Δυναμική Ηλεκτρικών Μηχανών

Ενότητα 4: Μέθοδος Μικρών Μεταβολών

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Περιεχόμενα

Εφαρμογή Μεθόδου μικρών μεταβολών στην:

- **Τριφασική Ασύγχρονη Μηχανή**
- **Τριφασική Σύγχρονη Μηχανή**

Γραμμικοποιημένες εξισώσεις Ασύγχρονης και Σύγχρονης Μηχανής.
Μέθοδος Μικρών Μεταβολών.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την λειτουργία της Ασύγχρονης και Σύγχρονης Μηχανής [A.4.38-41],[A.5.35-38] είναι μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις και μπορούν να επιλυθούν μόνο με την χρήση Η.Υ.

Στην περίπτωση όμως των **μικρών μεταβολών των μεταβλητών** της μηχανής γύρω από ένα δεδομένο σημείο ισορροπίας, μπορούμε να καταλήξουμε σε **σύστημα γραμμικών διαφορικών** εξισώσεων για τη μηχανή.

Έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία των γραμμικών συστημάτων και να υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές της μηχανής, και τις εξισώσεις μεταφοράς, οι οποίες χρησιμοποιούνται όταν σχεδιάζονται συστήματα ελέγχου για αυτές της μηχανές.

Μελέτη Δυναμικής Συμπεριφοράς Α.Μ. Μέθοδος Μικρών Μεταβολών

Θεωρούμε ότι το dq σύστημα περιστρέφεται με τη σύγχρονη ταχύτητα.

Μελετούμε την απόκριση της Α.Μ., όταν κατά τη λειτουργία της σε ένα σταθερό σημείο λειτουργίας, εμφανιστούν ταυτόχρονα 3 μικρές διαταράξεις:

- Μικρή μεταβολή τάσης.
- Μικρή μεταβολή συχνότητας.
- Μικρή μεταβολή φορτίου.

Μελέτη Δυναμικής Συμπεριφοράς Α.Μ. Μέθοδος Μικρών Μεταβολών (1)

Λέγοντας μικρή μεταβολή εννοούμε ότι η μηχανή βρίσκεται σε ένα σταθερό σημείο λειτουργίας και ξαφνικά εμφανίζεται μία διαταραχή, η οποία προκαλεί σε όλα τα μεγέθη της μία παρέκκλιση από την αρχική σταθερά τιμή κατά ένα ποσό, το οποίο σχετικά προς αυτήν είναι «επαρκώς μικρό».

Μελέτη Δυναμικής Συμπεριφοράς Α.Μ. Μέθοδος Μικρών Μεταβολών (2)

Οι εξισώσεις της Α.Μ. στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας είναι οι παρακάτω: (*δεν υπάρχει μηδενική συνιστώσα, λόγω συμμετρικής κατάστασης*)

$$\begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \\ u'_{Rd} \\ u'_{Rq} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} R_S + L_S \frac{d}{dt} & \dot{\theta}_S L_S & L_h \frac{d}{dt} & \dot{\theta}_S L_h \\ -\dot{\theta}_S L_S & R_S + L_S \frac{d}{dt} & -\dot{\theta}_S L_h & L_h \frac{d}{dt} \\ L_h \frac{d}{dt} & \dot{\theta}_R L_h & R'_R + L'_R \frac{d}{dt} & \dot{\theta}_R L'_R \\ -\dot{\theta}_R L_h & L_h \frac{d}{dt} & -\dot{\theta}_R L'_R & R'_R + L'_R \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i'_{Rd} \\ i'_{Rq} \end{bmatrix} \qquad \boxed{\text{A.8.1}}$$

$$\left.\begin{aligned} M &= \mathrm{p}\left(\Psi_{Sd} i_{Sq} - \Psi_{Sq} i_{Sd}\right) \\ M &= M_L + J \frac{d\Omega}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\text{A.8.2}}$$

Μέθοδος των “μικρών μεταβολών”, προσεγγιστικές εξισώσεις Α.Μ.

Ενώ η μηχανή ευρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (η τάση έχει την σταθερή τιμή $\mathbf{u_{S0}}$, η συχνότητα την τιμή $\boldsymbol{\omega_{S0}}$ και η ροπή του φορτίου την τιμή $\mathbf{M_{L0}}$), εμφανίζονται συγχρόνως μικρές μεταβολές στην τάση, τη συχνότητα και τη ροπή φορτίου.

$$\left.\begin{aligned} \underline{u}_S(t) &= \underline{u}_{S0} + \underline{\Delta u}_S(t) \\ \omega_S(t) &= \omega_{S0} + \Delta\omega_S(t) \\ M_L(t) &= M_{L0} + \Delta M_L(t) \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\text{A.8.3}}$$

Μικρές Μεταβολές στα Μεγέθη της Α.Μ.

Αυτή η μεταβολή των εξωτερικών μεγεθών προκαλεί μεταβολές στα εσωτερικά μεγέθη:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\underline{\Psi}_S(t) = \underline{\Psi}_{S0} + \underline{\Delta\Psi}_S(t) \\
&\underline{\Psi}_R(t) = \underline{\Psi}_{R0} + \underline{\Delta\Psi}_R(t) \\[1em]
&\underline{i}_S(t) = \underline{i}_{S0} + \underline{\Delta i}_S(t) \\
&\underline{i}'_R(t) = \underline{i}'_{R0} + \underline{\Delta i}'_R(t) \\[1em]
&\omega_R(t) = \omega_{R0} + \Delta\omega_R(t) \\[1em]
&M(t) = M_0 + \Delta M(t)
\end{aligned}
\right\} \quad \boxed{\text{A.8.4}}
$$

Σύστημα εξισώσεων κατά τη Δημιουργία Μικρών Μεταβολών στην Α.Μ.

Αντικαθιστώντας από τις παραπάνω σχέσεις **Α.8.3** και **Α.8.4** στις εξισώσεις της Α.Μ. **Α.8.1**, που αφορούν την τάση του στάτη, παίρνουμε:

$$\begin{aligned}\underline{u}_S(t) &= \underline{u}_{S0} + \underline{\Delta u}_S(t) = R_S i_{S0} + R_S \underline{\Delta i}_S(t) - j\dot{\theta}_{S0}\underline{\Psi}_{S0} - \\ &- j\dot{\theta}_{S0}\underline{\Delta\Psi}_S(t) - j\Delta\dot{\theta}_S\underline{\Psi}_{S0} - j\Delta\dot{\theta}_S(t)\underline{\Delta\Psi}_S(t) + \frac{d\underline{\Psi}_{S0}}{dt} + \frac{d\Delta\underline{\Psi}_S(t)}{dt}\end{aligned} \qquad \boxed{\text{A.8.5}}$$

Σύστημα εξισώσεων κατά τη Δημιουργία Μικρών Μεταβολών στην Α.Μ. (1)

- Επειδή στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας της μηχανής, πριν τις διαταραχές, ισχύει η σχέση:

$$\underline{u}_{S0} = R_S \underline{i}_{S0} - j\dot{\theta}_{S0}\underline{\Psi}_{S0} + \frac{d\underline{\Psi}_{S0}}{dt} \qquad \boxed{\text{A.8.6}}$$

- Η προηγούμενη σχέση **A.8.5**, αφού απαλείψουμε τους ίδιους όρους που εμφανίζονται και στα 2 μέλη, γίνεται:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\Delta u}_S(t) = R_S \underline{\Delta i}_S(t) - j\dot{\theta}_{S0}\underline{\Delta\Psi}_S(t) - j\Delta\dot{\theta}_S(t)\underline{\Psi}_{S0} - j\Delta\dot{\theta}_S(t)\underline{\Delta\Psi}_S(t) + \\ &+\frac{d}{dt}\underline{\Delta\Psi}_S(t) \end{aligned}\right\} \boxed{\text{A.8.7}}$$

Σύστημα προσεγγιστικών εξισώσεων

Επίσης υποθέτουμε ότι οι «μικρές μεταβολές» είναι πραγματικά μικρές, επομένως παραλείπουμε τα γινόμενα δύο μικρών μεταβολών.

$$\Delta\dot{\theta}_S(t)\underline{\Delta\Psi}_S(t) = 0$$

Εργαζόμαστε κατά τον ίδιο τρόπο στις υπόλοιπες διαφορικές εξισώσεις της Α.Μ. **Α.8.1**, **Α.8.2** και έτσι προκύπτει το κατωτέρω σύστημα **<u>γραμμικών διαφορικών εξισώσεων</u>** της Α.Μ.:

$$\left.\begin{aligned}
\underline{\Delta u}_S &= R_S \underline{\Delta i}_S - j\dot{\theta}_{S0}\underline{\Delta\Psi}_S - j\Delta\dot{\theta}_S \underline{\Psi}_{S0} + \frac{d}{dt}\underline{\Delta\Psi}_S \\
\underline{\Delta u'}_R &= R'_R \underline{\Delta i'}_R - j\dot{\theta}_{R0}\underline{\Delta\Psi}_R - j\Delta\dot{\theta}_R \underline{\Psi}_{R0} + \frac{d}{dt}\underline{\Delta\Psi}_R
\end{aligned}\right\} \boxed{\text{A.8.8}}$$

$$\acute{o}\pi o\upsilon:$$

$$\underline{\Delta\Psi}_S = L_S \underline{\Delta i}_S + L_h \underline{\Delta i'}_R$$

$$\underline{\Delta\Psi}_R = L_h \underline{\Delta i}_S + L'_R \underline{\Delta i'}_R$$

Σύστημα προσεγγιστικών εξισώσεων (1)

$$\left.\begin{aligned}\Delta M &= \Delta M_L + J\frac{d}{dt}\Delta\Omega \\ \Delta M &= p\,\mathrm{Im}\left[\underline{i}_{S0}\underline{\Delta\Psi}_S^* + \underline{\Delta i}_S\underline{\Psi}_{S0}^*\right] = p\frac{1-\sigma}{\sigma L_h}\mathrm{Im}\left[\underline{\Delta\Psi}_S\underline{\Psi}_{R0}^* + \underline{\Delta\Psi}_R^*\underline{\Psi}_{S0}\right]\end{aligned}\right\}\ \boxed{\mathrm{A.8.9}}$$

- Το παραπάνω σύστημα είναι ***<u>γραμμικό</u>***, επειδή η τάση εξ επαγωγής λόγω περιστροφής σχηματίζεται από το γινόμενο ενός σταθερού αρχικού μεγέθους $(\dot{\theta}_{S0}, \dot{\theta}_{R0})$ και μιας μικρής μεταβολής της μαγνητικής ροής $(\Delta\Psi_S, \Delta\Psi_R)$.

Επίλυση συστήματος για τις ροές

Στις παραπάνω εξισώσεις τάσεων και ηλεκτρομαγνητικής ροπής μπορούμε να απαλείψουμε τις μαγνητικές ροές και έτσι να έχουμε διαφορετικές εξισώσεις με αγνώστους τα ρεύματα $\Delta i'_S$, $\Delta i'_R$ και την γωνιακή ταχύτητα ΔΩ.

Αν απαλείψουμε στις εξισώσεις τάσεων τα ρεύματα, παίρνουμε διαφορικές εξισώσεις με άγνωστους τις μαγνητικές ροές $\Delta\Psi_S$ και $\Delta\Psi_R$ και σε κάθε μία εξίσωση μόνο μία διαφόριση.

$$\left.\begin{aligned} \underline{\Delta i}_S &= \lambda_R \underline{\Delta\Psi}_S - \mu \underline{\Delta\Psi}_R \\ \underline{\Delta i'}_R &= \mu \underline{\Delta\Psi}_S - \lambda_S \underline{\Delta\Psi}_R \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\text{A.8.10}}$$

Επίλυση συστήματος για τις ροές (1)

<u>Όπου</u>

$$\lambda_R = \frac{L'_R}{\sigma L_S L'_R} = \frac{1}{\sigma L_S}$$

$$\lambda_S = \frac{L_S}{\sigma L_S L'_R} = \frac{1}{\sigma L'_R}$$

$$\mu = \frac{L_h}{\sigma L_S L'_R} = \frac{1-\sigma}{\sigma L_h}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_h^2}{L_S L'_R}$$

Τελικές Εξισώσεις τάσεων

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\underline{\Delta\Psi}_S}{dt} + (\rho_S - j\dot{\theta}_{S0})\underline{\Delta\Psi}_S - k_S\underline{\Delta\Psi}_R = \underline{\Delta u}_S + j\underline{\Delta\dot{\theta}}_S\underline{\Psi}_{S0} \\
&\frac{d\underline{\Delta\Psi}_R}{dt} + (\rho_R - j\dot{\theta}_{R0})\underline{\Delta\Psi}_R - k_R\underline{\Delta\Psi}_S = \underline{\Delta u'}_R + j\underline{\Delta\dot{\theta}}_R\underline{\Psi}_{R0}
\end{aligned}\right\} \quad \boxed{\text{A.8.11}}$$

όπου

$$\rho_S = R_S\lambda_R = \frac{R_S}{\sigma L_S}$$

$$\rho_R = R'_R\lambda_S = \frac{R'_R}{\sigma L'_R}$$

$$\left.\begin{aligned}
&k_S = R_S\mu = R_S\frac{L_h}{\sigma L_S L'_R} = \frac{L_h}{L'_R}\rho_S \\
&k_R = R'_R\mu = R'_R\frac{L_h}{\sigma L_S L'_R} = \frac{L_h}{L_S}\rho_R
\end{aligned}\right\} \quad \boxed{\text{A.8.12}}$$

Εξισώσεις κατάστασης

$$\left.\begin{aligned}\Delta M &= p\frac{1-\sigma}{\sigma L_h}\operatorname{Im}\left[\underline{\Delta\Psi}_S\,\underline{\Psi}^*_{R0}+\underline{\Delta\Psi}^*_R\,\underline{\Psi}_{S0}\right]\\ \Delta M &= \Delta M_L + J\frac{d}{dt}\Delta\Omega\end{aligned}\right\}\quad \boxed{\text{A.8.13}}$$

Το τελικό σύστημα των εξισώσεων που περιλαμβάνει και την εξίσωση κίνησης **Α.8.11**, **Α.8.12**, που προκύπτει ως ανωτέρω, είναι σύστημα <u>γραμμικών</u> διαφορικών εξισώσεων της μορφής των εξισώσεων κατάστασης

$$p[x]=[A][x]+[B][u]$$

Έτσι μπορεί να εφαρμοσθεί η θεωρία των γραμμικών συστημάτων, να υπολογισθούν οι ιδιοτιμές και να ορισθούν εξισώσεις μεταφοράς, οι οποίες μπορεί να χρησιμοποιηθούν και για τον σχεδιασμό συστημάτων ελέγχου της Α.Μ..

Λύση ομογενούς εξίσωσης

<u>**Όπου:**</u>

$$\left[x\right]^{T} = \left[\Delta\Psi_{sd}, \Delta\Psi_{sq}, \Delta\Psi'_{Rd}, \Delta\Psi'_{Rq}, \Delta\Omega\right]$$

$$\left[u\right]^{T} = \left[\Delta u_{sd}, \Delta u_{sq}, \Delta u'_{Rd}, \Delta u'_{Rq}, \Delta M_{L}\right]$$

- Αν [u]=0, τότε η γενική λύση της ομογενούς γραμμικής διαφορικής εξίσωσης γίνεται

$$\left[x\right] = e^{[A]t}\left[k\right]$$

Λύση ομογενούς εξίσωσης (1)

- Το $[k]$ είναι ένα διάνυσμα αποτελούμενο από αρχικές συνθήκες με αυθαίρετες τιμές.

- Για να υπάρξει ευστάθεια κατά τη διάρκεια των μικρών μεταβολών, πρέπει όλα τα στοιχεία της $e^{[A]t} \longrightarrow 0$, όταν $t \rightarrow \infty$.

Χαρακτηριστική εξίσωση

- Αυτό συμβαίνει, όταν όλες οι ρίζες (ιδιοτιμές) της χαρακτηριστικής εξίσωσης του [Α] έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη.

- Η χαρακτηριστική αυτή εξίσωση ορίζεται ως

$$\det([A]-\lambda[I]) = 0.$$

- Όπου [Ι] είναι η μοναδιαία μήτρα και λ είναι οι ρίζες ή ιδιοτιμές της χαρακτηριστικής εξίσωσης του [Α].

Χαρακτηριστική εξίσωση (1)

- Οι ιδιοτιμές, που μπορεί να είναι πραγματικές ή μιγαδικές, αποτελούν ένα εύκολο μέσο για να προβλεφθεί η συμπεριφορά της Α.Μ. υπό συμμετρικές συνθήκες λειτουργίες.
- Όταν είναι μιγαδικές εμφανίζονται ως μιγαδικά ζεύγη και αυτό σημαίνει ταλάντωση των μεταβλητών κατάστασης.
- Όταν τα πραγματικά μέρη των ιδιοτιμών είναι αρνητικά, τότε οι μεταβλητές κατάστασης ή οι ταλαντώσεις των μεταβλητών κατάστασης, ελαττώνονται εκθετικά με το χρόνο.

Χαρακτηριστική εξίσωση (2)

- Το αντίθετο, δηλαδή θετικά πραγματικά μέρη, σημαίνει ότι οι ταλαντώσεις αυξάνονται με το χρόνο, δηλαδή υπάρχει αστάθεια.

- Οι ιδιοτιμές εξαρτώνται από τις παραμέτρους της μηχανής.

- Στις εξισώσεις της μηχανής μπορούμε να επιλέξουμε ως μεταβλητές τα ρεύματα αντί των μαγνητικών ροών και έτσι να εξάγουμε αντίστοιχες ιδιοτιμές.

Συμπεριφορά Ασύγχρονης Μηχανής εν Κενώ σε Μικρές Μεταβολές

- Ως αρχικό σημείο λειτουργίας μπορεί να ληφθεί οποιοδήποτε, αρκεί να γνωρίζουμε τις τιμές όλων των ηλεκτρομαγνητικών μεγεθών στη μόνιμη κατάσταση.

- Στο παρόν παράδειγμα, εκλέγουμε ως αρχικό σημείο λειτουργίας την κατάσταση εν κενώ, δηλαδή όταν ο δρομέας περιστρέφεται με σύγχρονη ταχύτητα, οπότε η ολίσθηση είναι μηδέν.

Συμπεριφορά Ασύγχρονης Μηχανής εν Κενώ σε Μικρές Μεταβολές (1)

- Όταν η ολίσθηση είναι μηδέν, ισχύει:

$$M_0 = 0$$

$$M_{L0} = 0$$

$$\underline{i}'_{R0} = 0$$

$$\Omega_0 = \frac{\omega_{S0}}{p}$$

Υποθέσεις για την κατάστρωση εξισώσεων

- Δρομέας θεωρείται βραχυκυκλωμένος και η τάση $\underline{u}'_R$ μηδέν. Αν πρόκειται για δρομέα με δακτυλίους θεωρούμε τις εξωτερικές αντιστάσεις μέρος των αντιστάσεων του τριφασικού τυλίγματος του δρομέα.

- Θεωρούμε το σύστημα ***dq*** στρεφόμενο με n_s, οπότε ισχύουν:

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\theta}_S = -\omega_S, \dot{\theta}_R = -p\Omega_0 + \omega_S = \omega_R, \omega_{S0} = \omega_S, \omega_{R0} = 0\\&\omega_R(t) = \omega_{R0} + \Delta\omega_R(t) = \Delta\omega_R(t)\end{aligned}\right\} \quad \boxed{\text{A.8.14}}$$

Υποθέσεις για την κατάστρωση εξισώσεων (1)

Οι τάσεις του δικτύου οι οποίες εφαρμόζονται στους ακροδέκτες του στάτη θεωρούνται συνημιτονοειδείς:

$$u_{a0} = \sqrt{2}U_{S0}\cos(\omega_{S0}t)$$

$$u_{b0} = \sqrt{2}U_{S0}\cos(\omega_{S0}t - \frac{2\pi}{3})$$

$$u_{c0} = \sqrt{2}U_{S0}\cos(\omega_{S0}t - \frac{4\pi}{3})$$

Μετατρέποντας τις τάσεις αυτές στο ***dq*** σύστημα παίρνουμε τις ακόλουθες συνιστώσες για το διάνυσμα της τάσεως του στάτη:

Έκφραση στο dq0 Σύστημα των αρχικών τιμών εν κενώ

<u>Τάσεις ακροδεκτών στάτη</u>

$$\left.\begin{aligned} u_{Sd0} &= \sqrt{\frac{2}{3}}\left(u_{a0}\cos(\omega_{S0}t) + u_{b0}\cos(-\omega_{S0}t + \frac{2\pi}{3}) + u_{c0}\cos(-\omega_{S0}t + \frac{4\pi}{3})\right) \\ u_{Sq0} &= \sqrt{\frac{2}{3}}\left(u_{a0}\sin(\omega_{S0}t) + u_{b0}\sin(-\omega_{S0}t + \frac{2\pi}{3}) + u_{c0}\sin(-\omega_{S0}t + \frac{4\pi}{3})\right) \end{aligned}\right\}$$

$\boxed{\text{A.8.15}}$

Δηλαδή

$$u_{Sd0} = \sqrt{3}U_{S0}, \quad u_{Sq0} = 0, \quad u_{S0} = \sqrt{3}U_{S0}$$

Αρχικές τιμές Ροών και Ρευμάτων στο dq0 Σύστημα

- Ο υπολογισμός των οποίων υπολοίπων αρχικών μεγεθών δηλαδή των διανυσμάτων i_{S0}, Ψ_{S0} και Ψ_{R0} , γίνεται κατά τον ακόλουθο τρόπο:

Στη μόνιμη κατάσταση χρονικές οι μεταβολές μαγνητικών ροών είναι μηδέν, επομένως οι εξισώσεις τάσεων και μαγνητικών ροών **Α.4.38-41** γίνονται:

$$\left.\begin{aligned} \underline{u}_{S0} &= \sqrt{3}U_{S0} = R_S \underline{i}_{S0} + j\omega_{S0}\underline{\Psi}_{S0} \\ \underline{\Psi}_{S0} &= L_S \underline{i}_{S0} \\ \underline{\Psi}_{R0} &= L_h \underline{i}_{S0} \end{aligned}\right\} \boxed{\text{A.8.16}}$$

Αρχικές τιμές Ροών και Ρευμάτων στο dq0 Σύστημα (1)

Έτσι προκύπτει:

A.8.17

$$\underline{i}_{S0} = \frac{\sqrt{3}U_{S0}}{R_S + jX_{S0}}, \underline{\Psi}_{S0} = \frac{L_S}{R_S + jX_{S0}}\sqrt{3}U_{S0}, \underline{\Psi}_{R0} = \frac{L_h}{R_S + jX_{S0}}\sqrt{3}U_{S0},$$

$$i_{Sd0} = \mathrm{Re}\left[\underline{i}_{S0}\right] = \frac{R_S}{R_S^2 + X_{S0}^2}\sqrt{3}U_{S0}, i_{Sq0} = \mathrm{Im}\left[\underline{i}_{S0}\right] = -\frac{X_{S0}}{R_S^2 + X_{S0}^2}\sqrt{3}U_{S0}$$

A.8.18

Αρχικές τιμές Ροών και Ρευμάτων στο dq0 Σύστημα (2)

- Ως επί το πλείστον η αντίσταση R_S παραλείπεται διότι $\mathbf{R_S << X_{S0}}$ και χρησιμοποιούνται οι εξής απλούστερες σχέσεις:

$$\underline{i}_{S0} = -j\frac{\sqrt{3}U_{S0}}{X_{S0}},$$

$$\underline{\Psi}_{S0} = -j\frac{L_S}{X_{S0}}\sqrt{3}U_{S0},$$

$$\underline{\Psi}_{R0} = -j\frac{L_h}{X_{S0}}\sqrt{3}U_{S0}$$

Υπολογισμός ηλεκτρομαγνητικών Ροών

Τελικά το σύστημα προς επίλυση είναι το παρακάτω:

$$\boxed{\frac{d\underline{\Delta\Psi}_S}{dt} + (\rho_S + j\omega_{S0})\underline{\Delta\Psi}_S - k_S\underline{\Delta\Psi}_R = \underline{\Delta u}_S - j\underline{\Psi}_{S0}\Delta\omega_S} \quad \text{A.8.19}$$

$$\boxed{\frac{d\underline{\Delta\Psi}_R}{dt} + \rho_R\underline{\Delta\Psi}_R - k_R\underline{\Delta\Psi}_S = -j\Delta\omega_R\underline{\Psi}_{R0}} \quad \text{A.8.20}$$

Μέθοδος μικρών μεταβολών Σύγχρονη Μηχανή

Ενδεικτικά εφαρμόζουμε τη μέθοδο για την παρακάτω περίπτωση:

Υποθέτουμε ότι η Σ.Μ. λειτουργεί στη μόνιμη κατάσταση σε κάποιο σημείο λειτουργίας υπό συμμετρική φόρτιση και οι τάσεις στο τύλιγμα διέγερσης και στο τύλιγμα του στάτη έχουν τις τιμές u_{f0} και $\underline{u}_{S0}$ αντίστοιχα, ενώ η ροπή φορτίου την τιμή M_{L0}.

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο των μικρών μεταβολών και υποθέτοντας ότι οι τάσεις έχουν σταθερή συχνότητα, οι τάσεις της μηχανής και η ροπή γίνονται:

$$\left.\begin{aligned} \underline{u}_S(t) &= \underline{u}_{S0} + \underline{\Delta u}_S(t) \\ u_f(t) &= u_{f0} + \Delta u_f(t) \\ M_L(t) &= M_{L0} + \Delta M_L(t) \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\text{A.8.21}}$$

Μέθοδος μικρών μεταβολών
Σύγχρονη Μηχανή (1)

Αντίστοιχα μεταβάλλονται και τα εσωτερικά μεγέθη της μηχανής δηλαδή:

$$\left.\begin{aligned}
\underline{\Psi}_S(t) &= \underline{\Psi}_{S0} + \underline{\Delta\Psi}_S(t) \\
\underline{\Psi}_R(t) &= \underline{\Psi}_{R0} + \underline{\Delta\Psi}_R(t) \\
\underline{i}_S(t) &= \underline{i}_{S0} + \underline{\Delta i}_S(t) \\
\underline{i}_R(t) &= \underline{i}_{R0} + \underline{\Delta i}_R(t) \\
M(t) &= M_0 + \Delta M(t)
\end{aligned}\right\} \quad \boxed{\text{A.8.22}}$$

Μέθοδος μικρών μεταβολών Σύγχρονη Μηχανή (2)

Αντικαθιστώντας τις **Α.8.21** και **Α.8.22** στις διαφορικές εξισώσεις της Σ.Μ. **Α.5.35**, **Α.5.36**, **Α.5.42**, **Α.5.43** προκύπτει ένα γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων για την Σ.Μ. Ενδεικτικά για την Δu_{sd} εργαζόμαστε ως εξής:

$$\left.\begin{aligned}
&u_{Sd}(t) = u_{Sd0} + \Delta u_{Sd}(t) = \\
&R_S i_{Sd0} + R_S \Delta i_{Sd}(t) - \omega L_{qq} i_{Sq0} \\
&-\omega L_{qq} \Delta i_{Sq}(t) - \omega L_{Qq} i_{Q0} - \omega L_{Qq} \Delta i_Q(t) \\
&+L_{dd}\frac{di_{Sd0}}{dt} + L_{dd}\frac{d\Delta i_{Sd}}{dt} + L_{Dd}\frac{di_{D0}}{dt} + L_{Dd}\frac{d\Delta i_D}{dt} \\
&+L_{fd}\frac{di_{f0}}{dt} + L_{fd}\frac{d\Delta i_f}{dt}
\end{aligned}\right\} \quad \boxed{\text{A.8.23}}$$

Μέθοδος μικρών μεταβολών Σύγχρονη Μηχανή (3)

Λαμβάνοντας υπ΄ όψιν τα κατωτέρω, στην μόνιμη κατάσταση ισχύει:

$$U_{Sd0} = R_S I_{Sd0} - X_q I_{Sq0} \tag{A.8.24}$$

Τα ρεύματα στον κλωβό απόσβεσης είναι μηδέν στην μόνιμη κατάσταση:

$$i_{Q0} = i_{D0} = \frac{di_{D0}}{dt} = \frac{di_{Q0}}{dt} = 0 \tag{A.8.25}$$

Και επίσης:

$$\frac{di_{Sd0}}{dt} = \frac{di_{f0}}{dt} = 0 \tag{A.8.26}$$

Μέθοδος μικρών μεταβολών Σύγχρονη Μηχανή (4)

Λαμβάνοντας υπ' όψιν τις **A.8.24-26** η **A.8.23** γίνεται:

$$\Delta u_{Sd} = \left(R_S + L_{dd} \frac{d}{dt} \right) \Delta i_{Sd} - \omega L_{qq} \Delta i_{Sq}$$

$$-\omega L_{Qq} \Delta i_Q + L_{Dd} \frac{d\Delta i_D}{dt} + L_{fd} \frac{d\Delta i_f}{dt} \qquad \boxed{\text{A.8.27}}$$

Κατά τον ίδιο τρόπο διαμορφώνονται και οι υπόλοιπες εξισώσεις τάσεων, Δu_{qs}, Δu_{fs} και 2 εξισώσεις τάσεων για τα 2 τυλίγματα απόσβεσης.

Μέθοδος μικρών μεταβολών Σύγχρονη Μηχανή (4)

Τέλος η εξίσωση της ηλεκτρομαγνητικής ροπής διαμορφώνεται ως κατωτέρω:

$$\Delta M = p\left[i_{Sq0}\Delta\Psi_{Sd} + \Psi_{Sd0}\Delta i_{Sq} - i_{Sd0}\Delta\Psi_{Sq} - \Psi_{Sq0}\Delta i_{Sd} \right] \quad \boxed{\text{A.8.28}}$$

Όπου:

$$\begin{aligned} \Delta\Psi_{Sd} &= L_{dd}\Delta i_{Sd} + L_{Dd}\Delta i_{D} + L_{fd}\Delta i_{f} \\ \Delta\Psi_{Sq} &= L_{qq}\Delta i_{Sq} + L_{Qq}\Delta i_{Q} \end{aligned} \quad \boxed{\text{A.8.29}}$$

Πηγές

Οι πηγές των **Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:**

[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Πανεπιστημιακές σημειώσεις και Εξομοιώσεις Μοντέλων Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Τέλος Ενότητας

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης