ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

Εισαγωγή στους Υπολογιστές

Ενότητα 7: Ψηφιακή Αριθμητική

Βασίλης Παλιουράς

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σκοποί ενότητας

- Ψηφιακή Αριθμητική

Περιεχόμενα ενότητας

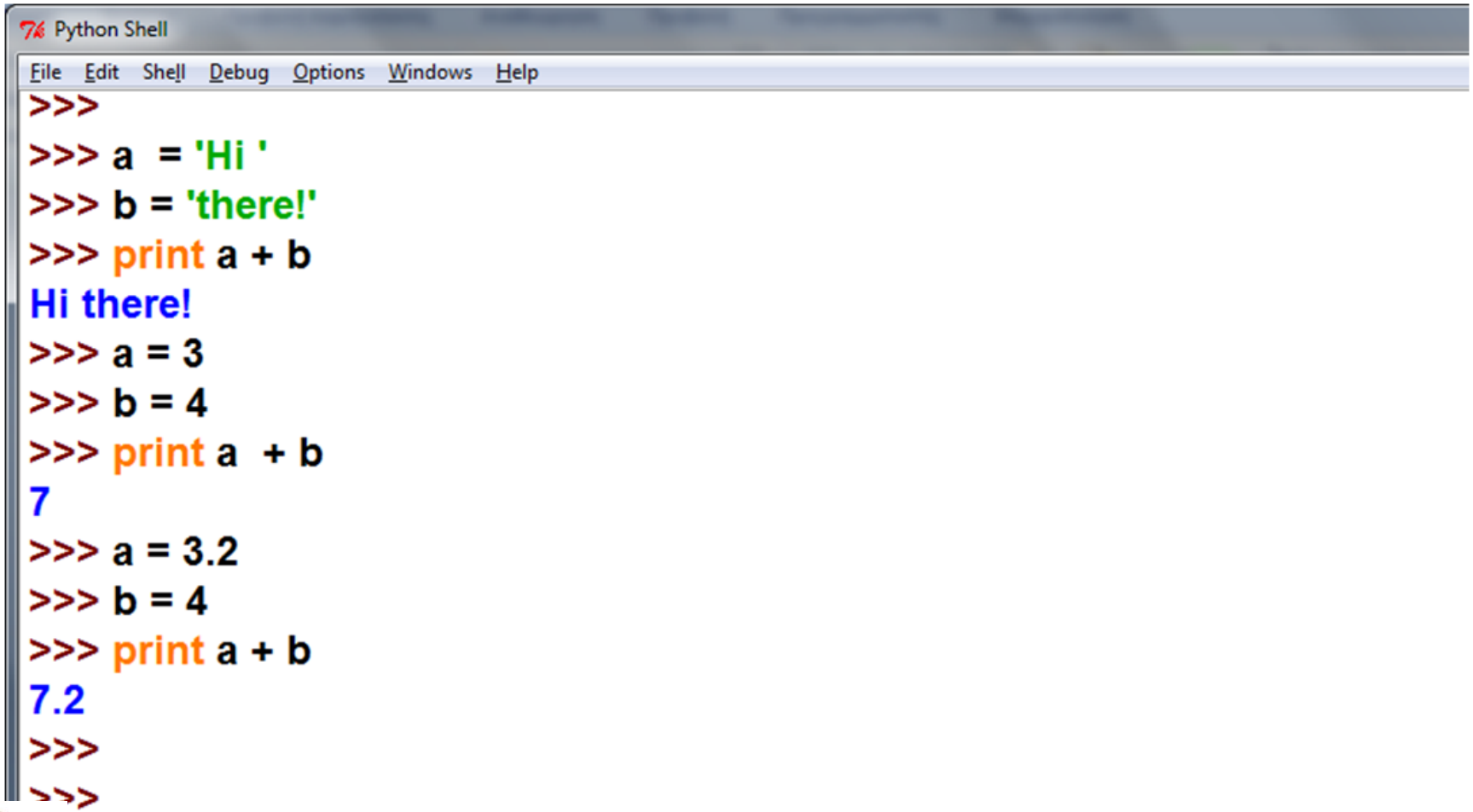
- Τύποι δεδομένων στην python
- Αναπαράσταση ακεραίων και μετατροπές βάσεων
  - Γενικές περιπτώσεις
    - Εφαρμογή κανόνα αθροίσματος γινομένων ψηφίων με αντίστοιχα βάρη
    - Κανόνας πηλίκων
  - Ειδικές περιπτώσεις
    - Ομαδοποιήσεις ψηφίων και εύκολη απεικόνιση
      - Όταν η μια βάση είναι δύναμη της άλλης

