



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Δυναμική Ηλεκτρικών Μηχανών

Ενότητα 1: Εισαγωγή – Βασικές Αρχές

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



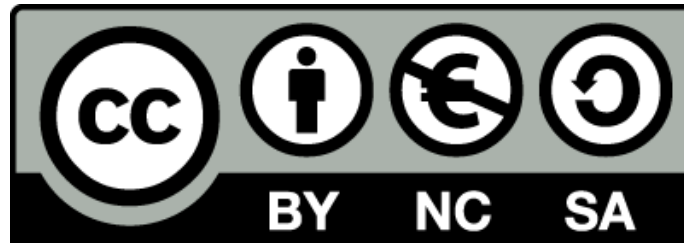
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



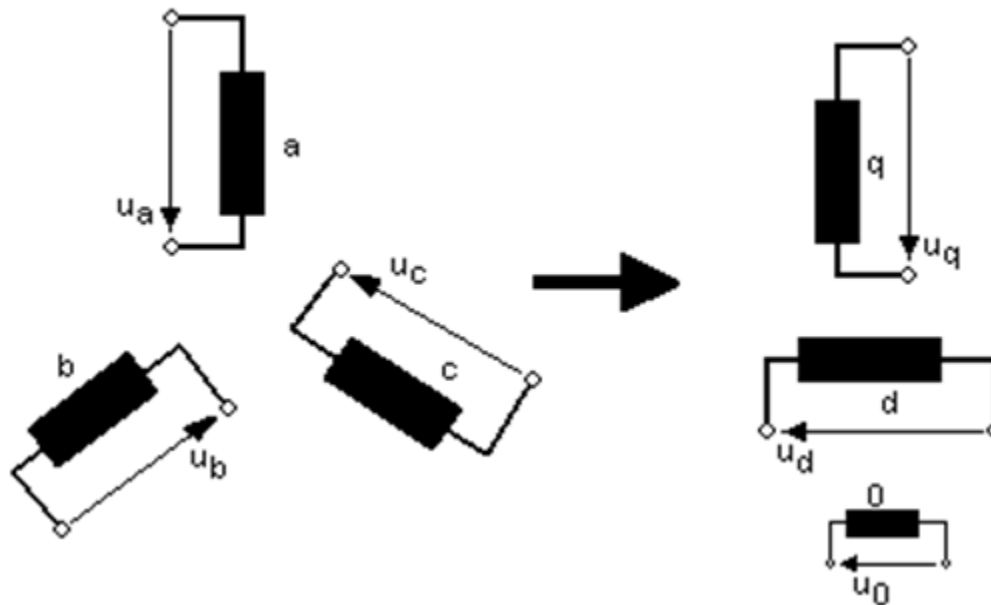
Περιεχόμενα

Μετασχηματισμοί – Αλλαγή Μεταβλητών

Μετασχηματισμός Park

Μετασχηματισμός Τριφασικού Συστήματος σε d-q άξονες

- ❑ Το 1929 ο Park ανέπτυξε τη θεωρία των δύο αξόνων.
- ❑ Η θεωρία αυτή αντικαθιστούσε ένα συμμετρικό σύστημα τριών φάσεων με ένα ισοδύναμο με δύο φάσεις.
- ❑ Οι μαγνητικοί άξονές του είναι κάθετοι και έτσι δεν έχουν μαγνητική ζεύξη.



Σχ.1.4.1. Μετασχηματισμός 3 φάσεων σε 2

Μετασχηματισμός Τριφασικού Συστήματος σε d-q άξονες (1)

- ❖ Ο Μετασχηματισμός χρησιμοποιείται στις Ηλεκτρικές Μηχανές για να προκύψουν χρονικά σταθερές επαγωγιμότητες.
- ❖ Οι μετασχηματισμοί μεταβλητών χρησιμοποιούνται για μελέτη ενεργειακών συστημάτων σε δυναμικές καταστάσεις.
- ❖ Ο Μετασχηματισμός που θα χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση των μηχανών είναι ορθογώνιος.
- ❖ Ο Μετασχηματισμός είναι τέτοιος ώστε ***η συνολική ισχύς να παραμένει σταθερή από το ένα σύστημα (3 φασικό) στο άλλο (dq0).***

Μήτρα Μετασχηματισμού

Για τις μεταβλητές f ο μετασχηματισμός είναι:

$$\begin{bmatrix} f_{dq0s} \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} f_{abcs} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.1}$$

$$\begin{bmatrix} f_{abcs} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} f_{dq0s} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.2}$$

Η μεταβλητή f μπορεί να είναι τάση, ρεύμα, ροή ή ηλεκτρικό φορτίο.

Όπου:

$$\begin{bmatrix} f_{dq0s} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_{ds} & f_{qs} & f_{0s} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.3}$$

$$\begin{bmatrix} f_{abcs} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_{as} & f_{bs} & f_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.4}$$

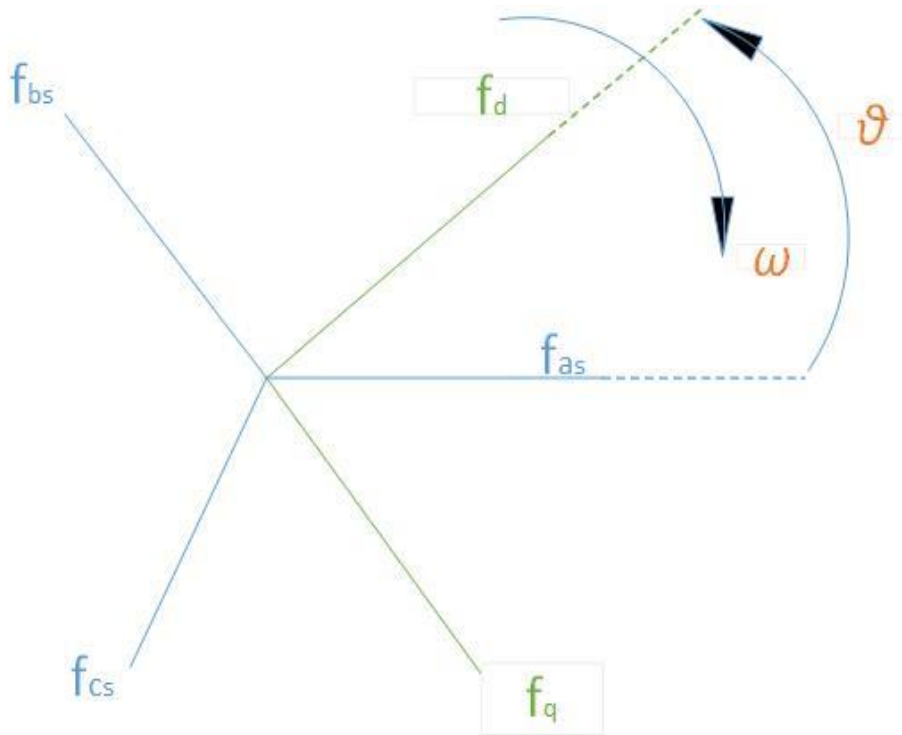
Η μηδενική συνιστώσα f_0 σχετίζεται αριθμητικά με τις μεταβλητές του τριφασικού συστήματος και δεν υπάρχει όταν το σύστημα είναι συμμετρικό.

Ορθογώνιος μετασχηματισμός

$$[M]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.5}$$

$$\text{Όπου: } \theta = \int_0^t \omega(\xi) d\xi + \theta(0) \quad \text{A.3.6}$$

Μετασχηματισμός-Σύστημα Αναφοράς



Σχ.1.4.2. Μετασχηματισμός abc συστήματος σε dq0

- Το σύστημα αναφοράς $dq0$ είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ή μεταβλητή ταχύτητα.
- Η συνολική στιγμιαία ισχύς του τριφασικού (abc) συστήματος ισούται με την συνολική ισχύ στο διφασικό ($dq0$) σύστημα:

$$P_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad \text{A.3.7}$$

$$= u_d i_d + u_q i_q + u_0 i_0 = P_{dq0}$$

- Η κυματομορφή της ισχύος παραμένει ίδια, ανεξάρτητη των συστημάτων αναφοράς, σε αντίθεση με τις άλλες μεταβλητές (ρεύματα, τάσεις, ροές, κλπ) που εξαρτώνται από τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αναφοράς.

Μετασχηματισμός Ωμικών Στοιχείων


Για ένα 3-φασικό κύκλωμα αποτελούμενο από ωμικό στοιχεία ισχύει η παρακάτω σχέση, όπου η μήτρα $[r_s]$ είναι διαγώνιος:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.8}$$

Μετασχηματίζουμε τις τάσεις στο dq0 σύστημα προπολλαπλασιάζοντας και τα 2 μέλη με τη μήτρα \mathbf{M}^{-1} και κατόπιν μετασχηματίζουμε τα ρεύματα από το abc στο dq:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \end{bmatrix} \Rightarrow \quad \text{A.3.9}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{dq0} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.10}$$

Όταν τα μη μηδενικά
στοιχεία της r_s είναι
ίσα : 

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{dq0} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.11}$$

- ✓ Αν κάθε φάση του 3-φασικού συστήματος έχει την ίδια αντίσταση τότε η **μήτρα των ωμικών στοιχείων** παραμένει κατά το μετασχηματισμό **αμετάβλητη!**

Μετασχηματισμός Επαγωγικών Στοιχείων

Για ένα 3-φασικό κύκλωμα αποτελούμενο μόνο από επαγωγικά στοιχεία έχουμε:

$$\text{A.3.12} \quad \left[\mathbf{u}_{abc} \right] = \frac{d}{dt} \left[\Psi_{abc} \right] \Rightarrow$$

Μετασχηματίζουμε τις τάσεις στο dq0 σύστημα προπολλαπλασιάζοντας και τα 2 μέλη με τη μήτρα \mathbf{M}^{-1} :

$$\begin{aligned} \text{A.3.13} \quad \left[\mathbf{M} \right]^{-1} \left[\mathbf{u}_{abc} \right] &= \left[\mathbf{M} \right]^{-1} \frac{d}{dt} \left[\Psi_{abc} \right] = \\ &= \left[\mathbf{M} \right]^{-1} \frac{d}{dt} \left(\left[\mathbf{M} \right] \left[\Psi_{dq0} \right] \right) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\left[\mathbf{u}_{dq0} \right] = \left[\mathbf{M} \right]^{-1} \left(\left(\frac{d}{dt} \left[\mathbf{M} \right] \right) \left[\Psi_{dq0} \right] + \left[\mathbf{M} \right] \frac{d}{dt} \left[\Psi_{dq0} \right] \right)$$

A.3.14

Μετασχηματισμός Επαγωγικών Στοιχείων (1)

Ο πρώτος όρος του β' μέλους της προηγούμενης σχέσης αν αντικατασταθεί το $\frac{d}{dt}[M]$ γίνεται:

$$\frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_q \\ -\Psi_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{A.3.15}$$

Οπότε τελικά η σχέση A.3.14 γίνεται :

$$\begin{bmatrix} u_{dq0} \end{bmatrix} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_q \\ -\Psi_d \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{dq0} \end{bmatrix} \quad \text{A.3.16}$$

- ✓ Η παραπάνω σχέση ισχύει για μήτρες επαγωγιμοτήτων οποιασδήποτε μορφής, όταν το σύστημα είναι μαγνητικά γραμμικό.

Πηγές

Οι πηγές των **Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:**

[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Πανεπιστημιακές σημειώσεις και Εξομοιώσεις Μοντέλων Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

