Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης

Ενότητα 7: Πολυδιάστατη κίνηση

Μιχαήλ Λογοθέτης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σκοποί ενότητας

- Ορισμός της πολυδιάστατης κίνησης
- Περιγραφή και ανάλυση συστήματος δι-διάστατης κίνησης
- Περιγραφή πολιτικών διάθεσης του εύρους ζώνης ενός συστήματος που εξυπηρετεί πολυδιάστατη κίνηση

Περιεχόμενα ενότητας

- Ορισμός πολυδιάστατης κίνησης
- Ανάλυση συστήματος δι-διάστατης κίνησης
- Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης

Ορισμός πολυδιάστατης κίνησης

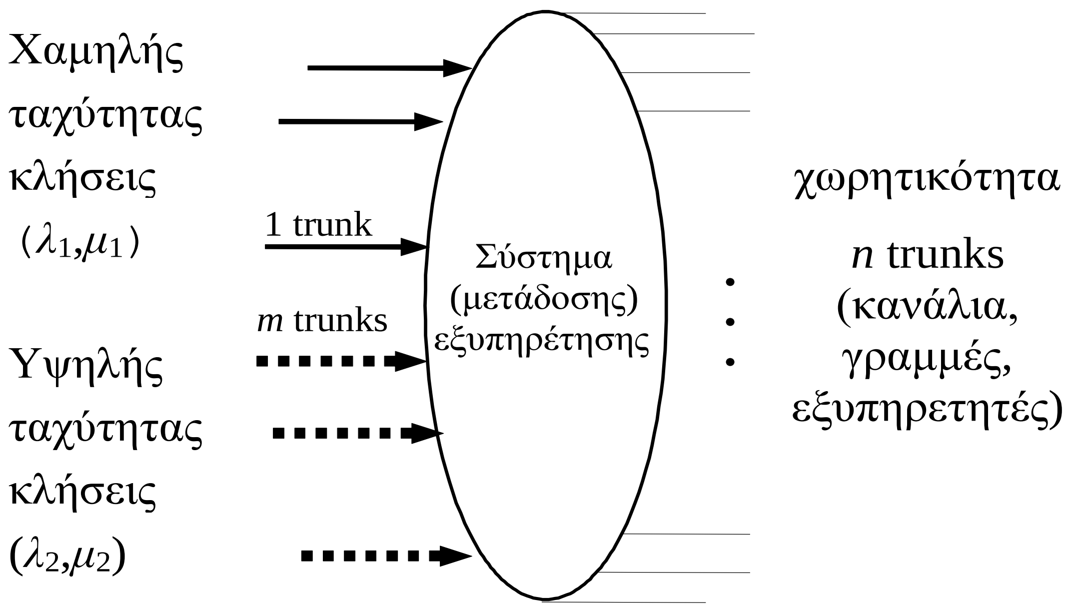
Ως **πολυδιάστατη κίνηση (multi-dimensional traffic)** ορίζονται οι κλήσεις με διαφορετικά χαρακτηριστικά (απαιτούμενα trunks ανά κλήση) που μοιράζονται με κάποιο τρόπο (που λέγεται <u>πολιτική</u>) το εύρος ζώνης (bandwidth) ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος (ή γενικώτερα τους πόρους ενός συστήματος εξυπηρέτησης).

Παράδειγμα πολυδιάστατης κίνησης είναι η μεικτή κίνηση φωνής και δεδομένων (data), όταν με διαφορετική ταχύτητα μετάδοσης μοιράζονται μια ομάδα καναλιών μετάδοσης, ή τηλεφωνική και εικονο-τηλεφωνική κίνηση.

Σε όλα τα μοντέλα πολυδιάστατης κίνησης που θα εξετάσουμε στις επόμενες ενότητες θεωρούμε ότι οι απαιτήσεις των κλήσεων σε εύρος ζώνης ή πόρους του συστήματος μετρώνται σε ακέραιες τιμές.

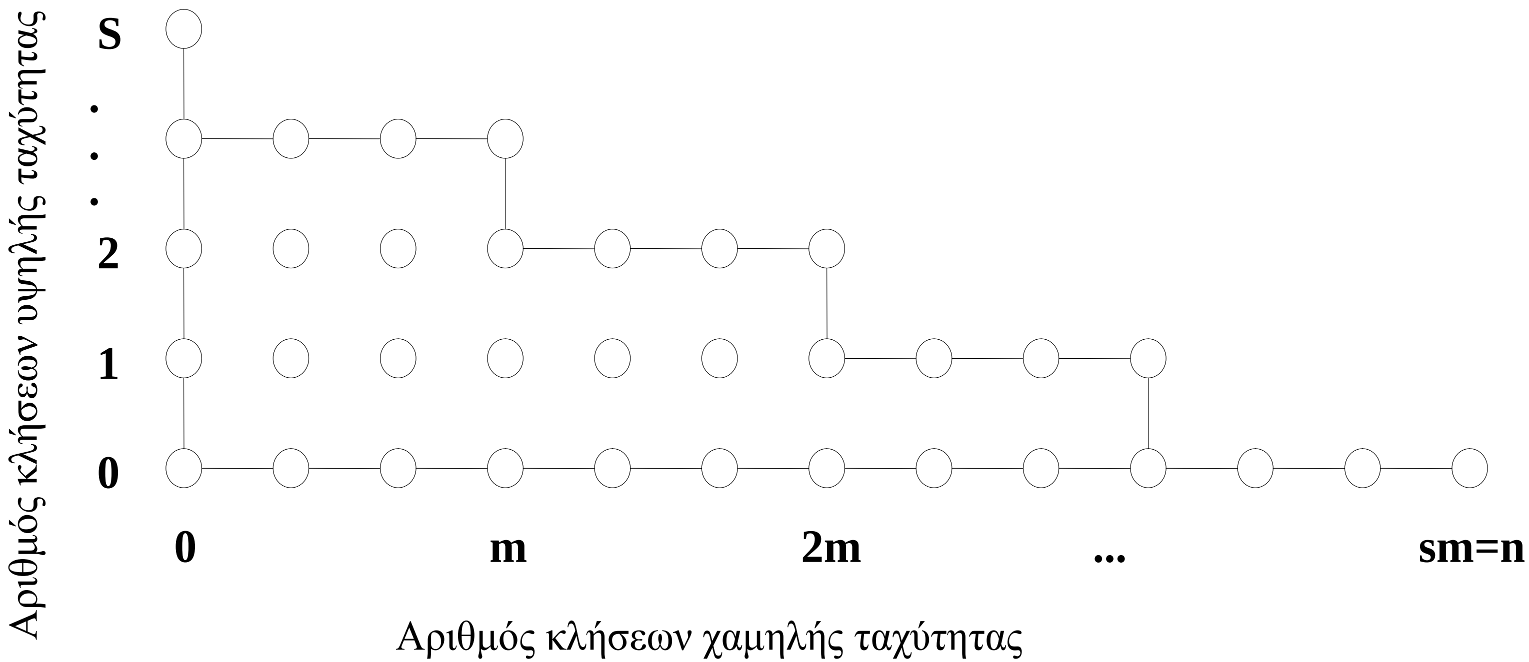
Ανάλυση συστήματος δισδιάστατης κίνησης (1)

Έστω πολυδιάστατο σύστημα απωλειών στο οποίο προσφέρονται κλήσεις χαμηλής και υψηλής ταχύτητας. Μία κλήση χαμηλής ταχύτητας απαιτεί ένα μόνον **κανάλι μετάδοσης (σχισμή χρόνου, time-slot)**, ενώ μια κλήση υψηλής ταχύτητας απαιτεί m κανάλια. Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα απωλειών στο οποίο κλήσεις χαμηλής και υψηλής ταχύτητας με ρυθμούς άφιξης Poisson λ_1 και λ_2, και εκθετικό χρόνο εξυπηρέτησης με μέση τιμή μ_1^{-1} και μ_2^{-1}, αντιστοίχως, προσφέρονται σε n trunks (κανάλια). Μια άφιξη κλήσης χαμηλής ταχύτητας φράσσεται όταν όλα τα trunks είναι κατειλημμένα, ενώ η κλήση υψηλής ταχύτητας φράσσεται όταν υπάρχουν διαθέσιμα λιγότερα από m trunks.

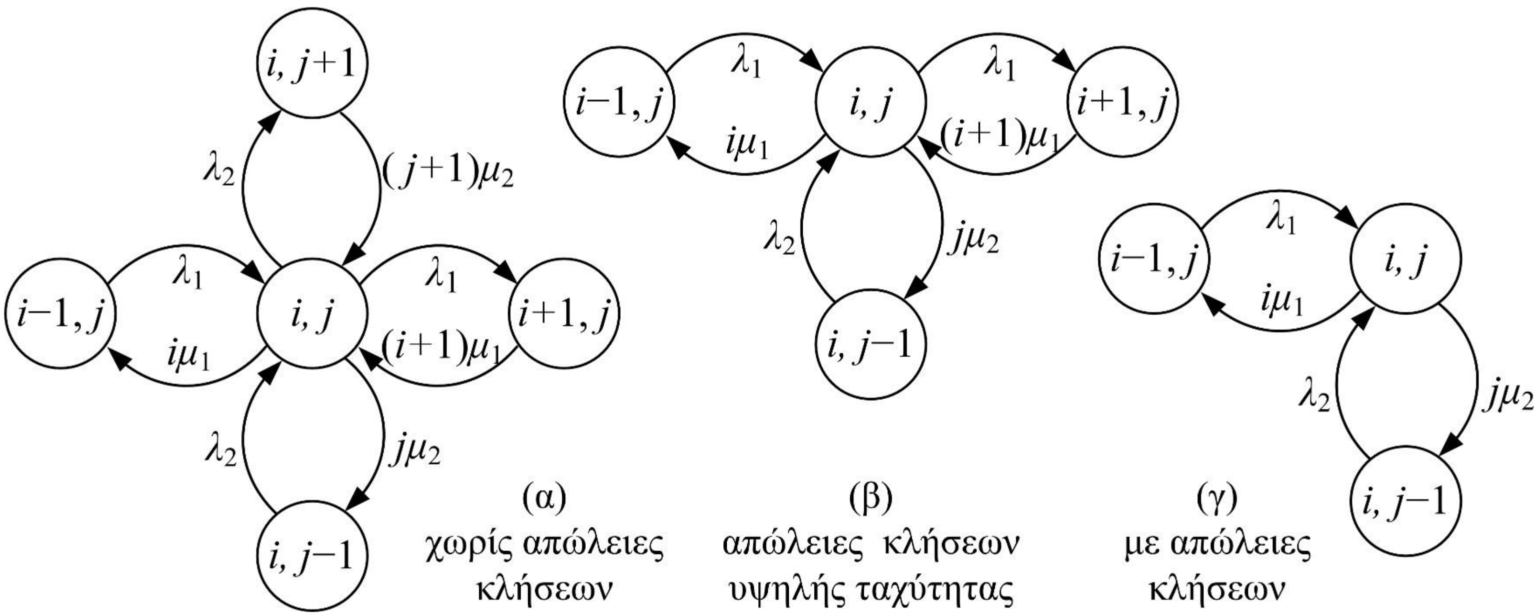


Ανάλυση συστήματος δισδιάστατης κίνησης (2)

Έστω P_{ij} η από κοινού πιθανότητα, ότι *i* κλήσεις χαμηλής ταχύτητας και *j* κλήσεις υψηλής ταχύτητας βρίσκονται στο σύστημα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του. Το παρακάτω σχήμα δείχνει τον χώρο κατάστασης για ένα μοντέλο κίνησης δύο διαστάσεων.



Διάγραμμα μεταβάσεων των καταστάσεων δισδιάστατης κίνησης και εξισώσεις μονίμου καταστάσεως (3)



(α) χωρίς απώλειες κλήσεων

(β) απώλειες κλήσεων υψηλής ταχύτητας

(γ) με απώλειες κλήσεων

$$\left(\lambda_1+\lambda_2+i\mu_1+j\mu_2\right)P_{ij}= \\ =\lambda_1 P_{i-1,j}+\lambda_2 P_{i,j-1}+(i+1)\mu_1 P_{i+1,j}+(j+1)\mu_2 P_{i,j+1} \quad \gamma\iota\alpha \;\; 0\le i+mj\le n-\mathrm{m} \tag{1}$$

$$\left(\lambda_1+i\mu_1+j\mu_2\right)P_{ij}=\lambda_1 P_{i-1,j}+\lambda_2 P_{i,j-1}+(i+1)\mu_1 P_{i+1,j} \quad \gamma\iota\alpha \;\; n-m<i+mj<n \tag{2}$$

$$\left(i\mu_1+j\mu_2\right)P_{ij}=\lambda_1 P_{i-1,j}+\lambda_2 P_{i,j-1} \quad \gamma\iota\alpha \;\; i+mj=n \tag{3}$$

Λύση μορφής γινομένου –product form solution (4)

Αν τα φορτία κίνησης είναι $\alpha_i = \lambda_i / \mu_i$, i = 1, 2, μπορεί να δειχθεί ότι οι εξισώσεις (1) - (3) ικανοποιούνται από την **λύση P_{ij} μορφής γινομένου.**

$$P_{ij} = \frac{\alpha_1^i}{i!}\frac{\alpha_2^j}{j!}P_{00} \qquad \textbf{(4)}$$

$$P_{00} = \left(\sum_{j=0}^{s} \sum_{i=0}^{n-mj} \frac{\alpha_1^i}{i!}\frac{\alpha_2^j}{j!} \right)^{-1} \qquad \textbf{(4α)}$$

$$B_1 = \sum_{j=0}^{s} P_{n-mj,j} = P_{00} \sum_{j=0}^{s} \frac{\alpha_1^{n-mj}}{(n-mj)!}\frac{\alpha_2^j}{j!} \qquad \textbf{(5)}$$

$$B_2 = \sum_{i=0}^{k} P_{is} + \sum_{j=0}^{s-1} \sum_{i=n-mj-m+1}^{n-mj} P_{ij} = P_{00} \left(\frac{\alpha_2^2}{s!} \sum_{i=0}^{k} \frac{\alpha_1^i}{i!} + \sum_{j=0}^{s-1} \sum_{i=n-mj-m+1}^{n-mj} \frac{\alpha_1^i}{i!}\frac{\alpha_2^j}{j!} \right) \qquad \textbf{(6)}$$

όπου B_1, B_2 οι πιθανότητες απώλειας κλήσεως της κατηγορίας 1, 2 αντιστοίχως και $s = [n/m]$, [•] αναπαριστά το ακέραιο μέρος, ενώ $k = n \pmod{m}$.

Ανάγκη για καλύτερη λύση, αναδρομική και γενική!!!

Ισοδύναμο φορτίο κίνησης

- *Ισοδύναμο φορτίο κίνησης A προς **μία μόνο κατηγορία κίνησης***

$$A = \alpha_1 + m\alpha_2 \tag{7}$$

- *Ισοδύναμη πιθανότητα απωλείας κλήσης B*

$$B = \frac{(\alpha_1 B_1 + m\alpha_2 B_2)}{A} \tag{7α}$$

- *Απόδοση καναλιού – trunk efficiency/occupancy*

$$\eta = (1 / n)\,[\alpha_1(1 - B_1) + \alpha_2 m(1 - B_2)] = A(1 - B) / n \tag{7β}$$

Έχοντας υποθέσει ότι $b_1 = 1$ *και* $b_2 = m$

Παράδειγμα 1

Έστω σύστημα ISDN που εξυπηρετεί κλήσεις δεδομένων και φωνής με τεχνολογία μεταγωγής κυκλώματος.

Υποθέτοντας ότι οι κλήσεις φωνής και δεδομένων φθάνουν τυχαία στο σύστημα με ρυθμούς λ_1= 15 κλήσεις/min και λ_2= 0.1 κλήσεις/min, και μεταδίδονται με ταχύτητες 6.4 kbps και 64 kbps, έχοντας μέσες τιμές χρόνου εξυπηρέτησης μ_1^{-1} = 0.2 min και μ_2^{-1} = 2 min, αντιστοίχως, τότε:

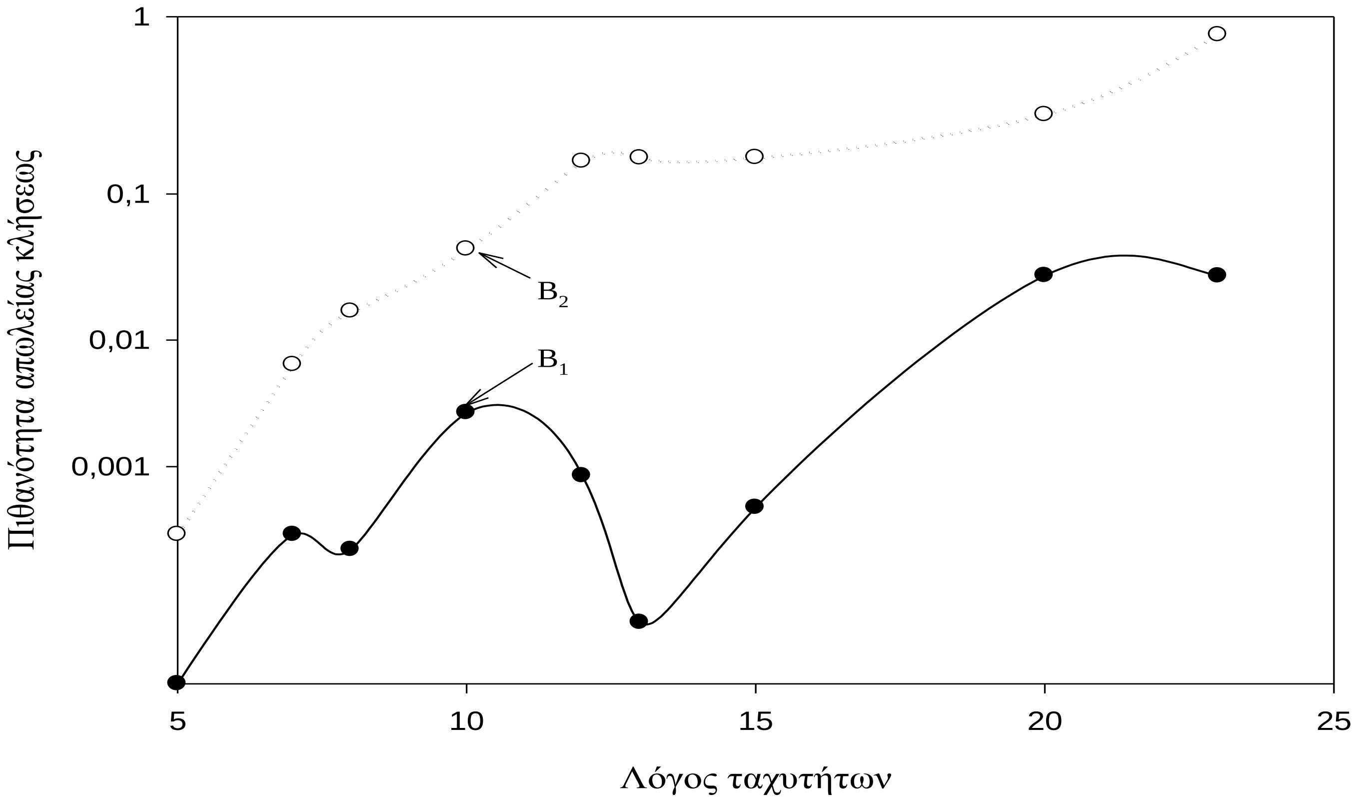
$$\alpha_1 = 15 \times 0.2 = 3\text{erl},\ \alpha_2 = 0.1 \times 2 = 0.2 \text{ erl και } m = 64.4/6.4 = 10$$

Από τις (5) έως (7) έχουμε:

$$B_1 = 0.00276,\ \ B_2 = 0.04378 \ \text{ και } \ B = 0.01917$$

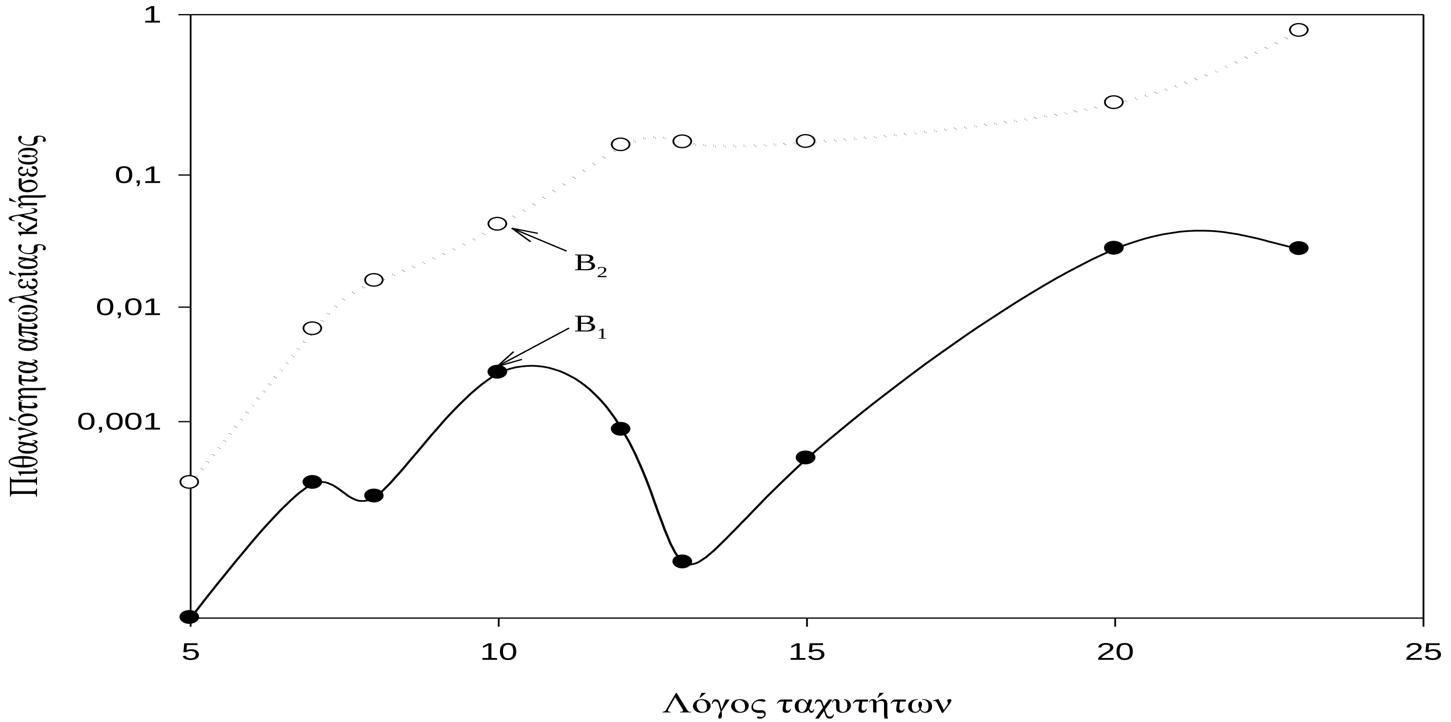
Επίδραση κλάσματος καναλιού (1)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την επίδραση του λόγου ταχυτήτων m. Η αυξομείωση που παρατηρούμε λέγεται **επίδραση κλάσματος καναλιού (fraction channel effect)**. Απορρέει από το γεγονός ότι η κίνηση μεγάλης ταχύτητας φράσσεται, εκτός εάν είναι διαθέσιμα m κανάλια, ενώ η κίνηση χαμηλής ταχύτητας εξυπηρετείται έστω και με ένα κανάλι διαθέσιμο.



Επίδραση κλάσματος καναλιού (2)

Ένα ακόμα χαρακτηριστικό του σχήματος είναι το γεγονός ότι η **πιθανότητα απωλείας κλήσεως είναι μεγαλύτερη για κίνηση υψηλής ταχύτητας απ' ό,τι για χαμηλής**, άρα ο βαθμός εξυπηρέτησης των κλήσεων δεν είναι εξισορροπημένος. Για να εξισορροπήσουμε τον βαθμό εξυπηρέτησης διαφορετικών υπηρεσιών χρησιμοποιούμε την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης (bandwidth/trunk reservation), η οποία περιγράφεται παρακάτω.



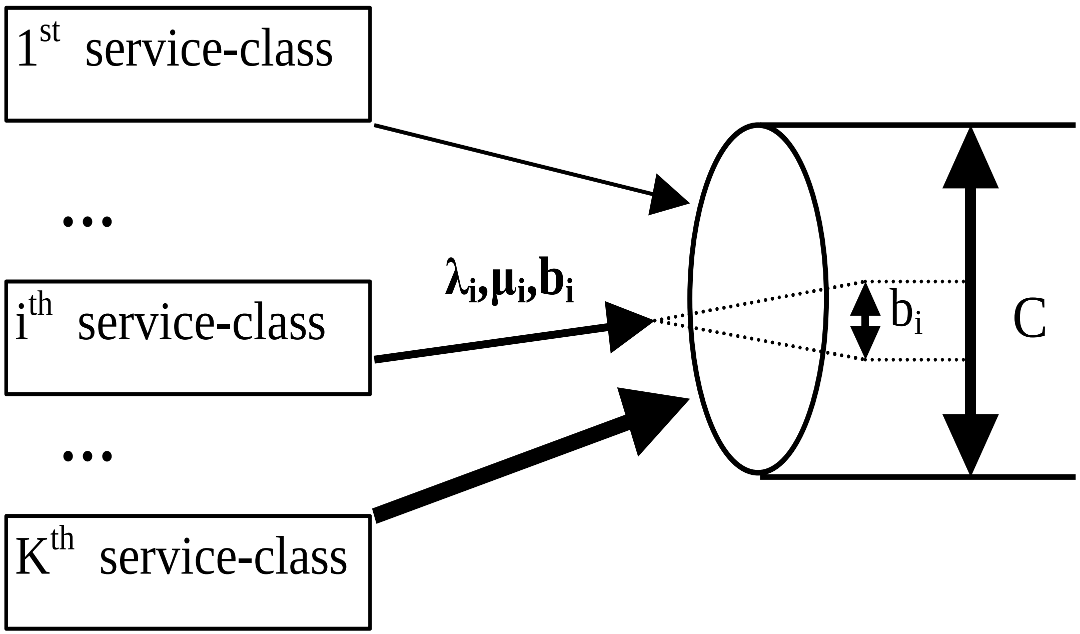
Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (1)

Για την ανάπτυξη και ανάλυση του μοντέλου πολυδιάστατης κίνησης και των πολιτικών διάθεσης των πόρων του συστήματος υποθέτουμε ότι:

- Η χωρητικότητα του συστήματος είναι ίση με C μονάδες εύρους ζώνης.
- Υπάρχουν K οι κατηγορίες κίνησης.
- Οι κλήσεις που παράγονται από τις K κατηγορίες ακολουθούν μια διαδικασία Poisson και φθάνουν στο σύστημα με ρυθμό λ_i όπου (i = 1,2,…,K). Θεωρούμε ακόμα ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικά κατανεμημένος. Ο ρυθμός εξυπηρέτησης των κλήσεων της κατηγορίας *i* είναι μ_i.
- Κάθε κλήση κατηγορίας *i* απαιτεί b_i μονάδες εύρους ζώνης, (i = 1,2,…,K). Αν αυτό το εύρος ζώνης είναι διαθέσιμο κατά την άφιξη μιας κλήσης κατηγορίας *i*, τότε διατίθεται στην κλήση για διάρκεια ίση με τον χρόνο εξυπηρέτησης της. Διαφορετικά η κλήση φράσσεται και χάνεται.

Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (2)

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η γενική μορφή ενός συστήματος που εξυπηρετεί K κατηγορίες κίνησης.



Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (3)

Έστω τώρα n_i ο αριθμός των κλήσεων τύπου i στο σύστημα στην κατάσταση ισορροπίας, τότε θεωρούμε το διάνυσμα οριακής κατάστασης $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_K)$. Το διάνυσμα αυτό εκφράζει την κατάσταση ισορροπίας στην οποία υπάρχουν στο σύστημα n_1 κλήσεις τύπου 1, n_2 κλήσεις τύπου 2, κ.ο.κ.

Συμβολίζουμε επίσης με $\mathbf{n}_i^+$ το διάνυσμα οριακής κατάστασης που εκφράζει την περίπτωση να αυξηθεί κατά μία κλήση ο αριθμός των κλήσεων τύπου i που βρίσκονται στο σύστημα, δηλαδή:

$$\mathbf{n}_i^+ = (n_1, n_2, \ldots, n_{i-1}, n_i + 1, n_{i+1}, \ldots, n_K)$$

Ομοίως:

$$\mathbf{n}_i^- = (n_1, n_2, \ldots, n_{i-1}, n_i - 1, n_{i+1}, \ldots, n_K)$$

Ορίζουμε τέλος ως **Ω** το σύνολο των δυνατών καταστάσεων (το οποίο εξαρτάται από τον τρόπο διάθεσης των πόρων του συστήματος).

Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (4)

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε δύο υπηρεσίες, οι κλήσεις των οποίων απαιτούν $b_1=1$ και $b_2=2$ μονάδες εύρους ζώνης, αντιστοίχως. Έστω ότι η χωρητικότητα του συστήματος είναι C=8 μονάδες εύρους ζώνης.

Εξετάζουμε πρώτα την περίπτωση όπου εφαρμόζεται **πολιτική πλήρους διάθεσης (complete sharing policy)** των πόρων του συστήματος.

Κύριο χαρακτηριστικό των συστημάτων πλήρους διάθεσης είναι ότι μία κλήση που χρειάζεται b μονάδες εύρους ζώνης, φράσσεται αν και μόνο αν λιγότερες από b μονάδες εύρους ζώνης από τις C είναι διαθέσιμες.

Το σύνολο **Ω** για συστήματα πλήρους διάθεσης περιγράφεται από την σχέση:

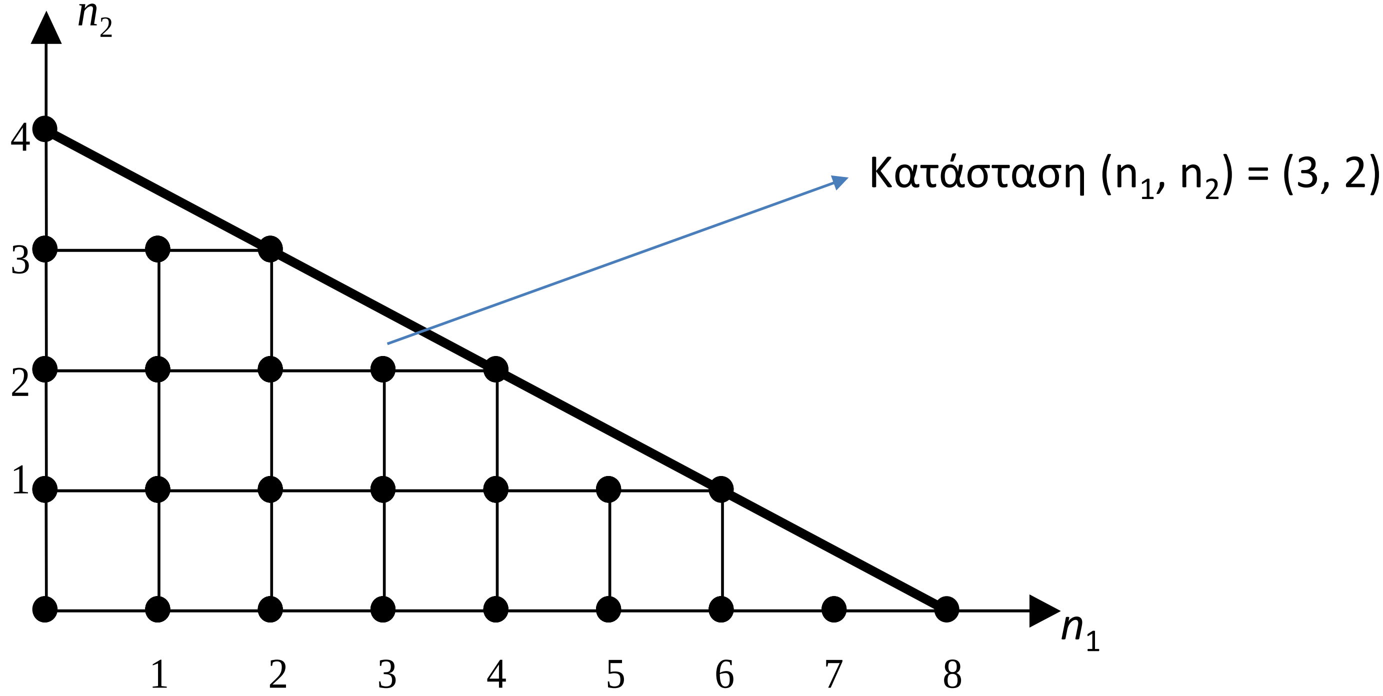
$$\mathbf{\Omega} = \{\mathbf{n} : 0 \le \mathbf{nb} \le C\}, \ \mathbf{nb} = \sum_{i=1}^{K} n_i b_i \qquad \textbf{(8)}$$

Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (5)

Παράδειγμα 2 (συνέχεια)

Επομένως, από την (8) έχουμε: $n_1 b_1 + n_2 b_2 \leq C \Rightarrow n_1 + 2n_2 \leq 8$

Το σύνολο των δυνατών καταστάσεων παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (6)

Παράδειγμα 3

Θεωρούμε τα ίδια δεδομένα με εκείνα του παραδείγματος 2 και εξετάζουμε την περίπτωση της **πολιτικής μερικής διάθεσης (partial sharing policy)** των πόρων του συστήματος.

Έστω λοιπόν ότι στις κλήσεις τύπου 1 το σύστημα αφιερώνει C_1=2 μονάδες εύρους ζώνης, ενώ και στις κλήσεις τύπου 2 διατίθενται C_2=2 μονάδες εύρους ζώνης. Οι υπόλοιπες C_0=C-C_1-C_2=4 μονάδες εύρους ζώνης είναι διαθέσιμες τόσο για τις κλήσεις τύπου 1 όσο και για τις κλήσεις τύπου 2.

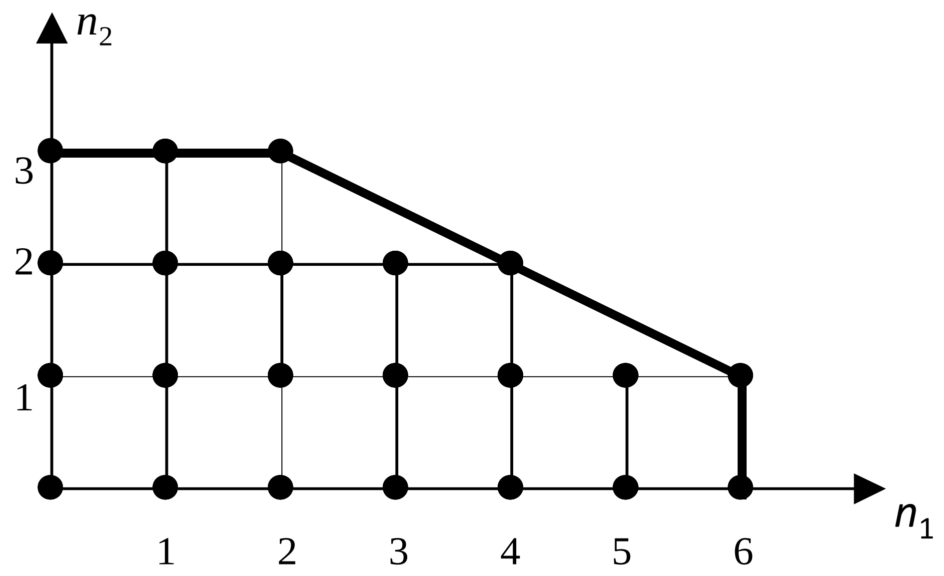
Το νέο σύνολο **Ω** δίνεται από την έκφραση:

$$\mathbf{\Omega} = \left\{ \mathbf{n} : 0 \le n_i b_i \le C_i + C_0 \ , \ i = 1,\ldots,K \ \ , \ 0 \le \mathbf{nb} \le \sum_{i=1}^{K} C_i + C_0 \right\} \qquad \textbf{(9)}$$

Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (7)

Παράδειγμα 3 (συνέχεια)

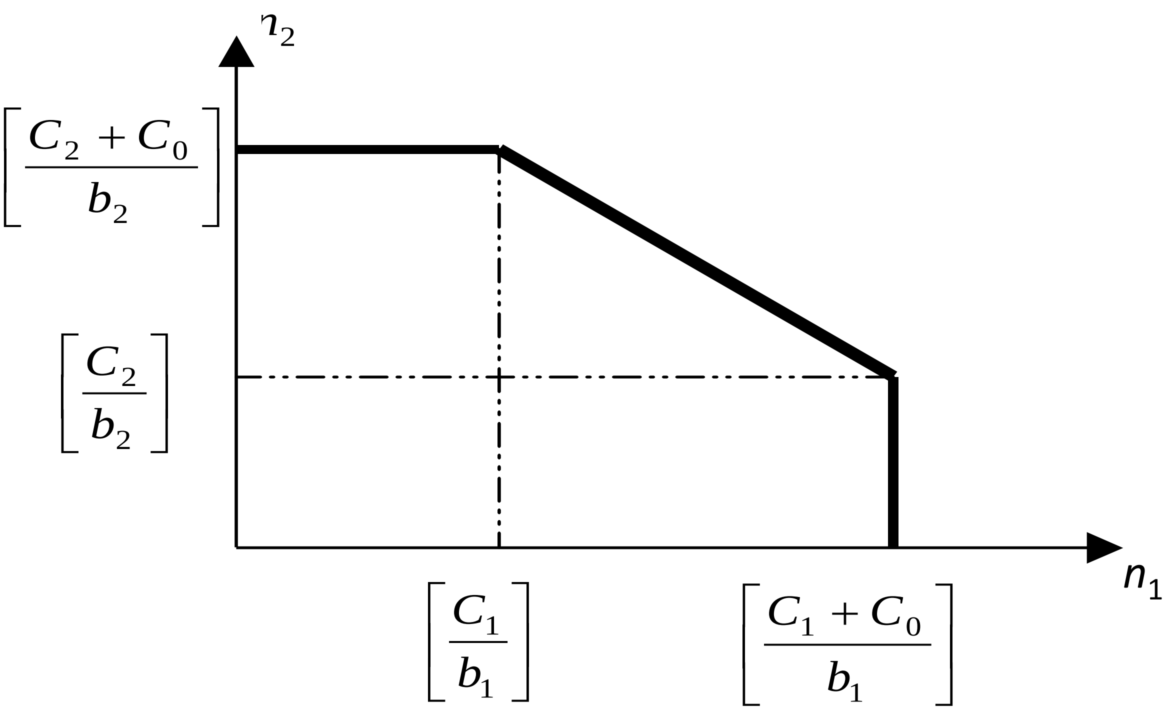
Το σύνολο των δυνατών καταστάσεων που προκύπτει από την (9) παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:



Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (8)

Παράδειγμα 3 (συνέχεια)

Στην γενική περίπτωση (για οποιοδήπτοτε αριθμητικό παράδειγμα) έχουμε το παρακάτω σχήμα:



Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (9)

Γενικό σχόλιο επί των παραδειγμάτων 2, 3

Παρατηρώντας τα σχήματα των παραδειγμάτων 2, 3 διαπιστώνεται η ακόλουθη ιδιότητα: Οι προβολές από οποιοδήποτε σημείο του συνόλου **Ω** προς τους άξονες n_1, n_2 περιλαμβάνουν σημεία τα οποία ανήκουν και αυτά στο σύνολο **Ω**.

Τα σχήματα αυτά τα οποία χαρακτηρίζονται από την ιδιότητα αυτή λέγεται ότι έχουν **κυρτότητα συντεταγμένων** (coordinate convexity), ενώ τα σύνολα Ω ονομάζονται **σύνολα κυρτών συντεταγμένων**. Η ονομασία αυτή χαρακτηρίζει και τον τρόπο διάθεσης των πόρων του συστήματος.

Κατ’ επέκταση χρησιμοποιούμε και το όρο **πολιτικές κυρτών συντεταγμένων (coordinate convex policies).**

Κύρια χαρακτηριστικά της πολιτικής των κυρτών συντεταγμένων είναι τα εξής:

- ✓ Οι πιθανότητες μονίμου κατάστασης έχουν **μορφή γινομένου**.
- ✓ Σε ένα σύστημα που ακολουθεί μια «πολιτική» κυρτών συντεταγμένων και χαρακτηρίζεται από ένα αντίστοιχο σύνολο **Ω,** μια κλήση γίνεται δεκτή όταν η νέα κατάσταση που θα προκύψει ανήκει επίσης στο σύνολο **Ω**.

Πολιτικές Κυρτών Συντεταγμένων

- **Πολιτική πλήρους διάθεσης (Complete Sharing Policy):**

Κλήσεις όλων των κατηγοριών μοιράζονται το διαθέσιμο εύρος ζώνης ($bn + b_k \leq C$).

- **Πολιτική πλήρους διαμελισμού (Complete Partitioning Policy):**

Κάθε κατηγορία κλήσεων χρησιμοποιεί αποκλειστικά ένα μέρος του συνολικού εύρους ζώνης ($b_k (n_k + 1) \leq C_k$ και $C_1 + \ldots + C_k \leq C$).

- **Πολιτική κατωφλίου (Threshold Policy):**

Για αποδοχή μιας κλήσης στο σύστημα προς εξυπηρέτηση, ο αριθμός των κλήσεων κάθε κατηγορίας δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από έναν προκαθορισμένο αριθμό ($b_k (n_k + 1) \leq C_k$ και $bn + b_k \leq C$).

- **Πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης (Trunk/Bandwidth Reservation Policy):**

Μία κλήση κατηγορίας k γίνεται δεκτή στο σύστημα αν και μόνο αν μετά την αποδοχή υπάρχουν διαθέσιμες τουλάχιστον $C - t_k$ μονάδες εύρους ζώνης ($bn + b_k \leq C - t_k$).

Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (10)

Παράδειγμα 4

Θεωρούμε ένα σύστημα όπου η διάθεση των πόρων του συστήματος γίνεται υπό τον περιορισμό: $n_i b_i \leq n_{i+1} b_{i+1}$

Ο περιορισμός αυτός εμποδίζει τις κλήσεις τύπου *i* να καταλαμβάνουν περισσότερες μονάδες εύρους ζώνης από τις κλήσεις τύπου *i*+1. Το σύνολο **Ω** εκφράζεται από την σχέση:

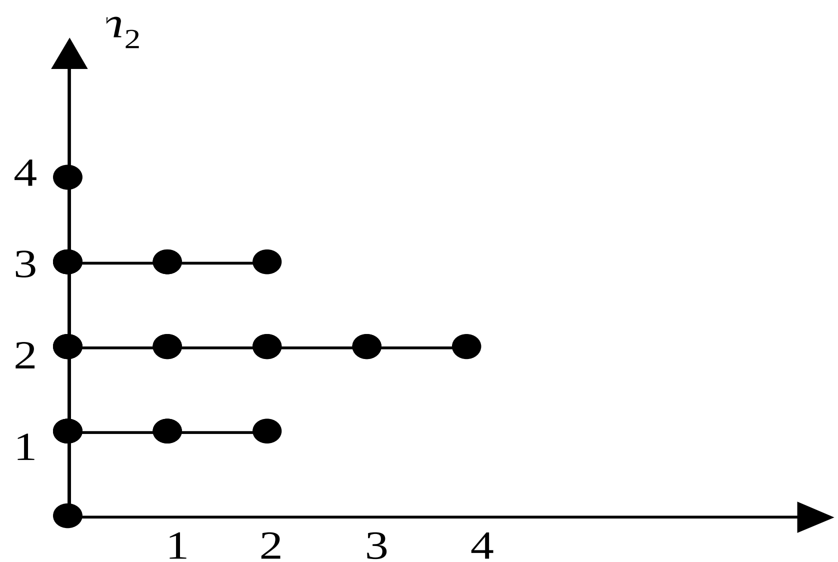
$$\mathbf{\Omega} = \left\{ \mathbf{n} : 0 \leq \mathbf{nb} \leq \mathrm{C} \;\;,\;\; n_{\mathrm{i}} b_i \leq n_{i+1} b_{i+1} \quad , \quad i = 1, \ldots, K-1 \right\} \qquad \textbf{(10)}$$

Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (11)

Παράδειγμα 4 (συνέχεια)

Αν $b_1 = 1$, $b_2 = 2$, $C = 8$, θα πρέπει: $\begin{cases} n_1 \leq 2n_2 \\ n_1 + 2n_2 \leq 8 \end{cases}$

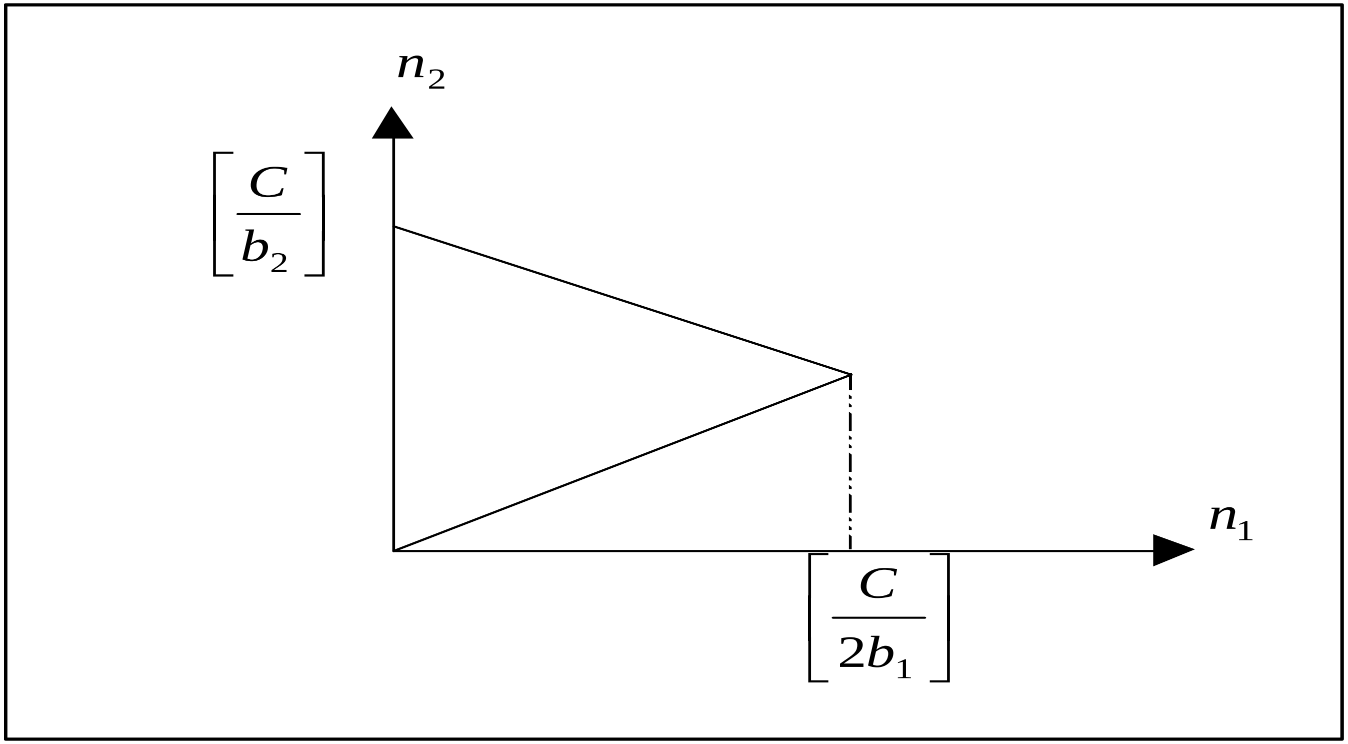
Το σύνολο των δυνατών καταστάσεων που πληροί τους περιορισμούς φαίνεται γραφικά στο ακόλουθο σχήμα:



Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (12)

Παράδειγμα 4 (συνέχεια)

Στην γενική περίπτωση (για οποιοδήποτε αριθμητικό παράδειγμα) έχουμε το παρακάτω σχήμα:



Πολιτικές διάθεσης των πόρων συστήματος πολυδιάστατης κίνησης (13)

Γενικό σχόλιο επί του παραδείγματος 4
Παρατηρώντας τα σχήματα του παραδείγματος 4 βλέπουμε ότι υπάρχουν σημεία του συνόλου **Ω** από τα οποία οι προβολές προς τους άξονες n_1, n_2 δεν περιλαμβάνουν πάντοτε σημεία τα οποία ανήκουν και αυτά στο σύνολο **Ω.**

Στην περίπτωση αυτή η αντίστοιχη πολιτική διάθεσης των πόρων του συστήματος χαρακτηρίζεται ως **πολιτική μη κυρτών συντεταγμένων (non coordinate convex policies)**.

Κύριο χαρακτηριστικό των πολιτικών μη κυρτών συντεταγμένων είναι ότι η **αποχώρηση** των κλήσεων από το σύστημα, ενδέχεται να **μην** είναι δυνατή.

Τέλος Ενότητας