



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Συστήματα Επικοινωνιών

Ενότητα 10: Ψηφιακή Μετάδοση Βασικής Ζώνης

Μιχαήλ Λογοθέτης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών  
και Τεχνολογίας Υπολογιστών

# Σκοποί ενότητας

- Παρουσίαση των πινάκων αναζήτησης σε ψηφιακό σύστημα επικοινωνίας
- Περιγραφή του ψηφιακού πομπού και δέκτη
- Παρουσίαση των χαρακτηριστικών του καναλιού προσθετικού θορύβου
- Περιγραφή των μεθόδων ανίχνευσης με παρουσία AWGN, καθώς και των περιοχών απόφασης



# Περιεχόμενα ενότητας

- ❑ ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- ❑ ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ
- ❑ ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ
- ❑ ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ
- ❑ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ
- ❑ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ



# Περιεχόμενα ενότητας

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ

ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

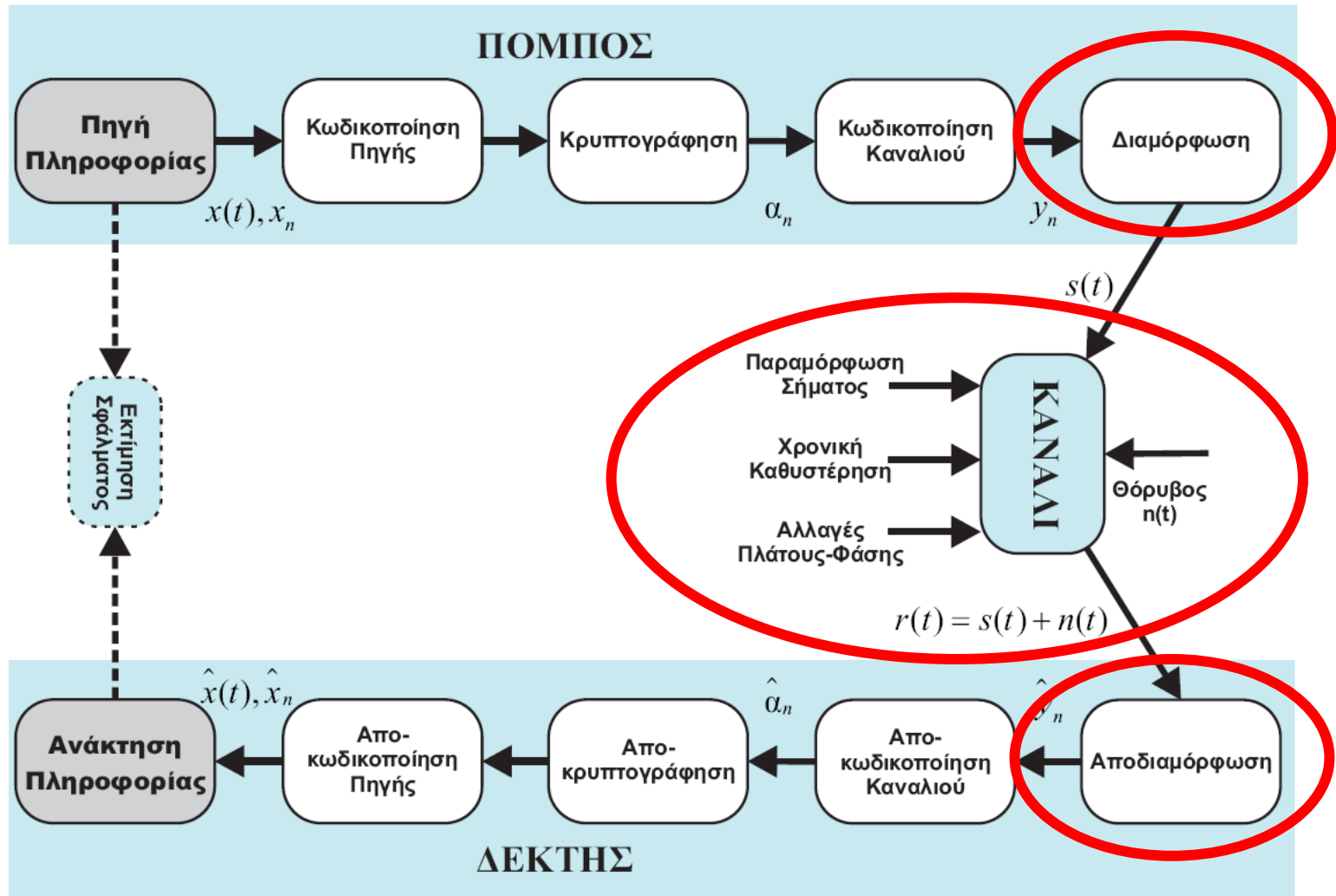
ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ



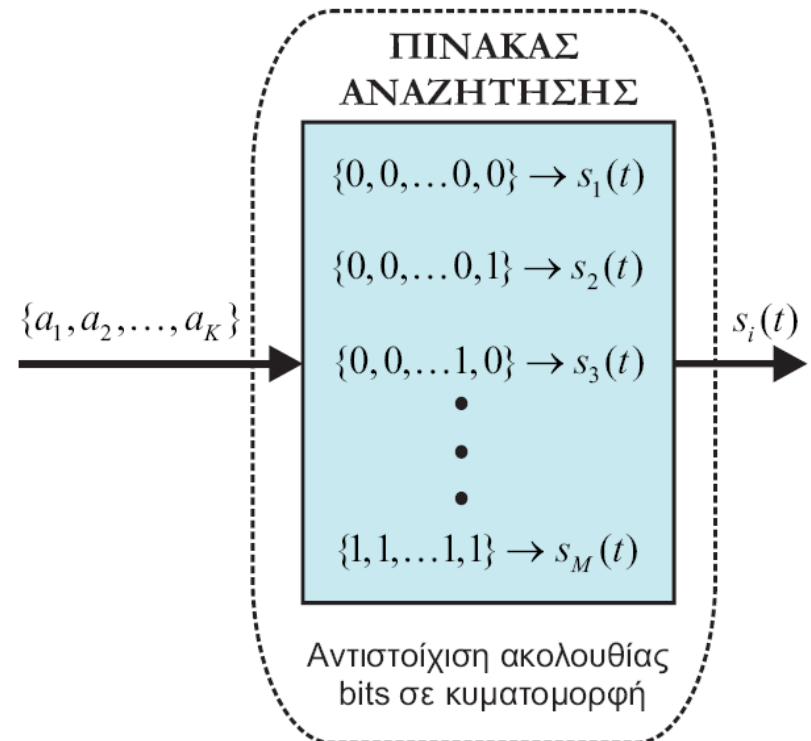
# Ψηφιακό σύστημα επικοινωνίας



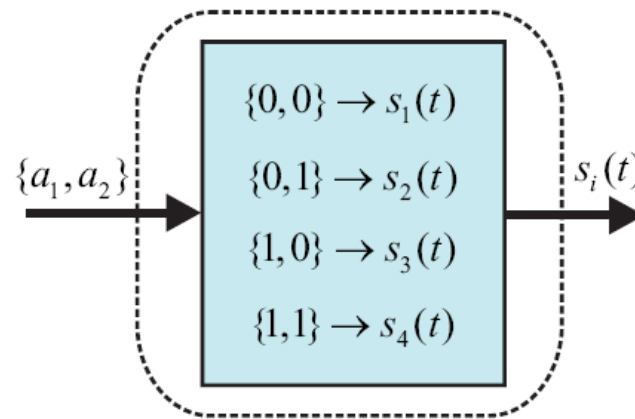
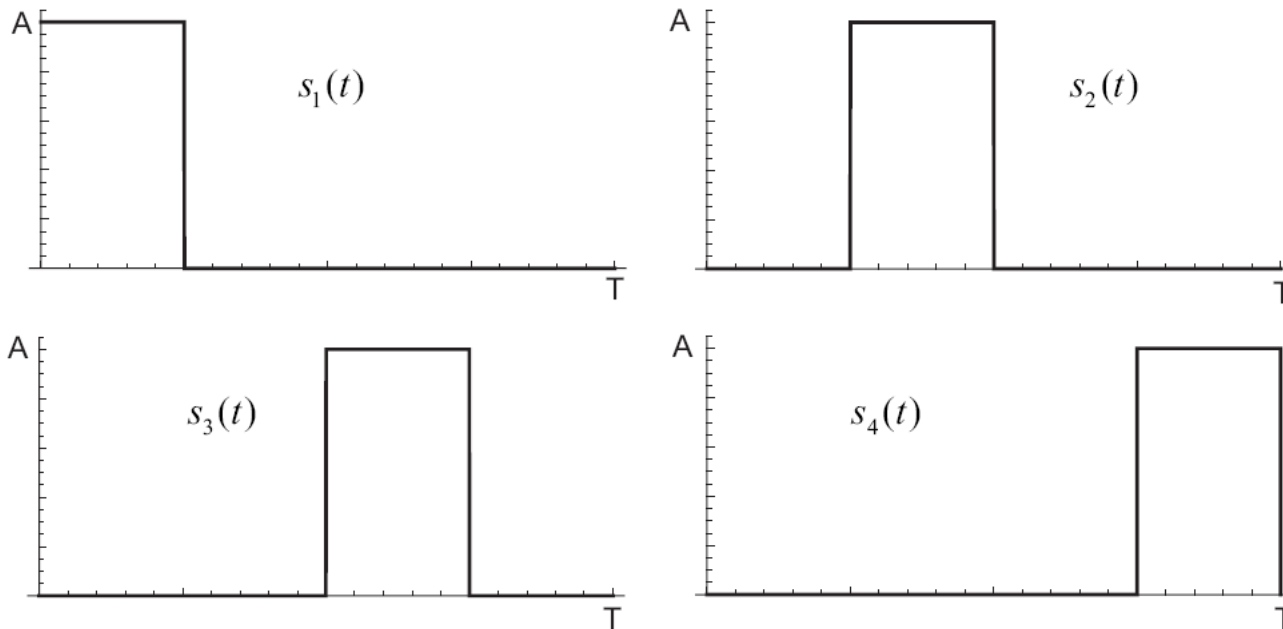
# Πίνακας αναζήτησης (Lookup Table)

Επίπεδο	Natural Binary Code				Folded Binary Code				Inverted Folded Binary Code				Gray Code			
	$b_4$	$b_3$	$b_2$	$b_1$									$g_4$	$g_3$	$g_2$	$g_1$
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
14	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
12	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
11	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0
10	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
8	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
3	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

$$M = 2^K$$



# Πίνακας αναζήτησης - παράδειγμα



# Περιεχόμενα ενότητας

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ

ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ

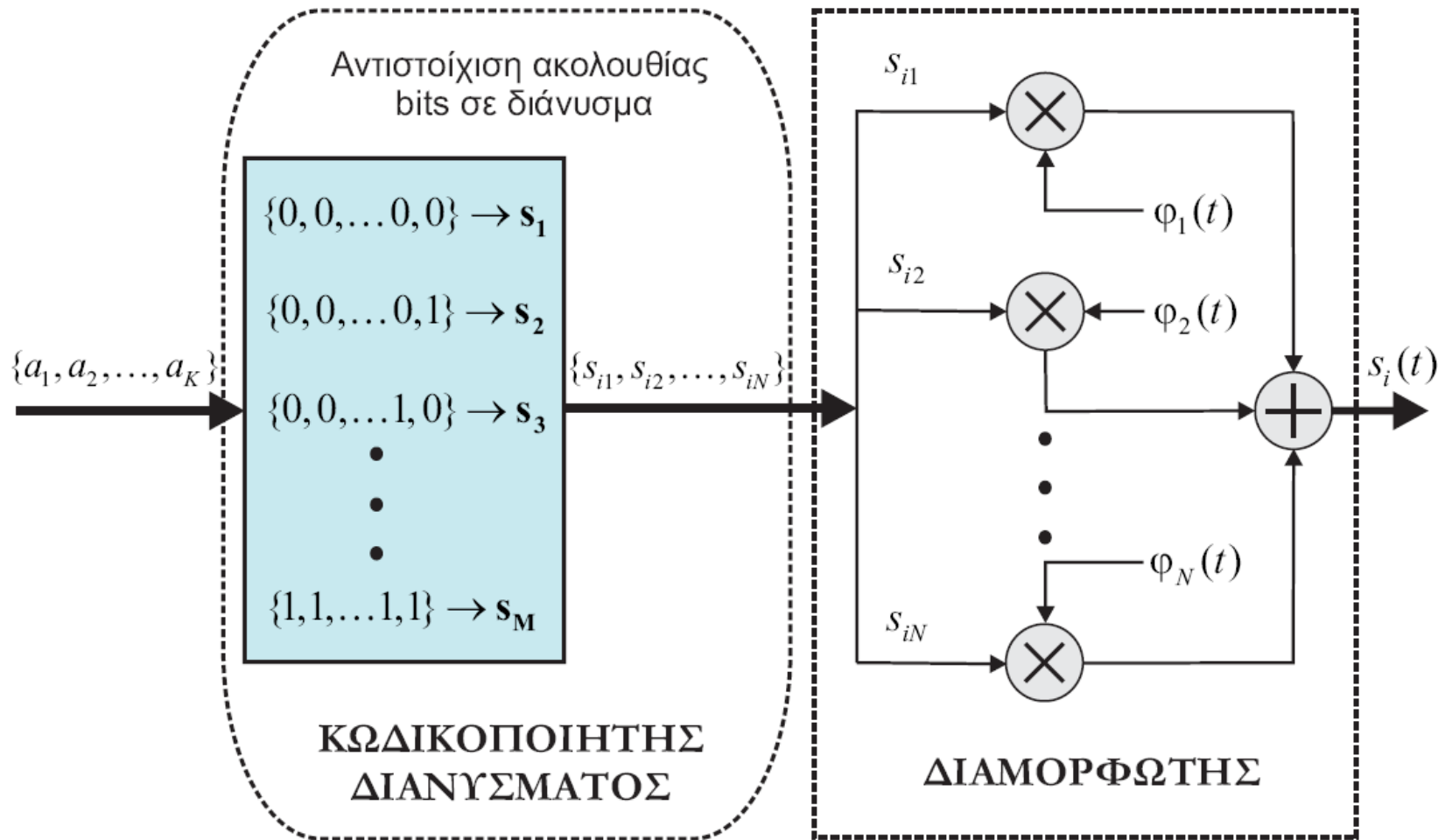
ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

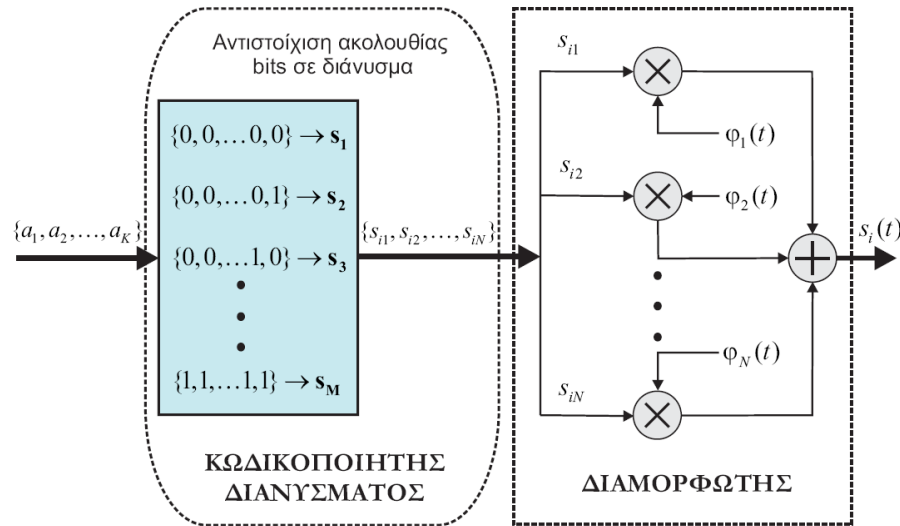




# Ψηφιακός Πομπός (1/2)



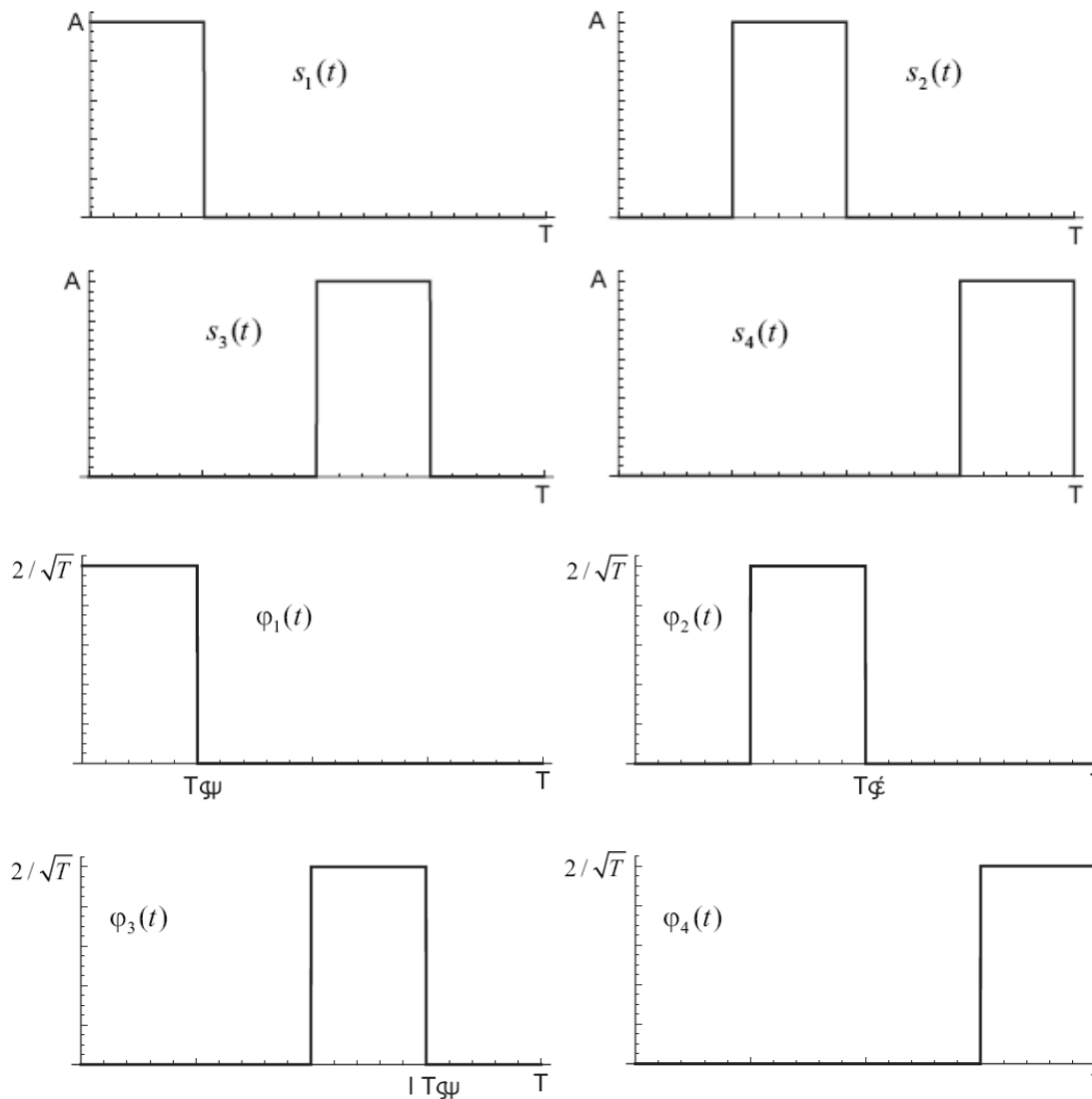
# Ψηφιακός Πομπός (2/2)



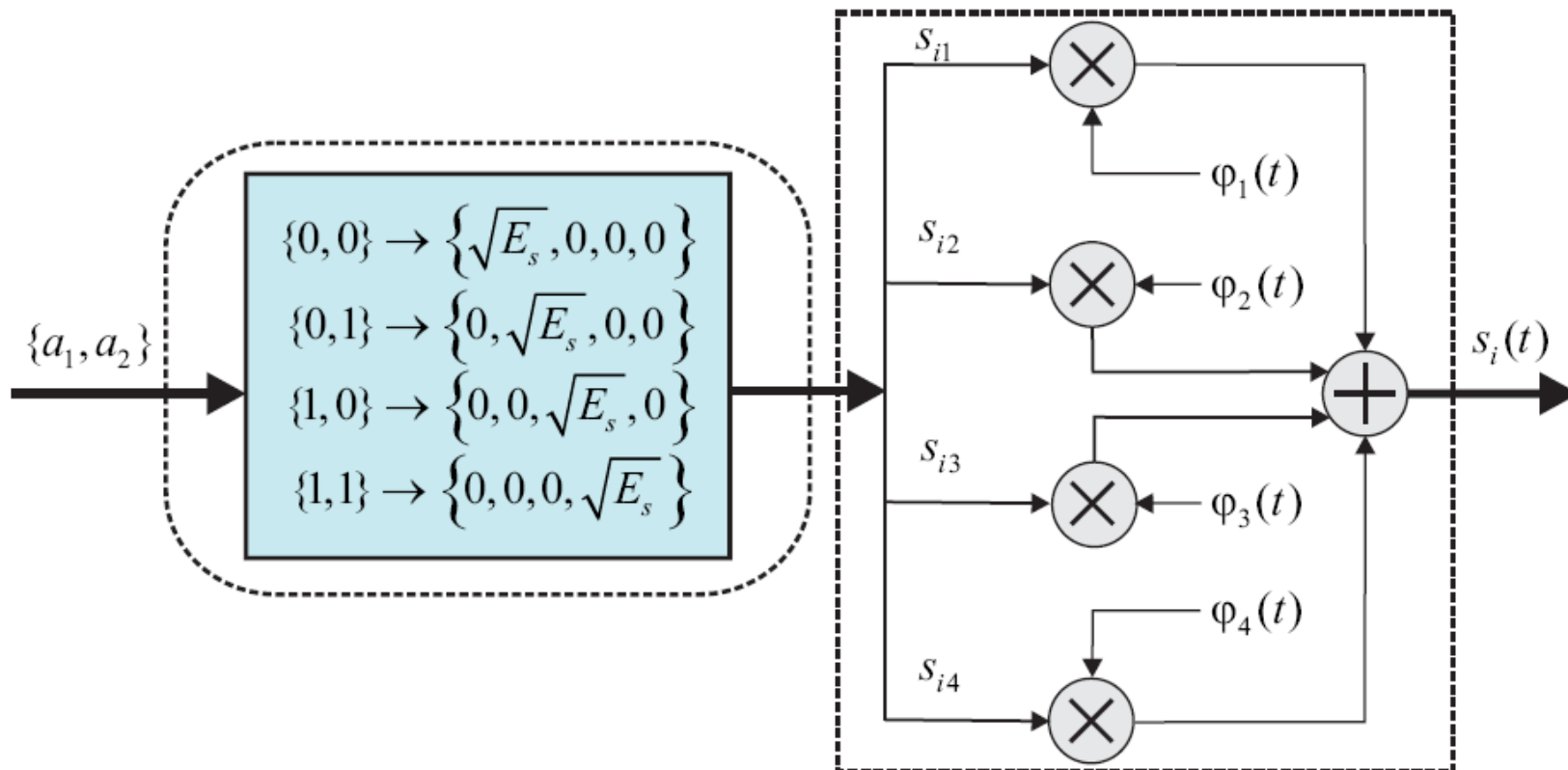
- **Κωδικοποιητής Διανύσματος (Vector Encoder):** Αντιστοιχεί σε μία ακολουθία από  $K$  bits σε ένα σύμβολο.
- **Διαμορφωτής (Modulator):** Λαμβάνει στην είσοδό του την έξοδο του κωδικοποιητή διανύσματος και συνθέτει την εκπεμπόμενη κυματομορφή  $s_i(t)$  χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t)$$

# Ψηφιακός Πομπός – Παράδειγμα (1/2)

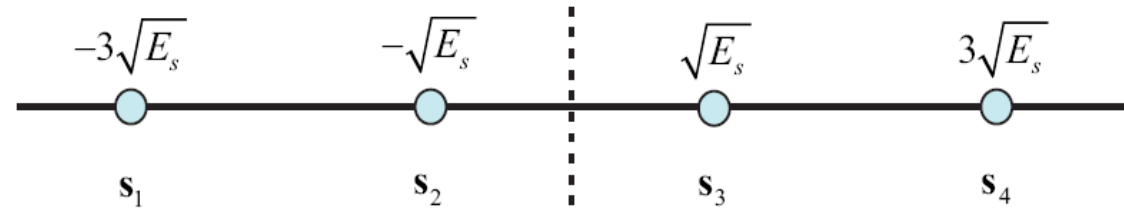
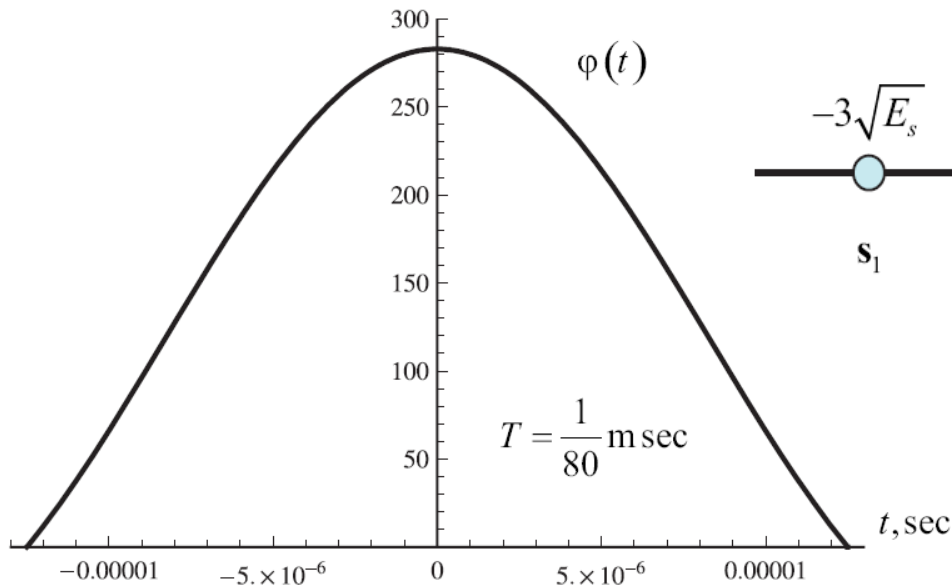


# Ψηφιακός Πομπός – Παράδειγμα (2/2)

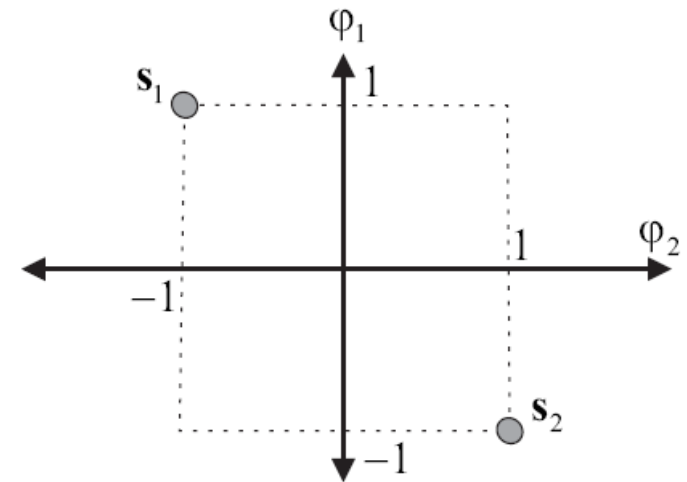
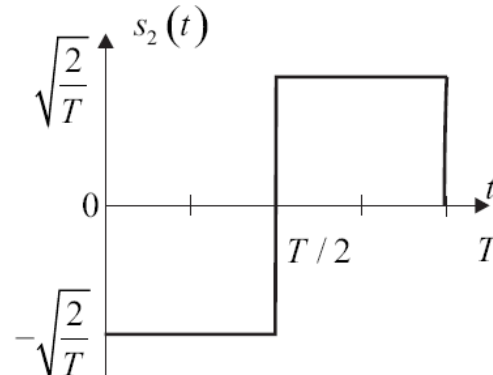
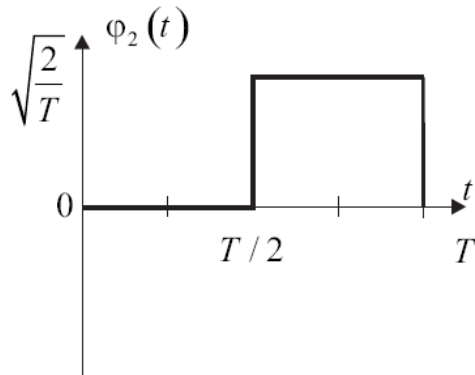
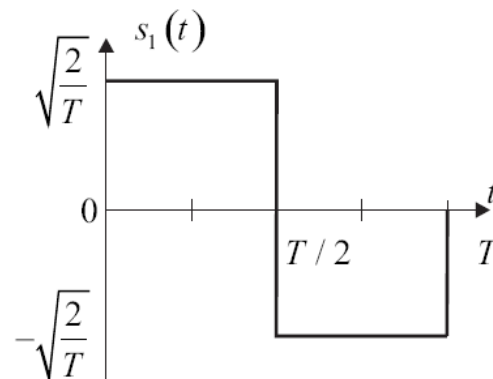
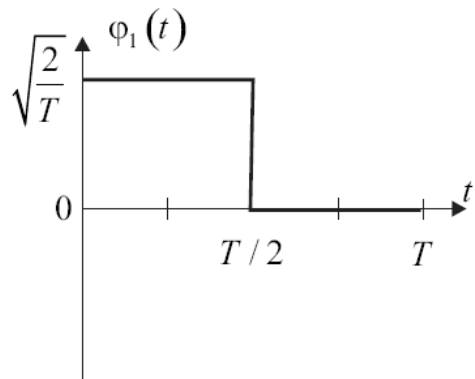


# Ψηφιακή εκπομπή ISDN

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{1}{T}} \text{sinc} \left( \frac{t}{T} \right)$$



# Ψηφιακή εκπομπή Ethernet (κώδικας Manchester)



# Περιεχόμενα ενότητας

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ

ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

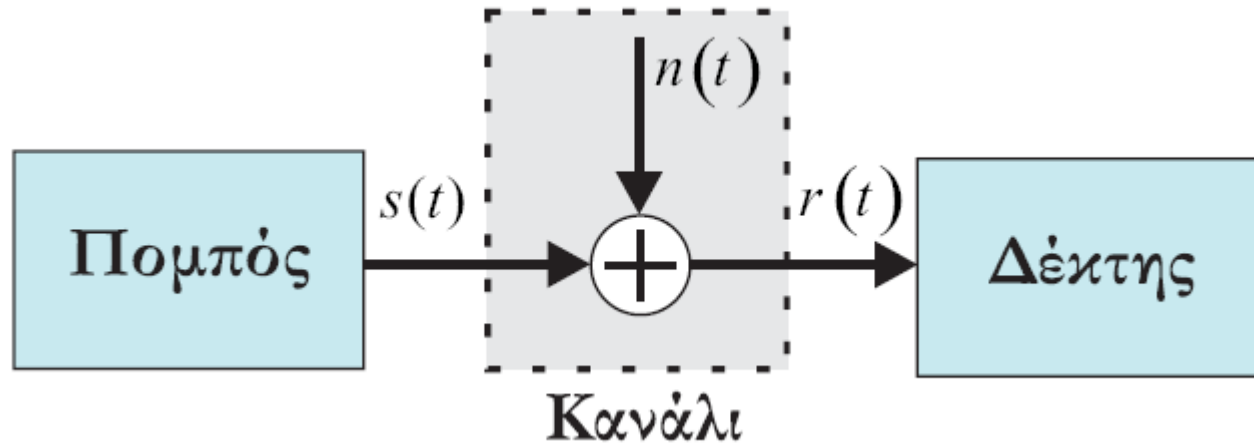
ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ



# Το κανάλι προσθετικού θορύβου



$$r(t) = s(t) + n(t)$$

Σήμα εισόδου στο δέκτη



# Ιδιότητες

✓ Λευκός Θόρυβος

$$S_n(f) = \frac{N_0}{2}, \quad f \in (-\infty, +\infty)$$

✓ Άπειρη ισχύς

✓ Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $R_n(\tau) \triangleq \mathcal{F}^{-1}[S_n(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) e^{j2\pi f\tau} df = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$

✓ Το πλάτος Gaussian

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy = \int_{-\infty}^{\frac{x}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt,$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right)$$

$$F(x) = 1 - \frac{1}{2} \text{erfc} \left( \frac{x}{\sigma\sqrt{2}} \right) = 1 - Q \left( \frac{x}{\sigma} \right)$$



# Σημαντική ιδιότητα

Να δείξετε ότι το πλάτος του σήματος στην έξοδο ενός συσχετιστή με εισόδους τη διαδικασία  $n(t)$  και μια ορθοκανονική συνάρτηση βάσης  $\varphi(t)$  ακολουθεί Gaussian κατανομή με μέση τιμή μηδέν και διακύμανση  $\sigma^2 = N_0/2$ . Επίσης, να βρεθεί η ισχύς του σήματος εξόδου.



# Σχόλια

- Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές, το κανάλι είναι σχεδόν αποκλειστικά κανάλι θορύβου, οπότε μπορεί να προσεγγιστεί με ακρίβεια από το μοντέλο του AWGN. Τέτοιες εφαρμογές είναι οι επίγειες μικροκυματικές ζεύξεις, οι δορυφορικές επικοινωνίες (σε καλές καιρικές συνθήκες) και οι επικοινωνίες ευρείας ζώνης σε ομοαξονικά καλώδια.
- Στις υπόλοιπες περιπτώσεις καναλιών, στις οποίες παρουσιάζονται και άλλα φαινόμενα, όπως διαλείψεις (fading), πολλαπλές οδεύσεις (multipath), περιορισμένο εύρος ζώνης κτλ, ο θόρυβος συνεχίζει να είναι παρόν και να μοντελοποιείται σαν AWGN.
- Από το προηγούμενο συνάγεται ότι το κανάλι AWGN είναι η καλύτερη περίπτωση καναλιού στις τηλεπικοινωνίες, οπότε η επίδοση ενός συστήματος σε AWGN αποτελεί ένα άνω όριο της επίδοσης όταν υπάρχουν και άλλα φαινόμενα που την επηρεάζουν αρνητικά. Δηλαδή, δεν μπορεί να υπάρξει επίδοση καλύτερη από αυτή που υπολογίζεται για επικοινωνία με παρουσία αποκλειστικά AWGN. Το σημαντικό αυτό συμπέρασμα χρησιμοποιείται για σύγκριση και αξιολόγηση των επιδόσεων διαφόρων τεχνικών διαμόρφωσης ή/και κωδικοποίησης.



# Περιεχόμενα ενότητας

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ

ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ



# Ψηφιακός Δέκτης

Σκοπός του ψηφιακού δέκτη (Digital Receiver) είναι η ανάκτηση της ακολουθίας των bits που εκπέμφθηκαν από τον πομπό.

## ➤ Αποδιαμόρφωση (Demodulation)

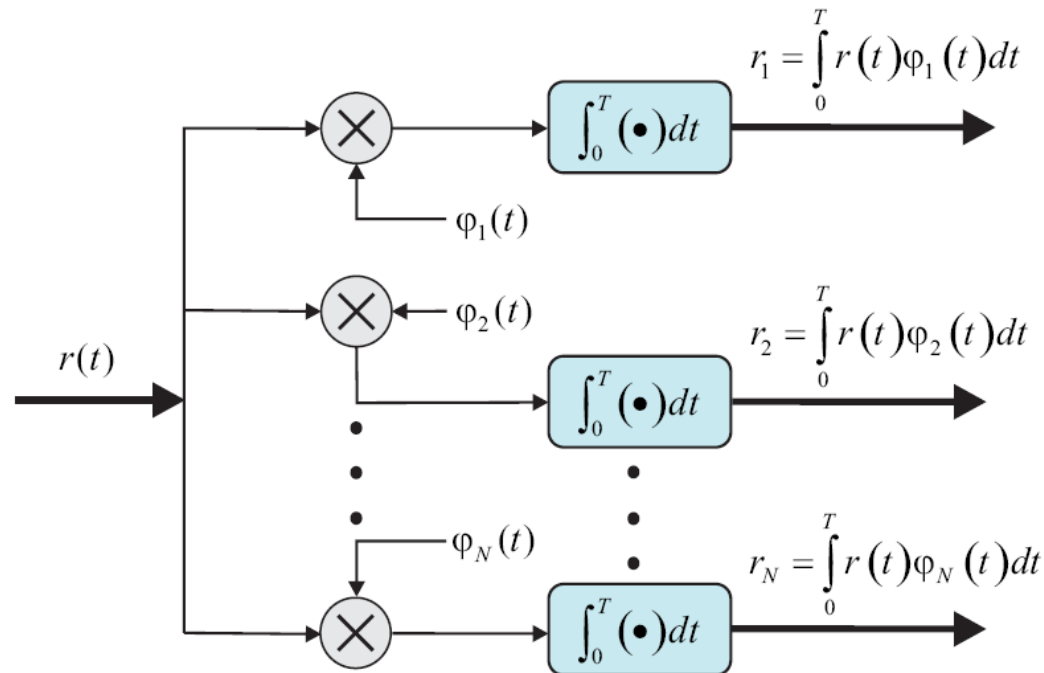
- Αποδιαμορφωτής συσχέτισης
- Αποδιαμορφωτής προσαρμοσμένων φίλτρων

## ➤ Ανίχνευση (Detection)

Αποδιαμόρφωση (demodulation) είναι η αντίστροφη διαδικασία από αυτή του διαμορφωτή στον πομπό, δηλαδή η εύρεση του διανύσματος  $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_N]$ , το οποίο αντιστοιχεί στην λαμβανόμενη κυματομορφή  $r(t)$ .

# Αποδιαμόρφωση συσχέτισης (1/2)

$$\mathbf{s}_i = \{ \langle s_i, \phi_1 \rangle, \langle s_i, \phi_2 \rangle, \dots, \langle s_i, \phi_N \rangle \}$$



$$r_j = \langle r, \phi_j \rangle = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt + \int_0^T n(t) \phi_j(t) dt = s_{ij} + n_j, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$n_j = \int_0^T n(t) \phi_j(t) dt$$



# Αποδιαμόρφωση συσχέτισης (2/2)

$$r_j = \langle r, \phi_j \rangle = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt + \int_0^T n(t) \phi_j(t) dt = s_{ij} + n_j, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{s}_i + \mathbf{n}$$

$$\mathbb{E}[r_j] = s_{ij} \quad \sigma_r^2 = \sigma_n^2 = \frac{N_0}{2}$$

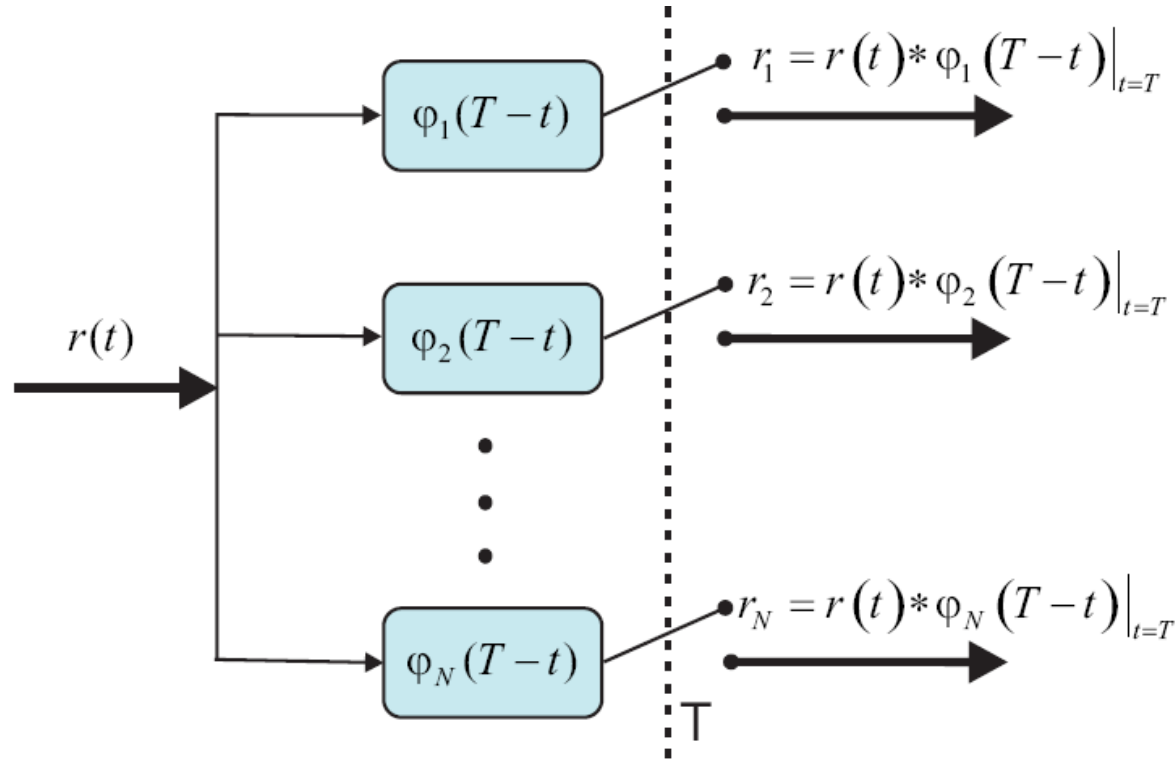
$$f(\mathbf{r}|\mathbf{s}_i) = \prod_{j=1}^N f(r_j|s_{ij})$$

$$f(r_j|s_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(r_j - s_{ij})^2}{N_0}}$$

$$f(\mathbf{r}|\mathbf{s}_i) = \frac{1}{\sqrt{(\pi N_0)^N}} e^{-\frac{\sum_{j=1}^N (r_j - s_{ij})^2}{N_0}} = \frac{1}{\sqrt{(\pi N_0)^N}} e^{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0}}$$



# Αποδιαμόρφωση με προσαρμοσμένα φίλτρα (1/2)



Προσαρμοσμένο φίλτρο

$$y(t) \Rightarrow y(T-t)$$



# Αποδιαμόρφωση με προσαρμοσμένα φίλτρα (2/2)

- ✓ Ένα προσαρμοσμένο φίλτρο στο σήμα  $s(t)$  μεγιστοποιεί το SNR της εξόδου του δέκτη
- ✓ Τα προσαρμοσμένα φίλτρα του σχήματος μεγιστοποιούν το SNR εξόδου, αν η δειγματοληψία πραγματοποιηθεί την  $t=T$ .
- ✓ Ο αποδιαμορφωτής προσαρμοσμένων φίλτρων είναι ισοδύναμος με τον αποδιαμορφωτή συσχέτισης.

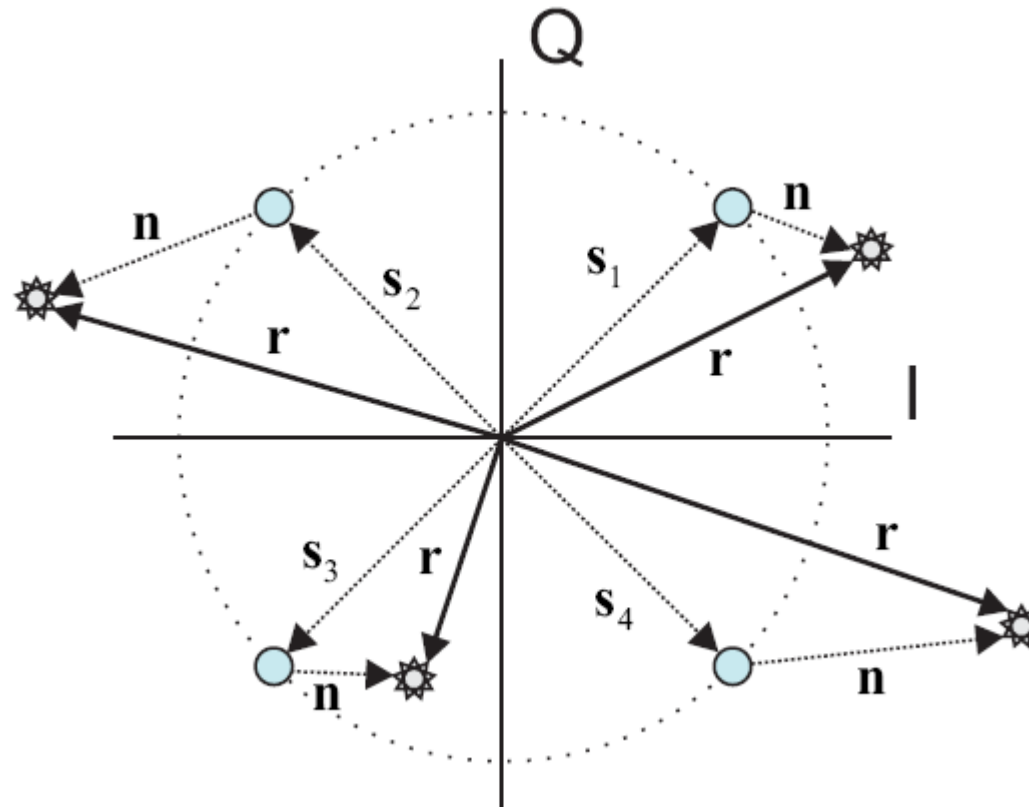


# Περιεχόμενα ενότητας

- ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ
- ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ
- ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ
- ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ**
- ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ



# Βέλτιστη ανίχνευση σε AWGN



$$P_{s|i} \triangleq \Pr(\hat{s} \neq s_i | s = s_i)$$

# Ανιχνευτής μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας (1/2)

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \Pr(\mathbf{s}_i | \mathbf{r}) \} \xrightarrow{\text{Bayes}} \hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{\Pr(\mathbf{s}_i) f(\mathbf{r} | \mathbf{s}_i)}{f(\mathbf{r})} \right\} \Leftrightarrow \hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \Pr(\mathbf{s}_i) f(\mathbf{r} | \mathbf{s}_i) \}$$

$$f(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^M f(\mathbf{r} | \mathbf{s}_i) \Pr(\mathbf{s}_i)$$

$$f(\mathbf{r} | \mathbf{s}_i) = \frac{1}{\sqrt{(\pi N_0)^N}} e^{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0}}$$



$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \Pr(\mathbf{s}_i) \frac{1}{\sqrt{(\pi N_0)^N}} e^{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0}} \right\} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \Pr(\mathbf{s}_i) e^{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0}} \right\}$$



$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \log \Pr(\mathbf{s}_i) - \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0} \right\} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_i) \right\}$$



# Ανιχνευτής μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας (2/2)

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \log \Pr(\mathbf{s}_i) - \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0} \right\} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_i) \right\}$$

- Η εκτίμηση του ανιχνευτή για το διάνυσμα  $\hat{\mathbf{s}}$  σχετίζεται με τον υπολογισμό της Ευκλείδειας απόστασης  $\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2$ , των συμβόλων-διανυσμάτων  $\mathbf{s}_i$ , από το  $\mathbf{r}$ , αλλά και από την a-priori πιθανότητα εμφάνισης αυτών  $\Pr(\mathbf{s}_i)$ . Η επίδραση της τελευταίας μεγαλώνει με την αύξηση της ισχύος του θορύβου.
- Αν αναπτυχθεί ο όρος  $\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2$  τότε το MAP (maximum a-posteriori probability) κριτήριο γράφεται:

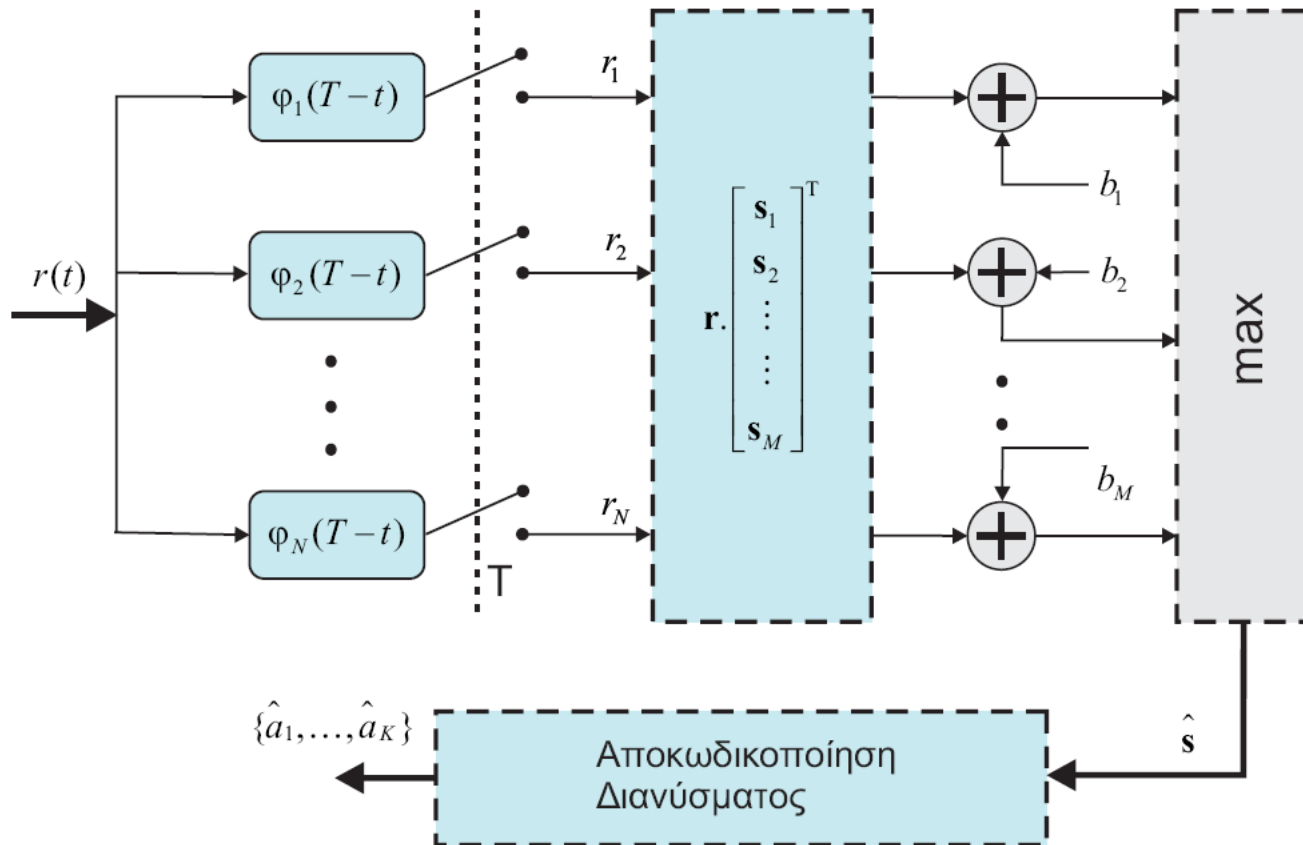
$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}} &= \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbf{r}\|^2 + \|\mathbf{s}_i\|^2 - 2 \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_i) \right\} \\ &= \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbf{s}_i\|^2 - 2 \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_i) \right\} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle + b_i \right\} \end{aligned}$$

$$b_i = \frac{N_0}{2} \log \Pr(\mathbf{s}_i) - \frac{\|\mathbf{s}_i\|^2}{2}$$



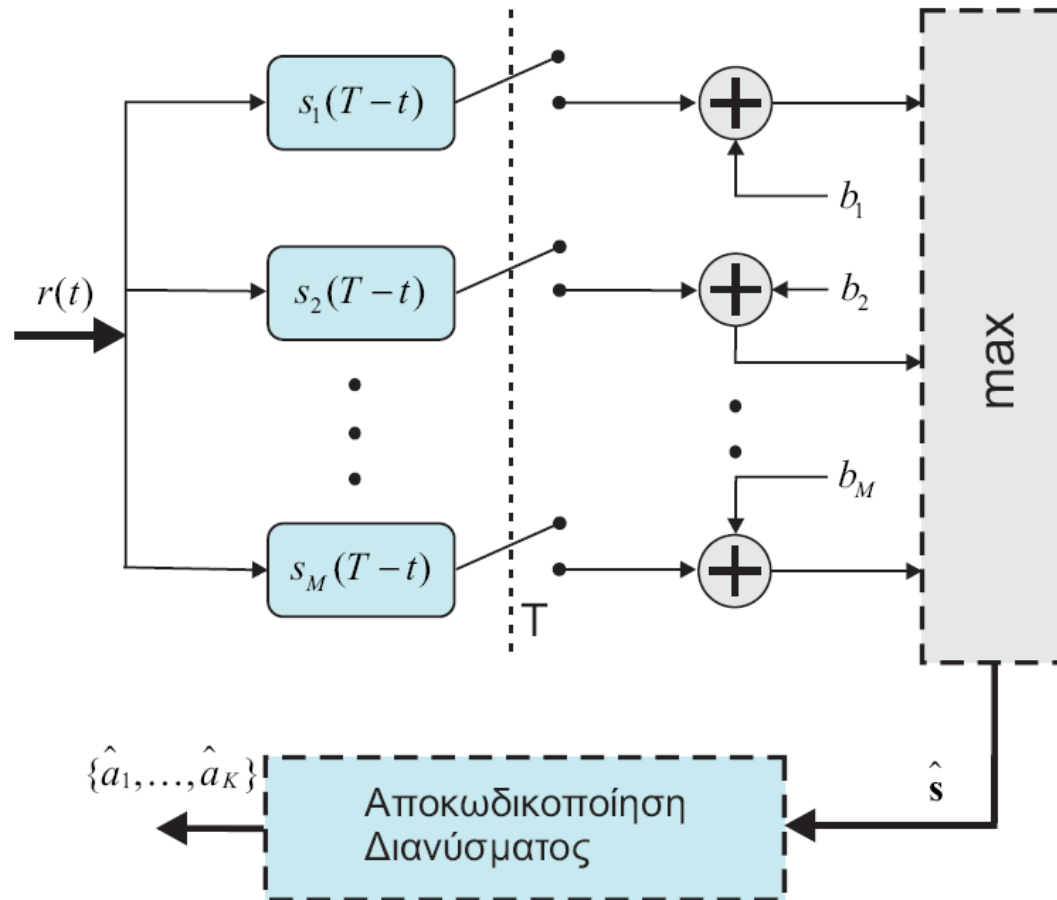
# Ανιχνευτής μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας με MAPD Βάσης

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle + b_i \}$$



# Ανιχνευτής μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας με MAPD Σήματος

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle + b_i \} \quad \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle = r(t) * s_i(T-t)|_{t=T}$$



# Ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood-ML)

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmin}} \{ \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \log \operatorname{Pr}(\mathbf{s}_i) \} \implies \hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmin}} \{ \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 \}$$

Το κριτήριο απόφασης του MLD αφορά ουσιαστικά την εύρεση του διανύσματος  $\mathbf{s}_i$ , το οποίο παρουσιάζει την ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση από το  $\mathbf{r}$ . Δηλαδή με γεωμετρικούς όρους, την εύρεση του περισσότερο «γειτονικού» διανύσματος.

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle + b_i \} \implies \hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle - \frac{\|\mathbf{s}_i\|^2}{2} \right\}$$

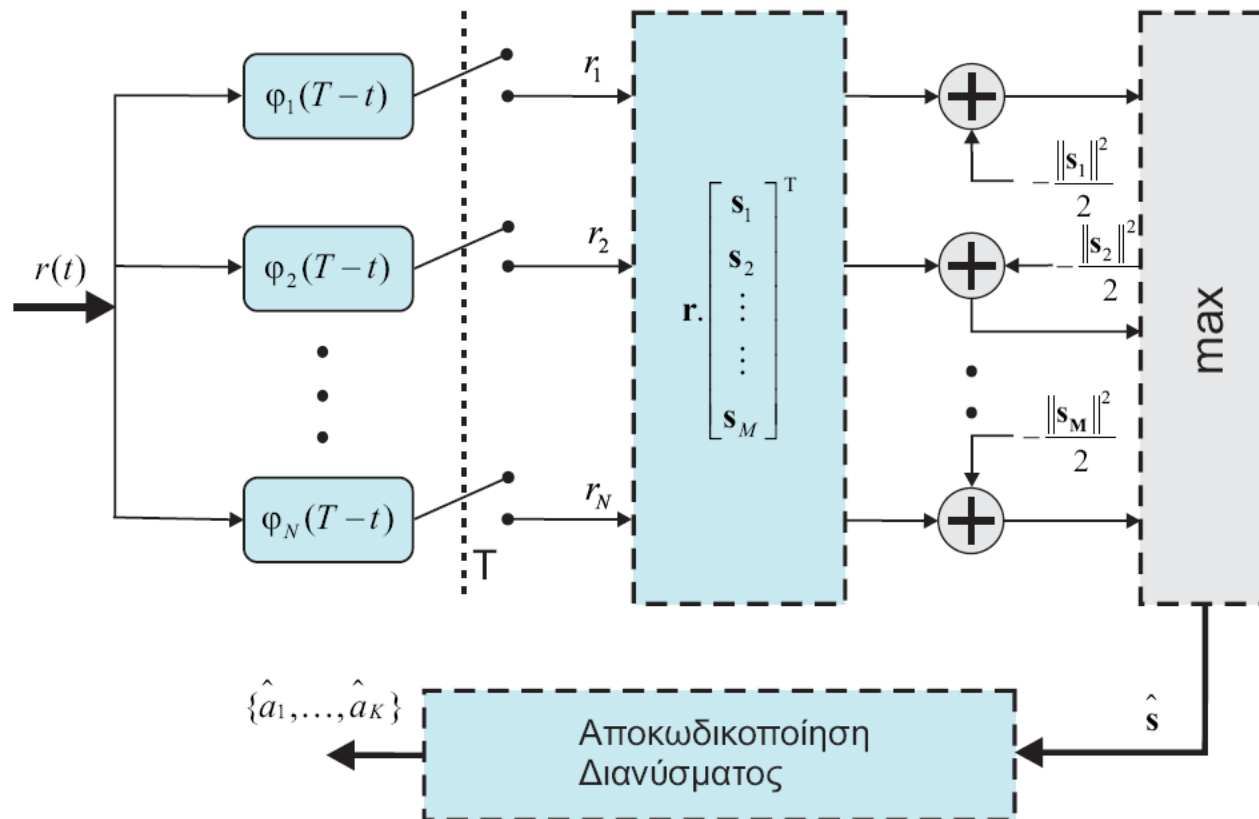
$$b_i = \frac{N_0}{2} \log \operatorname{Pr}(\mathbf{s}_i) - \frac{\|\mathbf{s}_i\|^2}{2} \quad \hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle \}$$





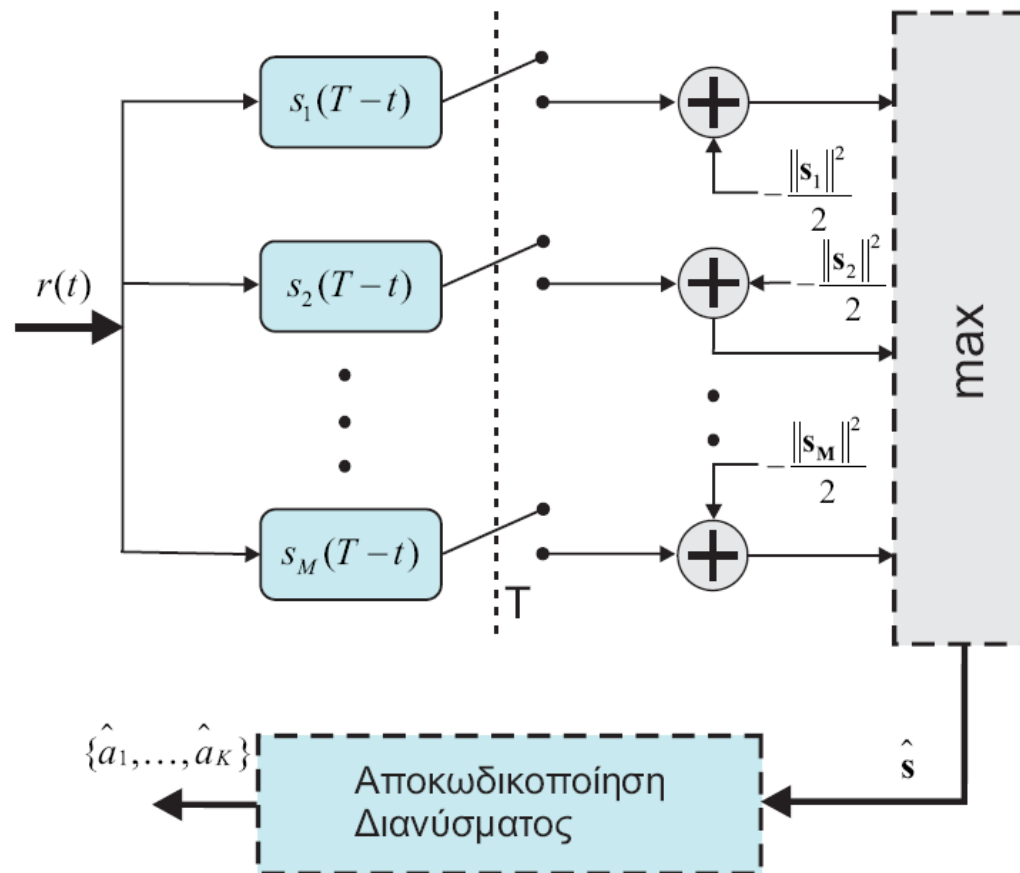
# Ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood-ML) Βάσης

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle \}$$



# Ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood-ML) Σήματος

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}_i}{\operatorname{argmax}} \{ \langle \mathbf{r}, \mathbf{s}_i \rangle \}$$

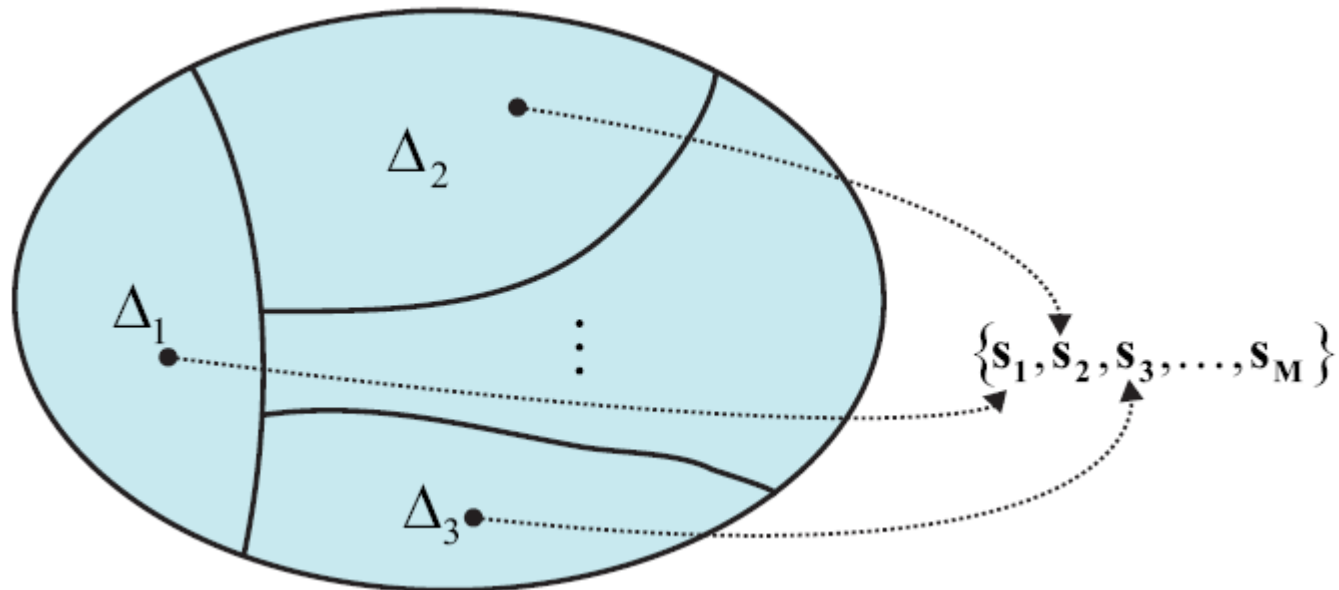


# Περιεχόμενα ενότητας

- ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΠΟΜΠΟΣ
- ΚΑΝΑΛΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ
- ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ
- ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΣΕ ΑΩΓΝ
- ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ



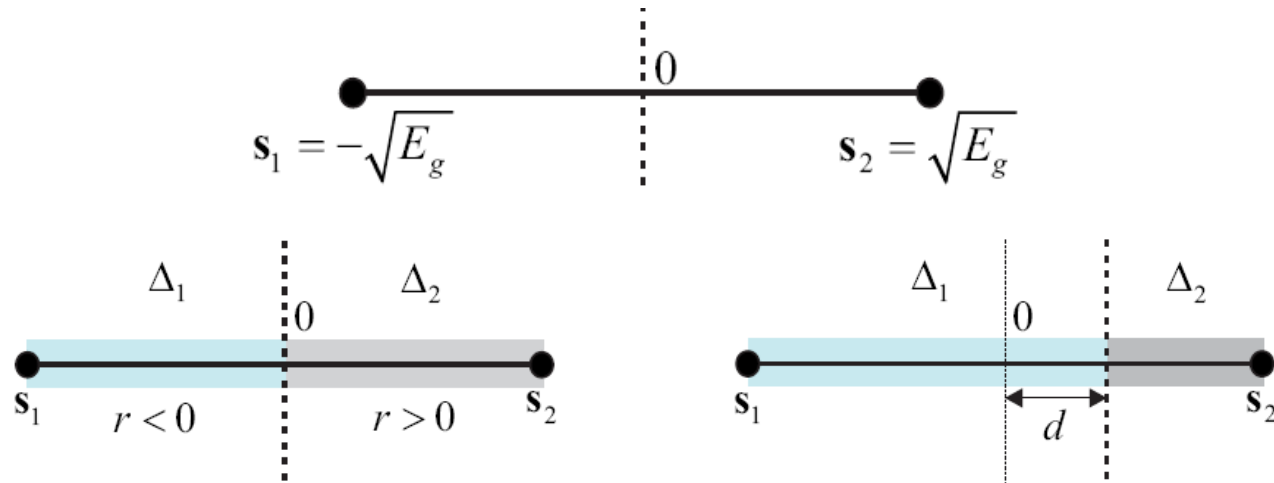
# Περιοχές απόφασης (1/3)



$$\Delta_i \triangleq \{ \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_i) < \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_j\|^2 - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_j), i \neq j \}$$

$$\text{MLD} \implies \Delta_i \triangleq \{ \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 < \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_j\|^2, i \neq j \}$$

# Περιοχές απόφασης (2/3)

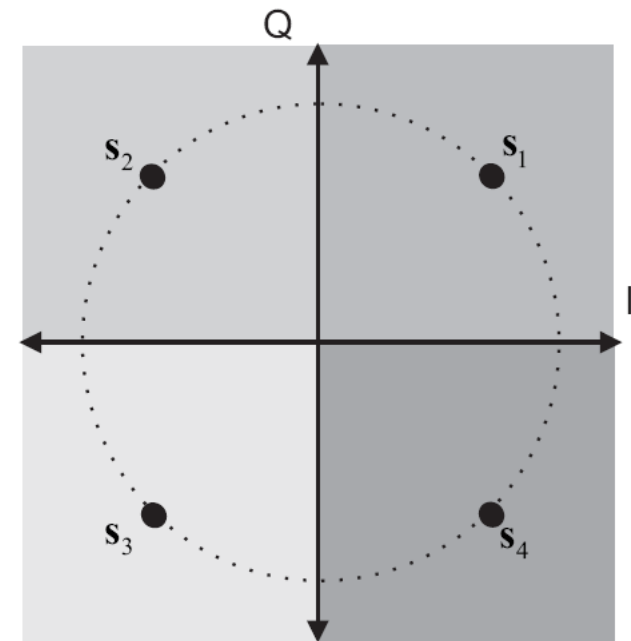
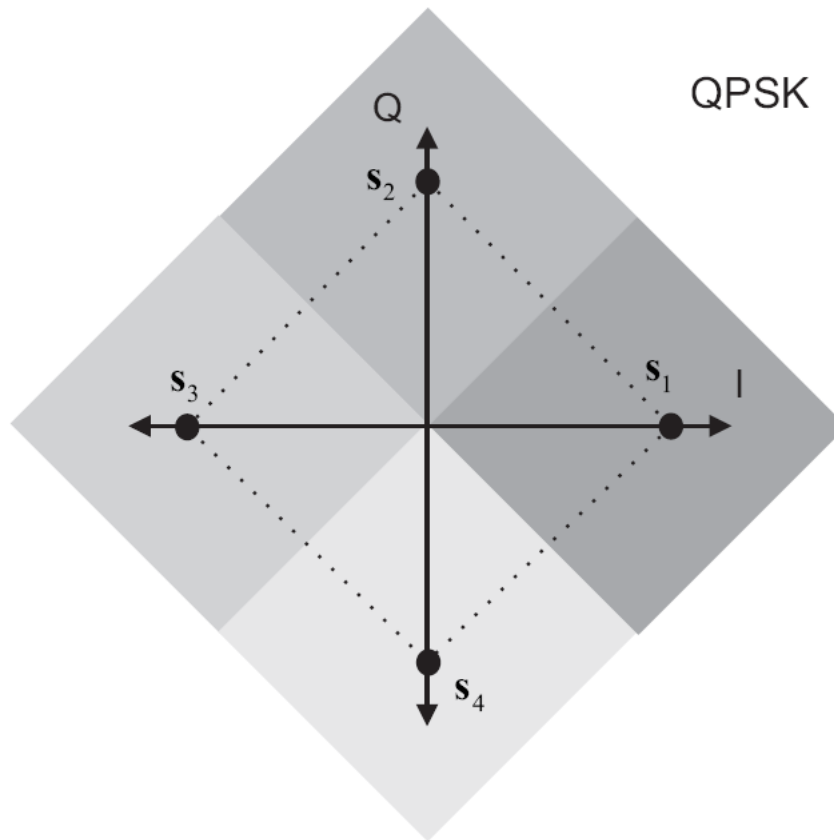


$$\Delta_1 \triangleq \{ \| \mathbf{r} - \mathbf{s}_1 \|^2 - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_1) < \| \mathbf{r} - \mathbf{s}_2 \|^2 - N_0 \log \Pr(\mathbf{s}_2) \}$$

$$\Delta_1 \triangleq \left\{ r < \frac{N_0}{2(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1)} \log \frac{\Pr(\mathbf{s}_1)}{\Pr(\mathbf{s}_2)} \right\} \triangleq \left\{ r < \frac{N_0}{4\sqrt{\mathcal{E}_g}} \log \frac{\Pr(\mathbf{s}_1)}{\Pr(\mathbf{s}_2)} \right\}$$

$$d = \frac{N_0}{4\sqrt{\mathcal{E}_g}} \log \frac{\Pr(\mathbf{s}_1)}{\Pr(\mathbf{s}_2)}, \quad \Delta_2 \triangleq \left\{ r > \frac{N_0}{4\sqrt{\mathcal{E}_g}} \log \frac{\Pr(\mathbf{s}_1)}{\Pr(\mathbf{s}_2)} \right\}$$

# Περιοχές απόφασης (3/3)



# Πιθανότητα Σφάλματος (1/2)

$$P_{s|i} \triangleq \Pr(\hat{\mathbf{s}} \neq \mathbf{s}_i | \mathbf{s} = \mathbf{s}_i)$$

$$\begin{aligned} P_{s|i} &= \Pr(\hat{\mathbf{s}} \neq \mathbf{s}_i | \mathbf{s} = \mathbf{s}_i) = \Pr(\mathbf{r} \notin \Delta_i | \mathbf{s} = \mathbf{s}_i) \\ &= 1 - \Pr(\mathbf{r} \in \Delta_i | \mathbf{s} = \mathbf{s}_i). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{s|i} &= 1 - \Pr(\mathbf{r} \in \Delta_i | \mathbf{s} = \mathbf{s}_i) \\ &= 1 - \int_{\Delta_i} f(\mathbf{r} | \mathbf{s}_i) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{(\pi N_0)^N}} \int_{\Delta_i} e^{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0}} \end{aligned}$$

$$P_s = \sum_{i=1}^M P_{s|i} \Pr(\mathbf{s}_i)$$

$$P_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{s|i}$$



# Πιθανότητα Σφάλματος (2/2)

**Ενωτικό όριο (Union bound)**

$$P_s \leq (M - 1)Q \left( \frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

**Πιθανότητα σφάλματος bit**

$$P_b = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \Pr(\hat{\alpha}_k \neq \alpha_k) \quad \frac{1}{K} P_s \leq P_b \leq P_s$$

**Κωδικοποίηση Gray**

$$P_b \approx \frac{1}{K} P_s$$





Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Μιχαήλ Λογοθέτης 2015**. «**Συστήματα Επικοινωνιών – Ενότητα 10: Ψηφιακή Μετάδοση Βασικής Ζώνης**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE789/> .



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Τα σχήματα στις διαφάνειες 5-7, 9-14, 16, 22, 24, 27, 30-31, 33-34, και 36-38 προέρχονται από το σύγγραμμα του μαθήματος “Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα”, Εκδόσεις Τζιόλα, μετά από άδεια του συγγραφέα Καθ. Γ. Καραγιαννίδη.

