



# Δυναμική Ηλεκτρικών Μηχανών

Ενότητα 3: Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών









Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο Με τη συγγρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού
   Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και
   συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό
   Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Περιεχόμενα

#### Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή

- Εξισώσεις για δυναμική κατάσταση και υπό συμμετρική φόρτιση
- Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας

#### Τριπολικό Βραχυκύκλωμα

#### Λειτουργικές επαγωγιμότητες και σταθερές χρόνου τριφασικής σύγχρονης μηχανής

## Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή



Σχ.1.7.1. Διάγραμμα Σύγχρονης Μηχανής

## Συμβολισμοί

- Κατά την ανάλυση της Σ.Μ. θα χρησιμοποιήσουμε τους εξής συμβολισμούς:
  - S στάτης
  - R δρομέας
  - a,b,c τρεις φάσεις τριφασικού τυλίγματος στάτη
  - f τύλιγμα διεγέρσεως
  - D τύλιγμα αποσβέσεως στον άξονα d
  - Q τύλιγμα αποσβέσεως στον άξονα q

## Τριφασική Σύγχρονη Γεννήτρια

- Η σύγχρονη μηχανή ως γεννήτρια προσφέρει στους ακροδέκτες το ρεύμα  $i_s$  και τη τάση  $u_s$ , επομένως την ισχύ  $P_{el} = \sqrt{3}i_s u_s cos \phi$ .
- Στη μηχανή εισέρχεται η ισχύς  $P_{mech} = M\Omega_S = M2\pi n_S$ , η οποία είναι μηχανική ισχύς και προέρχεται από την κινητήρια μηχανή, με την οποία συνδέεται μηχανικά η Σ.Μ..
- Sto túligma diegérsews katavalísketai  $\eta$  iscús:  $P_f = u_f i_f.$

## Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή Συνθήκες - Παραδοχές

- Για να μελετήσουμε την σύγχρονη μηχανή δεχόμαστε τις ακόλουθες συνθήκες:
- α) Ο στάτης φέρει ένα συμμετρικό ημιτονοειδώς κατανεμημένο τριφασικό τύλιγμα, του οποίου οι τρείς άξονες (μαγνητικοί άξονες των φάσεων) βρίσκονται κατά 2τ/3 περιφερειακή απόσταση δηλαδή κατά 2π/3 = 120° ηλεκτρική γωνία (τ = απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών πόλων)
- β) Ο δρομέας φέρει ένα τύλιγμα διεγέρσεως, του οποίου ο άξονας συμπίπτει με τον άξονα των έκτυπων πόλων του δρομέα.

## Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή Συνθήκες – Παραδοχές (1)

γ) Επίσης φέρει ένα τύλιγμα αποσβέσεως, το οποίο στο μοντέλο της Σ.Μ. παρίσταται από δύο βραχυκυκλωμένα τυλίγματα. Ο άξονας του ενός συμπίπτει με τον άξονα d και ο άξονας του άλλου συμπίπτει με τον άξονα q, δηλαδή τα δύο τυλίγματα βρίσκονται κάθετα μεταξύ τους.

**δ**) Το μαγνητικό πεδίο στο διάκενο μεταξύ στάτη και δρομέα περιέχει ανώτερες αρμονικές κυμάνσεις. Από αυτές λαμβάνεται υπ' όψιν μόνο η βασική, της οποίας το μήκος κύματος ανέρχεται σε 2τ.

## Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή Συνθήκες – Παραδοχές (2)

ε) Οι αυτεπαγωγές και οι αμοιβαίες επαγωγές θεωρούνται ανεξάρτητες από τα ρεύματα.

Θεωρούμε μηδενικές τις:

- Απώλειες σιδήρου
- Απώλειες λόγω τριβών
- Απώλειες εξαερισμών

## Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή Συνθήκες – Παραδοχές (3)

- Ενώ τα βέλη για την  $P_{el}$  και  $P_{mech}$  μπορούν να αλλάξουν φορά, η ισχύς  $P_f$  έχει πάντοτε την ίδια φορά, δηλαδή εισέρχεται προς τη μηχανή.
- Οι διάφορες καταστάσεις λειτουργίας συνοψίζονται σύμφωνα με τη ροή ενέργειας ως εξής:

α) Γεννήτρια: 
$$P_{mech} > 0, P_{el} > 0, P_{f} > 0$$

β) Κινητήρας:  $P_{mech} < 0, P_{el} < 0, P_{f} > 0$ 

#### Διπολικό μοντέλο Σ.Μ. με έκτυπους πόλους



Σχ.1.7.2. Διπολικό μοντέλο Σ.Μ. με έκτυπους πόλους

#### Διπολικό μοντέλο Σ.Μ. με έκτυπους πόλους (1)

- Για να αναπτύξουμε την μέθοδο αναλύσεως της Σ.Μ. ξεκινάμε από ένα διπολικό μοντέλο, όπως και στην ασύγχρονη μηχανή.
- Τα τυλίγματα στον στάτη συμβολίζονται κατά τον ίδιο τρόπο όπως και στην ασύγχρονη μηχανή, διότι κατασκευαστικά και λειτουργικά είναι τα ίδια. Στον δρομέα, όμως, υπάρχουν ουσιώδεις μεταφορές.
- Ο δρομέας φέρει το τύλιγμα διεγέρσεως, το οποίο εκφράζεται με το δείκτη f, καθώς και το τύλιγμα αντισταθμίσεως, το οποίο παρίσταται με δύο κάθετα τοποθετημένα βραχυκυκλωμένα τυλίγματα με τους δείκτες D και Q.

#### Διπολικό μοντέλο Σ.Μ. με έκτυπους πόλους (2)

- Ενώ ο μαγνητικός άξονας του τυλίγματος διεγέρσεως είναι ένας και συμπίπτει με τον άξονα d του συστήματος αναφοράς, το τύλιγμα αποσβέσεως παρίσταται με δύο άξονες D και Q κάθετους μεταξύ τους, και οι οποίες συμπίπτουν με τους άξονες d και q.
- Εάν η σύγχρονη μηχανή έχει κυλινδρικό δρομέα με κατανεμημένο τύλιγμα διεγέρσεως, τότε χρησιμοποιούμε την ίδια μοντελοποίηση του δρομέα όπως στο προηγούμενο σχήμα.

#### Εξισώσεις τάσεων στο αρχικό σύστημα a,b,c.

$$\Sigma \tau \dot{\alpha} \tau \eta \varsigma: \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad A.5.1$$

$$\Delta \rho \rho \mu \dot{\epsilon} \alpha \varsigma: \begin{bmatrix} u_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_f \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} \quad A.5.2$$

#### Εξισώσεις τάσεων υπό μορφή μητρών

$$(\boldsymbol{u}_{S}) = (\boldsymbol{R}_{S})(\boldsymbol{i}_{S}) + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\Psi}_{S}) \qquad \text{A.5.3}$$
$$(\boldsymbol{u}_{R}) = (\boldsymbol{R}_{R})(\boldsymbol{i}_{R}) + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\Psi}_{R}) \qquad \text{A.5.4}$$

Υπό συνοπτική μορφή

$$(\boldsymbol{u}) = (\boldsymbol{R})(\boldsymbol{i}) + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\Psi})$$
 A.5.5

#### Εξισώσεις μαγνητικών ροών

$$\begin{split} \boldsymbol{\Sigma\tau}\boldsymbol{\alpha\tau\eta\varsigma:} \quad \begin{bmatrix} \Psi_{a} \\ \Psi_{b} \\ \Psi_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{f} \\ i_{D} \\ i_{Q} \end{bmatrix} \end{split} \quad \textbf{A.5.6}$$

$$\begin{split} \boldsymbol{\Delta\rhoo\mu\acute{\epsilon}a\varsigma:} \quad \begin{bmatrix} \Psi_{f} \\ \Psi_{D} \\ \Psi_{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ff} & L_{fD} & 0 \\ L_{Df} & L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{f} \\ i_{D} \\ i_{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} \end{bmatrix} A.5.7 \end{split}$$

# Παρατηρήσεις

α) Για τις μήτρες ( $L_{SR}$ ) και ( $L_{RS}$ ) για κάθε στοιχείο  $L_{ik} = L_{ki}$  και στο σύνολο, ισχύει ( $L_{SR}$ ) = ( $L_{RS}$ )<sup>T</sup>

β) Μεταξύ των τυλιγμάτων D και Q του δρομέα δεν υπάρχει μαγνητική ζεύξη, διότι αυτά είναι κάθετα μεταξύ τους.

#### Επομένως η αμοιβαία επαγωγή είναι μηδέν

$$(L_{Qf} = L_{DQ} = 0)$$

## Επαγωγιμότητες Στάτη Σύγχρονης Μηχανής

- Για την Σ.Μ. με έκτυπους πόλους έχουμε μαγνητική ασυμμετρία, επειδή το διάκενο μεταξύ του στάτη και του δρομέα δεν είναι σταθερό.
- Στην κατεύθυνση του άξονα d το διάκενο είναι μικρότερο από το διάκενο του άξονα q.
- Ένεκα τούτου οι μαγνητικές γραμμές που εξέρχονται από το στάτη και διεισδύουν στο δρομέα, συναντούν σε διάφορες περιοχές της περιφέρειας του διακένου διαφορετική αντίσταση.

## Επαγωγιμότητες Στάτη Σύγχρονης Μηχανής (1)

Δεδομένου ότι,  $cos(2\pi/3)=cos(4\pi/3)=-1/2$ , και

ορίζοντας τα παρακάτω, όπου οι σταθερές Ca και cq εξαρτώνται από κατασκευαστικά στοιχεία κάθε μηχανής και Ls είναι η κύρια επαγωγιμότητα:

$$L_{A} = L_{S} \frac{c_{d} + c_{q}}{2},$$
 A.5.8  
 $L_{B} = L_{S} \frac{c_{d} - c_{q}}{2}$  A.5.9

Οι αυτεπαγωγές και αμοιβαίες επαγωγές του στάτη είναι όλες <u>συναρτήσεις του χρόνου</u> και γίνονται:

#### Επαγωγιμότητες Στάτη Σύγχρονης Μηχανής (2)

$$\begin{bmatrix} S_{s} + L_{A} + L_{B}\cos 2\gamma & M_{s\sigma} - \frac{L_{A}}{2} + L_{B}\cos\left(2\left(\gamma - \frac{\pi}{3}\right)\right) & M_{s\sigma} - \frac{L_{A}}{2} + L_{B}\cos\left(2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ M_{s\sigma} - \frac{L_{A}}{2} + L_{B}\cos\left(2\left(\gamma - \frac{\pi}{3}\right)\right) & S_{s} + L_{A} + L_{B}\cos\left(2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)\right) & M_{s\sigma} - \frac{L_{A}}{2} + L_{B}\cos 2\gamma \\ M_{s\sigma} - \frac{L_{A}}{2} + L_{B}\cos\left(2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)\right) & M_{s\sigma} - \frac{L_{A}}{2} + L_{B}\cos 2\gamma & S_{\sigma} + L_{A} + L_{B}\cos\left(2\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \end{bmatrix}$$

A.5.10

## Επαγωγιμότητες Δρομέα Σύγχρονης Μηχανής

Είναι όλες ανεξάρτητες του χρόνου και είναι οι εξής:

$$\begin{bmatrix} L_{f\sigma} + L_{f} & L_{fD} & 0 \\ L_{fD} & L_{D\sigma} + L_{D} & 0 \\ 0 & 0 & L_{Q\sigma} + L_{Q} \end{bmatrix}$$
 A.5.11

Μεταξύ των τυλιγμάτων f, D και Q δεν υπάρχουν αμοιβαίες επαγωγιμότητες επειδή δεν υπάρχει μαγνητική ζεύξη μεταξύ τους.

## Αμοιβαίες Επαγωγιμότητες στάτηδρομέα

# Οι αμοιβαίες επαγωγές στάτη – δρομέα είναι όλες συναρτήσεις του χρόνου και γίνονται:

$$\begin{bmatrix} L_{SF} \cos \gamma & L_{SD} \cos \gamma & L_{SQ} \cos \left(\gamma + \frac{\pi}{2}\right) \\ L_{SF} \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{SD} \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{SQ} \cos \left(\gamma + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{SF} \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) & L_{SD} \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) & L_{SQ} \cos \left(\gamma + \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$
(A.5.12)

## Αμοιβαίες Επαγωγιμότητες Στάτη-Δρομέα

- Την αμοιβαία επαγωγιμότητα L<sub>Sf</sub> μπορούμε να μετρήσουμε στην κατάσταση εν κενώ με μετρήσεις της τάσης του στάτη και του ρεύματος διέγερσης.
- Τα σταθερά μεγέθη που περιλαμβάνονται στις σχέσεις των επαγωγιμοτήτων μπορούμε να τα υπολογίσουμε με τη βοήθεια της μαγνητικής ενέργειας.
- Οι διάφορες επαγωγιμότητες εξαρτώνται από τις διαστάσεις της μηχανής και τη μαγνητική διαπερατότητα.

#### Μετασχηματισμός των εξισώσεων από abc στο dq0

- Το σύστημα των εξισώσεων που διατυπώσαμε παραπάνω δεν είναι κατάλληλο για να διεξάγουμε υπολογισμούς, επειδή οι μήτρες των επαγωγών είναι πολύπλοκες (3x3) και περιέχουν στοιχεία που είναι συναρτήσεις του χρόνου.
- Η χρονική συνάρτηση υπάρχει, διότι εμφανίζεται η γωνία γ, η οποία είναι το γινόμενο του χρόνου επί την ταχύτητα.

#### Μετασχηματισμός των εξισώσεων από abc στο dq0 (1)

- Αν και βασικά το σύστημα abc είναι δυνατόν να μας οδηγήσει σε λύση παραβλέποντας την υπολογιστική δαπάνη, εν τούτοις, προκειμένου να μελετήσουμε τη δυναμική συμπεριφορά μίας σύγχρονης μηχανής, αναζητούμε ένα απλούστερο σύστημα.
- Ακολουθώντας την ίδια πορεία, όπως και στην ασύγχρονη μηχανή, πολλαπλασιάζουμε με τις κατάλληλες μήτρες μετασχηματισμού τις εξισώσεις των τάσεων και εκτελώντας τις πράξεις φθάνουμε τελικά σε σχέσεις που εκφράζονται στο σύστημα dq0.

## Μετασχηματισμός των εξισώσεων από abc στο dq0 (2)

- Εδώ πρέπει να επισημάνουμε ότι ο μετασχηματισμός αυτός γίνεται μόνο στις εξισώσεις τάσεων του στάτη και μαγνητικών ροών στάτη και δρομέα, διότι οι εξισώσεις τάσεων του δρομέα ήδη βρίσκονται εκφρασμένες στο dq0 σύστημα.
- Για να πετύχουμε τον μετασχηματισμό πολλαπλασιάζουμε από αριστερά τις αρχικές εξισώσεις με κατάλληλες μήτρες και μάλιστα τέτοιες, ώστε να διατηρείται η ισχύς σταθερή.

#### Μήτρες μετασχηματισμού

$$\left(M\right)^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\gamma & \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin\gamma & -\sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$(M) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 1/\sqrt{2} \\ \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & 1/\sqrt{2} \\ \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

#### Μετασχηματισμοί από το τριφασικό σύστημα στο dq0

$$\begin{bmatrix} u_{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{a} \\ u_{b} \\ u_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sdq0} \end{bmatrix} \quad \text{A.5.15} \qquad \begin{bmatrix} i_{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} \quad \text{A.5.16}$$

$$\begin{bmatrix} u_{sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{d} \\ u_{q} \\ u_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{S} \end{bmatrix} \quad \text{A.5.17} \quad \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i_{S0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{S} \end{bmatrix} \quad \text{A.5.18}$$

## Μετασχηματισμός εξισώσεων τάσεων στάτη

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_S \end{bmatrix} \Rightarrow$$
$$\begin{bmatrix} u_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_S \end{bmatrix} \quad \text{A.5.19}$$

#### Επεξεργασία μητρώων

 $\begin{bmatrix} \Psi_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{Sd} \\ \Psi_{Sq} \\ \Psi_{S0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Psi_{S} \end{bmatrix} \quad A.5.20$  $\frac{d}{dt} \Big[ \Psi_{Sdq0} \Big] = \Big[ M \Big]^{-1} \frac{d}{dt} \Big[ \Psi_S \Big] + \frac{d}{dt} \Big[ M \Big]^{-1} \cdot \Big[ \Psi_S \Big] \Longrightarrow$  $\left[M\right]^{-1} \frac{d}{dt} \left[\Psi_{S}\right] = \frac{d}{dt} \left[\Psi_{Sdq0}\right] - \frac{d}{dt} \left[M\right]^{-1} \cdot \left[\Psi_{S}\right]$  $= \frac{d}{dt} \left[ \Psi_{Sdq0} \right] - \frac{d}{dt} \left[ M \right]^{-1} \cdot \left[ M \right] \left[ \Psi_{Sdq0} \right]$  $= \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{Sdq0} \end{bmatrix} - \omega \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi_{Sd} \\ \Psi_{Sq} \\ \Psi_{S0} \end{vmatrix}$  $=\frac{d}{dt} \left[ \Psi_{Sdq0} \right] - \omega \begin{vmatrix} \Psi_{Sq} \\ -\Psi_{Sd} \\ 0 \end{vmatrix}$  A.5.21

## Εξίσωση τάσεων στάτη στο dq0

$$\begin{bmatrix} u_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{Sdq0} \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} \Psi_{Sq} \\ -\Psi_{Sd} \\ 0 \end{bmatrix}$$
A.5.22

 ✓ Η εξίσωση τάσεων του δρομέα παραμένει αμετάβλητη, γιατί είναι ήδη εκφρασμένη στο *dq0*.

#### Μετασχηματισμός μαγνητικών ροών

Μετασχηματίζω τις εξισώσεις ροών του στάτη, καθώς και στις εξισώσεις ροών του δρομέα τα ρεύματα του στάτη, στο dq:

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Psi_{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{SR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R} \end{bmatrix}$$
  
$$\begin{bmatrix} \Psi_{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{RS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R} \end{bmatrix}$$
 A.5.24 A.5.24

Δεδομένου ότι:

$$\left[M\right]^{-1}\left[L_{SR}\right] = \left[M\right]^{T}\left[L_{RS}\right]^{T} = \left(\left[L_{RS}\right]\left[M\right]\right)^{T}\right]$$

#### Επεξεργασία σχέσεων ροών- ορισμοί

$$\begin{bmatrix} \Psi_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} L_{RS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \right)^{T} \begin{bmatrix} i_{R} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \Psi_{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{RS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R} \end{bmatrix}$$
A.5.26

Οι επαγωγημότητες στο **dq0 σύστημα** συνδέονται με τις <u>αντίστοιχες</u> στο **τριφασικό σύστημα** ως εξής:

$$\begin{array}{l} L_{S\sigma}=S_{S}-M_{S\sigma}\\ L_{S0}=S_{S}+2M_{S\sigma}\\ L_{h}=3/2\ L_{S} \end{array}$$

αυτεπαγωγιμότητα σκεδάσεως στάτη μηδενική επαγωγιμότητα κύρια επαγωγιμότητα

#### Επεξεργασία σχέσεων - ορισμοί

<u>Ισχύει:</u>

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{S\sigma} + c_d L_h & 0 & 0 \\ 0 & L_{S\sigma} + c_q L_h & 0 \\ 0 & 0 & L_{S0} \end{bmatrix}$$
 A.5.27

$$\begin{bmatrix} [L_{RS}] [M] \end{bmatrix}^{T} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} L_{fS} & L_{DS} & 0\\ 0 & 0 & L_{QS}\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 A.5.28

# Ορισμοί

<u>Όπου:</u>

$$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{fS} = L_{fd}, \sqrt{\frac{3}{2}}L_{DS} = L_{Dd}, \sqrt{\frac{3}{2}}L_{QS} = L_{Qq}$$

 Σύνδεση της κύριας τριφασικής επαγωγιμότητας Lh με τις κύριες επαγωγιμότητες στους d και q άξονες:

$$c_d L_h = L_{hd}, \quad c_q L_h = L_{hq}$$

• Σύγχρονες επαγωγικές αντιστάσεις στους d και q άξονες:

$$L_{S\sigma} + L_{hd} = L_d, \quad L_{S\sigma} + L_{hq} = L_q$$
# Επεξεργασία σχέσεων

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισμούς, οι σχέσεις Α.5.27 και Α.5.28 γίνονται:

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_{S0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SSdq0} \end{bmatrix} \quad \text{A.5.29}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{RS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} L_{fd} & L_{Dd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{Qq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SRdq0} \end{bmatrix} \quad A.5.30$$

# Εξισώσεις τάσεων και μαγνητικών ροών της Σ. Μ. στο *dq0*

Οι σχέσεις που περιγράφουν τη λειτουργία της Σ.Μ. είναι οι παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} u_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{Sdq0} \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} \Psi_q \\ -\Psi_d \\ 0 \end{bmatrix}$$
A.5.31

$$\left[u_{R}\right] = \left[R_{R}\right]\left[i_{R}\right] + \frac{d}{dt}\left[\Psi_{R}\right]$$
A.5.32

$$\begin{bmatrix} \Psi_{Sdq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SSdq0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sdq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{SRdq0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R} \end{bmatrix}$$
 A.5.33

$$\left[\Psi_{R}\right] = \left[L_{SRdq0}\right]^{T} \left[i_{Sdq0}\right] + \left[L_{RR}\right] \left[i_{R}\right]$$
A.5.34

Επειδή η γωνιακή ταχύτητα ω είναι συνάρτηση του χρόνου, το σύστημα είναι μη γραμμικό και επίσης χρειαζόμαστε μια επιπλέον εξίσωση για τη λύση του. Αυτή θα είναι η εξίσωση κίνησης.

# Τελικό Σύστημα Εξισώσεων Σ.Μ. τάσεων και ροών στο *dq0*

$$u_{Sd} = R_{S}i_{Sd} - \omega\Psi_{Sq} + \frac{d\Psi_{Sd}}{dt}$$
$$u_{Sq} = R_{S}i_{Sq} + \omega\Psi_{Sd} + \frac{d\Psi_{Sq}}{dt}$$
$$u_{S0} = R_{S}i_{S0} + \frac{d\Psi_{S0}}{dt}$$
A.5.35

$$\Psi_{Sd} = L_{d}i_{Sd} + L_{Dd}i_{D} + L_{fd}i_{f}$$

$$\Psi_{Sq} = L_{q}i_{Sq} + L_{Qq}i_{Q}$$

$$\Psi_{S0} = L_{S0}i_{S0}$$

A.5.37

$$u_{f} = R_{f}i_{f} + \frac{d\Psi_{f}}{dt}$$

$$0 = R_{D}i_{D} + \frac{d\Psi_{D}}{dt}$$

$$0 = R_{Q}i_{Q} + \frac{d\Psi_{Q}}{dt}$$
A.5.36

$$\Psi_{f} = L_{fd}i_{sd} + L_{fD}i_{D} + L_{ff}i_{f}$$

$$\Psi_{D} = L_{Dd}i_{sd} + L_{DD}i_{D} + L_{Df}i_{f}$$

$$\Psi_{Q} = L_{Qq}i_{sq} + L_{QQ}i_{Q}$$

A.5.38

#### Ισχύς, ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης

Οι Α.5.35-Α.5.38 υπό συνοπτική μορφή γράφονται ως εξής:

$$(u_{dq0}) = (R)(i_{dq0}) + (A)(\Psi_{dq0}) + \frac{d}{dt}(\Psi_{dq0}) \quad A.5.39$$
**nou:** 
$$[A] = \begin{bmatrix} (D) & (0) \\ (0) & (0) \end{bmatrix}, \quad (D) = -\omega \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

<u>Ό</u>

Για να υπολογίσουμε την ολική ισχύ που ανταλλάσσει η Σ.Μ. με το περιβάλλον, πολλαπλασιάζουμε την εξίσωση των τάσεων από αριστερά με την μετατεθειμένη μήτρα του ρεύματος.

$$\begin{aligned} (i_{dq0})^{\mathrm{T}}(u_{dq0}) &= (i_{dq0})^{\mathrm{T}}(R)(i_{dq0}) + (i_{dq0})^{\mathrm{T}}(A)(\Psi_{dq0}) + (i_{dq0})^{\mathrm{T}}\frac{d}{dt}(\Psi_{dq0}) \text{ A.5.40} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{Εισερχόμενη} & \Theta \text{ερμικές} & \text{Μηχανική ισχύς} & \text{Μαγνητική ισχύς 40} \end{aligned}$$

# Ισχύς, ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης (1)

 Η αναλυτικότερη μορφή της εξίσωσης των τάσεων έχει ως εξής:

$$(u_{dq0}) = \begin{bmatrix} (u_{Sdq0}) \\ (u_R) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_S) & 0 \\ 0 & (R_R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (i_{Sdq0}) \\ (i_R) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (D) & (0) \\ (0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Psi_{Sdq0}) \\ (\Psi_{Rdq0}) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} (\Psi_{Sdq0}) \\ (\Psi_{Rdq0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Psi_{Rdq0}) \\ (\Psi_{Rdq0}) \end{bmatrix}$$

 Το αριστερό σκέλος της παραπάνω σχέσεως δίνει το ακόλουθο αποτέλεσμα για την ηλεκτρική ισχύ που παίρνει ή δίνει η σύγχρονη μηχανή.

# Ισχύς, ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης (2)

• Η ηλεκτρική ισχύς της μηχανής είναι:

$$(i_{dq0})^{\mathrm{T}}(\mathbf{u}_{dq0}) = i_{a}u_{a} + i_{b}u_{b} + i_{c}u_{c} + i_{f}u_{f} = P_{S} + P_{f}$$

 Στα τυλίγματα έχουμε μετατροπή ισχύος από ηλεκτρική σε θερμική, της οποίας η ποσότητα καθορίζεται από τη σχέση:

$$P_{v} = (i_{dq0})^{\mathrm{T}}(R)(i_{dq0}) = R_{S}(i_{a}^{2} + i_{b}^{2} + i_{c}^{2}) + R_{f}i_{f}^{2} + R_{D}i_{D}^{2} + R_{Q}i_{Q}^{2}$$

# Ισχύς, ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης (3)

- Εάν από την ηλεκτρική ισχύ αφαιρεθούν οι θερμικές απώλειες, τότε το υπόλοιπο θα είναι ίσο με το άθροισμα της μηχανικής και της μαγνητικής ισχύος.
- Γνωρίζουμε δε ότι η μεταβολή της μαγνητικής ενέργειας δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{dW_m}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{d(i_{dq0})^{\mathrm{T}}}{dt} (\Psi_{dq0}) + (i_{dq0})^{\mathrm{T}} \frac{d(\Psi_{dq0})}{dt} \right]$$

# Ισχύς, ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης (4)

 Επίσης η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας δηλαδή η μηχανική ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\omega}{p}M = \frac{1}{p}M\frac{d\gamma}{dt}$$

 Σύμφωνα με τον ισολογισμό ενέργειας πρέπει λοιπόν να ισχύει:

$$\frac{dW_m}{dt} + \frac{dA}{dt} = (i_{dq0})^{\mathrm{T}} (\mathrm{A}) (\Psi_{dq0}) + (i_{dq0})^{\mathrm{T}} \frac{d(\Psi_{dq0})}{dt}$$

# Ισχύς, ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης (5)

 Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει ότι για την μηχανική ισχύ ισχύει η σχέση:

$$\frac{dA}{dt} = (i_{dq0})^{\mathrm{T}}(\mathrm{A})(\Psi_{dq0}) = \frac{1}{p}M\frac{d\gamma}{dt}$$

 Επομένως για την ηλεκτρομαγνητική ροπή Μ της Σύγχρονης Μηχανής προκύπτει η σχέση:

$$\mathbf{M} = \mathbf{p}(\mathbf{i}_{Sq} \Psi_{Sd} - \mathbf{i}_{Sd} \Psi_{Sq})$$

## Ηλεκτρομαγνητική ροπή, εξίσωση κίνησης

 Έτσι καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση για την ηλεκτρομαγνητική ροπή και την εξίσωση κίνησης

Η παρακάτω σχέση μας δίνει την Ηλεκτρομαγνητική ροπή της Σ.Μ.

$$M = p \left( i_{Sq} \Psi_{Sd} - i_{Sd} \Psi_{Sq} \right)$$
 A.5.42

Η εξίσωση κίνησης για λειτουργία γεννήτριας γίνεται:

$$M_{L} = M + J \frac{d\Omega}{dt} = M + \frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt} = M + \frac{J}{p} \frac{d^{2}\gamma}{dt^{2}} \quad \text{A.5.43}$$

#### Σ.Μ. στη μόνιμη κατάσταση και υπό συμμετρική φόρτιση

Τάσεις φάσεων στάτη:

$$u_{a} = \sqrt{2} U \cos(\omega_{s} t - \varphi_{0})$$
$$u_{b} = \sqrt{2} U \cos(\omega_{s} t - \varphi_{0} - \frac{2\pi}{3})$$
$$u_{c} = \sqrt{2} U \cos(\omega_{s} t - \varphi_{0} - \frac{4\pi}{3})$$

A.5.44

$$\gamma = \omega_s t + \gamma_0$$
 ,  $\gamma_0 = \vartheta + \frac{3\pi}{2} - \varphi_0$ 

$$\underline{Φασικά ρεύματα στάτη:} i_a = \sqrt{2} I \cos(\omega_s t - \varphi_0 - \phi)$$

$$i_b = \sqrt{2} I \cos(\omega_s t - \varphi_0 - \phi - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_c = \sqrt{2} I \cos(\omega_s t - \varphi_0 - \phi - \frac{4\pi}{3})$$
47

# Συνθήκες μόνιμης λειτουργίας

- Η γωνία  $\varphi_0$  είναι σταθερή και μπορεί να επιλεγεί κατά βούληση.
- Η γωνία γ είναι η γωνία μεταξύ της φάσεως α και του άξονα d.
- Στη θέση της ω χρησιμοποιούμε τώρα τη σύγχρονη ηλεκτρική γωνιακή ταχύτητα  $\omega_S$ .
- Η αρχική τιμή γ<sub>0</sub> επιλέγεται αυθαίρετα.
- Η γωνία θ είναι η γνωστή πολική γωνία δηλαδή η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα χώρου των τάσεων του στάτη και το διάνυσμα χώρου της πολικής τάσεως που προέρχεται από το ρεύμα διεγέρσεως.
- Υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας η ενεργός τιμή της τάσεως είναι ίση με την ονομαστική  $U{=}U_{\rm N}$  και για το ρεύμα ισχύει αντίστοιχα  $I{=}I_{\rm N}.$

#### Τάσεις και ρεύματα στο dq0

Με κατάλληλη επεξεργασία των προηγούμενων σχέσεων, προκύπτει:

$$u_{sd} = \sqrt{3} U \sin \theta = U_{sd}$$

$$u_{sq} = \sqrt{3} U \cos \theta = U_{sq}$$

$$u_{s0} = 0$$

$$i_{sd} = \sqrt{3} I \sin \theta = I_{sd}$$

$$i_{sq} = \sqrt{3} I \cos \theta = I_{sq}$$

$$i_{s0} = 0$$
(A.5.47)

 Παρατηρούμε ότι στο σύστημα d,q,0 οι τάσεις και τα ρεύματα είναι σταθερά μεγέθη.

#### Μαγνητικές ροές και εξισώσεις τάσεων

 Στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας το ρεύμα του δρομέα είναι σταθερό και ορίζεται από τη σχέση:

$$I_f = \frac{U_f}{R_f} \qquad \text{A.5.48}$$

 Στο τύλιγμα αποσβέσεως κατά τον συγχρονισμό δεν επάγεται τάση και συνεπώς τα ρεύματα είναι μηδέν.

$$\mathbf{i}_{\mathrm{D}} = \mathbf{0} \qquad , \qquad \mathbf{i}_{\mathrm{Q}} = \mathbf{0}$$

# Μαγνητικές ροές (1)

Μετά από αυτά, οι ροές του στάτη στο σύστημα d,q,0, σχέση Α.5.37, αποκτούν την μορφή:

$$\begin{aligned} \Psi_{Sd} &= L_d I_{Sd} + L_{fd} I_f \\ \Psi_{Sq} &= L_q I_{Sq} \\ \Psi_{S0} &= 0 \end{aligned}$$
 A.5.49

# Μαγνητικές ροές (2)

Οι ροές του δρομέα, σχέση Α.5.38, γίνονται:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_F = L_f I_f + L_{fd} I_{Sd} \\ \Psi_D = L_{Df} I_f + L_{Dd} I_{Sd} \\ \Psi_{S0} = + L_{Qq} I_{Sq} \end{array} \right.$$
 A.5.50

# Εξισώσεις τάσεων στο dq0 (3)

Έτσι οι εξισώσεις τάσεων, Α.5.35, Α.5.36, αποκτούν τη μορφή:

$$\begin{bmatrix} U_{Sd} = R_S I_{Sd} - X_q I_{Sq} \\ U_{Sq} = R_S I_{Sq} + X_d I_{Sd} + X_{fd} I_f \\ U_F = R_f I_f \end{bmatrix}$$
 A.5.51

 $X_d = \omega_S L_d = σύγχρονη επαγωγική αντίσταση στον άξονα d$  $X_q = \omega_S L_q = σύγχρονη επαγωγική αντίσταση στον άξονα q$ 

# Παρατηρήσεις

- Στις εξισώσεις αυτές όλα τα μεγέθη είναι σταθερά.
- Η γωνία θ εμφανίζεται σαν παράμετρος και η τιμή της εξαρτάται από το φορτίο.
- Όταν γνωρίζουμε την τάση στους ακροδέκτες της Σύγχρονης Μηχανής και τις παραμέτρους της, μπορούμε από το παραπάνω σύστημα, A.5.51, να υπολογίσουμε τα ρεύματα I<sub>sd</sub>, I<sub>sq</sub> και I<sub>f</sub>.

#### Εξισώσεις Ρευμάτων στο dq0



# Εξισώσεις Ρευμάτων στο dq0 (1)

Στις μεγάλες μηχανές η αντίσταση R<sub>S</sub> είναι πολύ μικρή και μπορεί να παραλειφθεί, οπότε τα ρεύματα αποκτούν την ακόλουθη απλή μορφή:

$$I_{Sd} = \frac{U_{Sq} - X_{fd}I_f}{X_d}$$

$$I_{Sq} \approx -\frac{U_{Sd}}{X_q}$$
A.5.53

# Ρεύματα από το dq0 στο 3-φασικό

 Τα ρεύματα στο αρχικό, πραγματικό σύστημα, προκύπτουν με αναμετασχηματισμό. Το ρεύμα i<sub>a</sub>(t), για παράδειγμα εκφράζεται ως εξής:

$$\dot{I}_{a}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ I_{Sd} \sin(\omega t + \theta - \phi_{0}) + I_{Sq} \cos(\omega t + \theta - \phi_{0}) \right\} \text{ A.5.54}$$

Τα ρεύματα  $i_b(t)$  και  $i_c(t)$  επιπορεύονται κατά 2π/3 και 4π/3 αντίστοιχα.

## Ενεργός και άεργος ισχύς, ροπή στη μόνιμη κατάσταση

- Η φαινόμενη ισχύς είναι ίση με το τριπλάσιο του γινομένου των ενεργών τιμών μιας φασικής τάσεως και ενός φασικού ρεύματος.
- Σύμφωνα με τις σχέσεις Α.5.46 και Α.5.47 ισχύει:

$$P_{\phi} = 3UI = \sqrt{U_{Sd}^2 + U_{Sq}^2} \sqrt{I_{Sd}^2 + I_{Sq}^2}$$
 A.5.55

#### Ενεργός και άεργος ισχύς, ροπή στη μόνιμη κατάσταση (1)

• Ενεργός ισχύς:

$$P_{\varepsilon v} = 3UI \cos \phi = U_{Sd} I_{Sd} + U_{Sq} I_{Sq} \qquad \text{A.5.56}$$

• Άεργος ισχύς:  $P_{a \varepsilon \rho} = 3 U I \sin \phi = U_{Sq} I_{Sd} - U_{Sd} I_{Sq} \quad A.5.57$ 

# Ενεργός και άεργος ισχύς, ροπή στη μόνιμη κατάσταση (3)

Συνήθως την ενεργό και άεργο ισχύ εκφράζουμε σαν συναρτήσεις της πολικής γωνίας θ, η οποία είναι ακριβώς ένα μέτρο για την ενεργό ισχύ, που ανταλλάσει η μηχανή με το δίκτυο.

$$P_{\varepsilon v} = 3U \frac{X_{fd} \frac{I_f}{\sqrt{3}} (X_q \sin \theta + R_s \cos \theta) + \frac{U}{2} (X_d - X_q) \sin 2\theta - R_s U}{X_d X_q + R_s^2}$$
A.5.58

$$P_{a\varepsilon\rho} = 3U \frac{X_{fd} \frac{I_f}{\sqrt{3}} (X_q \cos\theta - R_s \sin\theta) + \frac{U}{2} (X_d - X_q) \cos 2\theta - \frac{U}{2} (X_d + X_q)}{X_d X_q + R_s^2}$$
A.5.59

#### Ενεργός και άεργος ισχύς, ροπή στη μόνιμη κατάσταση (4)

Παραλείποντας την αντίσταση Rs του στάτη, οι παραπάνω σχέσεις απλοποιούνται και αποκτούν τη μορφή:

$$P_{\varepsilon\nu} \approx \sqrt{3}U \, \frac{X_{fd} I_F \sin\theta}{X_d} + \frac{3}{2} U^2 \, \frac{(X_d - X_q)}{X_d X_q} \sin 2\theta \qquad \text{A.5.60}$$

$$P_{a\varepsilon\rho} \approx \sqrt{3}U \frac{X_{fd}I_f}{X_d} \cos\theta + \frac{3}{2}U^2 \frac{(X_d - X_q)}{X_d X_q} \cos 2\theta - \frac{3}{2}U^2 \frac{(X_d + X_q)}{X_d X_q}$$

A.5.61

#### Ενεργός και άεργος ισχύς, ροπή στη μόνιμη κατάσταση (5)

 Για θ = 0 η ενεργός ισχύς προφανώς ισούται με μηδέν και η άεργος ισχύς είναι :

$$P_{a\varepsilon\rho} \approx \frac{3U}{X_d} \left( \frac{X_{fd}}{\sqrt{3}} I_F - U \right) \quad \text{A.5.62}$$

- Στην περίπτωση αυτή η Σύγχρονη Μηχανή παίρνει ή δίνει μόνο άεργο ισχύ.
- Όταν δε  $P_{\alpha \epsilon \rho \gamma} > 0$ , η μηχανή λειτουργεί ως πυκνωτής.

#### Ηλεκτρομαγνητική Ροπή στη μόνιμη κατάσταση

 Η εσωτερική ηλεκτρομαγνητική ροπή στη μόνιμη κατάσταση υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσεως (A.5.42). Εάν αντικαταστήσουμε τις ροές, σύμφωνα με τις σχέσεις (A.5.49) και (A.5.50), προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$M = \frac{p}{\omega_s} \left[ (U_{Sq} - R_s I_{Sq}) I_{Sq} + (U_{Sd} - R_s I_{Sd}) I_{Sd} \right]$$

$$= \frac{p}{\omega_{S}} \left[ (U_{Sd}I_{Sd} + U_{Sq}I_{Sq} - R_{S}(I_{Sd}^{2} + I_{Sq}^{2})) \right] \quad \text{A.5.63}$$

## Ηλεκτρομαγνητική Ροπή στη μόνιμη κατάσταση (1)

Λαμβάνοντας υπ' όψη τις σχέσεις Α.5.47 και Α.5.55
 η ροπή διαμορφώνεται ως εξής:

$$M = \frac{p}{\omega_S} (P_{\varepsilon \nu} - 3R_S I^2) = \frac{p}{\omega_S} (3UI \cos \phi - 3R_S I^2) \text{ A.5.64}$$

• Η ροπή μπορεί να εκφραστεί και με ένα άλλο τύπο, αντικαθιστώντας τις ροές  $\Psi_{Sq}$  και  $\Psi_{Sd}$ :

$$M = \frac{p}{\omega_{S}} (I_{Sd} (X_{d} - X_{q}) + X_{fd} I_{f}) I_{Sq}$$
 A.5.65

#### Ηλεκτρομαγνητική Ροπή στη μόνιμη κατάσταση με R<sub>s</sub> = 0

• Εάν θεωρήσουμε  $\mathbf{R}_{S} = \mathbf{0}$  και αντικαταστήσουμε τα ρεύματα  $I_{sd}$  και  $I_{sq}$  θα προκύψει η ακόλουθη έκφραση για τη ροπή, σαν συνάρτηση της γωνίας θ:

$$M \approx -\frac{p}{\omega_s} \left[ \sqrt{3}U \frac{X_{fd} I_f}{X_d} \sin \theta + \frac{3}{2} U^2 \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \sin 2\theta \right]$$

A.5.66

# Ρεύμα διεγέρσεως και πολική γωνία

- Όταν στους ακροδέκτες επικρατεί μία δεδομένη τάση, τότε μας ενδιαφέρει η τιμή του ρεύματος διεγέρσεως I<sub>f</sub>, για να πάρουμε ορισμένο ρεύμα I και ορισμένη διαφορά φάσεως φ στο στάτη.

$$I_{\rm f0} = \frac{\sqrt{3}U}{X_{fd}} \qquad \text{A.5.67}$$

To reúma  $I_{\rm f0}$  ótan U=U\_N légetai reúma diegérsews se katástash en kenώ.

# Ρεύμα διεγέρσεως

- Όταν η μηχανή φορτίζεται, πρέπει να μεταβληθεί η τιμή του I<sub>f</sub> για να παραμείνει η τάση U στους ακροδέκτες του στάτη σταθερή.
- Για δεδομένες τιμές U,I και φ επιθυμούμε να γνωρίζουμε την τιμή του ρεύματος διέγερσης If και της πολικής γωνίας θ.

$$I_{F} = \frac{\sqrt{3}}{X_{fd}} \frac{U^{2} + UI \left[ (X_{d} + X_{q}) \sin \phi + 2R_{s} \cos \phi \right] + (X_{d} X_{q} + R_{s}^{2}) I^{2}}{\sqrt{U^{2} + 2UI (X_{q} \sin \phi + R_{s} \cos \phi) + (X_{q}^{2} + R_{s}^{2}) I^{2}}}$$
A.5.68

## Ρεύμα διεγέρσεως (1)

- Όταν ισχύει  $U = U_N$ ,  $I = I_N$  και  $\varphi = \varphi_N$ , τότε το  $I_{fN}$  λέγεται ονομαστικό ρεύμα διεγέρσεως.
- Ο παραπάνω τύπος Α.5.68 ισχύει για μηχανή με έκτυπους πόλους και για μηχανή με κατανεμημένο τύλιγμα. Στη δεύτερη περίπτωση πρέπει να γράψουμε  $X_d = X_q$ , οπότε παίρνουμε απλούστερη έκφραση για το  $I_f$ .

# Πολική γωνία

- Από τις σχέσεις:
  - $$\begin{split} U_{Sd} &= \sqrt{3} U \sin \theta, \\ I_{Sd} &= \sqrt{3} I \sin(\theta + \varphi), \\ I_{Sq} &= \sqrt{3} I \sin(\theta + \varphi), \\ U_{Sd} &= R_S I_{Sd} X_q I_{Sq} \\ \pi \rho \kappa \dot{\upsilon} \pi \tau \sigma \upsilon \upsilon \upsilon \upsilon \varkappa \dot{\varepsilon} \lambda \sigma \upsilon \theta \varepsilon \varsigma \varepsilon \kappa \varphi \rho \dot{\omega} \sigma \varepsilon \iota \varsigma \gamma \iota \varkappa \tau \eta \gamma \omega \upsilon \dot{\omega} \theta \varepsilon \end{split}$$

$$\tan \theta = \frac{(X_q \cos \phi - R_s \sin \phi)I}{U + (X_q \sin \phi - R_s \cos \phi)I} \quad \text{A.5.69}$$

# Πολική γωνία (1)

$$\tan(\theta + \phi) = \frac{U\sin\phi + X_q I}{U\cos\phi + R_s I} \quad A.5.70$$

- Παρατηρούμε ότι η θείναι ανεξάρτητη από τις επαγωγικές αντιστάσεις  $X_{fd}$  και  $X_d$ .
- Η χρήση του Διανυσματικού Διαγράμματος είναι απαραίτητη για την καλύτερη κατανόηση της λειτουργίας και συμπεριφοράς της σύγχρονης μηχανής.

# Διάγραμμα καταστάσεων Σύγχρονης Μηχανής



Σχ.1.7.3. Διάγραμμα καταστάσεων Σύγχρονης Μηχανής

## Διανυσματικό Διάγραμμα Σ.Μ.



**Σχ.1.7.4.** Διανυσματικό διάγραμμα στο d-q σύστημα για λειτουργία σαν γεννήτρια με υπερδιέγερση (θ>0, cosφ>0, sinφ>0).
## Τριπολικό βραχυκύκλωμα

- Το βραχυκύκλωμα συμβαίνει όταν ο στάτης είναι ανοιχτός δηλαδή οι αρχικές τιμές των ρευμάτων του στάτη είναι μηδέν.
- Ο δρομέας διαρρέονταν από ένα σταθερό ρεύμα διεγέρσεως
- Η τάση  $U_{\rm f}$  παραμένει σταθερή
- Επίσης υποθέτουμε ότι τα τυλίγματα του στάτη συνδέονται κατά αστέρα.

#### <u>Αρχικές Συνθήκες Τριπολικού</u> <u>Βραχυκυκλώματος</u>

Αυτές οι αρχικές συνθήκες εκφράζονται με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$i_{a} + i_{b} + i_{c} = 0, \quad i_{s0} = 0$$

$$u_{a} = u_{b} = u_{c} = 0, \quad u_{s0} = 0$$

$$u_{sd} = 0, \quad u_{sq} = 0$$

$$i_{sd0} = 0, \quad i_{sq0} = 0$$

$$i_{D0} = 0, \quad i_{Q0} = 0$$

$$i_{f0} = \frac{U_{f}}{R_{f}}$$

$$\dot{\gamma} = \omega_{s}$$

A.5.71

### Μόνιμο Τριπολικό Βραχυκύκλωμα

Στο **Μόνιμο** βραχυκύκλωμα ο δρομέας και το πεδίο είναι συγχρονισμένα, επομένως τα κυκλώματα του δρομέα δεν βλέπουν αλλαγή μεταβολής μαγνητικής ροής με αποτέλεσμα:

$$i_{D} = i_{Q} = 0 \qquad \underline{KAI} \qquad I_{f} = \frac{U_{f}}{R_{c}}$$

Έτσι και:

$$i_{sd} = I_{sd} = \sigma \tau \alpha \theta$$

$$i_{sq} = I_{sq} = \sigma \tau \alpha \theta$$

#### Εξισώσεις τάσεων και ροών

Επομένως, από τη στιγμή που θα συμβεί το βραχυκύκλωμα και μετά, ισχύει το ακόλουθο σύστημα για τις τάσεις, ροές και ηλεκτρομαγνητική ροπή:



## Τριπολικό βραχυκύκλωμα-Μετασχηματισμός Laplace

 Εκτός από την εξίσωση της ροπής, όλες οι άλλες εξισώσεις είναι γραμμικές και συνεπώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον μετασχηματισμό Laplace. Εάν στις εξισώσεις των τάσεων αντικαταστήσουμε τις ροές, θα προκύψει το ακόλουθο σύστημα, με αγνώστους τα ρεύματα:

$$0 = -R_{S}i_{Sd} + X_{q}i_{Sq} - X_{Qq}i_{Q} - L_{d}\frac{di_{Sd}}{dt} + L_{Dd}\frac{di_{D}}{dt} + L_{fd}\frac{di_{f}}{dt}$$
$$0 = -R_{S}i_{Sq} - X_{d}i_{Sd} + X_{Dd}i_{D} + X_{fd}i_{f} - L_{q}\frac{di_{Sq}}{dt} + L_{Qq}\frac{di_{Q}}{dt}$$

$$u_f = R_f i_f - L_{fd} \frac{di_{Sd}}{dt} + L_{fD} \frac{di_D}{dt} + L_{ff} \frac{di_f}{dt}$$

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (1)</u>

$$0 = R_D i_D - L_{Dd} \frac{di_{Sd}}{dt} + L_{DD} \frac{di_D}{dt} + L_{Df} \frac{di_f}{dt}$$
$$0 = R_Q i_Q - L_{Qq} \frac{di_{Sq}}{dt} + L_{QQ} \frac{di_Q}{dt}$$

 Χρησιμοποιώντας για το παραπάνω σύστημα το μετασχηματισμό Laplace, προκύπτει το ακόλουθο αλγεβρικό σύστημα:

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (2)</u>

Στο ακόλουθο αλγεβρικό σύστημα τα μεγέθη που συμβολίζονταν με μικρά γράμματα, τώρα συμβολίζονται με κεφαλαία και p είναι η μεταβλητή Laplace ( $i_{fol} = I_{f0} + i_f(t)$ ,  $u_f = \sigma \tau \alpha \theta$ .):

$$0 = (R_{s} + pL_{dd})I_{sd} - X_{qq}I_{sq} + pL_{Dd}I_{D} - X_{Qq}I_{Q} + pL_{fd}I_{f}$$

$$-\frac{X_{fd}I_{f0}}{p} = X_{dd}I_{sd} + (R_{s} + pL_{qq})I_{sq} + X_{Dd}I_{D} + pL_{Qq}I_{Q} + X_{fd}I_{f}$$

$$0 = -pL_{fd}I_{sd} + pL_{fD}I_{D} + (R_{f} + pL_{ff})I_{f}$$

$$0 = -pL_{Dd}I_{sd} + (R_{D} + pL_{DD})I_{D} + pL_{Df}I_{f}$$

$$0 = -pL_{Qq}I_{sq} + (R_{Q} + pL_{QQ})I_{Q}$$

$$79$$

<u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (3)</u>

Από τη τέταρτη και πέμπτη εξίσωση του Α.5.74 συστήματος παίρνουμε τα ρεύματα  $I_D$  και  $I_Q$  συναρτήσει των υπολοίπων:

$$I_{D} = -\frac{pL_{Dd}I_{Sd} + pL_{Df}I_{f}}{R_{D} + pL_{DD}}$$

$$I_{Q} = -\frac{pL_{Qq}I_{Sq}}{R_{Q} + pL_{QQ}}$$
A.5.75

Τα ρεύματα αυτά αντικαθιστούμε στις πρώτες τρεις εξισώσεις του συστήματος (A.5.74) και παίρνουμε:

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (4)</u>

$$\overline{L}_{d} = L_{d} - \frac{pL_{Dd}^{2}}{R_{D} + pL_{DD}}$$

$$\overline{L}_{q} = L_{q} - \frac{pL_{Qq}^{2}}{R_{Q} + pL_{QQ}}$$

$$\overline{L}_{fd} = L_{fd} - \frac{pL_{Dd}L_{Df}}{R_{D} + pL_{DD}}$$
A.5.76

Οι νέες εκφράσεις για τις επαγωγιμότητες έχουν την εξής σημασία:

**Γριπολικό βραχυκύκλωμα-**  
**Μετασχηματισμός Laplace (5)**  

$$\overline{L}_{ff} = L_{ff} - \frac{pL_{Df}^2}{R_D + pL_{DD}}$$

$$\overline{X}_d = \omega_s \overline{L}_d, \quad \overline{X}_q = \omega_s \overline{L}_q, \quad \overline{X}_{fd} = \omega_s \overline{L}_{fd}$$
Εάν στις πρώτες τρεις εξισώσεις του συστήματο  
(A.5.74) απαλείνουμε τα οεύμα If με τη βοήθεια τη

ς παλειψουμε τα ρευμα If, με τη βοηθεια της 1 τρίτης εξίσωσης, θα προκύψει:

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (6)</u>

<u>Το ρεύμα If προκύπτει:</u>

$$I_{f} = -\frac{pL_{fd}}{R_{f} + p\overline{L}_{ff}}I_{Sd}$$

$$A.5.78$$

$$0 = (R_{S} + p\overline{L}_{d})I_{Sd} - \overline{X}_{q}I_{Sq}$$

$$-\frac{1}{p}X_{fd}I_{f0} = \overline{\overline{X}}_{d}I_{Sd} + (R_{S} + p\overline{L}_{q})I_{Sq}$$

$$A.5.79$$

Οι δύο σχέσεις Α.5.79 αποτελούν το σύστημα στην τελική του μορφή για τον υπολογισμό των ρευμάτων του στάτη.

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (7)</u>

Η τελική έκφραση για την επαγωγιμότητα  $\overline{L}_d$  έχει την ακόλουθη σημασία:

$$\overline{\overline{L}}_{d} = \overline{L}_{d} - \frac{p\overline{L}_{fd}^{2}}{R_{f} + p\overline{L}_{ff}}$$

 $\Gamma_{1\alpha} \tau_{\alpha} I_{sd} \kappa_{\alpha_1} I_{sq}$ :

$$I_{Sd} = \frac{X_{fd}I_{f0}}{p} \cdot \frac{X_q}{(R_s + p\overline{L}_d)(R_s + p\overline{L}_q) + \overline{X}_d \overline{X}_q}$$

$$I_{Sq} = \frac{X_{fd}I_{f0}}{p} \cdot \frac{R_s + p\overline{L}_d}{(R_s + p\overline{L}_d)(R_s + p\overline{L}_q) + \overline{X}_d \overline{X}_q}$$
A.5.80
A.5.80
A.5.80
A.5.80
A.5.80

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-</u> <u>Μετασχηματισμός Laplace (8)</u>

Συνεχίζοντας τις αντικαταστάσεις παίρνουμε τα ρεύματα  $I_D$  και  $I_O$  στο τύλιγμα αποσβέσεως.

Μπορούμε δι' αναμετασχηματισμού να πάμε από την περιοχή Laplace στην περιοχή του χρόνου και έτσι να βρούμε τις χρονικές συναρτήσεις των ρευμάτων  $i_{Sd}(t)$  και  $i_{Sq}(t)$ , από αυτά δε, μπορούμε κατόπιν να βρούμε τα υπόλοιπα ρεύματα.

#### <u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου

Οι εξισώσεις μεταφοράς Α.5.80 περιέχουν στοιχεία, τα οποία είναι χαρακτηριστικά όχι μόνο για το τριπολικό βραχυκύκλωμα υπό τις προϋποθέσεις που αναφέραμε, αλλά για κάθε μεταβατικό φαινόμενο.

Σε κάθε μεταβατικό φαινόμενο όπως γνωρίζουμε μας ενδιαφέρει το μέγεθος των σταθερών χρόνου, οι οποίες χαρακτηρίζουν τη διάρκεια αυτού του φαινομένου.

#### <u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (1)

Επίσης σε κάθε μεταβατικό φαινόμενο ενδιαφέρουν ακόμη και οι παράμετροι που καθορίζουν το μέγεθος των ρευμάτων, των ροών κ.λ.π.

Έτσι, έχει επικρατήσει κατά την μελέτη των μεταβατικών φαινομένων της σύγχρονης μηχανής να χρησιμοποιήσουμε ορισμένες επαγωγιμότητες ή επαγωγικές αντιστάσεις, που περιέχουν πολύπλοκους συνδυασμούς θεμελιωδών παραμέτρων.

#### <u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (2)

Για να πάρουμε το σύνολο των σταθερών χρόνου και επαγωγιμοτήτων, ξεκινούμε από το αρχικό σύστημα εξισώσεων Α.5.72-73 και προχωρούμε σε κατάλληλη διαμόρφωση.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, δηλαδή το υπό μελέτη τριπολικό βραχυκύκλωμα, μπορούμε να διακρίνουμε και να ορίσουμε τα ακόλουθα μεγέθη:

<u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (3)

Εάν θεωρήσουμε τις ωμικές αντιστάσεις  $\mathbf{R}_{f}$ ,  $\mathbf{R}_{D}$ ,  $\mathbf{R}_{Q}$ μηδέν, τότε τα μεγέθη  $\mathbf{L}_{d}$  και  $\mathbf{L}_{q}$  αποκτούν ορισμένη μορφή και λέγονται υπομεταβατικές επαγωγιμότητες ή κατόπιν πολλαπλασιασμού με την κυκλική συχνότητα ω, υπομεταβατικές επαγωγικές αντιστάσεις.

Στην περίπτωση αυτή προκύπτουν τα ακόλουθα μεγέθη:

#### <u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (4)

$$X_{d}^{"} = \omega_{S} \overline{L}_{d} = X_{d} - \frac{X_{Dd}^{2}}{X_{DD}} - \frac{(X_{fd} X_{DD} - X_{Dd} X_{Df})^{2}}{X_{ff} X_{DD}^{2} - X_{Df}^{2} X_{DD}}$$
$$X_{q}^{"} = \omega_{S} \overline{L}_{q} = X_{q} - \frac{X_{Qq}^{2}}{X_{QQ}}$$

Το νόημα της υπομεταβατικής X"<sub>d</sub> στον άξονα d και της X''<sub>qq</sub> στον άξονα q είναι το ακόλουθο:

#### <u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (5)

Για τους συντελεστές αναλογίας  $X_d(p)$  και  $X_q(p)$  στην περιοχή Laplace, οι οποίοι συσχετίζουν  $I_{Sd}(p)$  και  $I_{Sq}(p)$  με τις ροές  $\Psi_{Sd}(p)$  και  $\Psi_{Sq}(p)$  ισχύει:

$$p \to \infty$$
 δηλαδή t → 0, X<sub>d</sub>(p) → X"<sub>d</sub>, X<sub>q</sub>(p) → X"<sub>q</sub>  
p → 0 δηλαδή t → ∞, X<sub>d</sub>(p) → X<sub>d</sub>, X<sub>q</sub>(p) → X<sub>q</sub>

Δηλαδή, οι υπομεταβατικές επαγωγικές αντιστάσεις είναι καθοριστικές για την πρώτη στιγμή του μεταβατικού φαινομένου.

<u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (6)

Ενώ για χρόνο ίσο με το άπειρο, δηλαδή στη νέα μόνιμη κατάσταση, καθοριστικές είναι οι παράμετροι X<sub>d</sub> και X<sub>q</sub> αντίστοιχα.

Εκτός από τις επαγωγικές αντιστάσεις ορίζουμε αντίστοιχα και δύο σταθερές χρόνου, οι οποίες μας πληροφορούν πόσο γρήγορα εξασθενούν τα εκθετικώς φθίνοντα ηλεκτρικά μεγέθη, που εμφανίζονται κατά την έναρξη του μεταβατικού φαινομένου:

<u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (7)

$$T_{d}^{"} = \frac{L_{DD}^{2} - \frac{L_{hd}^{2}}{L_{d}} \left[ 1 - \frac{(L_{d} - L_{hd})^{2}}{L_{d}L_{ff} - L_{hd}^{2}} \right]}{R_{D}}$$
$$T_{q}^{"} = \frac{L_{QQ}^{2} - \frac{L_{hq}^{2}}{L_{q}}}{R_{O}}$$

Τα μεγέθη αυτά ονομάζονται υπομεταβατική σταθερά χρόνου στον άξονα d και στον άξονα q αντίστοιχα.

<u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (8)

Τα παραπάνω ισχύουν υπό την προϋπόθεση ότι:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{Dd}} = \mathbf{L}_{\mathbf{fd}} = \mathbf{L}_{\mathbf{fD}} = \mathbf{L}_{\mathbf{hd}}$$

κaι

#### $L_{Qq} = L_{hq}$ .

Η πρώτη συνθήκη, ότι δηλαδή οι αλληλεπαγωγές στον άξονα d είναι ίσες, είναι γενικά παραδεκτή και γίνεται σχεδόν πάντοτε χρήση αυτής.

<u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (9)

Εάν έχουμε μία σύγχρονη μηχανή <u>χωρίς τύλιγμα</u> <u>αποσβέσεως</u>, τότε τα μεταβατικά φαινόμενα καθορίζονται από την **μεταβατική επαγωγιμότητα** και τη **μεταβατική σταθερά χρόνου**.

Υπάρχει μία διαφορά ως προς την προηγούμενη περίπτωση ότι δηλαδή υπάρχει μεταβατική επαγωγιμότητα και σταθερά χρόνου μόνο στον άξονα d, όχι όμως στον άξονα q.

<u>Λειτουργικές Επαγωγιμότητες</u> Σταθερές Χρόνου (10)

Σαν μεταβατική αντίσταση στον άξονα d ορίζεται η ακόλουθη έκφραση:

$$X'_{d} = \omega_{S} \left( L_{d} - \frac{L_{fd}^{2}}{L_{ff}} \right)$$

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-Σταθερές</u> <u>Χρόνου</u>

 Για τον άξονα q μπορούμε να γράψουμε Χ'q = Χq, διότι στον q άξονα υπάρχει μόνο το τύλιγμα του στάτη στον άξονα q και συνεπώς δεν έχουμε αλληλεπίδραση με άλλη επαγωγιμότητα. Επίσης υφίσταται και μόνο μία μεταβατική σταθερά χρόνου, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$T_{d}' = \frac{L_{ff} - \frac{L_{fd}^2}{L_{dd}}}{R_f}$$

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-Σταθερές</u> <u>Χρόνου (1)</u>

Για τη φυσική σημασία του Τ'<sub>d</sub> μπορούμε να πούμε ότι, είναι η χρονική σταθερά, με την οποία εξασθενεί το ρεύμα i<sub>f</sub>, μαζί του δε και το κύριο μαγνητικό πεδίο της σύγχρονης μηχανής κατά τα μεταβατικά φαινόμενα π.χ. τριπολικό βραχυκύκλωμα.

Αυτό το μαγνητικό πεδίο επάγει στο στάτη τάσεις και, επομένως, το ρεύμα του στάτη περιέχει μία εκθετικώς φθίνουσα συνιστώσα, η οποία χαρακτηρίζεται από τη σταθερά χρόνου Τ'<sub>d</sub>.

## <u>Τριπολικό βραχυκύκλωμα-Σταθερές</u> <u>Χρόνου (2)</u>

Μετά από τον ορισμό των παραπάνω παραμέτρων της μηχανής που είναι καθοριστικές για τα ρεύματα στις μεταβατικές καταστάσεις μπορούμε να εκφράσουμε τα ρεύματα σαν συναρτήσεις του χρόνου.

Ο μετασχηματισμός των ρευμάτων  $I_d(p)$  και  $I_q(p)$  στη μορφή  $i_d(t)$  και  $i_q(t)$  είναι πολύ επίπονος και θα αποφύγουμε εδώ την διεξαγωγή του.

## Διαγράμματα Πραγματικής Γεννήτριας

1

2	Ονομαστικός αριθμός στροφών	500 rpm
3	Ονομαστική συχνότητα	50 Hz
4	Πολική τάση λειτουργίας	13.00 kV
5	Συνδεσμολογία στάτη	Υ
6	Ονομαστική φαινόμενη ισχύς	200000 kVA
7	Ονομαστική ένταση ρεύματος διέγερσης	1988.5 A
8	Ονομαστική τάση διέγερσης	167.0 V

Η μηχανή στρέφεται εν κενώ ονομαστικά και τροφοδοτείται με τάση 0.3362p.u.. Συμβαίνει τριπολικό βραχυκύκλωμα:

## Διαγράμματα Πραγματικής Γεννήτριας (1)



Σχ.1.7.5. Τομή του μοντέλου της Σ.Μ. έκτυπων πόλων όπου διακρίνονται όλα τα μέρη της.

## Διαγράμματα Πραγματικής Γεννήτριας (2)



Σχ.1.7.6. Πολικές τάσεις ανοιχτού κυκλώματος των τριών φάσεων, για λειτουργία της γεννήτριας με τάση 0.3362 p.u., πριν το τριπολικό βραχυκύκλωμα του στάτη.



Σχ.1.7.7. Πολικό ρεύμα βραχυκυκλώματος για τη φάση a, ως συνάρτηση του χρόνου, καθόλη τη διάρκεια του τριπολικού βραχυκυκλώματος.



Σχ.1.7.8. Στιγμιαίο ρεύμα του στάτη για τη φάση a, ως συνάρτηση του χρόνου, για 36 περιόδους μετά την εφαρμογή του τριπολικού βραχυκυκλώματος.

#### Διαγράμματα Πραγματικής Γεννήτριας (4)



Σχ.1.7.9. Πολικό ρεύμα βραχυκυκλώματος για τις φάσεις b και c, ως συνάρτηση του χρόνου, καθ'όλη τη διάρκεια του τριπολικού βραχυκυκλώματος.



Σχ.1.7.10. Ρεύμα διέγερσης ως συνάρτηση του χρόνου, καθ'όλη τη διάρκεια του τριπολικού βραχυκυκλώματος.



Σχ.1.7.11. Χρονική μεταβολή της τιμής του ρεύματος διέγερσης, για 46 περιόδους μετά την εφαρμογή του τριπολικού βραχυκυκλώματος.

105

## Διαγράμματα Πραγματικής Γεννήτριας (6)



#### Σχ.1.7.12. Πολικά ρεύματα βραχυκυκλώματος των τριών φάσεων στο μόνιμο βραχυκύκλωμα.

# Πηγές

Οι πηγές των Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:

[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Πανεπιστημιακές σημειώσεις και Εξομοιώσεις Μοντέλων Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

[5] Νικολουδάκης Γεώργιος, «Μελέτη συμπεριφοράς σύγχρονης μηχανής και προσδιορισμός παραμέτρων σε περίπτωση σφαλμάτων με τη χρήση μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων», Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009.

## Τέλος Ενότητας





Ευρωπαϊκή Ένωση Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο





Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης