμορφωμένο κατά DSB με έκφραση $u(t) = Am(t)\cos(2\pi f_c t)$ πολλαπλασιάζεται με ένα φέρον $x(t) = \cos(2\pi f_c t + \theta)$ και στη συνέχεια το προκύπτων σήμα περνάει από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με εύρος ζώνης ίσο με το εύρος ζώνης του σήματος $m(t)$. Να εκφράσετε το λόγο της ισχύος P_{out} του σήματος εξόδου του φίλτρου, προς την ισχύ P_U του διαμορφωμένου σήματος $u(t)$, ως συνάρτηση της γωνίας θ.

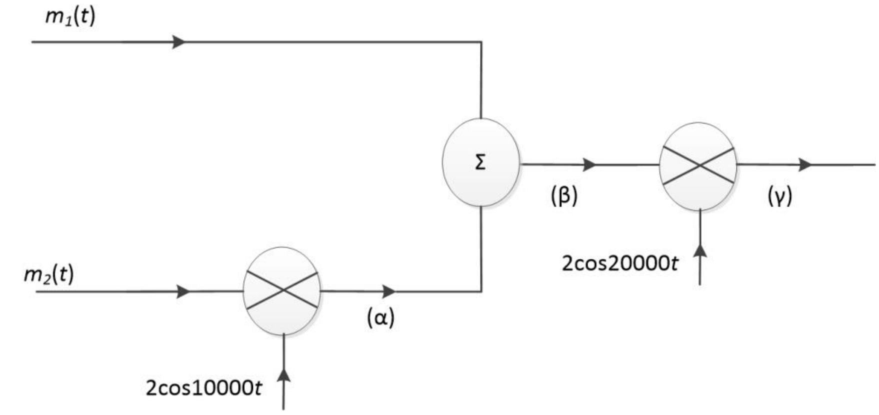
Λύση

Άσκηση 13:

Δύο σήματα $m_1(t)$ και $m_2(t)$ των οποίων το φάσμα περιορίζεται στην τιμή 5000 rad/sec, μεταδίδονται ταυτόχρονα σε κοινό κανάλι, χρησιμοποιώντας το μηχανισμό πολύπλεξης του παρακάτω σχήματος. Το σήμα στο σημείο (β) είναι το διαμορφωμένο σήμα, το οποίο στη συνέχεια διαμορφώνει ένα φέρον με συχνότητα 20000 rad/sec.

1. Να σχεδιάσετε το φάσμα στα σημεία (α), (β) και (γ).
2. Ποιο πρέπει να είναι το εύρος ζώνης του κοινού καναλιού μετάδοσης;
3. Προτείνετε ένα δέκτη, το οποίο ανακτά τα σήματα $m_1(t)$ και $m_2(t)$, από το διαμορφωμένο σήμα στο σημείο (γ).

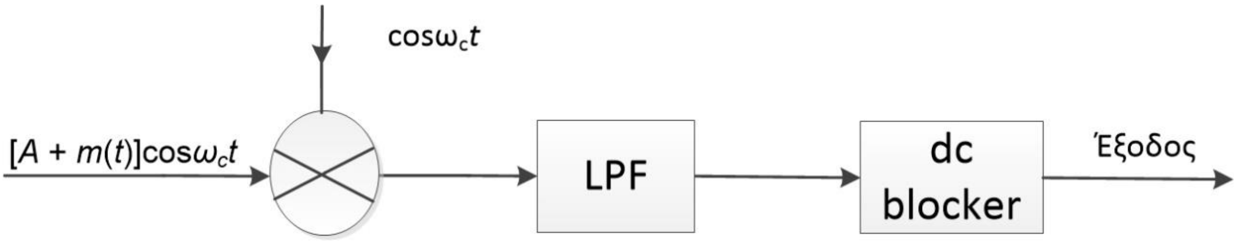




Λύση

Άσκηση 14:

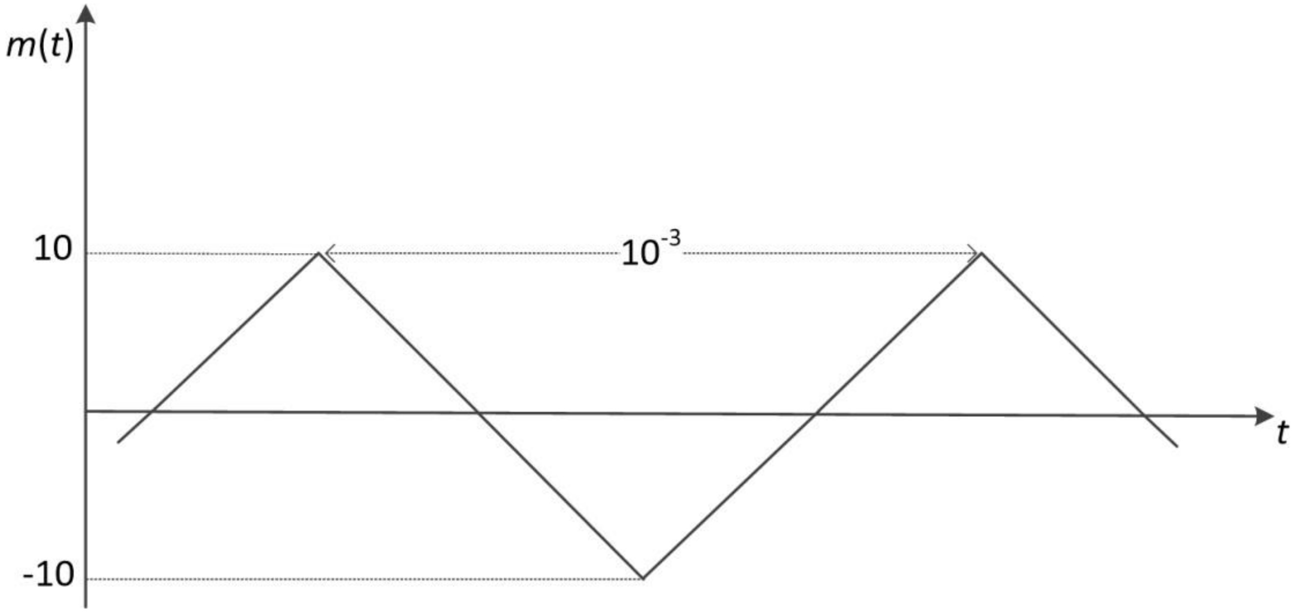
Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει τη δομή ενός σύγχρονου αποδιαμορφωτή. Να δείξετε ότι αυτός ο αποδιαμορφωτής μπορεί να αποδιαμορφώσει ένα σήμα AM $[A + m(t)]\cos\omega_c t$, ανεξάρτητα από την τιμή του A. Η μονάδα “dc blocker” απομακρύνει dc συνιστώσες, ενώ το χαμηλοπερατό φίλτρο (LPF) επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων έως και την τιμή ω_c.



Λύση

Άσκηση 15:

Θεωρήστε ένα σήμα AM της μορφής $[A + m(t)]\cos\omega_c t$, όπου το σήμα $m(t)$ απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Τα σχεδιάσετε την έξοδο του διαμορφωτή, η οποία αντιστοιχεί σε δείκτη διαμόρφωσης (i) α=0.5, (ii) α=1, (iii) α=2 και (iv) α=∞. Πως ερμηνεύετε την περίπτωση του άπειρου δείκτη διαμόρφωσης;



Λύση

Άσκηση 16:

Θεωρήστε το σήμα AM της Άσκησης 15 με δείκτη διαμόρφωσης α=0.8. Να βρείτε το πλάτος και την ισχύ του φέροντος σήματος, καθώς και την ισχύ των πλευρικών ζωνών.

Λύση

Άσκηση 17:

Δείξτε ότι μία διάταξη η οποία χρησιμοποιείται για την παραγωγή σημάτων DSB-SC, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη παραγωγή σημάτων AM. Το αντίστροφο μπορεί να ισχύσει;

Λύση

Άσκηση 18:

Δείξτε ότι μία διάταξη η οποία χρησιμοποιείται για την αποδιαμόρφωση σημάτων DSB-SC, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη αποδιαμόρφωση σημάτων AM. Το αντίστροφο μπορεί να ισχύσει;

Λύση

Άσκηση 19:

Μία διάταξη μεταδίδει ένα σήμα AM με συχνότητα φέροντος 1500 KHz. Ένας απλός δέκτης ραδιοφώνου, ο οποίος έχει χαμηλή ευαισθησία όσον αφορά το RF ζωνοπερατό φίλτρο, ακούει αυτό το σήμα καθαρά, όταν συντονιστεί στη συχνότητα 1500 KHz. Το ίδιο σήμα ακούγεται καλά (αλλά όχι τόσο δυνατά) και σε μία άλλη συχνότητα. Ποια είναι αυτή η συχνότητα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Δίνεται ότι η συχνότητα IF είναι 455 KHz.

Λύση

Άσκηση 20:

Θεωρήστε έναν υπερετερόδυνο δέκτη, ο οποίος έχει σχεδιαστεί να δέχεται σήματα συχνοτήτων από 1 έως 30 MHz, με συχνότητα IF 8 MHz. Ποιο είναι το εύρος συχνοτήτων που παράγονται από τον τοπικό ταλαντωτή; Εάν ένα σήμα με συχνότητα φέροντος 10 MHz λαμβάνεται από το δέκτη, όταν ο δέκτης είναι ρυθμισμένος στα 10 MHz. Σε αυτή τη ρύθμιση, ο δέκτης λαμβάνει παρεμβολή από ένα σήμα με μια άλλη συχνότητα φέροντος, όταν το RF ζωνοπερατό φίλτρο έχει χαμηλή ευαισθησία. Ποια είναι αυτή η συχνότητα φέροντος του σήματος παρεμβολής;

Λύση

Άσκηση 21:

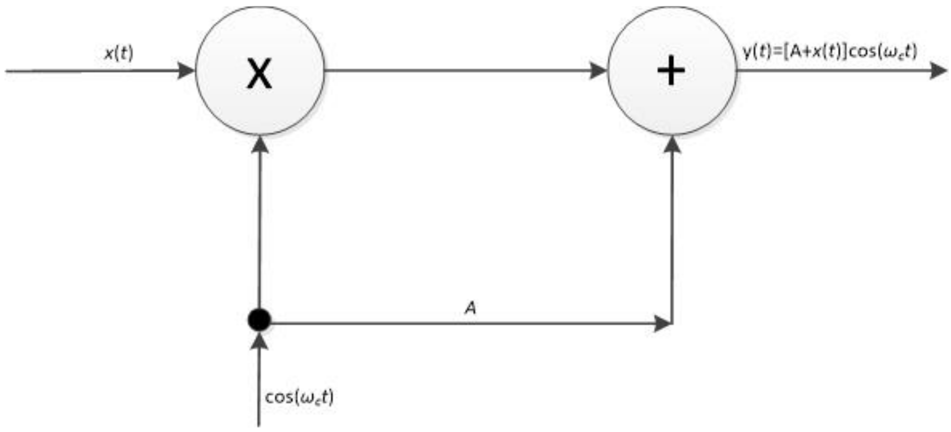
Η μαθηματική έκφραση ενός σήματος AM είναι: $5\left(1+0.5\cos 3140t\right)\sin 2\pi 10^5 t$

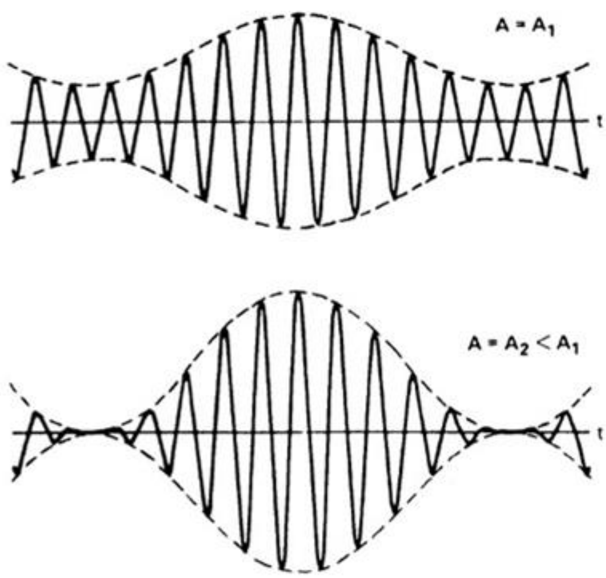
1. Να βρείτε το δείκτη διαμόρφωσης
2. Να βρείτε τη συχνότητα του φορέα
3. Ποια είναι η συχνότητα του πληροφοριακού σήματος (δηλ. του σήματος που διαμορφώνει τον φορέα);
4. Ποια είναι η στιγμιαία μέγιστη τιμή του σήματος AM;

Λύση

Άσκηση 22:

Στο παρακάτω σχήμα δείξτε και αιτιολογήστε πότε είναι μεγαλύτερος ο δείκτης διαμόρφωσης, όταν $A=A_1$ ή όταν $A=A_2$;





[Λύση](#)

<u>Άσκηση 23</u>:

Αν *m* είναι ο δείκτης διαμόρφωσης, η μαθηματική έκφραση ενός σήματος AM είναι:

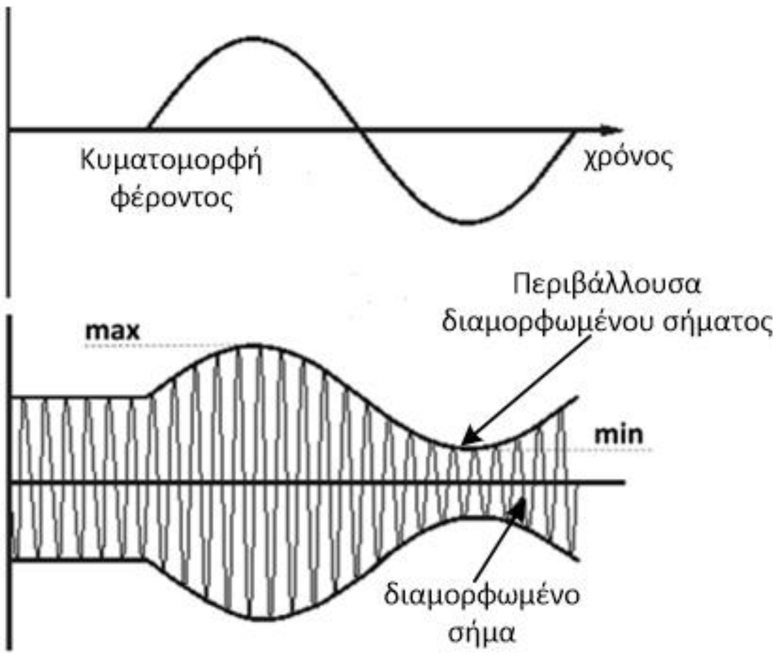
$V_c\ (1 + m \sin 2\pi f\, t) \sin 2\pi f_c\, t$

όπου *Vc* είναι το πλάτος του αδιαμόρφωτου φορέα και m=V/Vc.

Η κυματομορφή αυτή απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:

Δείξατε ότι ο δείκτης διαμόρφωσης υπολογίζεται βάσει της περιβάλλουσας, ως:

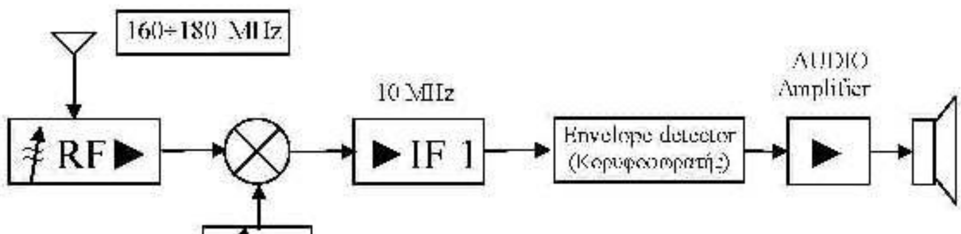
m= (max - min) / (max + min)



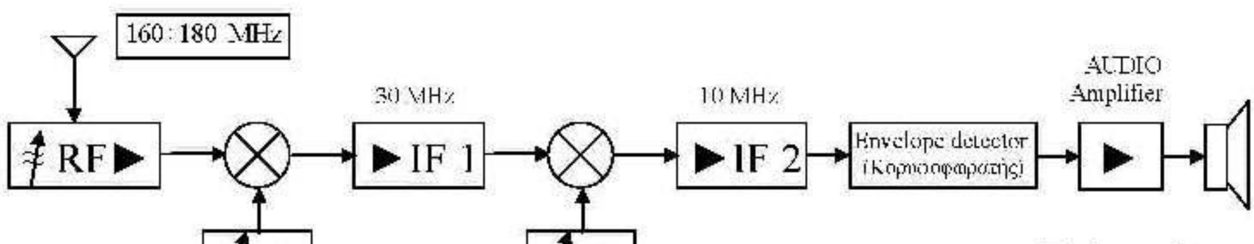
[Λύση](#)

Άσκηση 24:

Θεωρείστε τους δέκτες AM των κατωτέρω σχημάτων 1 και 2, που αποτελούνται από ένα και δύο υπερετερόδυνα στάδια, αντιστοίχως:



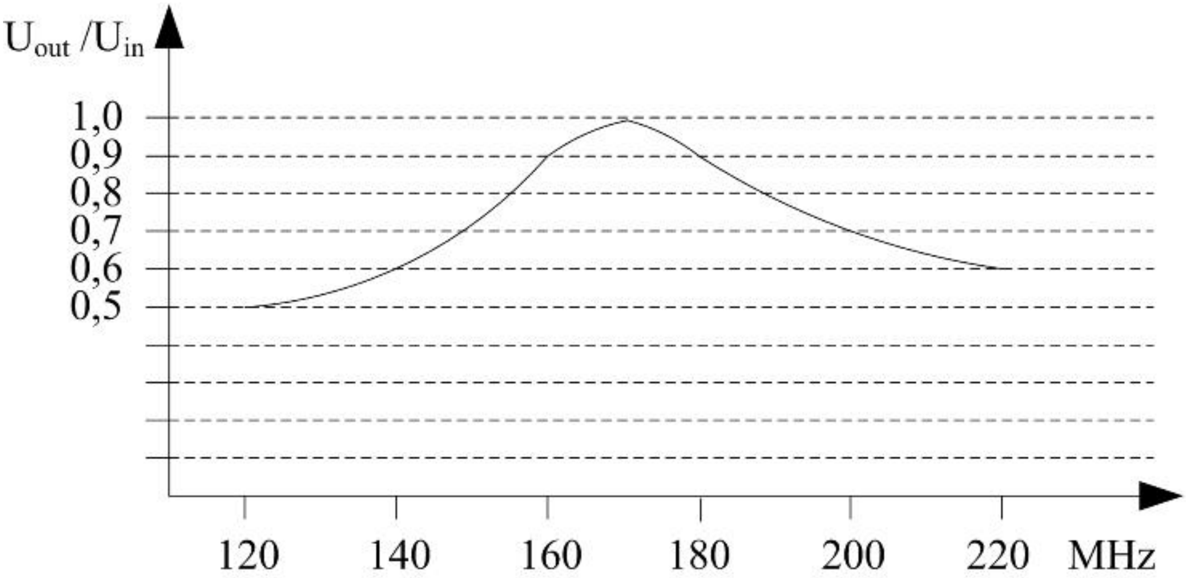
Σχήμα 1



Σχήμα 2

1. Για να χρησιμοποιηθούν οι δέκτες αυτοί, ποιο συγκεκριμένο σύστημα διαμόρφωσης πρέπει να χρησιμοποιήσουμε στον πομπό; (ποιο μέρος του δέκτη, σας βοήθησε στην απάντησή σας;)

2. Εξηγήστε τον ρόλο του φίλτρου RF (πόσο είναι το εύρος ζώνης του;).
3. Υπολογίστε την περιοχή συχνοτήτων των ταλαντωτών Α και Β, στα Σχήματα 1 και 2.
4. Να υπολογισθούν οι κατοπτρικές συχνότητες που εμφανίζονται στους ενισχυτές IF 1 του Σχήματος 1.
5. Να υπολογισθεί η απόσβεση των κατοπτρικών συχνοτήτων στο σχήμα 1, οι οποίες είναι, αφενός μεν πλησιέστερα, αφετέρου δε μακρύτερα από την περιοχή ωφελίμου σήματος (160÷180 MHz). Δίδεται η χαρακτηριστική συνάρτηση του φίλτρου RF (στην είσοδο του δέκτη), για το Σχήμα 1. Ίδιο φίλτρο RF χρησιμοποιείται και στο Σχήμα 2.

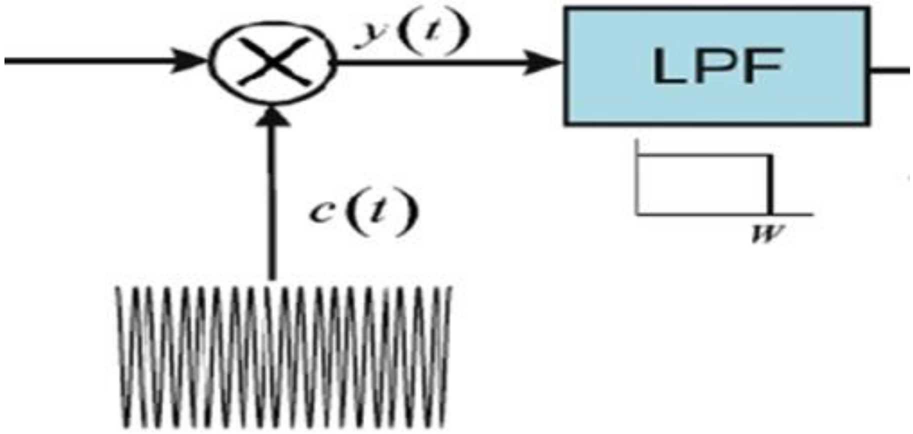


6. Βάσει των αποτελεσμάτων της (5), να ευρεθεί αν ο ταλαντωτής Α του Σχήματος 1, θα πρέπει να έχει μεγαλύτερες ή μικρότερες συχνότητες από την περιοχή ωφελίμου σήματος (160÷180 MHz).
7. Να υπολογισθούν οι κατοπτρικές συχνότητες που εμφανίζονται στους ενισχυτές IF 1 του Σχήματος 2, αν ο ταλαντωτής Α μεταβάλλεται μόνον σε συχνότητες μικρότερες της περιοχής ωφελίμου σήματος (160÷180 MHz).
8. Να υπολογισθούν οι κατοπτρικές συχνότητες που εμφανίζονται στο στάδιο IF 1 του Σχήματος 2, αν ο ταλαντωτής Α μεταβάλλεται μόνον σε συχνότητες μεγαλύτερες της περιοχής ωφελίμου σήματος (160÷180 MHz).
9. Τι είναι προτιμότερο; Ο ταλαντωτής Α του σχήματος 2 να λειτουργεί σε συχνότητες μικρότερες ή μεγαλύτερες από την περιοχή του ωφέλιμου σήματος;
10. Να υπολογισθούν οι κατοπτρικές συχνότητες στην είσοδο του δέκτη (κεραία) που εμφανίζονται στον ενισχυτή IF 2, αν ο ταλαντωτής Α μεταβάλλεται μόνον σε συχνότητες μικρότερες της περιοχής ωφελίμου σήματος (160÷180 MHz) (Σχήμα 2).
11. Να ευρεθεί αν ο ταλαντωτής Β του σχήματος 2 θα πρέπει να έχει συχνότητες μεγαλύτερες ή μικρότερες των 30 MHz. Να λάβετε υπόψη τα αποτελέσματα της προηγούμενης ερώτησης και την χαρακτηριστική του φίλτρου RF, στην είσοδο του δέκτη.
12. Λαμβάνοντας υπ' όψη τα ανωτέρω αποτελέσματα, να τεκμηριωθεί γιατί ο δέκτης του Σχήματος 2, των δύο ετερόδυνων βαθμίδων, είναι καλύτερος. Σημειωτέον ότι τα δύο συστημάτων είναι συγκρίσιμα δεδομένου ότι η τελική βαθμίδα IF όπου θα γίνει η αποδιαμόρφωση του λαμβανομένου σήματος είναι η ίδια (10 MHz).

Λύση

Άσκηση 25:

Ο Σύγχρονος λήπτης ενός συστήματος Διαμόρφωσης πλάτους διπλής πλευρικής ζώνης με καταπιεσμένο φορέα κάνει λάθος στην φάση του φορέα.



Αν ο φορέας στον πομπό είναι $\cos(\omega_c t)$, στον δέκτη (σύγχρονο λήπτη), αφού γίνεται λάθος στην φάση, θα είναι $c(t) = \cos(\omega_c t + \varphi)$, όπου φ παριστά το λάθος στην φάση.

Αν $s(t)$ είναι το πληροφοριακό σήμα, το σήμα στην είσοδο του σύγχρονου λήπτη θα είναι (αυτό που μετέδωσε ο πομπός):

$s(t)\cos(\omega_c t)$

Ο σύγχρονος λήπτης θα το πολλαπλασιάσει με τον τοπικό φορέα, δηλ. με το $\cos(\omega ct + \varphi)$, και η έξοδος θα είναι το σήμα,

$y(t) = s(t)\cos(\omega_c t)\cos(\omega_c t + \varphi) \rightarrow$

$y(t) = (1/2)\, s(t)\cos(2\omega_c t + \varphi) + (1/2)\, s(t)\cos\varphi$

(εφαρμόζοντας την τριγωνομετρική ταυτότητα, $2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$)

Πόσο σοβαρό είναι το λάθος στη φάση; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Λύση

Άσκηση 26:

Ο Σύγχρονος λήπτης ενός συστήματος Διαμόρφωσης πλάτους διπλής πλευρικής ζώνης με καταπιεσμένο φορέα κάνει λάθος στην συχνότητα του φορέα.

Αν ο φορέας στον πομπό είναι $\cos(\omega_c t)$, στον δέκτη (σύγχρονο λήπτη), αφού γίνεται λάθος στην συχνότητα, θα είναι $c(t) = \cos((\omega_c + \Delta\omega)t)$, όπου το Δω παριστά το λάθος στην συχνότητα.

Αν $s(t)$ είναι το πληροφοριακό σήμα, το σήμα στην είσοδο του σύγχρονου

λήπτη θα είναι (αυτό που μετέδωσε ο πομπός):

$s(t)\ \cos(\omega_c t)$

Ο σύγχρονος λήπτης θα το πολλαπλασιάσει με τον τοπικό φορέα, δηλ. με το $\cos(\omega c t + \Delta\omega t)$, και η έξοδος θα είναι το σήμα,

$y(t) = s(\mathrm{t})\cos(\omega_c t)\ \cos(\omega_c t + \Delta\omega t) \rightarrow$

$y(t) = (1/2)\ s(t)\ \cos(2\omega_c t + \Delta\omega t) + (1/2)\ \mathrm{s(t)}\ \cos\Delta\omega t$

(εφαρμόζοντας την τριγωνομετρική ταυτότητα, $2\cos A\ \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$)

Οπότε στην έξοδο, μετά το κατωδιαβατό φίλτρο (LPF), θα περάσει μόνο ο δεύτερος όρος:

$(1/2)\ s(t)\ \cos\Delta\omega t$

Αν το πληροφοριακό σήμα έχει μετασχηματισμό Fourier $S(\omega)$, η έξοδος αυτή έχει μετασχηματισμό Fourier:

$(1/4)\ [S(\omega-\Delta\omega) + S(\omega+\Delta\omega)]$

Δηλαδή, το πληροφοριακό σήμα είναι λίγο μετατοπισμένο στην συχνότητα (κατά $\Delta\omega$) - δεξιά και αριστερά.

Πόσο σοβαρό είναι το λάθος στη συχνότητα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Λύση

4. Λύσεις των ασκήσεων

Άσκηση 1

Το διαμορφωμένο σήμα στο πεδίο του χρόνου υπολογίζεται ως εξής:

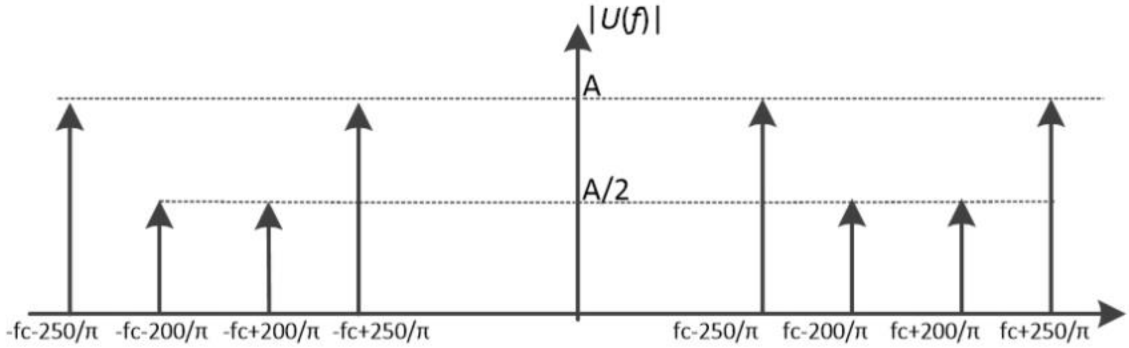
$$
\begin{aligned}
& u(t) = m(t)c(t) = Am(t)\cos(2\pi 4\times 10^3 t) \\
& = A\left[2\cos(2\pi \frac{200}{\pi} t) + 4\ \sin(2\pi \frac{250}{\pi} t + \frac{\pi}{3})\right]\cos(2\pi 4\times 10^3 t) \\
& = A\cos\left(2\pi(4\times 10^3 + \frac{200}{\pi})t\right) + A\cos\left(2\pi(4\times 10^3 - \frac{200}{\pi})t\right) \\
& +2A\sin\left(2\pi(4\times 10^3 + \frac{250}{\pi})t + \frac{\pi}{3}\right) - 2A\sin\left(2\pi(4\times 10^3 - \frac{250}{\pi})t - \frac{\pi}{3}\right)
\end{aligned}
$$

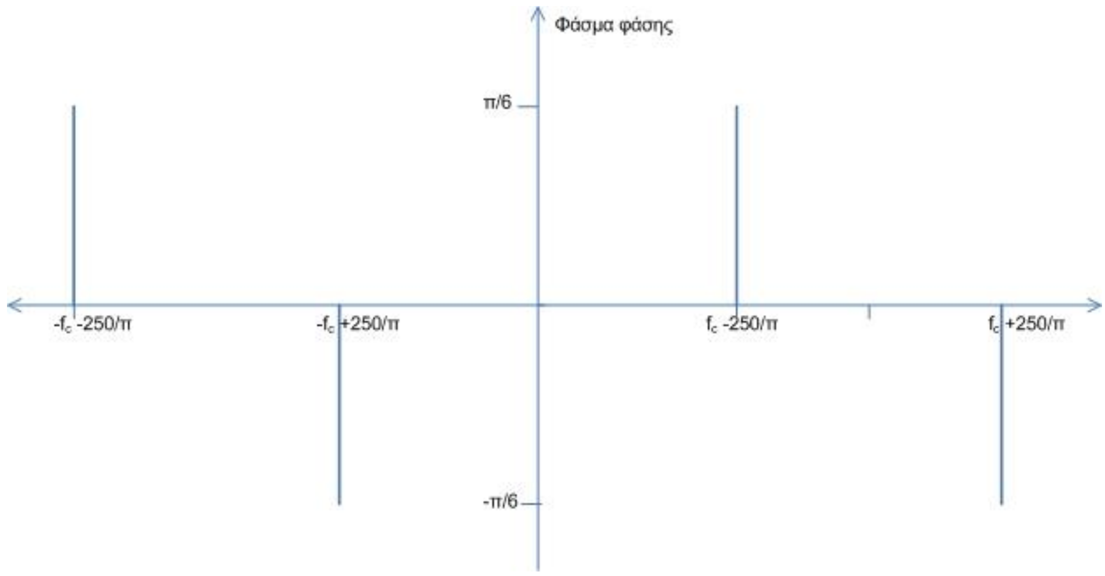
Σημείωση: γίνεται χρήση των ταυτοτήτων γινομένων τριγωνομετρικών αριθμών ($\sin(A)\cdot\cos(B)$ και $\cos(A)\cdot\cos(B)$)

Για την έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο της συχνότητας, εφαρμόζουμε μετασχηματισμούς Fourier στο σήμα u(t):

$$
\begin{aligned}
U(f) &= A\left[\delta(f - \frac{200}{\pi}) + \delta(f + \frac{200}{\pi}) + \frac{2}{j}e^{j\frac{\pi}{3}}\delta(f - \frac{250}{\pi}) - \frac{2}{j}e^{-j\frac{\pi}{3}}\delta(f + \frac{250}{\pi})\right] \\
&\quad \star\frac{1}{2}[\delta(f - 4\times 10^3) + \delta(f + 4\times 10^3)] \\
&= \frac{A}{2}\left[\delta(f - 4\times 10^3 - \frac{200}{\pi}) + \delta(f - 4\times 10^3 + \frac{200}{\pi})\right. \\
&\quad +2e^{-j\frac{\pi}{6}}\delta(f - 4\times 10^3 - \frac{250}{\pi}) + 2e^{j\frac{\pi}{6}}\delta(f - 4\times 10^3 + \frac{250}{\pi}) \\
&\quad +\delta(f + 4\times 10^3 - \frac{200}{\pi}) + \delta(f + 4\times 10^3 + \frac{200}{\pi}) \\
&\quad \left.+2e^{-j\frac{\pi}{6}}\delta(f + 4\times 10^3 - \frac{250}{\pi}) + 2e^{j\frac{\pi}{6}}\delta(f + 4\times 10^3 + \frac{250}{\pi})\right]
\end{aligned}
$$

Το παραπάνω σήμα μπορεί να αναπαρασταθεί στα παρακάτω διάγραμμα πλάτους-συχνότητας και φάσης-συχνότητας:





Για τον υπολογισμό της ισχύος, αρκεί να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα:

$$P = \lim_{T\to\infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u^2(t)dt$$

Επομένως, αρχικά υπολογίζεται η έκφραση $u^2(t)$:

$$\begin{aligned} u^2(t) &= A^2\cos^2(2\pi(4\times10^3+\frac{200}{\pi})t)+A^2\cos^2(2\pi(4\times10^3-\frac{200}{\pi})t) \\ &\quad +4A^2\sin^2(2\pi(4\times10^3+\frac{250}{\pi})t+\frac{\pi}{3})+4A^2\sin^2(2\pi(4\times10^3-\frac{250}{\pi})t-\frac{\pi}{3}) \end{aligned}$$

Στην παραπάνω έκφραση έχουν αφαιρεθεί όροι με εκφράσεις sin(x) και cos(x), οι οποίοι δεν χρειάζονται, καθώς στο ολοκλήρωμα θα μηδενιστούν. Επομένως, η ισχύς θα είναι:

$$P = \lim_{T\to\infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u^2(t)dt = \frac{A^2}{2}+\frac{A^2}{2}+\frac{4A^2}{2}+\frac{4A^2}{2} = 5A^2$$

Άσκηση 2:

Η έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου είναι η εξής:

$$u(t) = m(t)c(t) = A(\mathrm{sinc}(t) + \mathrm{sinc}^2(t))\cos(2\pi f_c t)$$

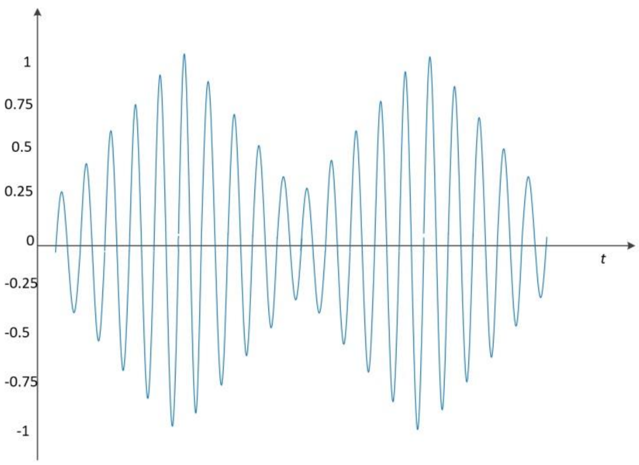
Για την εύρεση της έκφρασης του σήματος στο πεδίο της συχνότητας, χρησιμοποιούμε μετασχηματισμό Fourier του παραπάνω σήματος:

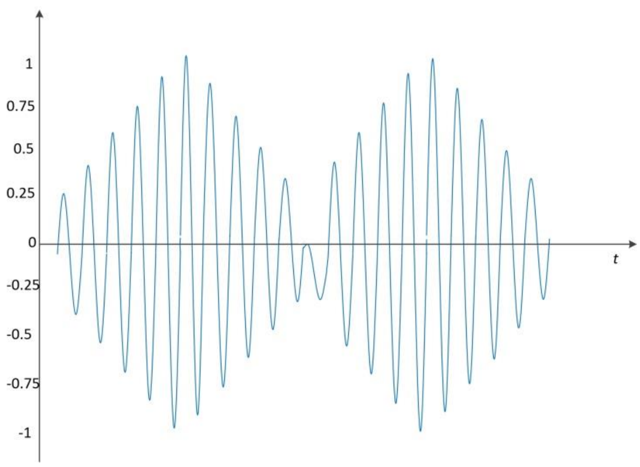
$$\begin{aligned} U(f) &= \frac{A}{2}[\Pi(f) + \Lambda(f)] \star (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) \\ &= \frac{A}{2}[\Pi(f - f_c) + \Lambda(f - f_c) + \Pi(f + f_c) + \Lambda(f + f_c)] \end{aligned}$$

Από την παραπάνω έκφραση προκύπτει ότι $\Pi(f - f_c) \neq 0$ για $|f - f_c| < \frac{1}{2}$, ενώ $\Lambda(f - f_c) \neq 0$ για $|f - f_c| < 1$. Επομένως, το εύρος ζώνης του σήματος είναι 2.

<u>Άσκηση 3</u>:

Χρησιμοποιώντας τη θεώρηση ότι A=1, γνωρίζουμε ότι το πλάτος του διαμορφωμένου σήματος θα μεταβάλλεται μεταξύ -1 και 1. Επίσης, θεωρώντας ότι f_0=10, κατανοούμε ότι σε κάθε ημιπερίοδο των αρχικών σημάτων $m_1(t)$ και $m_2(t)$, τα διαμορφωμένα σήματα θα ολοκληρώνουν 10 κύκλους. Επομένως, τα δύο διαμορφωμένα σήματα έχουν την παρακάτω μορφή:





Όπως προκύπτει από τη μελέτη των παραπάνω σχημάτων, και τα 2 διαμορφωμένα σήματα έχουν την ίδια περιβάλλουσα. Όμως, στο σημείο t=1, ;έχουμε αλλαγή φάσης για το δεύτερο σήμα.

<u>Άσκηση 4</u>:

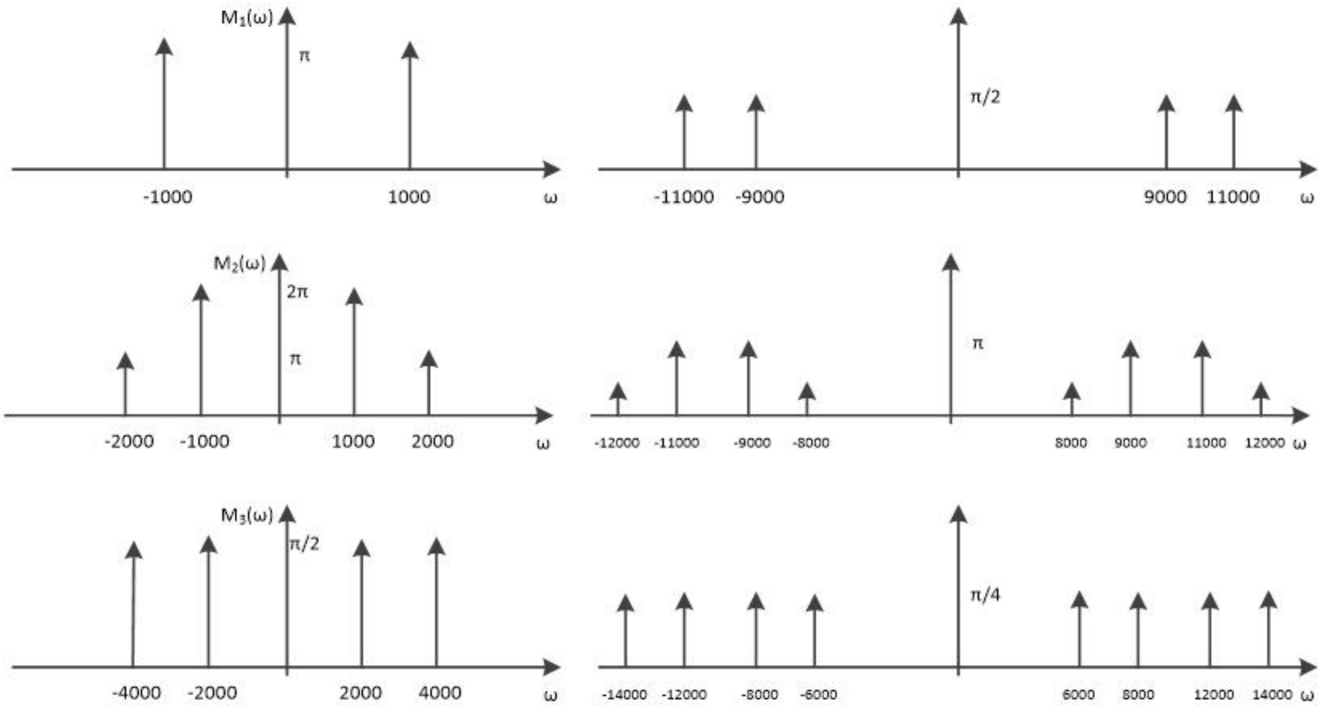
Αρχικά παρατίθενται οι εκφράσεις των διαμορφωμένων σημάτων. Για κάθε έκφραση σημειώνεται ο όρος που αντιστοιχεί στο LSB, καθώς και ο όρος που αντιστοιχεί στο USB. Επιβεβαιώστε τις τελικές εκφράσεις των σημάτων, κάνοντας τις πράξεις:

$$u_1(t) = m_1(t)\cos 10000t = \ldots = \underbrace{\frac{1}{2}\left[\cos 9000t\right]}_{LSB} + \underbrace{\frac{1}{2}\left[\cos 11000t\right]}_{USB}$$

$$u_2(t) = m_2(t)\cos 10000t = \ldots = \underbrace{\left[\cos 9000t + \frac{1}{2}\cos 8000t\right]}_{LSB} + \underbrace{\left[\cos 11000t + \frac{1}{2}\cos 12000t\right]}_{USB}$$

$$u_3(t) = m_3(t)\cos 10000t = \ldots = \underbrace{\frac{1}{2}\left[\cos 8000t + \cos 6000t\right]}_{LSB} + \underbrace{\frac{1}{2}\left[\cos 12000t + \cos 14000t\right]}_{USB}$$

Στη συνέχεια απεικονίζονται τα φάσματα όλων των σημάτων (αριστερά το αρχικό σήμα και δεξιά το διαμορφωμένο σήμα):



Στο σχήμα μπορείτε να εντοπίσετε και τις συχνότητες των σημάτων.

<u>Άσκηση 5</u>:

Η έκφραση του διαμορφωμένου σήματος στο πεδίο του χρόνου είναι:

$$\begin{aligned} u(t) &= m(t)\cdot c(t) \\ &= 100(2\cos(2\pi 2000t) + 5\cos(2\pi 3000t))\cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς Fourier, βρίσκουμε την έκφραση του σήματος στο πεδίο της συχνότητας:

$$
\begin{aligned}
U(f) &= \frac{100}{2}\left[\delta(f-2000)+\delta(f+2000)+\frac{5}{2}(\delta(f-3000)+\delta(f+3000))\right] \\
&\quad \star [\delta(f-50000)+\delta(f+50000)] \\
&= 50\left[\delta(f-52000)+\delta(f-48000)+\frac{5}{2}\delta(f-53000)+\frac{5}{2}\delta(f-47000)\right. \\
&\quad \left. +\delta(f+52000)+\delta(f+48000)+\frac{5}{2}\delta(f+53000)+\frac{5}{2}\delta(f+47000)\right]
\end{aligned}
$$

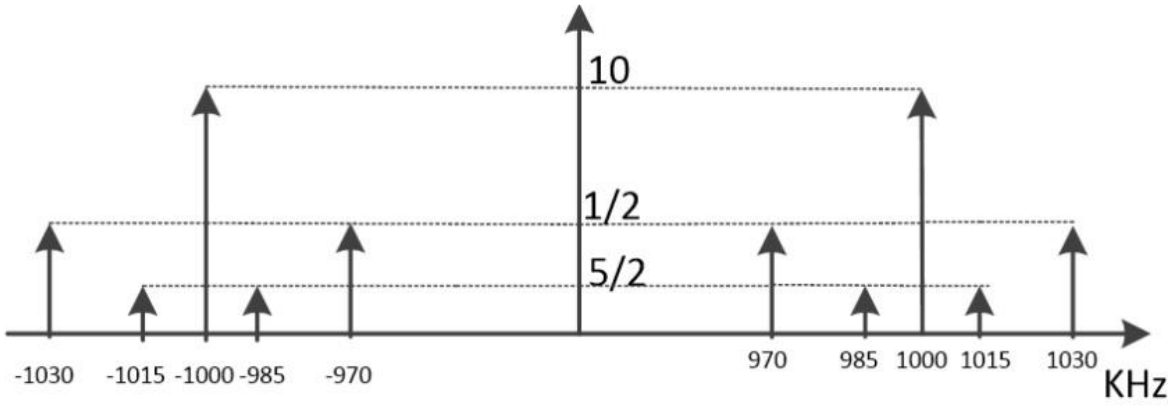
Το παρακάτω σχήμα δίνει το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος:

Άσκηση 6:

i. Η έκφραση του σήματος στο πεδίο της συχνότητας είναι η παρακάτω:

$$
\begin{aligned}
U(f) &= \frac{20}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)] \\
&\quad +\frac{2}{4}[\delta(f-f_c-1500)+\delta(f-f_c+1500) \\
&\quad +\delta(f+f_c-1500)+\delta(f+f_c+1500)] \\
&\quad +\frac{10}{4}[\delta(f-f_c-3000)+\delta(f-f_c+3000) \\
&\quad +\delta(f+f_c-3000)+\delta(f+f_c+3000)]
\end{aligned}
$$

Και το φάσμα του σήματος παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:



ii. Το τετράγωνο του διαμορφωμένου σήματος ε

$$\begin{aligned} u^2(t) &= 400\cos^2(2\pi f_c t) + \cos^2(2\pi(f_c - 1500)t) + \cos^2(2\pi(f_c + 1500)t) \\ &+25\cos^2(2\pi(f_c - 3000)t) + 25\cos^2(2\pi(f_c + 3000)t) \end{aligned}$$

από όπου έχουν παραληφθεί όροι γινομένων συνημίτονων, καθώς στην ολοκλήρωση θα μηδενιστούν. Κρατάμε επομένως μόνο τετράγωνα συνημίτονων, καθώς αν πάρουμε το ολοκλήρωμα τους από –T/2 έως T/2 και μετά το όριο για $T\rightarrow\infty$, το αποτέλεσμα θα είναι 1/2. Η διαδικασία αυτή ακολουθείται για να βρούμε την ισχύ σε κάθε συχνότητα. Επομένως, ο πρώτος όρος της παραπάνω έκφρασης, που αντιστοιχεί στη συχνότητα fc, αντιστοιχεί ισχύς 1/2 x 400=200. Ομοίως, για τις συχνότητες fc-1500 και fc+1500, η ισχύς είναι 1/2 * 1=0,5, ενώ για τις συχνότητες fc-3000 και fc+3000, η ισχύς είναι 1/2 * 25=12,5.

iii. Το σήμα $u(t)$ μπορεί να γραφεί και με την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} u(t) &= (20 + 2\cos(2\pi 1500t) + 10\cos(2\pi 3000t))\cos(2\pi f_c t) \\ &= 20(1 + \frac{1}{10}\cos(2\pi 1500t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi 3000t))\cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

Αυτή είναι έκφραση ενός σήματος ΑΜ, στο οποίο το αρχικό σήμα που διαμορφώνει το φέρον είναι το:

$$\begin{aligned} m(t) &= \frac{1}{10}\cos(2\pi 1500t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi 3000t) \\ &= \cos^2(2\pi 1500t) + \frac{1}{10}\cos(2\pi 1500t) - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Θεωρώντας ότι z=cos(2π1500t), η συνάρτηση $q(z)=z^2+0.1z-0.5$ έχει ελάχιστο στο z=-0.05 και min(q(z))=-201/400. Καθώς το z=-0.05 μπορεί να είναι τιμή συνημίτονου, μπορούμε να πούμε ότι η ελάχιστη τιμή του σήματος m(t) είναι -201/400. Άρα, ο δείκτης διαμόρφωσης παίρνει την τιμή -201/400.

iv. Για την εύρεση της ισχύος των πλευρικών ζωνών, θυμίζουμε ότι από το ερώτημα ii), έχουμε υπολογίσει ότι η συνολική ισχύς των πλευρικών ζωνών είναι 0,5+0,5+12,5+12,5=26. Η ισχύς του φέροντος σήματος είναι 200, άρα η συνολική ισχύς είναι 200+26=226 και ο λόγος της ισχύος των πλευρικών ζωνών προς την συνολική ισχύ του σήματος είναι 26/226.

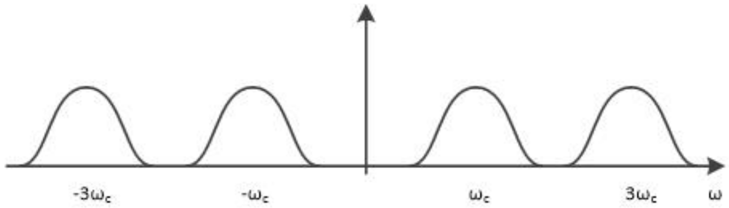
<u>Άσκηση 7</u>:

Θεωρώντας τον διαμορφωτή του σχήματος, στο σημείο (b), το σήμα είναι:

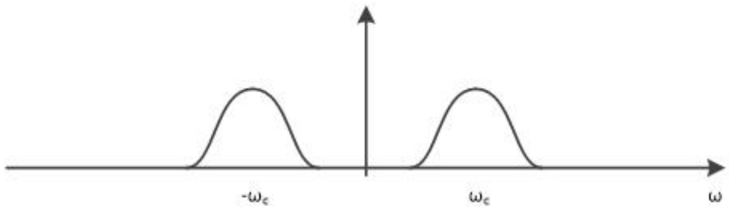
$$y_a(t) = m(t)\cos^3\omega_c t = m(t)\left[\frac{3}{4}\cos\omega_c t + \frac{1}{4}\cos 3\omega_c t\right]$$

i. Ο πρώτος όρος είναι ο επιθυμητός όρος καθώς περιέχει τη συχνότητα ω_c, ενώ ο δεύτερος όρος δεν είναι επιθυμητός, καθώς περιέχει τη συχνότητα 3 ω_c. Αυτή η συχνότητα μπορεί να απομακρυνθεί με τη χρήση κατάλληλου φίλτρου. Επομένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα ζωνοπερατό φίλτρο με κέντρο τη συχνότητα ω_c, το οποίο θα επιτρέψει να περάσει ο πρώτος όρος του σήματος, ενώ δεν θα επιτρέψει τη διέλευση του σήματος που εκφράζεται με τον δεύτερο όρο της παραπάνω έκφρασης.

ii. Το φάσμα στα 2 σημεία απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



(b)



(c)

iii. Η ελάχιστη τιμή του ω_c είναι 2πB

iv. Σε αυτή την περίπτωση το διαμορφωμένο σήμα θα είναι:

$$y_a(t) = m(t)\cos^2\omega_c t = \frac{m(t)}{2}\left[1+\cos 2\omega_c t\right] = \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}m(t)\cos 2\omega_c t,$$

στο οποίο δεν υπάρχει ο όρος $m(t)\cos\omega_c t$, άρα η διάταξη αυτή δεν μπορεί να δημιουργήσει το επιθυμητό σήμα.

v. Για την γενική περίπτωση του n≥2, η διάταξη μπορεί να δημιουργήσει το επιθυμητό σήμα, μόνο όταν το n είναι περιττός, ενώ δεν μπορεί να δημιουργήσει το σήμα εάν το n είναι άρτιος.

Άσκηση 8:

i. Όταν σε ένα διαμορφωτή δακτυλίου εισάγεται ένα σήμα βασικής ζώνης $m(t)$ και ένα φέρον με συχνότητα ω_c, τότε η έξοδός του είναι:

$$y_a(t) = \frac{4}{\pi}\left[m(t)\cos\omega_c t - \frac{m(t)}{3}\cos 3\omega_c t + \frac{1}{5}m(t)\cos 5\omega_c t - \ldots\right]$$

Οπότε με τη χρήση του φίλτρου επιτρέπεται η διέλευση μόνο του δεύτερου όρου της παραπάνω έκφρασης, ο οποίος είναι και ο επιθυμητός, καθώς περιέχει τη συχνότητα $3f_c$, δηλαδή 300 KHz.

ii. Από την παραπάνω έκφραση προκύπτει ότι k=-4/3π.

Άσκηση 9:

Το σήμα που προκύπτει μετά τη διαδικασία διαμόρφωσης είναι:

$$
\begin{aligned}
u(t) &= m(t)c(t) = 100\left(\cos(2\pi 1000t) + 2\cos(2\pi 2000t)\right)\cos(2\pi f_c t) = \\
&= 100\cos(2\pi 1000t)\cos(2\pi f_c t) + 200\cos(2\pi 2000t)\cos(2\pi f_c t) = \\
&= \frac{100}{2}\left[\cos\left(2\pi(f_c + 1000)t\right) + \cos\left(2\pi(f_c - 1000)t\right)\right] + \\
&+ \frac{200}{2}\left[\cos\left(2\pi(f_c + 2000)t\right) + \cos\left(2\pi(f_c - 2000)t\right)\right]
\end{aligned}
$$

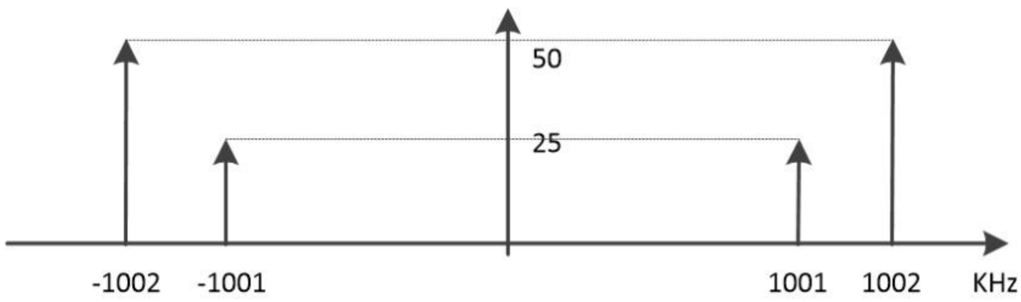
Επομένως, το σήμα USB είναι το σύνολο των συνιστωσών του παραπάνω σήματος, οι οποίες έχουν συχνότητα μεγαλύτερη της f_c:

$$u_{USB}(t) = 50\cos\left(2\pi(f_c + 1000)t\right) + 100\cos\left(2\pi(f_c + 2000)t\right)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το φάσμα του σήματος $u_{USB}(t)$, το οποίο υπολογίζεται με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Fourier:

$$U_{USB}(t) = 25\left(\delta(f - (f_c + 1000)) + \delta(f + (f_c + 1000))\right) + 50\left(\delta(f - (f_c + 2000)) + \delta(f + (f_c + 2000))\right)$$

Από την τελευταία έκφραση του φάσματος, μπορούμε να σχεδιάσουμε το φάσμα του σήματος $u_{USB}(t)$:



<u>Άσκηση 10</u>:

1. Η εύρεση των σημάτων m(t) και c(t) μπορεί να επιτευχθεί εάν το διαμορφωμένο σήμα γραφεί ως γινόμενο δύο σημάτων. Επομένως:

$$
\begin{aligned}
u(t) &= 5\cos(1800\pi t) + 20\cos(2000\pi t) + 5\cos(2200\pi t) \\
&= 5\left(\cos(2200\pi t) + \cos(1800\pi t)\right) + 20\cos(2000\pi t) \\
&= 5\left(\cos(2000\pi t + 200\pi t) + \cos(2000\pi t - 200\pi t)\right) + 20\cos(2000\pi t) \\
&= 5\left(2\cos(2000\pi t)\cos(200\pi t)\right) + 20\cos(2000\pi t) \\
&= 20\left(1 + \frac{1}{2}\cos(200\pi t)\right)\cos(2000\pi t)
\end{aligned}
$$

Επομένως το σήμα m(t) είναι $\cos(200\pi t)$ και το φέρον c(t) είναι $20\cos(2000\pi t)$

2. Από την παραπάνω έκφραση των σημάτων προκύπτει ότι ο δείκτης διαμόρφωσης είναι α=0.5

3. Η ισχύς του φέροντος είναι $P_c=A^2/2=20^2/2=200$, ενώ των πλευρικών ζωνών είναι $P_{sb}=A^2\alpha^2/2=50$, επομένως ο λόγος ισχύος είναι 50/200=0.25.

Άσκηση 11:

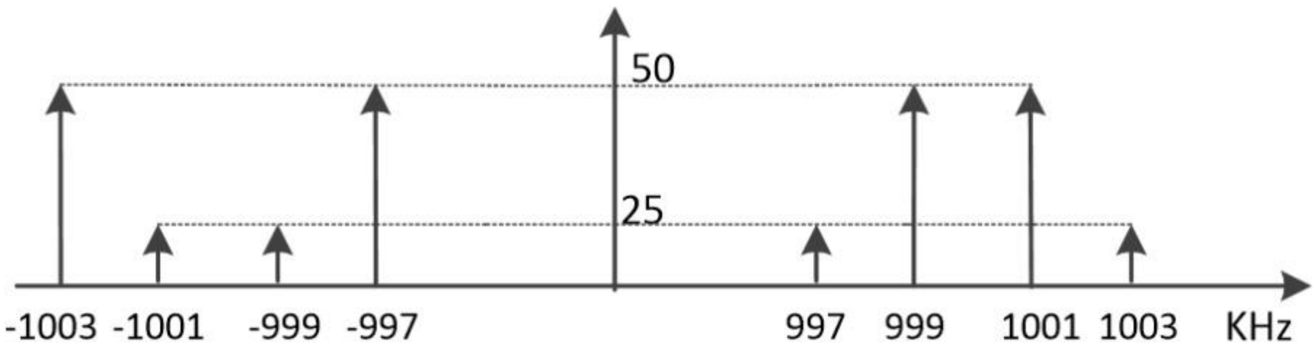
Το διαμορφωμένο σήμα μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} u(t) &= 100m(t)\cos(2\pi f_c t) = 100\left(2\cos(2000\pi t) + \cos(6000\pi t)\right)\cos(2\pi f_c t) \\ &= 200\cos(2\pi 1000 t)\cos(2\pi f_c t) + 100\cos(2\pi 3000 t)\cos(2\pi f_c t) \\ &= 100\left[\cos\left(2\pi(f_c+1000)t\right) + \cos\left(2\pi(f_c-1000)t\right)\right] + 50\left[\cos\left(2\pi(f_c+3000)t\right) + \cos\left(2\pi(f_c-3000)t\right)\right] \end{aligned}$$

Με αυτό τον τρόπο το διαμορφωμένο σήμα εκφράζεται ως ένα άθροισμα απλών ημιτονικών σημάτων. Επομένως, εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier στην παραπάνω έκφραση προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} U(f) = 50&\left[\delta\left(f-(f_c+1000)\right) + \delta\left(f+(f_c+1000)\right) + \delta\left(f-(f_c-1000)\right)\delta\left(f+(f_c-1000)\right)\right] + \\ &+ 25\left[\delta\left(f-(f_c+3000)\right) + \delta\left(f+(f_c+3000)\right) + \delta\left(f-(f_c-3000)\right)\delta\left(f+(f_c-3000)\right)\right] \end{aligned}$$

Από την έκφραση του μετασχηματισμού Fourier, μπορούμε να σχεδιάσουμε το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος:



Η μέση ισχύς στις συχνότητες $(f_c - 1000)$ και $(f_c + 1000)$ είναι:

$$P_{(f_c-1000)} = P_{(f_c+1000)} = \frac{100^2}{2} = 5000$$

ενώ η μέση ισχύς στις συχνότητες $(f_c - 3000)$ και $(f_c + 3000)$ είναι:

$$P_{(f_c-3000)} = P_{(f_c+3000)} = \frac{50^2}{2} = 1250$$

Άσκηση 12:

Το σήμα που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των σημάτων u(t) και m(t) είναι:

$$u(t) = Am(t)\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t + \theta) = \frac{A}{2}m(t)\left[\cos(2\pi 2 f_c t + \theta) + \cos(\theta)\right]$$

Καθώς το χαμηλοπερατό φίλτρο επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων μέχρι την μία τιμή W, όπου W είναι η μέγιστη συχνότητα του m(t), το σήμα που εξέρχεται από το φίλτρο είναι:

$$z(t) = \frac{A}{2} m(t) \cos(\theta)$$

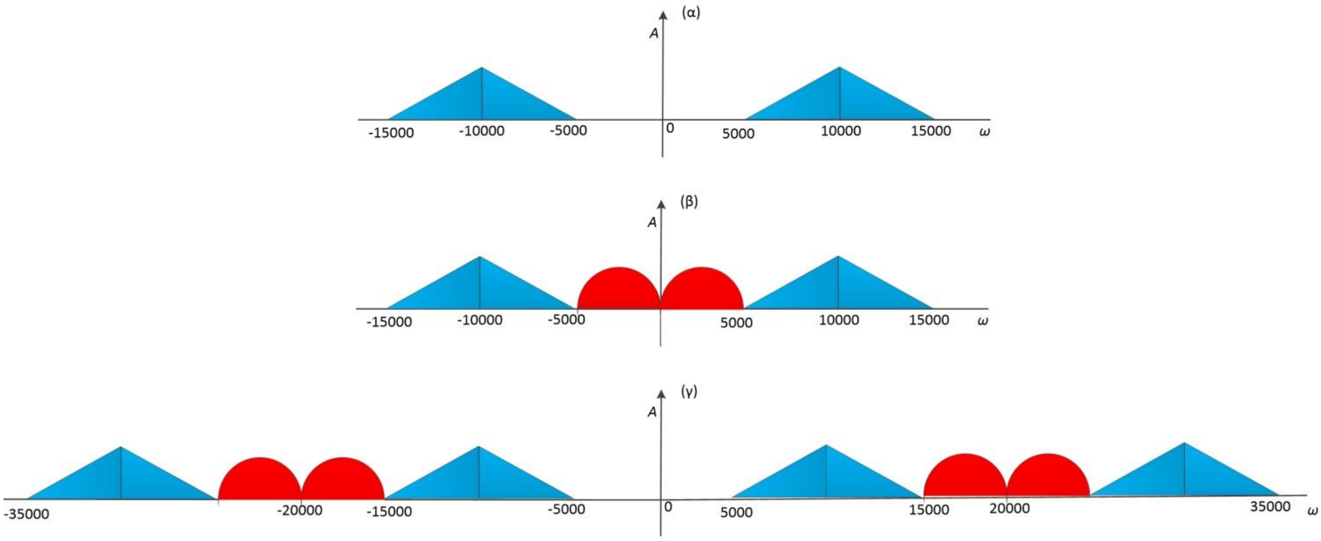
Επομένως, αν θεωρηθεί ότι η ισχύς του σήματος m(t) είναι P_M, τότε η ισχύς του σήματος εξόδου του φίλτρου θα είναι $P_{out} = P_M \frac{A^2}{4} \cos^2(\theta)$, ενώ η ισχύς του διαμορφωμένου σήματος είναι $P_U = P_M \frac{A^2}{2}$

Επομένως, ο λόγος των ισχύων είναι:

$$\frac{P_{out}}{P_U} = \frac{1}{2} \cos^2(\theta)$$

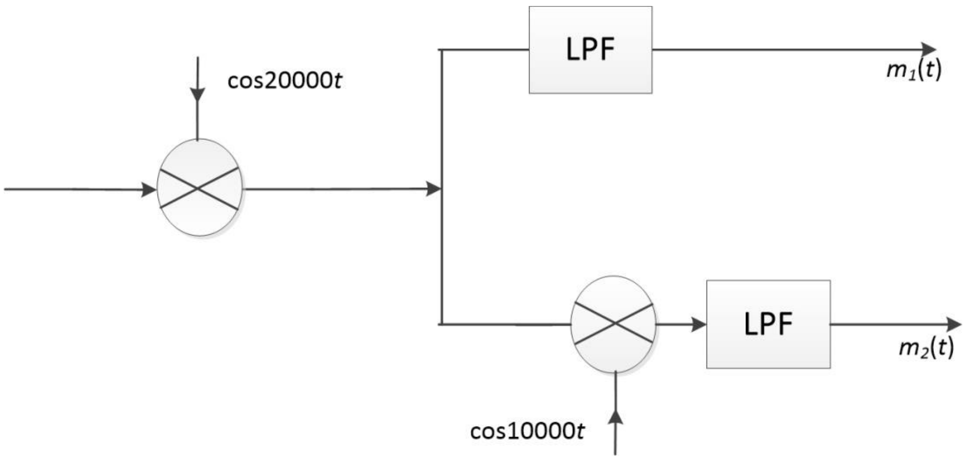
Άσκηση 13:

1. Το φάσμα των σημάτων στα σημεία (α), (β) και (γ) είναι:



2. Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει ότι το εύρος ζώνης του καναλιού πρέπει να είναι 30000 rad/sec (από 5000 rad/sec έως 35000 rad/sec).

3. Η μορφή που πρέπει να έχει ο αποδιαμορφωτής, ώστε να ανακτηθούν τα σήματα $m_1(t)$ και $m_2(t)$ απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα:



Άσκηση 14:

Το αρχικό σήμα πολλαπλασιάζεται με το cos($\omega_c t$), επομένως προκύπτει το σήμα:

$$u(t) = \left[A + m(t)\right]\cos^2(\omega_c t) = \frac{1}{2}\left[A + m(t)\right] + \frac{1}{2}\left[A + m(t)\right]\cos(2\omega_c t)$$

Αυτό το σήμα εισέρχεται στο χαμηλοπερατό φίλτρο, επομένως στην έξοδο του φίλτρου εμφανίζεται μόνο ο πρώτος όρος της παραπάνω σχέσης. Άρα, στην έξοδο του φίλτρου εμφανίζεται το σήμα:

$$z(t) = \frac{1}{2}\left[A + m(t)\right]$$

Το σήμα αυτό στη συνέχεια περνά από το dc blocker, το οποίο απομακρύνει τη συνιστώσα $A/2$, αφήνοντας να περάσει μόνο το σήμα $m(t)$, το οποίο είναι ανεξάρτητο από την τιμή του A.

Άσκηση 15:

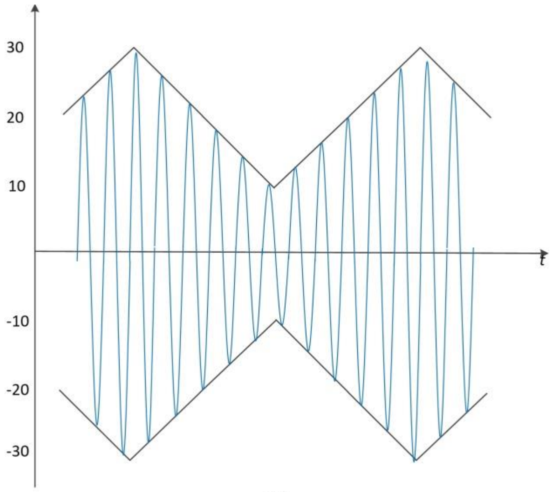
Αν m_p είναι το πλάτος του σήματος $m(t)$, τότε για τις διάφορες τιμές του δείκτη διαμόρφωσης, προκύπτει ότι:

i. $\alpha = 0.5 = \frac{m_p}{A} = \frac{10}{A} \Leftrightarrow A = 20$

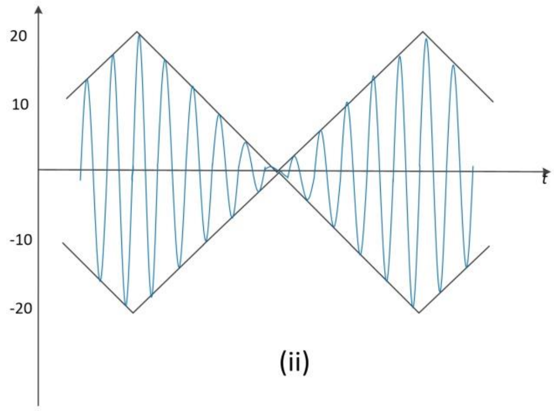
ii. $\alpha = 1 = \frac{m_p}{A} = \frac{10}{A} \Leftrightarrow A = 10$

iii. $\alpha = 2 = \frac{m_p}{A} = \frac{10}{A} \Leftrightarrow A = 5$

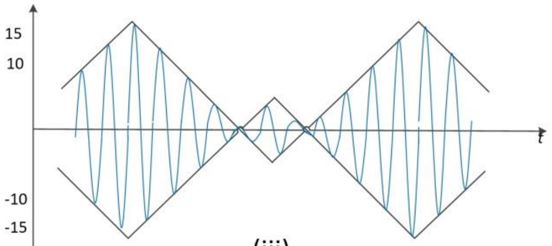
iv. $\alpha = \infty = \frac{m_p}{A} = \frac{10}{A} \Leftrightarrow A = 0$



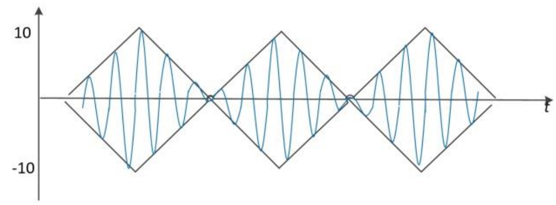
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Από το σχήμα (iv) προκύπτει όπι για άπειρο δείκτη διαμόρφωσης, προκύπτει η μορφή διαμορφωμένου σήματος κατά DSB-SC.

Άσκηση 16:

Όπως και προηγουμένως, το πλάτος του φέροντος υπολογίζεται από:

$$\alpha = 0.8 = \frac{m_p}{A} = \frac{10}{A} \Leftrightarrow A = 12.8$$

Επομένως, η ισχύς του φέροντος είναι

$$P_c = \frac{A^2}{2} = 78.125$$

Η ισχύς των πλευρικών ζωνών είναι $m^2(t)/2$. Από τη μορφή του σήματος $m(t)$ προκύπτει όπι υπάρχει συμμετρία κάθε τέταρτο της περιόδου T. Επομένως η ισχύς του σήματος αυτού προκύπτει από την μέση τιμή της ενέργειας του σήματος σε διάστημα ίσο με ένα τέταρτο του κύκλου. Συνεπώς:

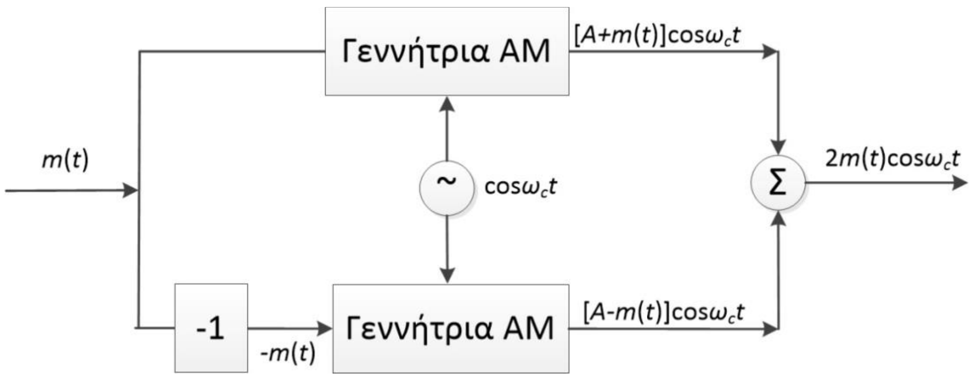
$$\left\langle m^2(t) \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^{T/4} \left[\frac{40t}{T} \right]^2 dt = 33.34$$

Και η μέση ισχύς των πλευρικών ζωνών είναι: $P_c = \frac{\langle m^2(t)\rangle}{2} = 16.67$

<u>Άσκηση 17</u>:

Εάν στη διάταξη, η οποία χρησιμοποιείται για την παραγωγή σημάτων DSB-SC εισαχθεί το σήμα $m(t)$, τότε η έξοδός της θα είναι $m(t)\cos\omega_c t$. Επομένως, αν στη διάταξη εισαχθεί το σήμα $[A+m(t)]$, η έξοδός της θα είναι $[A+m(t)]\cos\omega_c t$, δηλαδή ένα σήμα AM. Οπότε, μία διάταξη, η οποία χρησιμοποιείται για την παραγωγή σημάτων DSB-SC μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή σημάτων AM, αν στην είσοδό της μαζί με το σήμα m(t) εισάγουμε και μία dc συνιστώσα πλάτους A.

Το αντίστροφο γενικά δεν ισχύει. Παρόλα αυτά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν 2 διατάξεις, οι οποίες παράγουν σήματα AM, ώστε να προκύψει σήμα DSB-SC, με τη συνδεσμολογία που απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



<u>Άσκηση 18</u>:

Εάν στη διάταξη, η οποία χρησιμοποιείται για την αποδιαμόρφωση σημάτων DSB-SC εισαχθεί το σήμα $m(t)\cos\omega_c t$, τότε η έξοδός της θα είναι $m(t)$. Επομένως, αν στη διάταξη εισαχθεί το σήμα $[A+m(t)]\cos\omega_c t$, η έξοδός της θα είναι $[A+m(t)]$, δηλαδή ένα σήμα AM. Οπότε, μία διάταξη, η οποία χρησιμοποιείται για την αποδιαμόρφωση σημάτων DSB-SC μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποδιαμόρφωση σημάτων AM, αν στην έξοδό της απομακρύνουμε την dc συνιστώσα πλάτους A.

Το αντίστροφο δεν μπορεί να επιτευχθεί, καθώς εάν στην είσοδο ενός αποδιαμορφωτή A εισαχθεί το $m(t)\cos\omega_c t$, τότε η έξοδός της θα είναι $|m(t)|$, δηλαδή η περιβάλλουσα του $m(t)$. Επομένως δεν είναι δυνατό να αποδιαμορφώσουμε ένα σήμα DSB-SC χρησιμοποιώντας ένα αποδιαμορφωτή AM.

<u>Άσκηση 19</u>:

Το σήμα στο ραδιοφωνικό δέκτη θα ακούγεται στη συχνότητα 1500 KHz, όπως επίσης και σε μία συμμετρική της συχνότητα, η οποία απέχει $2f_{IF}$ Hz. Επομένως, αν f_{IF}=455 KHz, ο δέκτης θα ακούει το σήμα και στη συχνότητα 1500-2*455=590 KHz. Άρα, όταν ο δέκτης συντονίζεται στη συχνότητα 590 KHz, η συχνότητα του τοπικού ταλαντωτή είναι 590+455=1045 KHz, η οποία πολλαπλασιάζεται με το σήμα εισόδου του δέκτη, το οποίο έχει συχνότητα 1500 KHz. Από αυτό τον πολλαπλασιασμό προκύπτουν 2 συχνότητες, οι 1500+1045=2545 KHz και 1500-1045=455 KHz. Το πρώτο σήμα (άθροισμα) απομακρύνεται από το φίλτρο, ενώ το δεύτερο περνά, και καθώς το φίλτρο δεν είναι και τόσο ευαίσθητο, ο δέκτης ακούει το σταθμό.

<u>Άσκηση 20</u>:

Ο τοπικός ταλαντωτής παράγει συχνότητες από 1+8=9 MHz έως 30+8=38 MHz. Όταν ο δέκτης ρυθμίζεται στα 10 MHz, τότε η συχνότητα του τοπικού ταλαντωτή είναι 10+8=18 MHz. Όμως, εάν ένας σταθμός εκπέμπει στα 18+8=26 MHz, δημιουργούνται δύο σήματα με συχνότητες 26+18=44 MHz και 26-18=8 MHz. Το σήμα με συχνότητα 26 MHz απομακρύνεται από το φίλτρο IF, ενώ το σήμα με συχνότητα 8 MHz περνά από το ίδιο φίλτρο.

<u>Άσκηση 21</u>:

1. Ο δείκτης διαμόρφωσης είναι 0.5.
2. Η συχνότητα του φορέα είναι 100 KHz.
3. Η συχνότητα του πληροφοριακού σήματος είναι 500 Hz.
4. Η στιγμιαία μέγιστη τιμή του σήματος AM είναι 7.5 V.

<u>Άσκηση 22</u>:

Στη δεύτερη περίπτωση, καθώς τότε ο δείκτης διαμόρφωσης είναι 100%.

<u>Άσκηση 23</u>:

Ισχύει διότι $m= [(Vc + V)-(Vc - V)] / [(Vc + V)+ (Vc - V)]$

<u>Άσκηση 24</u>:

1. Λόγω της ύπαρξης στον δέκτη απλού κορυφοφωρατή, το σύστημα διαμόρφωσης στο πομπό πρέπει να είναι Σύστημα Διαμόρφωσης Πλάτους, Διπλής πλευρικής ζώνης με φορέα (AM-DSB-WC).

2. Το φίλτρο RF αποσκοπεί στην αποκοπεί των κατοπτρικών συχνοτήτων (ειδώλων). Η κατοπτρική συχνότητα ενός σταθμού απέχει 2*(IF) Hz, όπου IF είναι η συχνότητα του (πρώτου) σταδίου ετεροδύνωσης (μείκτη - πολλαπλασιασμού με συχνότητα του τοπικού ταλαντωτή). Επομένως, για να αποκόψει το είδωλο ενός σταθμού αρκεί το φίλτρο RF να έχει εύρος ζώνης μικρότερο από 4*(IF), και δεν απαιτείται να είναι ιδανικό. (Στο ραδιοφωνικές εκπομπές AM, όπου IF = 455 kHz, και το είδωλο ενός σταθμού απέχει 910 kHz από τον σταθμό, το φίλτρο RF έχει εύρος ζώνης περίπου 1800 kHz)

3. Σχήμα 1
$f\_A = f\_0 \pm f\_{IF1} = ((160 \div 180) \pm 10)$ MHz $\rightarrow$
$f\_{A1} = (150 \div 170)$ MHz ή
$f\_{A2} = (170 \div 190)$ MHz.

Σχήμα 2
$f_A = f_0 \pm f_{IF1} = ((160 \div 180) \pm 30)$ MHz $\rightarrow$
$f_{A1} = (130 \div 150)$ MHz ή
$f_{A2} = (190 \div 210)$ MHz.

$f_B = f_{IF1} \pm f_{IF2} = (30 \pm 10)$ MHz $\rightarrow$
$f_{B1} = 20$ MHz ή
$f_{B2} = 40$ MHz.

4. $f_{IM} = f\_0 \pm 2\, f\_{IF1} = ((160 \div 180) \pm 2*10)$ MHz

Για τις ακραίες συχνότητες 160 και 180 MHz, οι κατοπτρικές είναι:

Για $f_0 = 160$ MHz $\rightarrow$ $f_{IM} = 140$ MHz και $f_{IM} = 180$ MHz (ανάλογα με την τιμή του ταλαντωτή Α).

Για $f_0 = 180$ MHz $\rightarrow$ $f_{IM} = 160$ MHz και $f_{IM} = 200$ MHz (ανάλογα με την τιμή του ταλαντωτή Α).

Δηλαδή αυτές οι συχνότητες δεν αποκόπτονται πλήρως από το φίλτρο RF (αυτό εξαρτάται με την ποιότητα του φίλτρου RF) και μέσω του ταλαντωτή Α μετατίθενται στην βαθμίδα IF1 του Σχήματος 1.

5. Η απόσβεση των κατοπτρικών συχνοτήτων υπολογίζεται από την σχέση $a = 20 \log(U_{in}/U_{out})$.
Οι κατοπτρικές συχνότητες που είναι πλησιέστερα στην περιοχή ωφελίμου σήματος είναι οι 160 και 180 MHz. Αυτές βρίσκονται στις παρυφές της περιοχής ωφελίμου σήματος (160-180 MHz), και ουσιαστικά δεν αποκόπτονται (βλέπε την χαρακτηριστική του φίλτρου RF).
Οι κατοπτρικές συχνότητες που βρίσκονται μακρύτερα από την περιοχή ωφελίμου σήματος είναι οι 140 και 200 MHz.
Για την 140 MHz, από την χαρακτηριστική του φίλτρου RF έχω $U_{out}/U_{in} = 0.6 \rightarrow U_{in}/U_{out} = 1.666$.
Άρα $a_{140} = 20 \log(1.666) \approx 4.437$ db.
Για την 200 MHz, από την χαρακτηριστική του φίλτρου RF έχω $U_{out}/U_{in} = 0.7 \rightarrow U_{out}/U_{in} = 1.428$.
Άρα $a_{200} = 20 \log(1.428) \approx 3.098$ db.

6. Επειδή $a_{140} > a_{200}$, ο ταλαντωτής Α του Σχήματος 1 θα πρέπει να χρησιμοποιεί τις συχνότητες $f_{A1} = (150 \div 170)$ MHz που είναι μικρότερες από την περιοχή ωφελίμου σήματος (160÷180 MHz).

Δηλαδή, όταν θα θέλει να πιάσει τον σταθμό f_0 = 160 MHz, ο ταλαντωτής Α θα έχει τιμή f_{A1} = 150 MHz, η κατοπτρική συχνότητα θα είναι f_{IM} = 140 MHz, η οποία έχει μεγάλη απόσβεση περνώντας από το φίλτρο RF. Ενώ, αν ο ταλαντωτής έχει τιμή f_{A1} = 170 MHz, η κατοπτρική συχνότητα θα είναι f_{IM} = 160 MHz που έχει μικρότερη απόσβεση.

7. Για f_{A1} = (130 ÷ 150) MHz, οι κατοπτρικές συχνότητες είναι:

   $f_{IM}=f_{0\text{-}2}{*}f_{IF1}$=((160÷180)-2*30) MHz

   Για τις ακραίες συχνότητες 160 και 180 MHz, οι κατοπτρικές είναι:

   Για f_0 = 160 MHz → f_{IM} = 100 MHz.
   Για f_0 = 180 MHz → f_{IM} = 120 MHz.

8. Για f_{A2} = (190 ÷ 210) MHz, οι κατοπτρικές συχνότητες είναι:

   $f_{IM}=f_0+2{*}f_{IF1}$=((160÷180)+2*30) MHz

   Για τις ακραίες συχνότητες 160 και 180 MHz, οι κατοπτρικές είναι:

   Για f_0 = 160 MHz → f_{IM} = 220 MHz.
   Για f_0 = 180 MHz → f_{IM} = 240 MHz.

9. Είναι προτιμότερον ο ταλαντωτής Α να έχει συχνότητες μικρότερες της ωφέλιμης περιοχής (160÷180)MHz:
   f_{A1} = (130 ÷ 150) MHz

10. $f_{IM2} = f_{\_IF1} \pm 2\, f_{\_IF2}$ →
    f_{IM2} = 30 - 2*10 = 10 MHz (αν f_{B1} = 20 MHz) ή
    f_{IM2} = 30 + 2*10 = 50 MHz (αν f_{B2} = 40 MHz).

    Οι κατοπτρικές συχνότητες 10 ή 50 MHz, για να περάσουν στο IF2, πέρασαν από το IF1 και μέσω του ταλαντωτή Β ήλθαν στο IF2. Στο IF1 ήλθαν μέσω του ταλαντωτή Α, f_A1 = (130 ÷ 150) MHz, με μετάθεση κάποιων συχνοτήτων από την κεραία. Οι συχνότητες αυτές της κεραίας υπολογίζονται ως:
    $f_{IM(K)} = f_{A1} \pm f_{IM2}$ →
    $f_{IM(K)}$ = (130 ÷ 150) ± 10 MHz ή
    $f_{IM(K)}$ = (130 ÷ 150) ± 50 MHz

    Στην ακραία συχνότητα, 130 MHz, θα έχομε:
    $f_{IM1(K)}$ = 120 MHz ή $f_{IM1(K)}$ = 80 MHz
    ή
    Στην ακραία συχνότητα, 130 MHz, θα έχομε:
    $f_{IM2(K)}$ = 140 MHz ή $f_{IM2(K)}$ = 180 MHz

    Στην ακραία συχνότητα, 150 MHz, θα έχομε:
    $f_{\_IM3(K)}$ = 140 MHz ή $f_{\_IM3(K)}$ = 100 MHz
    ή

Στην ακραία συχνότητα, 150 MHz, θα έχομε:
$f\_{IM4(K)}$ = 160 MHz ή $f_{IM4(K)}$ = 200 MHz.

11. Θα πρέπει να έχει συχνότητα μεγαλύτερη από 30 MHz, δηλ. 40 MHz.

12. Η σύγκριση μπορεί να γίνει εξετάζοντας τις ακραίες συχνότητες (160, 180 MHz).
Στον υπερετερόδυνο δέκτη μίας βαθμίδας:
Για την λήψη του σταθμού f_0 = 160 MHz,
ο ταλαντωτής Α έχει τιμή f_{A1}= 150 MHz,
η κατοπτρική συχνότητα είναι 140 MHz, με απόσβεση a_{140}=4.437 db.
Για την λήψη του σταθμού f_0 = 180 MHz,
ο ταλαντωτής Α έχει τιμή f_{A1}= 170 MHz,
η κατοπτρική συχνότητα είναι 160 MHz, με πολύ μικρή απόσβεση, δεδομένου ότι είναι στην περιοχή ωφελίμου σήματος (εκεί εκπέμπει χρήσιμος σταθμός).

Στον υπερετερόδυνο δέκτη δύο βαθμίδων:
Για την λήψη του σταθμού f_0 = 180 MHz,
ο ταλαντωτής Α έχει τιμή f_{A1}= 130 MHz,
η κατοπτρική συχνότητα είναι 100 MHz, με απόσβεση $a_{100} > a_{140}$.
Για την λήψη του σταθμού f_0 = 180 MHz,
ο ταλαντωτής Α θα έχει τιμή 150 MHz,
η κατοπτρική συχνότητα 120 MHz, με απόσβεση, a_{120}≈6.02 db (a_{120}>a_{160}).

Επομένως, η χρήση μίας ακόμη βαθμίδας πριν την τελική IF βαθμίδα, επιφέρει καλύτερη απόσβεση κατοπτρικών συχνοτήτων με το συγκεκριμένο φίλτρο RF.
Άρα, ο υπερετερόδυνος δέκτης δύο βαθμίδων είναι καλύτερος.

Άσκηση 25:

Καθόλου σοβαρό. Διότι η πληροφορία βρίσκεται στις συχνότητες του σήματος (όχι στο πλάτος, το οποίο μπορούμε να ενισχύσουμε αν απαιτείται).

Άσκηση 26:

Πολύ σοβαρό. Αφού το πληροφοριακό σήμα μετατοπίζεται στην συχνότητα κατά Δω (δεξιά και αριστερά), η πληροφορία υφίσταται σημαντική μεταβολή αν το Δω είναι μεγάλο. (Το λάθος στη συχνότητα είναι πολύ πιο σοβαρό από το λάθος στη φάση του φορέα).

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Ιωάννης Βαρδάκας. «Συστήματα Επικοινωνιών, Ασκήσεις για τις ενότητες 2 – 4: Διαμόρφωση Πλάτους». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://eclass.upatras.gr/courses/EE789/ .

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό δεν κάνει χρήση εικόνων/σχημάτων/διαγραμμάτων/φωτογραφιών ή πινάκων από έργα τρίτων:

Πηγές:

[1] B. P. Lathi, *Modern Digital and Analog Communication Systems,* 3rd edition, Oxford University press, 1998.

[2] S. Haykin, *Communication Systems,* 4th edition, John Wiley & Sons, 2001.

[3] J. G. Proakis and M. Salehi, *Communication Systems Enginnering,* 2nd edition, Prentice Hall, 2002.

[4] Γ. Καραγιαννίδης, *Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα,* 2η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2010.

[5] Γ. Κοκκινάκης, *Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα,* 1η έκδοση, Εκδόσεις Αθανασόπουλος, 1998.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.