Ψηφιακή Αριθμητική

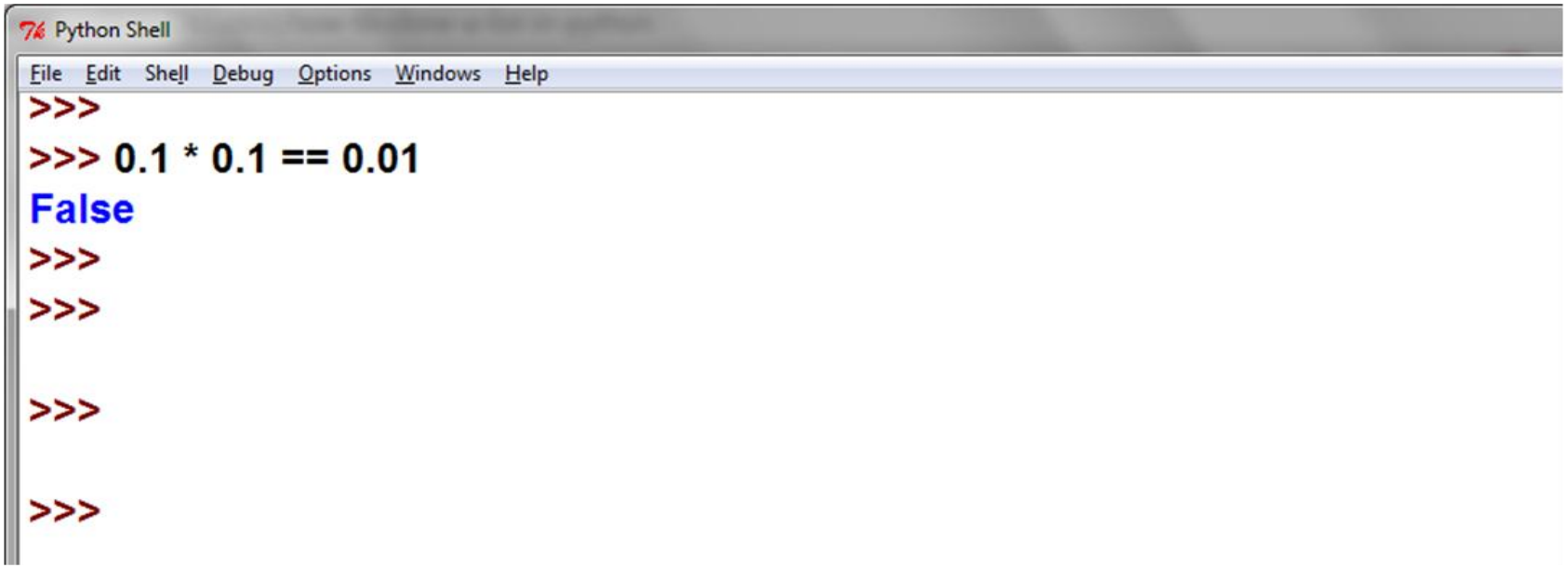
Αναπαράσταση Δεδομένων

- Στον υπολογιστή ή σε οποιαδήποτε ψηφιακή συσκευή
- Πολλοί τρόποι αναπαράστασης γιατί
  - Υπάρχουν διαφορετικές ανάγκες
    - Λέξεις ‘Βιβλίο’
    - Μετρήσεις φυσικών μεγεθών ή αριθμητικά δεδομένα σε τεχνικούς υπολογισμούς: **`3.141516`**
    - Μετρητές, απαρίθμηση πραγμάτων: **`5`** φορές
  - Οι πράξεις *καθορίζονται* από την αναπαράσταση
    - Ιδιότητες και υλοποίηση

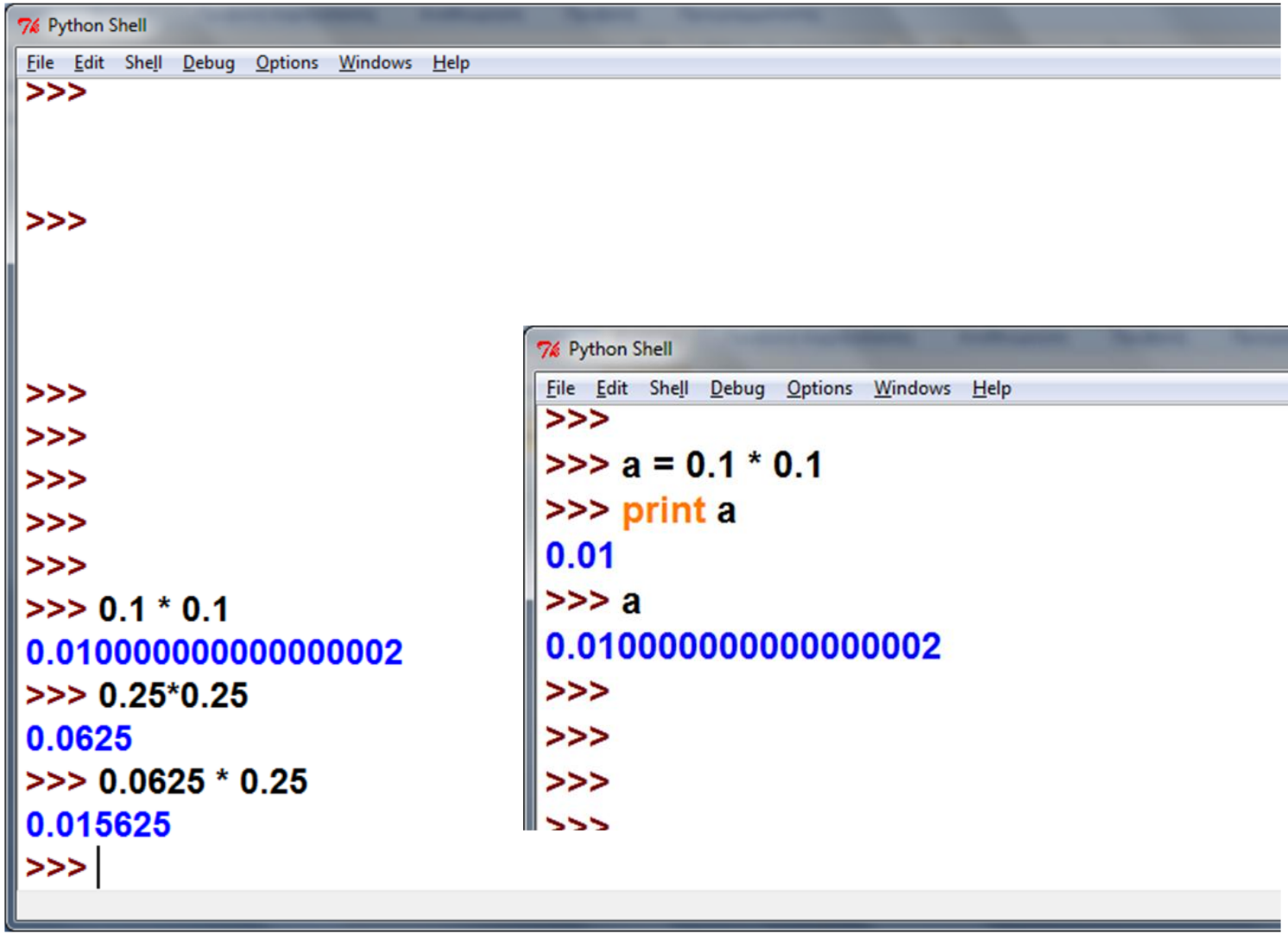
Τύποι και τελεστές



Πόσο κάνει 0.1 * 0.1 ;

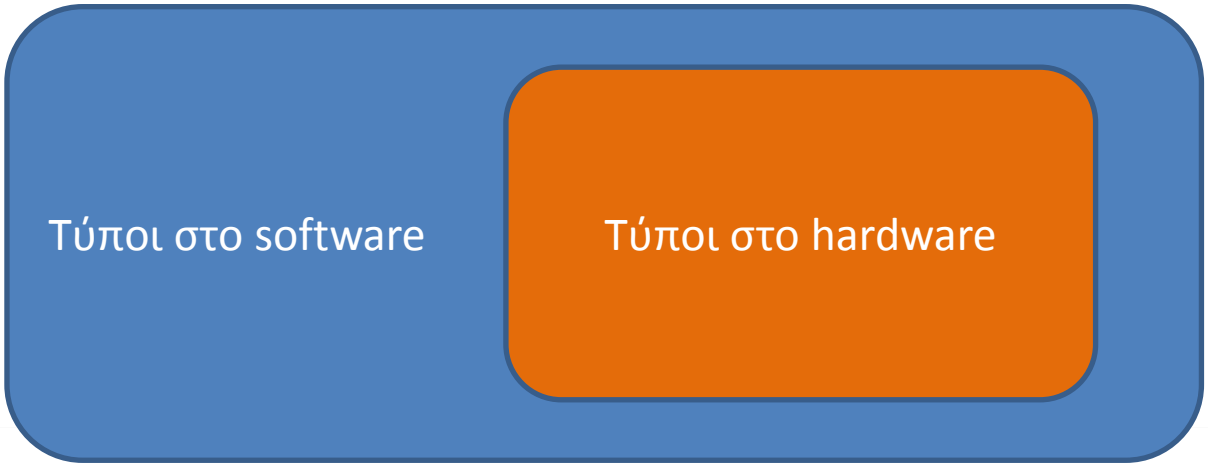


Πόσο κάνει 0.1 * 0.1 ;



Θεμελιώδεις τύποι δεδομένων

- Άμεση υποστήριξη από το hardware
  - Ακέραιοι (integers, **int**),
  - Κινητής υποδιαστολής (floating point, **float**),
  - Χαρακτήρες, αλφαριθμητικά (**str**)
- Από τους θεμελιώδεις, το προγραμματιστικό περιβάλλον «χτίζει» νέους τύπους δεδομένων



Διαφορετικές γλώσσες - διαφορετική συμπεριφορά **C** *versus* **Python**

```
#include <stdio.h>
int main(int argc, char *argv[]) {
 int i = 1<<30;
 printf("%d\n", i);
 system("pause");
}
```

Σημαίνει 2^{30}

1073741824

```
>>> a = 1 <<30
>>> a
```

1073741824

```
#include <stdio.h>
int main(int argc, char *argv[]) {
 int i = 1<<31;
 printf("%d\n", i);
 system("pause");
}
```

-2147483648

```
>>> a = 1<<31
>>> a
```

2147483648**L**

Ένα πείραμα

```
global a
a = 1<<30
def test():
        for i in range(0, 50):
                b = a + 1
if __name__ == '__main__':
        from timeit import Timer
        t = Timer('test()','from __main__ import test')
        print t.timeit(1000000)
```

Χρόνος: 10.7764198383 sec

```
global a
a = 1<<31
def test():
        for i in range(0, 50):
                b = a + 1
if __name__ == '__main__':
        from timeit import Timer
        t = Timer('test()','from __main__ import test')
        print t.timeit(1000000)
```

Χρόνος: 21.0824803152 sec

Διπλάσιος χρόνος!

Ένας μηχανισμός - *preview*

1

0	0	0	0	0	0	0	1

Για αριθμούς με πρόσημο σε *αναπαράσταση συμπληρώματος του δύο*, Αν όχι πρόσημο, τότε $+2^7$

βάρη

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$64=2^6$

0	1	0	0	0	0	0	0

1<<6

65

0	1	0	0	0	0	0	1

-128

1	0	0	0	0	0	0	0

1<<7

Αν χρειάζομαι το +128 ;;;

-128

1	0	0	0	0	0	0	0

-2^{15}	2^{14}	2^{13}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Χρειάζονται δύο λέξεις ⇒ περισσότερη δουλειά!

Αν χρειάζομαι το +128 ;;;

-128

1	0	0	0	0	0	0	0

-2^{15}	2^{14}	2^{13}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Χρειάζονται δύο λέξεις ⇒ περισσότερη δουλειά!

Μετατροπές βάσης σε python

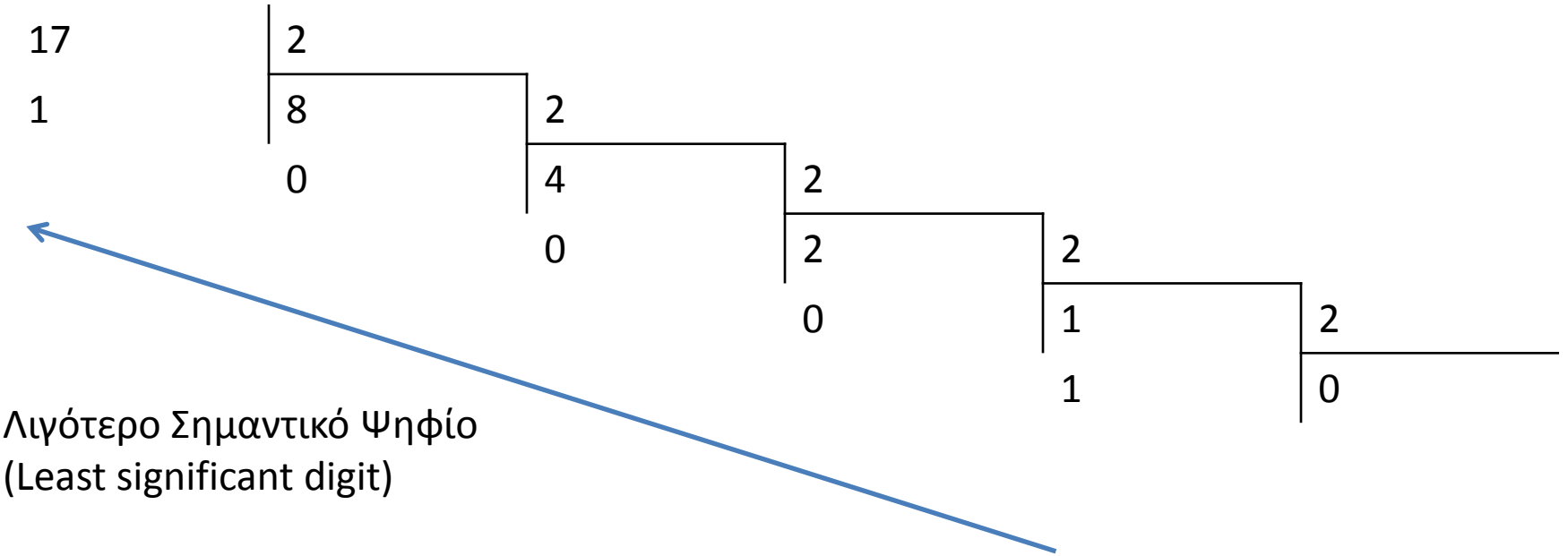
- int (x, [base])
- hex( )
- oct( )
- bin( )

Μετατροπές μεταξύ βάσεων

Μέθοδος διαδοχικών διαιρέσεων:

- **Νέο πηλίκο**: ακέραια διαίρεση του παλιού πηλίκου με **τη βάση**, μέχρις ότου να μηδενιστεί το πηλίκο.
- Η ζητούμενη αναπαράσταση σχηματίζεται από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων.
  - Τα περισσότερο σημαντικά ψηφία υπολογίζονται τελευταία.

Μετατροπή από βάση 10 σε βάση 2



Λιγότερο Σημαντικό Ψηφίο
(Least significant digit)

Περισσότερο Σημαντικό Ψηφίο
(Most significant digit)

$17 = 8\times2 + 1$

$= (4\times2 + 0)\times2 + 1$

$= ((2\times2 + 0)\times2 + 0)\times2 + 1$

$= (((1\times2 + 0)\times2 + 0)\times2 + 0)\times2 + 1$

$= ((((0\times2 + 1)\times2 + 0)\times2 + 0)\times2 + 0)\times2 + 1$

$= 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0$

Γιατί ισχύει η μετατροπή;

- $17 = 8\times2 + 1$

  $= (4\times2 + 0) \times2 + 1$

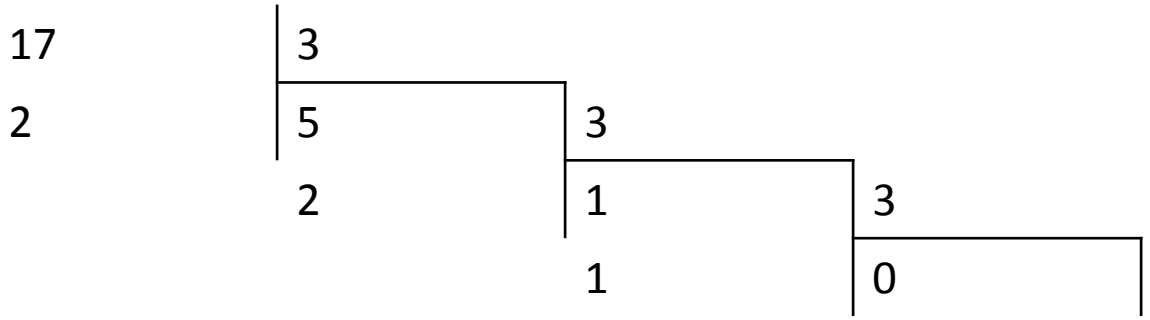
  $= ((2\times2 + 0) \times2 + 0) \times2 + 1$

  $= (((1\times2 + 0) \times2 + 0) \times2 + 0) \times2 + 1$

  $= ((((0\times2 + 1) \times2 + 0) \times2 + 0) \times2 + 0) \times2 + 1$

  $= 1 \times2^4 + 0 \times2^3 + 0 \times2^2 + 0 \times2^1 + 1 \times2^0$

Ισχύει για μετατροπή σε κάθε βάση *r*

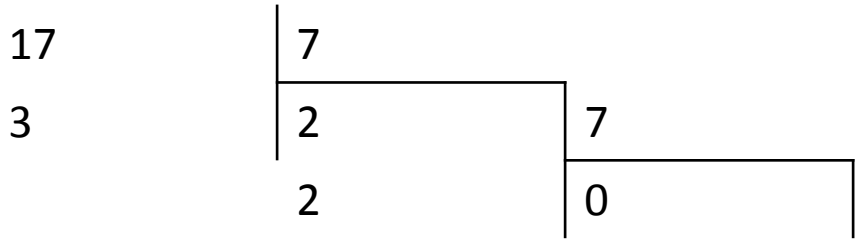


$r = 3$

$17_{10} = 122_3$

$122_3 = 1 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 2 \times 3^0 = 9 + 6 + 2 = 17$

Βάση $r = 7$



$r = 7$

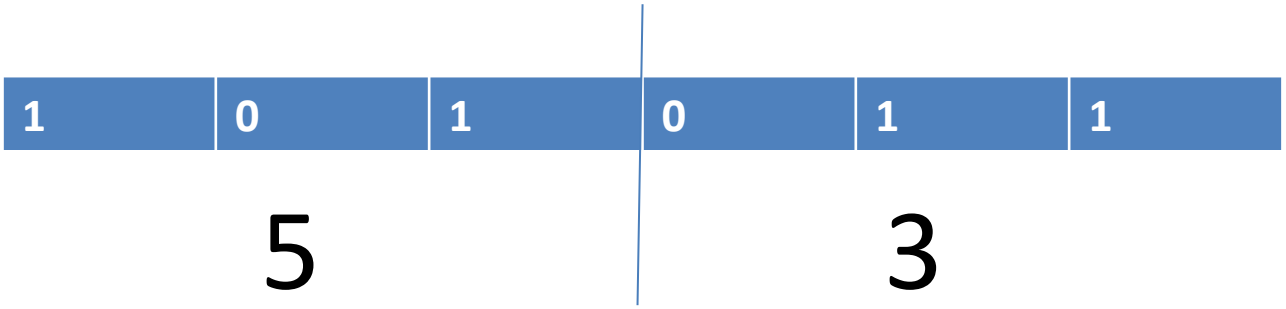
$17_{10} = 23_7$

$23_7 = 2\times7^1 + 3\times7^0$

Πόσα ψηφία χρειάζομαι για να γράψω τον αριθμό Χ (θετικός ακέραιος) σε βάση *r;*

Χρήσιμες -ειδικές περιπτώσεις μετατροπής βάσεων

- Ιδιότητες απλουστεύουν τους υπολογισμούς
- Μετατροπές μεταξύ συγκεκριμένων βάσεων
  - Βάση 8 $\leftrightarrow$ Βάση 2 $\leftrightarrow$ Βάση 16
  - Ιδιότητα r_1, r_2, οι βάσεις (radix)



$=53_8$

Χρήσιμες -ειδικές περιπτώσεις μετατροπής βάσεων

- Παραδείγματα μετατροπών ακεραίων μεταξύ βάσεων
- Γενικές περιπτώσεις
  - Από βάση *r* σε βάση 10
  - Από βάση 10 σε βάση *r*
- Ειδικές περιπτώσεις εύκολων μετατροπών

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Διαφάνειες 6, 7, 8: χρήση του Python Editor IDLE