Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης

Ενότητα 2: Θεμελιώδεις σχέσεις

Μιχαήλ Λογοθέτης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σκοποί ενότητας

- Περιγραφή βασικών μοντέλων τηλεπικοινωνιακής κινήσεως
- Περιγραφή και επεξήγηση θεμελιωδών σχέσεων της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κινήσεως

Περιεχόμενα ενότητας

- Βασικό μοντέλο άφιξης κλήσεων
- Κατανομή Poisson
- Βασικό μοντέλο εξυπηρέτησης κλήσεων
- Ταξινόμηση συστημάτων πλήρους διαθεσιμότητας κατά Kendall
- Η Μαρκοβιανή ιδιότητα
- Η ιδιότητα PASTA
- Ο νόμος του Little
- Η επέκταση του νόμου του Little
- Παραδείγματα

Βασικό μοντέλο άφιξης κλήσεων (1)

Τυχαίος τρόπος γεννήσεως (άφιξης) μιας κλήσης

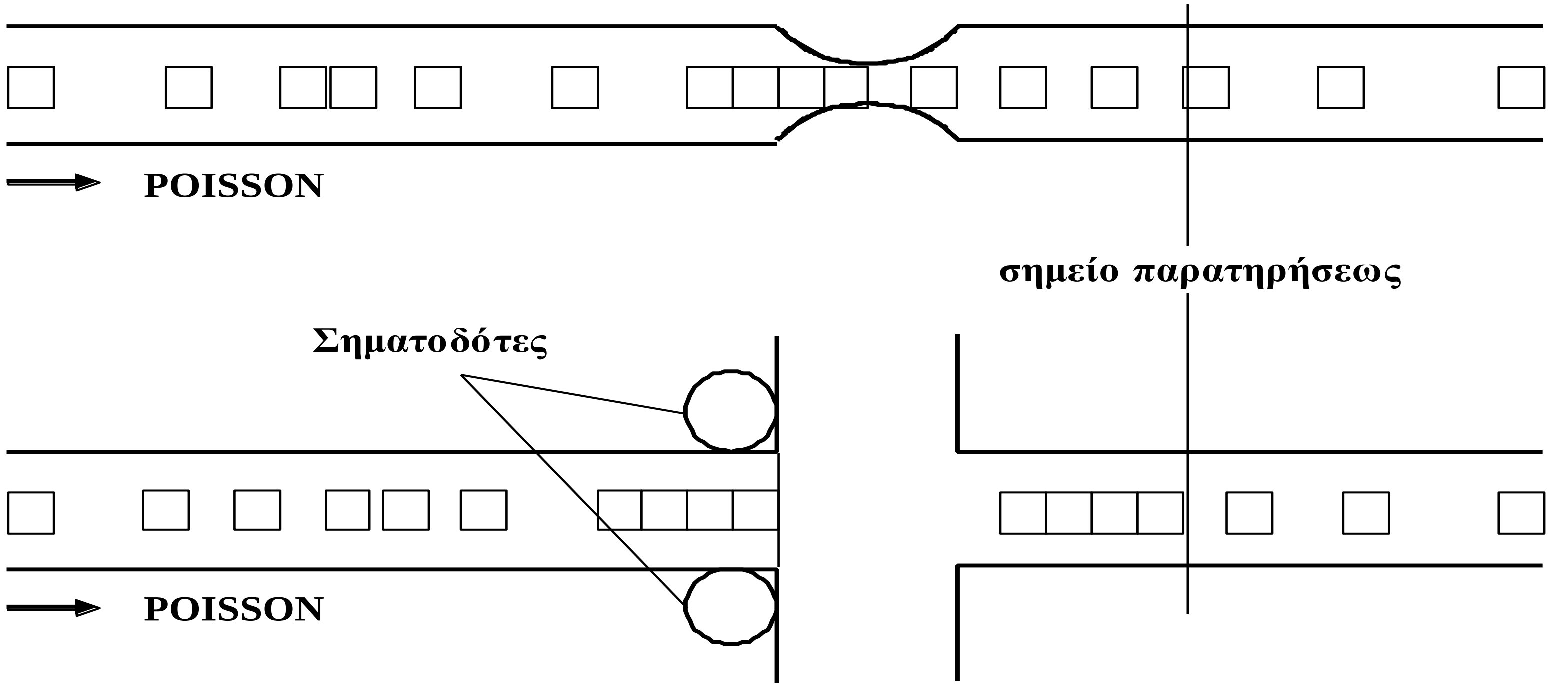
Η άφιξη μιας κλήσης σε κάποιο σύστημα καλείται **τυχαία** όταν:

1. *Η πιθανότητα $P_1(\Delta t)$ ότι μια κλήση θα γεννηθεί σε χρονικό διάστημα $(t, t+\Delta t]$ τείνει στο $\lambda\Delta t$, ανεξάρτητα από τον χρόνο t, όπου λ είναι σταθερός αριθμός.*
2. *Η πιθανότητα $P_{2+}(\Delta t)$ ότι δύο ή περισσότερες κλήσεις γεννώνται εντός του χρονικού διαστήματος $(t, t+\Delta t]$ τείνει στο μηδέν.*
3. *Οι κλήσεις γεννώνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη.*

✓ Η παραπάνω διαδικασία άφιξης κλήσεων καλείται επίσης **Poisson**

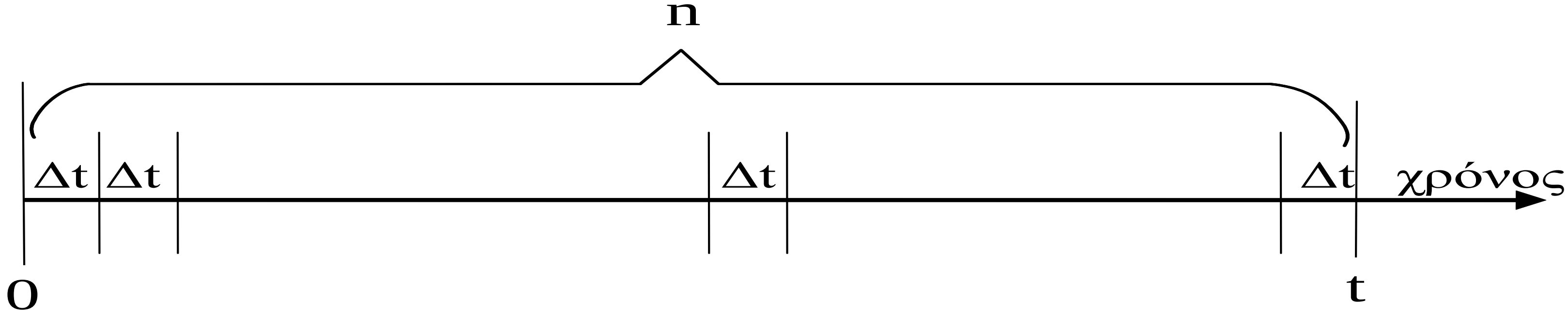
Βασικό μοντέλο άφιξης κλήσεων (2)

Διαταραχή της τυχαίας άφιξης αυτοκινήτων σε σημείο παρατήρησης



Κατανομή Poisson (1)

Μας ενδιαφέρει ο υπολογισμός της πιθανότητα $P_k(t)$, ότι k κλήσεις γεννώνται εντός του χρονικού διαστήματος (0,t] όπου t = nΔt.



Κατανομή Poisson (2)

Η πιθανότητα $P_k^1(t)$ να γεννηθεί μία ακριβώς κλήση σε k διαστήματα ενώ στα υπόλοιπα n-k διαστήματα να μη γεννηθεί κλήση είναι:

$$P_k^1(t)=(P_1(\Delta t))^k\,(P_0(\Delta t))^{n-k} = (P_1(\Delta t))^k\,(1 - P_1(\Delta t) - P_{2+}(\Delta t))^{n-k} =$$

$$= (\lambda\,\Delta t)^k\,(1 - \lambda\,\Delta t - 0)^{n-k} = (\lambda\,\Delta t)^k\,(1 - \lambda\,\Delta t)^{n-k}$$

Κατανομή Poisson (3)

Με βάση την $P_k^1(t)$, η πιθανότητα $P_k(t)$ υπολογίζεται ως:

$$P_k(t) = \lim_{(n\to\infty)} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda t}{n}\right)^k \left(1 - \frac{(\lambda t)}{n}\right)^{n-k} =$$

$$= \lim_{(n\to\infty)} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \left(1 - \frac{(\lambda t)}{n}\right)^{n-k} \frac{n}{n} \frac{(n-1)}{n} \cdots \frac{(n-k+1)}{n}$$

ή $$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

που είναι η **κατανομή Poisson (Poisson distribution)** με μέση τιμή λt, όπου το λ καλείται **ρυθμός άφιξης των κλήσεων (arrival rate)**

Κατανομή Poisson (4)

- Αν η χρονική μονάδα είναι 1 ώρα τότε ο ρυθμός αφίξεων μετρείται σε **BHCA (Busy Hour Call Attempts)**.
- Πιθανότητα μηδέν κλήσεις να αφιχθούν στο διάστημα (0, t]:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

- Πιθανότητα ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων (interarrival time X) να μην υπερβεί την τιμή t, P(X ≤ t) = A(t) = P(τουλάχιστον 1 άφιξη εντός χρόνου t)=P(αφίξεις>0)=1–$P_0(t)$:

$$A(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Εκθετική κατανομή με μέση τιμή λ^{-1}

$A(t)$ είναι PDF(CDF)=P(X ≤ t)=P(X<t), οπότε pdf=$d(1-e^{-\lambda t})/dt = \lambda e^{-\lambda t}$ ~ exp(λ)

Κατανομή Poisson (5)

Παράδειγμα 1

Η άφιξη των κλήσεων σε ένα σύστημα είναι τυχαία με ρυθμό 20 κλήσεις την ώρα. α) Να υπολογισθεί η πιθανότητα τουλάχιστον δύο κλήσεις να αφιχθούν εντός 3 λεπτών. β) Ποια η πιθανότητα ο χρόνος μεταξύ δύο αφίξεων να μην είναι μεγαλύτερος των 12 λεπτών;

α) Από την σχέση: $P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \Rightarrow P_k(3) = \frac{\left(\frac{20}{60}3\right)^k}{k!} e^{-\frac{20}{60}3} = \frac{1}{k!} e^{-1}$

και την $P_2 + \ldots + P_n = 1 - P_0 - P_1$

προκύπτει ότι: $P_{2+}(3) = 1 - P_0(3) - P_1(3) = 1 - e^{-1} - e^{-1} = 1 - 2e^{-1}$

$= 26.4\ \%$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΣΩ ΙΝΤΕΡΝΕΤ: *Poisson distribution calculator* (google search)

Π.χ. https://stattrek.com/online-calculator/poisson.aspx

Poisson random variable, x = 2 και Average rate of success = $\lambda t = 1 \Rightarrow$

P(X $\geq$ x) = 0.26424 (*προσοχή μεγαλύτερο ή ίσον*)

Κατανομή Poisson (6)

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

β) Από την σχέση: $A(t) = 1 - P_0(t) = 1 - e^{-\lambda t} \Rightarrow$

$$A(12) = 1 - e^{-\frac{20}{60}12} = 1 - e^{-4} = 98.17\%$$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΣΩ ΙΝΤΕΡΝΕΤ: *poisson distribution calculator* (google search)

Π.χ. https://stattrek.com/online-calculator/poisson.aspx

Poisson random variable, x=0 (αφίξεις) και Average rate of success $=\lambda t= 4 \Rightarrow$

P(X = x) =0.01832 οπότε $A(12)$ = P(X > x) =1–$P_0(4)$ =1–0.01832 =98.17%

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΣΩ ΙΝΤΕΡΝΕΤ: *exponential distribution calculator* (google search)

Π.χ. **https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/applets/exp-like.html**

pdf~exp(λ), λ = 4 και x ≡ *t* = 1 αφού λ*t* = *λ* ⇒

$A(12)$ = P(X < x) = 98.17%

Βασικό μοντέλο εξυπηρέτησης κλήσεων (1)

Τυχαίος τερματισμός κλήσης

Αρχίζοντας την μέτρηση του χρόνου από την στιγμή που η κλήση αρχίζει να εξυπηρετείται, η πιθανότητα να τερματίσει **τυχαία** η κλήση αυτή σε διάστημα (t, t+Δt) είναι $\mu\Delta t$.

Έστω H(t) η πιθανότητα ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι μεγαλύτερος από t, δηλαδή η πιθανότητα ότι η κλήση δεν θα τερματιστεί σε διάστημα [0,t]. Τότε:

$$H(t) = \lim_{n \to \infty} \left(1 - \frac{\mu t}{n}\right)^n = e^{-\mu t}$$

Άρα ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικά κατανεμημένος με μέση τιμή $\boldsymbol{\mu}^{-1}$, όπου το μ ονομάζεται **ρυθμός εξυπηρέτησης (service rate).**

✓**Από την 1η ιδιότητα του φορτίου κίνησης: α = λ/μ**

Βασικό μοντέλο εξυπηρέτησης κλήσεων (2)

Παράδειγμα 2

Να υπολογιστεί η πιθανότητα ο χρόνος εξυπηρέτησης μιας κλήσης να υπερβεί την 1 ώρα αν γνωρίζουμε ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης των κλήσεων ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή 4 λεπτά.

$$P(X > 60) = H(60) = e^{-\frac{1}{4}60} = e^{-15}$$ = 3.059 x 10^{-7} (!!!) = 0

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΣΩ ΙΝΤΕΡΝΕΤ: *exponential distribution calculator* (google search)

Π.χ. **https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/applets/exp-like.html**

pdf~exp(λ), λ = 15 και x ≡ *t* = 1 αφού λ*t* = *λ* ⇒

***P*(X > x) = 0 %**

Ταξινόμηση συστημάτων πλήρους διαθεσιμότητας κατά Kendall (1)

Ένα σύστημα που συνδέει κάποιες εισερχόμενες με κάποιες εξερχόμενες γραμμές καλείται **διακοπτικό - επιλογικό σύστημα (switching system)**.

Εάν κάθε εισερχόμενη γραμμή μπορεί να συνδεθεί με κάθε εξερχόμενη γραμμή το σύστημα καλείται **πλήρους διαθεσιμότητας (full availability system)**, διαφορετικά το σύστημα καλείται **σύστημα περιορισμένης διαθεσιμότητας (limited availability system)**.

Τα συστήματα πλήρους διαθεσιμότητας περιγράφονται από:

α) την διαδικασία εισόδου (δηλαδή τον τρόπο άφιξης των κλήσεων στο σύστημα)

β) τον μηχανισμό εξυπηρέτησης

γ) την πειθαρχία αναμονής (δηλαδή τον τρόπο διαχείρισης των κλήσεων όταν υπάρχει συμφόρηση)

Ταξινόμηση συστημάτων πλήρους διαθεσιμότητας κατά Kendall (2)

Τα συστήματα πλήρους διαθεσιμότητας ταξινομούνται σύμφωνα με τον συμβολισμό του **Kendall (Kendall notation)**:

A/B/s

όπου:

A: η κατανομή πιθανότητας των χρονικών διαστημάτων μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων (διαδικασία εισόδου),

B: η κατανομή του χρόνου εξυπηρέτησης και,

s: ο αριθμός των εξερχομένων γραμμών (εξυπηρετητές - servers).

Ταξινόμηση συστημάτων πλήρους διαθεσιμότητας κατά Kendall (3)

Κάποια βασικά σύμβολα για τα **A** και **B** είναι τα εξής:

- **M**: Markov (Μαρκοβιανή – εκθετική).
- **Ek**: Phase k Erlangian (συνέλιξη k εκθετικών με ίδιους μέσους – ύπαρξη k σταδίων εξυπηρέτησης εν σειρά).
- **H^k**: Hypo-exponential (υπο-εκθετική - κάθε στάδιο εξυπηρέτησης του μοντέλου Erlang-k έχει διαφορετικό χρόνο εξυπηρέτησης).
- **H_k**: Hyper-exponential τάξεως k (υπερεκθετική – μια κλήση έχει k εναλλακτικές επιλογές εξυπηρέτησης που έχουν εκθετικό χρόνο εξυπηρέτησης, αλλά διαφορετική μέση τιμή, και επιλέγει μία από τις k).
- **D**: Deterministic
- **U**: Uniform (ομοιόμορφη – οι χρονικές περίοδοι των αφίξεων ή των αναχωρήσεων περιορίζονται μεταξύ συγκεκριμένων ορίων).
- **G**: General (αυθαίρετη).

Ταξινόμηση συστημάτων πλήρους διαθεσιμότητας κατά Kendall (4)

Παράδειγμα 3

Ένα σύστημα με Poisson κατανομή άφιξης των κλήσεων, εκθετική κατανομή του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων και s γραμμές εξόδου (servers) δηλώνεται ως **M/M/s**.

Με n πεπερασμένες γραμμές εισόδου δηλώνεται ως **M(n)/M/s**, ενώ με ουρά αναμονής m θέσεων, ως **M/M/s(m),** ή ως **M/M/s/s+m**.

Ως εκ τούτου ένα σύστημα απωλειών δηλώνεται ως M/M/s(0) ή ως M/M/s/s.

Επίσης αν δεν χρησιμοποιούνται επιπρόσθετοι συμβολισμοί ένα σύστημα αναμονής θα είναι σύστημα FIFO με άπειρες θέσεις αναμονής στην ουρά.

Η Μαρκοβιανή ιδιότητα (1)

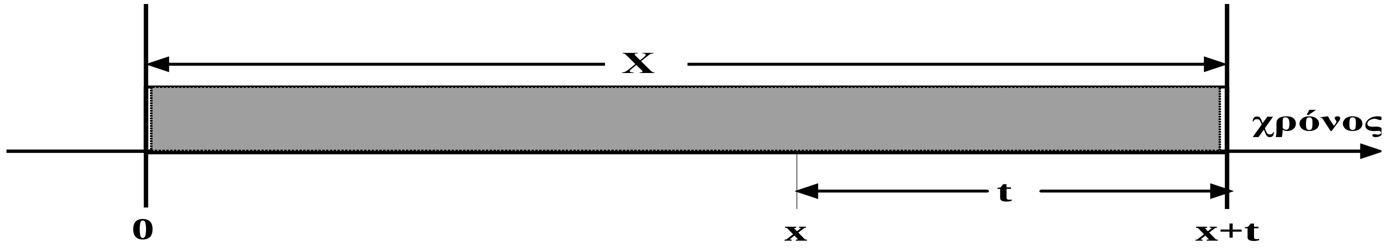
Θεωρούμε την χρονική διάρκεια X ενός φαινομένου. Εάν το X ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ^{-1}, τότε η πιθανότητα ότι το φαινόμενο συνεχίζεται μετά από την χρονική στιγμή x, εκφράζεται από την σχέση:

$$P (X > x) = e^{-\mu x}$$

Επίσης αφού $P(A/B) = P(A \cap B)/P(B)$:

$$P(X > x+t \mid X > x) = \frac{P(X > x+t)}{P(X > x)} = \frac{e^{-\mu(x+t)}}{e^{-\mu x}} = e^{-\mu t} = P(X > t)$$

η οποία είναι ανεξάρτητη του x.



Η Μαρκοβιανή ιδιότητα (2)

Η σχέση

$$P(X > x+t \mid X > x) = \frac{P(X > x+t)}{P(X > x)} = \frac{e^{-\mu(x+t)}}{e^{-\mu x}} = e^{-\mu t} = P(X > t)$$

υπονοεί ότι η στοχαστική συμπεριφορά του φαινομένου μετά από χρόνο *x* (μέλλον) εξαρτάται μόνο από την κατάσταση κατά την χρονική στιγμή *x* (παρόν) και όχι από την εξέλιξη του φαινομένου πριν την στιγμή αυτή (παρελθόν).

- ✓ Αυτό το χαρακτηριστικό καλείται **Μαρκοβιανή ιδιότητα (Markov or memoryless property)**.
- ✓ Μόνο η εκθετική κατανομή (από τις συνεχείς κατανομές) έχει την ιδιότητα της αμνησίας!

Η ιδιότητα PASTA

Έστω P_j η πιθανότητα ότι j κλήσεις υπάρχουν σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα μια οποιαδήποτε αυθαίρετη χρονική στιγμή, στην μόνιμη κατάσταση. Έστω Π_j η αντίστοιχη πιθανότητα ακριβώς πριν από την χρονική στιγμή άφιξης των κλήσεων στο σύστημα. Αυτές οι δύο πιθανότητες γενικώς δεν είναι ίσες. Ωστόσο για ένα σύστημα με αφίξεις Poisson αυτές οι δύο πιθανότητες είναι ίσες:

$$\mathbf{\Pi_j = P_j}$$

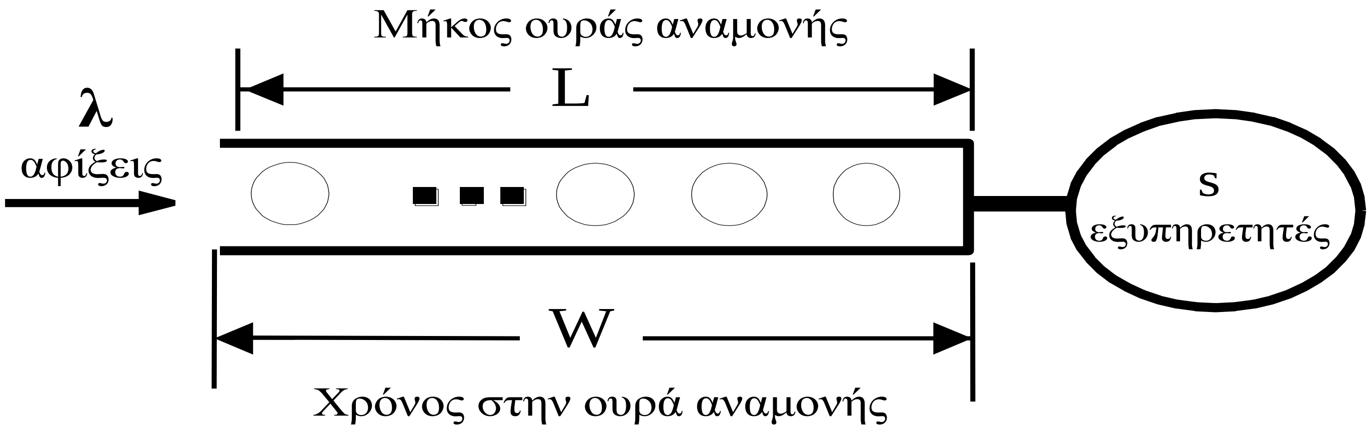
Η σχέση αυτή καλείται PASTA (Poisson Arrivals See Time Average) και προκύπτει από την Μαρκοβιανή ιδιότητα της εκθετικής κατανομής.

Ο όρος PASTA απορρέει από το γεγονός ότι η P_j ισούται κατά μέσον όρο προς το ποσοστό του χρόνου όπου j κλήσεις υπάρχουν στο σύστημα, παρατηρούμενο για μεγάλο χρονικό διάστημα. Το ποσοστό του χρόνου ισούται με το ποσοστό των κλήσεων που την στιγμή της άφιξής τους θα βρουν το σύστημα με j κλήσεις.

Ο νόμος του Little (1)

Έστω το παρακάτω σύστημα αναμονής όπου λ είναι ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων, L η μέση τιμή των κλήσεων στην ουρά αναμονής και W ο μέσος όρος του χρόνου αναμονής στην ουρά. Σύμφωνα με τον νόμο του Little, τα μεγέθη L, λ και W συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$L = \lambda W$$



Ο νόμος του Little (2)

Απόδειξη της σχέσης L = λW

Αφού W είναι ο μέσος όρος του χρόνου παραμονής των κλήσεων στην ουρά, αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως ο μέσος όρος του χρόνου καταλήψεως μιας δέσμης τηλεπικοινωνιακών γραμμών. Τότε, το δεξιό μέρος της σχέσεως **L = λW** δίνει την κίνηση που διεκπεραιώνεται από την δέσμη, και λόγω της 4ης ιδιότητας της κίνησης ισούται με τον μέσο όρο των κατειλημμένων γραμμών της δέσμης, δηλαδή, στην περίπτωση μας, με τον μέσο όρο, L, των κλήσεων στην ουρά.

Η επέκταση του νόμου του Little (1)

Ο χρόνος παραμονής μιας κλήσεως στο σύστημα (system time) ισούται με το άθροισμα του χρόνου αναμονής της κλήσεως στην ουρά και του χρόνου εξυπηρετήσεώς της. Η μέση τιμή, T, του χρόνου παραμονής των κλήσεων στο σύστημα καλείται **χρόνος απόκρισης του συστήματος (response time).**

Αν N είναι ο μέσος αριθμός κλήσεων στο σύστημα, τότε κατ' επέκταση του νόμου του Little ισχύει ότι:

$$N = \lambda T$$

Παραδείγματα (1)

Παράδειγμα 4

Έστω ότι πελάτες προσέρχονται σε μια τράπεζα με μέσο ρυθμό 30 πελάτες ανά ώρα. Όταν όλοι οι ταμίες είναι απασχολημένοι σχηματίζεται ουρά αναμονής η οποία έχει μέσο μήκος 3.0 πελάτες. Ζητείται:

1) Πόση ώρα, κατά μέσο όρο, χρειάζεται να παραμείνει ένας πελάτης στην ουρά;

2) Αν ο χρόνος εξυπηρέτησης ενός πελάτη από κάποιον ταμία είναι 6 min κατά μέσο όρο, να υπολογιστεί ο συνολικός αριθμός πελατών που βρίσκονται στην τράπεζα κατά μέσο όρο;

Παραδείγματα (2)

Λύση

1) Ισχύει ότι L = 3.0 και $\lambda = 30/60\ \text{min}^{-1} = 0.5\ \text{min}^{-1}$. Άρα, από τον νόμο του Little, ο μέσος όρος του χρόνου W αναμονής στην ουρά είναι

$$W = L / \lambda = (3.0 / 0.5)\ \text{min} = 6\ \text{min}.$$

2) Βάσει της επέκτασης του νόμου του Little, ο συνολικός αριθμός N πελατών στην τράπεζα είναι $N = \lambda\, T$, όπου $T = W + h = (6 + 6)\ \text{min} = 12\ \text{min}$.

Άρα, N = 0.5*12 = 6.0 πελάτες.

- Η τιμή του N μπορεί να υπολογισθεί εναλλακτικά ως εξής: Αφού h = 6 min και $\lambda = 0.5\ \text{mim}^{-1}$, η διεκπεραιουμένη κίνηση είναι $\alpha = \lambda\, h = 3$ erl, το οποίο σημαίνει ότι ο αριθμός των απασχολημένων ταμιών, άρα και των εξυπηρετουμένων πελατών (ένας ταμίας εξυπηρετεί έναν πελάτη), κατά μέσο όρο είναι 3.
- Επομένως, $N = L + \alpha = (3.0 + 3)$ πελάτες = 6.0 πελάτες.

Παραδείγματα (3)

Παράδειγμα 5

Σε δίκτυο Η/Υ τα μήκη των διαδρομών μεταξύ των κόμβων διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Έστω ότι η μετάδοση των δεδομένων γίνεται με ταχύτητα 10^6 πακέτα/sec.

Ο χρόνος μετάδοσης ενός πακέτου εξαρτάται από το μήκος της διαδρομής αλλά και από την συμφόρηση της κίνησης στο δίκτυο. Η κατανομή του χρόνου μετάδοσης των πακέτων έχει ως εξής:

5 msec (70%), 20 msec (20%), 100 msec (10%).

Να ευρεθεί ο αριθμός, Ν, των πακέτων στο δίκτυο κατά μέσον όρο.

Παραδείγματα (4)

Λύση

Έστω N_1 ο μέσος όρος των πακέτων που υπάρχουν στο δίκτυο επί 5 msec.

N_2 ο μέσος όρος των πακέτων που υπάρχουν στο δίκτυο επί 20 msec.

N_3 ο μέσος όρος των πακέτων που υπάρχουν στο δίκτυο επί 100 msec.

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Little (την επέκτασή του, $N=\lambda T$), για $\lambda = 10^6$ πακέτα/sec, τότε:

$N_1 = 10^6 * 0.005 = 5000$

$N_2 = 10^6 * 0.020 = 20000$

$N_3 = 10^6 * 0.100 = 100000$

Αλλά, μόνον το:

70 % των πακέτων N_1 = 3500 πακέτα

20 % των πακέτων N_2 = 4000 πακέτα

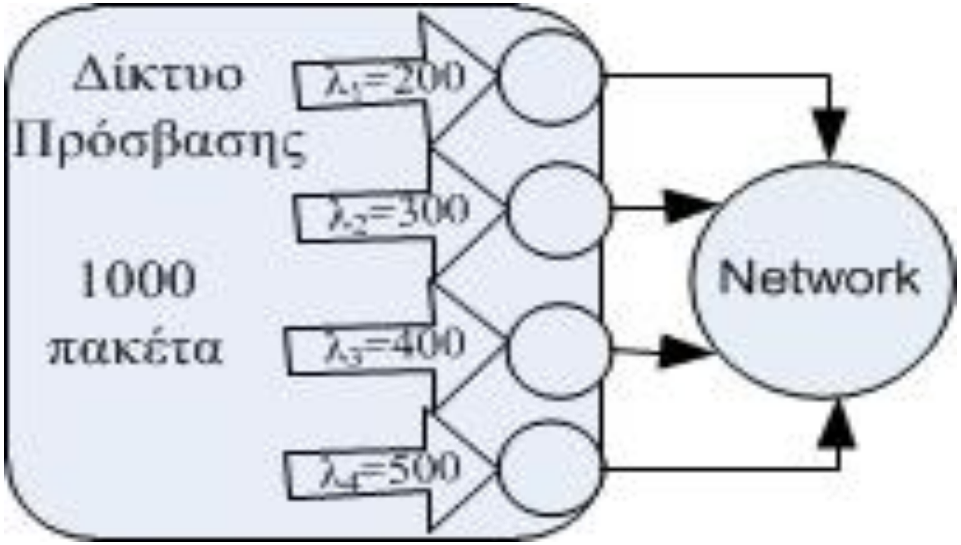
10 % των πακέτων N_3 = 10000 πακέτα

Άρα, ο συνολικός αριθμός N των πακέτων είναι: N = 3500 + 4000 + 10000 = **17500 πακέτα**.

Παραδείγματα (5)

Παράδειγμα 6

Δίκτυο πρόσβασης διαθέτει 4 κόμβους σύνδεσης. Στο δίκτυο αυτό μετρώνται κατά μέσον όρο N=1000 πακέτα. Έστω ότι οι ρυθμοί άφιξης των πακέτων σε κάθε κόμβο είναι λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 πακέτα/sec, όπως φαίνονται στο σχήμα. Πόσο χρόνο T ένα πακέτο παραμένει στο δίκτυο πρόσβασης κατά μέσον όρο;



Παραδείγματα (6)

Λύση

Σύμφωνα με τον Νόμο του Little, θα ισχύει: $N = \lambda\ T$

όπου $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 200 + 300 + 400 + 500 = 1400$ πακέτα/sec

Επομένως, $T = N / \lambda = (1000 / 1400)$ sec

Δηλαδή: $T = 0.714$ sec.

Παραδείγματα (7)

Παράδειγμα 7 (Σωστό ή Λάθος);

Ο νόμος του Little (*L = λ W)* ισχύει:

(**a**) για τυχαίες αφίξεις με ρυθμό λ.

(**b**) όχι μόνον για αφίξεις με κατανομή Poisson, αλλά για οποιεσδήποτε αφίξεις, αρκεί οι χρόνοι μεταξύ των αφίξεων να είναι στατιστικώς ανεξάρτητες μεταβλητές.

(**c**) σε ουρές αναμονής με οποιαδήποτε πειθαρχία εξυπηρέτησης, και επομένως το μέσο μήκος της ουράς αναμονής είναι ανεξάρτητο από την πειθαρχία εξυπηρέτησης.

(**d**) ακόμη και όταν ο ρυθμός αφίξεως των κλήσεων εξαρτάται από την συμφόρηση που επικρατεί στο σύστημα εξυπηρέτησης.

Λύση

(**a**) Λάθος, (**b**) Λάθος, (**c**) Σωστό, (**d**) Σωστό.

Παραδείγματα (8)

Παράδειγμα 8

Έστω μία κυψέλη (*cell*) του δικτύου της κινητής τηλεφωνίας. Στον σταθμό βάσης (της κυψέλης αυτής) καταφθάνουν αιτήσεις σύνδεσης (*call-setup)* που προέρχονται τόσο από νέες κλήσεις που θέλουν να συνδεθούν στο δίκτυο, όσο και από κλήσεις που είναι ήδη συνδεδεμένες στο δίκτυο αλλά ευρίσκονται σε γειτονική κυψέλη και λόγω της μετακίνησής τους θέλουν να περάσουν στην κυψέλη μας. Οι κλήσεις αυτές λέγονται κλήσεις μεταπομπής (*handover*). Προφανώς ο σταθμός βάσης πρέπει να δώσει προτεραιότητα στις κλήσεις μεταπομπής ώστε να εξυπηρετηθούν χωρίς διακοπή. Προς τον σκοπό αυτό ίσως να απορρίψει την αίτηση σύνδεσης κάποιων νέων κλήσεων. Ας υποθέσουμε ότι οι κλήσεις μεταπομπής δεν μπλοκάρονται. Κάθε κλήση που γίνεται αποδεκτή στην κυψέλη, καταλαμβάνει ένα ελεύθερο κανάλι.

Μετρήσεις κατά την ώρα αιχμής στην κυψέλη μας έδειξαν ότι η μέση τιμή του χρόνου κατάληψης ενός καναλιού είναι 1.64 min (άσχετα με το είδος των κλήσεων, αν πρόκειται δηλαδή για νέες κλήσεις ή μεταπομπής).

Επίσης μετρήθηκαν κατά μέσον όρο συνολικά 52 κλήσεις, και απώλειες 2% επί του αριθμού όλων των αιτήσεων σύνδεσης.

Η μέση τιμή του χρόνου μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων των νέων κλήσεων (*interarrival time*) είναι 3 sec (δηλαδή αφίξεις νέων κλήσεων έχουμε κάθε 3 sec κατά μέσον όρον).

(**a**) Να υπολογισθεί ο ρυθμός αφίξεως των κλήσεων μεταπομπής.

(**b**) Το ποσοστό των νέων κλήσεων που μπλοκάρονται.

Παραδείγματα (9)

Λύση

Μας έδωσαν:

Τον αριθμό N (κατά μέσον όρο) των κλήσεων στο σύστημα: N = 52.

Την μέση τιμή της διάρκειας T των κλήσεων στο σύστημα (κυψέλη): T = 1.64 min.

Την πιθανότητα απωλείας οποιασδήποτε κλήσεως: B = 0.02 = 2 %.

Την μέση τιμή των μεσοδιαστημάτων των αφίξεων των νέων κλήσεων: 3 sec $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ρυθμός άφιξης των νέων κλήσεων λ_v = 20 κλήσεις/min.

(**a**) Αν λ_h είναι ο ρυθμός των κλήσεων μεταπομπής, τότε ο συνολικός προσφερόμενος ρυθμός άφιξης κλήσεων στην κυψέλη είναι $\lambda_v + \lambda_h$. Λόγω των απωλειών όμως, ο ρυθμός με τον οποίον οι κλήσεις εισέρχονται στο σύστημα είναι:

$$\lambda = (\lambda_v + \lambda_h)(1-B)$$

Από τον νόμο του Little: $N = \lambda T \Rightarrow N = (\lambda_v + \lambda_h)(1-B)\, T \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda_h = N/(T(1-B)) - \lambda_v \Rightarrow \lambda_h = 52 /(1.64(1-0.02)) - 20 \Rightarrow \lambda_h = 12.3544$ κλήσεις/min.

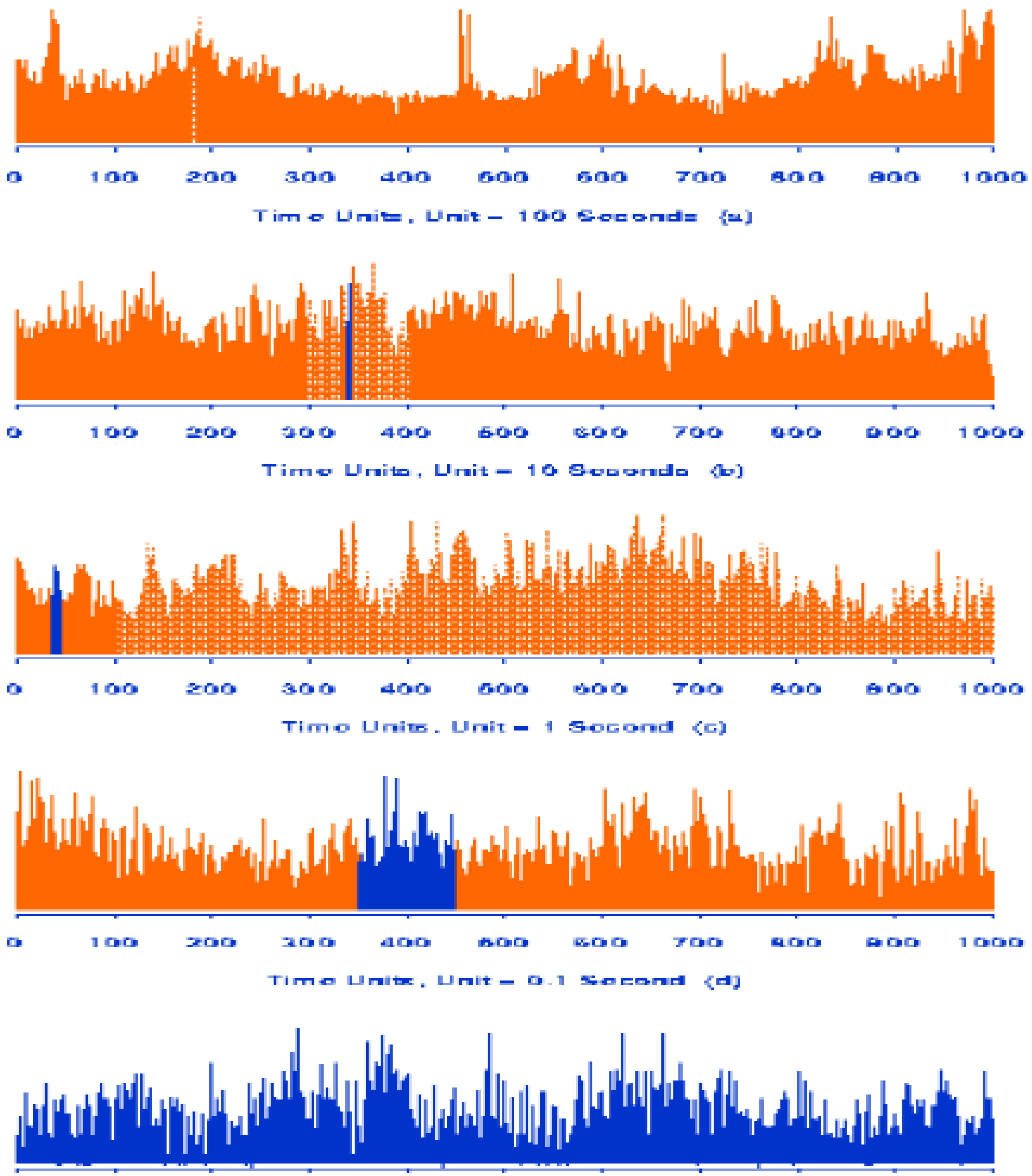
(**b**) Οι κλήσεις μπλοκάρονται με ρυθμό:

$$\lambda_B = (\lambda_v + \lambda_h)B = (20 + 12.3544)*0.02 = 0.647 \text{ κλήσεις/min}$$

Το ποσοστό των νέων κλήσεων που μπλοκάρονται είναι:

$$\lambda_v*B_v+\lambda_h*B_h=\lambda_B \Rightarrow B_v=\lambda_B/ \lambda_v \text{ (αφού } B_h=0) \Rightarrow B_v=0.647/20=0.03235=3.235 \%.$$

Self-similar Internet traffic (multi-fractals)



Τέλος Ενότητας