ΕΕ728

Προχωρημένα Θέματα Θεωρίας Πληροφορίας

Δημήτρης - Αλέξανδρος Τουμπακάρης

4ο Μάθημα – 20 Μαρτίου 2008

Ανακεφαλαίωση προηγούμενου μαθήματος

- Η αμοιβαία πληροφορία είναι κοίλη ($\cap$) συνάρτηση της $p(x)$ για δεδομένη $p(y|x)$.
- Ανισότητα Επεξεργασίας Δεδομένων: Δε μπορούμε να "δημιουργήσουμε" νέα πληροφορία. Αντίθετα, σε ορισμένες περιπτώσεις, ενδέχεται να απωλέσουμε πληροφορία με την επεξεργασία μιας τ.μ.
- Ανισότητα Fano. Δίνει κάτω φράγμα για την πιθανότητα σφάλματος P_e όταν εκτιμάται μια τ.μ. X με βάση παρατήρηση άλλης τ.μ. Y. Επίσης δίνει άνω φράγμα για την $H(X|Y)$ δεδομένης της P_e.
- Ιδιότητα Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (Asymptotic Equipartition Property). Έστω ακολουθίες μεγάλου μήκους οι οποίες δημιουργούνται με βάση την έξοδο μιας εργοδικής πηγής. Μπορούμε να τις κατατάξουμε σε δύο σύνολα: Το τυπικό (που περιέχει σχεδόν όλη την πιθανότητα) και το μη τυπικό που περιέχει σχεδόν μηδενική πιθανότητα (αλλά όχι, κατ' ανάγκη, λίγες ακολουθίες). Αποτελεί τη βάση της συμπίεσης σταθερού μήκους.

Προεπισκόπηση σημερινού μαθήματος

- Ιδιότητα Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (**Asymptotic Equipartition Property**) (συνέχεια).
- Εφαρμογή του **AEP** στην κωδικοποίηση. Κωδικοποίηση σταθερού μήκους.
- Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής. Απόδειξη για πηγές χωρίς μνήμη.
- Εισαγωγή στην Κωδικοποίηση Καναλιού
  - Διακριτά Κανάλια. Διακριτά Κανάλια Χωρίς Μνήμη.
  - Χωρητικότητα Διακριτού Καναλιού Χωρίς Μνήμη.

Περιεχόμενα μαθήματος

- $\boxed{\text{Ιδιότητα Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (AEP) (συνέχεια)}}$
- Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους
- Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής
- Διακριτά Κανάλια και Χωρητικότητα.

Αποδείξεις ιδιοτήτων Τυπικού Συνόλου

1. Εάν $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in A_\epsilon^{(n)}$, τότε $H(X) - \epsilon \leq -\frac{1}{n}\log p(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq H(X) + \epsilon$.

   Προκύπτει άμεσα από τον ορισμό του τυπικού συνόλου παίρνοντας το λογάριθμο.

2. $\Pr\{A_\epsilon^{(n)}\} > 1 - \epsilon$ για n μεγαλύτερο από κάποια τιμή n_0.

   Προκύπτει άμεσα από το AEP δεδομένου ότι η πιθανότητα μια ακολουθία να είναι τυπική τείνει στο 1 καθώς το n τείνει στο άπειρο. Επομένως, για κάθε $\delta > 0$, υπάρχει n_0 τέτοιο ώστε, για $n \geq n_0$,

$$\Pr\left\{\left|-\frac{1}{n}\log p(X_1, X_2, \ldots, X_n) - H(X)\right| < \epsilon\right\} > 1 - \delta.$$

   Θέτοντας $\delta = \epsilon$ προκύπτει η ιδιότητα.

Αποδείξεις ιδιοτήτων Τυπικού Συνόλου (συνέχεια)

3. $|A_\epsilon^{(n)}| \le 2^{n(H(X)+\epsilon)}$.

$$1 = \sum_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}^n} p(\mathbf{x}) \ge \sum_{\mathbf{x}\in A_\epsilon^{(n)}} p(\mathbf{x}) \overset{(a)}{\ge} \sum_{\mathbf{x}\in A_\epsilon^{(n)}} 2^{-n(H(X)+\epsilon)} = 2^{-n(H(X)+\epsilon)}|A_\epsilon^{(n)}|.$$

Στο (a) χρησιμοποιήθηκε ο ορισμός του τυπικού συνόλου.

4. $|A_\epsilon^{(n)}| \ge (1-\epsilon)2^{n(H(X)-\epsilon)}$, για n μεγαλύτερο από κάποια τιμή n_0.
   Από τη 2η ιδιότητα, για $n \ge n_0$,

$$1-\epsilon < \Pr\{A_\epsilon^{(n)}\} \le \sum_{\mathbf{x}\in A_\epsilon^{(n)}} p(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{x}\in A_\epsilon^{(n)}} 2^{-n(H(X)-\epsilon)} = 2^{-n(H(X)-\epsilon)}|A_\epsilon^{(n)}|.$$

Παράδειγμα 4.1 (**Cover Problem 3.6**)

- Έστω οι ανεξάρτητες και ομοίως κατανεμημένες (i.i.d) τ.μ. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ που ακολουθούν κατανομή $p(x)$. Να βρεθεί η τιμή του ορίου

$$\lim_{n\to\infty} \{p(X_1, X_2, \ldots, X_n)\}^{1/n}.$$

- Απάντηση:

$$\lim_{n\to\infty} \log\{p(X_1, X_2, \ldots, X_n)\}^{1/n} = \lim_{n\to\infty} \left\{\frac{1}{n}\log p(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right\} = -H(X) \Rightarrow$$

$$\lim_{n\to\infty} \{p(X_1, X_2, \ldots, X_n)\}^{1/n} = 2^{-H(X)}.$$

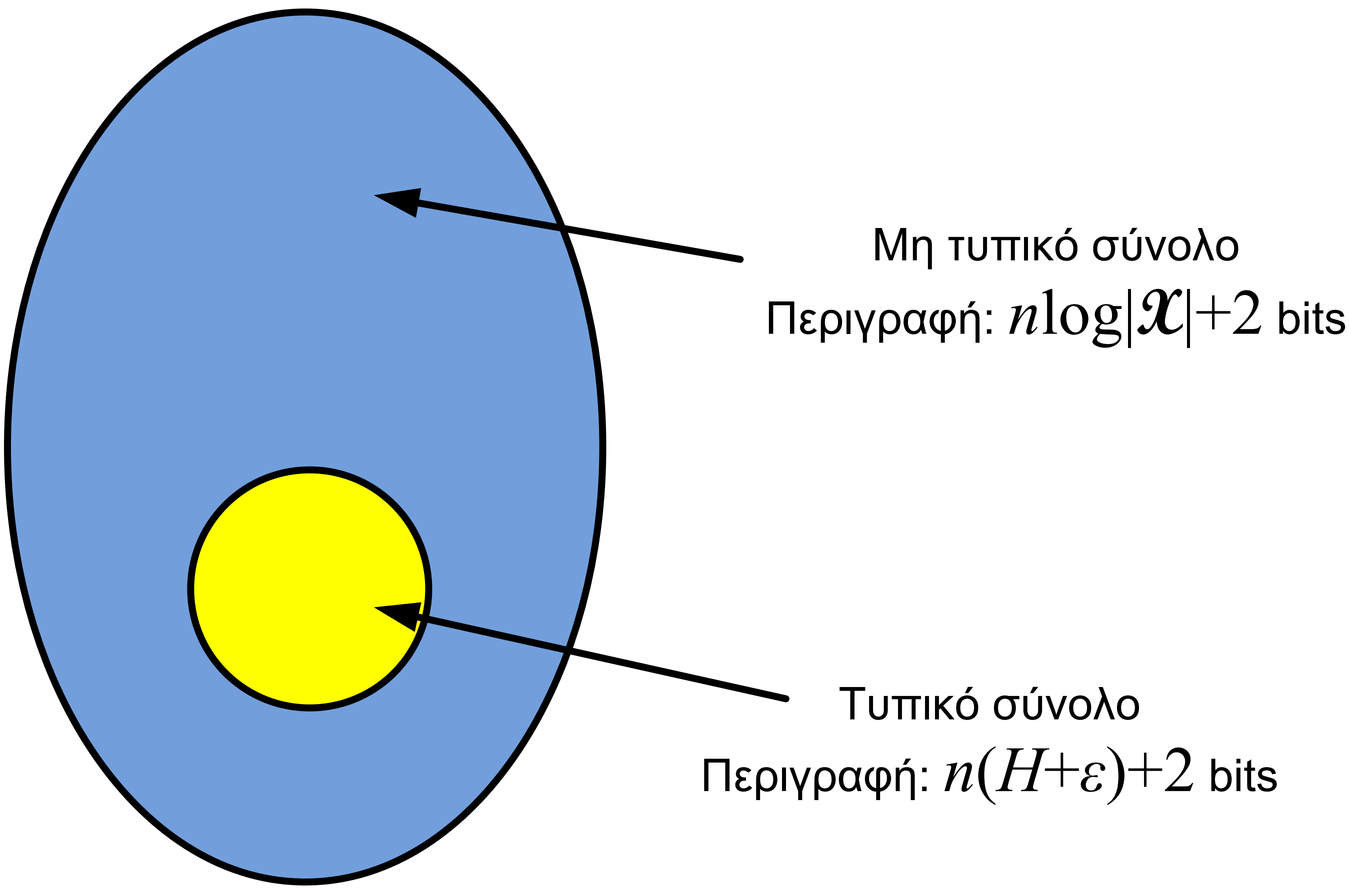
Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους

- Ιδιότητα Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (AEP) (συνέχεια)
- Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους
- Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής
- Διακριτά Κανάλια και Χωρητικότητα.

Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους

- Έστω, όπως και προηγουμένως, ανεξάρτητες, όμοια κατανεμημένες (i.i.d) τ.μ. $X_i \sim p(x)$. Θέλουμε να βρούμε αποδοτική περιγραφή ακολουθιών $X_1, X_2, \ldots, X_n$ των τ.μ.
- Χωρίζουμε όλες τις $|\mathcal{X}|^n$ πιθανές ακολουθίες σε 2 σύνολα: Το <u>τυπικό</u> σύνολο $A_\epsilon^{(n)}$ και το <u>μη τυπικό</u> σύνολο $A_\epsilon^{(n)^c} = \mathcal{X}^n - A_\epsilon^{(n)}$.
- Διατάσσουμε όλες τις ακολουθίες σε κάθε σύνολο. Για το τυπικό σύνολο, δεδομένου ότι περιέχει το πολύ $2^{n(H+\epsilon)}$ ακολουθίες (σύμφωνα με την ιδιότητα 3), χρειαζόμαστε το πολύ $n(H+\epsilon)+1$ bits (το επιπλέον 1 bit οφείλεται στο ότι ενδέχεται η ποσότητα $n(H+\epsilon)$ να μην είναι ακέραιος).
- Για το μη τυπικό σύνολο, χρειαζόμαστε το πολύ $n \log |\mathcal{X}| + 1$ bits.
- Σχηματίζουμε ακολουθία μήκους $n > n_0$ από τα σύμβολα X_i της πηγής που θέλουμε να κωδικοποιήσουμε. Εάν η ακολουθία είναι τυπική, χρησιμοποιούμε πρόθεμα 0, αλλιώς χρησιμοποιούμε πρόθεμα 1.

Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους με χρήση τυπικού συνόλου



Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους (συνέχεια)

- Το μέσο μήκος της κωδικής λέξης ισούται με

$$
\begin{aligned}
E[l(X^n)] &= \sum_{x^n} p(x^n) l(x^n) = \sum_{x^n \in A_\epsilon^{(n)}} p(x^n) l(x^n) + \sum_{x^n \in A_\epsilon^{(n)^c}} p(x^n) l(x^n) \\
&\le \sum_{x^n \in A_\epsilon^{(n)}} p(x^n)[(nH+\epsilon)+2] + \sum_{x^n \in A_\epsilon^{(n)^c}} p(x^n)(n \log|\mathcal{X}|+2) \\
&= \Pr\left\{A_\epsilon^{(n)}\right\}[(nH+\epsilon)+2] + \Pr\left\{A_\epsilon^{(n)^c}\right\}[n\log|\mathcal{X}|+2] \\
&\le (nH+\epsilon)+2+\epsilon(n\log|\mathcal{X}|+2) = n(H+\epsilon').
\end{aligned}
$$

- Το $\epsilon' = \epsilon + \epsilon \log|\mathcal{X}| + \frac{2+\epsilon}{n}$ μπορεί να γίνει αυθαίρετα μικρό επιλέγοντας κατάλληλη τιμή του n και του ϵ (το οποίο εξαρτάται από το n).
- Συνεπώς, $E\left[\frac{1}{n} l(X^n)\right] \le H(X) + \epsilon'$ για $n > n_1$.

Παρατηρήσεις

- Δείξαμε ότι υπάρχει (τουλάχιστον ένας) τρόπος να συμπιέσουμε μια ακολουθία μήκους n με χρήση $nH + \epsilon$ bits (αντί για $n \log |\mathcal{X}|$).
- Η σημαντική παρατήρηση είναι ότι, καθώς το μήκος της ακολουθίας τείνει στο άπειρο, η πιθανότητα να εμφανιστεί μη τυπική ακολουθία τείνει στο 0. Μάλιστα, η κωδικοποίηση των μη τυπικών ακολουθιών έγινε χωρίς να ληφθεί πρόνοια να είναι όσο το δυνατόν αποδοτικότερη (χρησιμοποιώντας, π.χ. $n \log \left| A_\epsilon^{(n)^c} \right|$ bits).
- Παρατηρήστε ότι το τυπικό σύνολο ενδέχεται να περιέχει λίγα στοιχεία (το μέγεθός του είναι $\sim 2^{nH}$). Ωστόσο, τα στοιχεία του περιέχουν (σχεδόν) όλη την πιθανότητα!
- Δε χάσαμε καθόλου πληροφορία με την κωδικοποίηση, δεδομένου ότι σε κάθε ακολουθία αντιστοιχίσαμε μια μοναδική κωδική λέξη.
- Ωστόσο, παρατηρούμε ότι, για να συμπιέσουμε αποδοτικά, χρειαζόμαστε μεγάλα μήκη ακολουθιών και, επομένως, δημιουργούνται μεγάλες απαιτήσεις σε καθυστέρηση και μνήμη.
- Θα αποδείξουμε ότι δεν υπάρχει κώδικας χωρίς απώλειες που επιτυγχάνει συμπίεση με λιγότερα bits ανά σύμβολο από την εντροπία (Αντίστροφο Θεωρήματος Κωδικοποίησης Πηγής).

Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής

- Ιδιότητα Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (AEP) (συνέχεια)
- Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους
- Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής
- Διακριτά Κανάλια και Χωρητικότητα.

Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής

- Είδαμε ότι, για πηγή χωρίς μνήμη, μπορούμε να πετύχουμε συμπίεση αυθαίρετα κοντά στην εντροπία αυξάνοντας το μήκος των κωδικοποιούμενων ακολουθιών (εκμεταλλευόμενοι το AEP).
- Στο μάθημα "Θεωρία Πληροφορίας", είδαμε, επίσης, ότι για βέλτιστους κώδικες μεταβλητού μήκους και πηγή χωρίς μνήμη, $H(X) \leq E[l^*] < H(X) + 1 \Rightarrow H(X^L) \leq E[\tilde{l}^*] < H(X^L) + 1 \Rightarrow LH(X) \leq E[\tilde{l}^*] < LH(X) + 1 \Rightarrow H(X) \leq E[\tilde{l}^*]/L < H(X) + 1/L$.
- Απομένει να αποδείξουμε ότι, εάν προσπαθήσουμε να συμπιέσουμε με μέσο μήκος μικρότερο από την εντροπία, η πιθανότητα σφάλματος $P_e \rightarrow 1$.
- Έστω ότι το μήκος της αρχικής (προς συμπίεση) ακολουθίας ισούται με L. Θεωρούμε δυαδικές ακολουθίες (αν και η απόδειξη γενικεύεται εύκολα). Έστω ότι η ακολουθία συμπιέζεται με χρήση N bits, όπου $N < L[H(X) - 2\epsilon]$, $\epsilon > 0$. Επομένως, μπορούμε να δημιουργήσουμε το πολύ $2^{L(H(X)-2\epsilon)}$ ακολουθίες στην έξοδο του αποκωδικοποιητή.
- Δεδομένου ότι η από κοινού συνάρτηση μάζας πιθανότητας μιας τυπικής ακολουθίας δεν υπερβαίνει την τιμή $2^{-L(H(X)-\epsilon)}$, η πιθανότητα P_c μια κωδική λέξη να έχει αντιστοιχιστεί σε δεδομένη τυπική ακολουθία είναι $P_c \leq 2^{-L(H(X)-\epsilon)} \cdot 2^{L(H(X)-2\epsilon)} = 2^{-L\epsilon}$.

Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής (συνέχεια)

- Συνεπώς, για την πιθανότητα σφάλματος, ισχύει $P_e = 1 - P_c \geq 1 - 2^{-L\epsilon}$. Για $L \to \infty$, $P_e \to 1$ για οποιοδήποτε $\epsilon > 0$.
- Επομένως, αποδείξαμε και το αντίστροφο του θεωρήματος Κωδικοποίησης Πηγής, ότι, δηλαδή, δε μπορεί να επιτευχθεί συμπίεση χωρίς απώλειες με μέσο μήκος μικρότερο της εντροπίας.
- Το Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής για κωδικοποίηση μεταβλητού μήκους είναι πιο "ισχυρό" από το Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής για κωδικοποίηση σταθερού μήκους, δεδομένου ότι στο όριο η συμπίεση μεταβλητού μήκους συμπίπτει με τη συμπίεση σταθερού μήκους.
- Το Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής ισχύει και για διακριτές στάσιμες εργοδικές πηγές με $H(X) < \infty$: Μπορούμε να συμπιέσουμε με μέσο μήκος που τείνει στο ρυθμό εντροπίας $H(\mathcal{X})$. Ωστόσο, η απόδειξη είναι (σαφώς) πιο πολύπλοκη (βλ. π.χ. Gallager 3.5.)
- Στα επόμενα θα θεωρούμε ότι η μέγιστη συμπίεση χωρίς απώλειες που μπορεί να επιτευχθεί ισούται με το ρυθμό εντροπίας (ο οποίος ταυτίζεται με την εντροπία ανά σύμβολο για πηγές χωρίς μνήμη).

Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής – Εναλλακτική Απόδειξη Αντιστρόφου

- Με χρήση Ανισότητας Fano. Απόδειξη ασθενούς αντιστρόφου, δηλαδή ότι δε μπορούμε να έχουμε $P_e \to 0$ και $R < H(X)$.
- Έστω ότι συμπιέζουμε μια πηγή χωρίς μνήμη με ρυθμό R και I η τ.μ. που υποδηλώνει το δείκτη της κωδικής λέξης που χρησιμοποιείται για τη συμπίεση μιας ακολουθίας X^n(Η I παίρνει μια από 2^{nR} τιμές). Ο αποκωδικοποιητής παράγει εκτίμηση $\hat{X}^n$ της ακολουθίας X^n με βάση το δείκτη I.
- Παρατηρήστε ότι $X^n \to I \to \hat{X}^n$.
- Από την ανισότητα Fano, εάν $P_e^{(n)} = \Pr\{\hat{X}^n \neq X^n\}$,

$$H(X^n|\hat{X}^n) \leq P_e^{(n)} \log|\mathcal{X}^n| + 1 = nP_e^{(n)} \log|\mathcal{X}| + 1 \triangleq n\epsilon_n,$$

όπου $\epsilon_n = P_e^{(n)} \log|\mathcal{X}| + \frac{1}{n} \to 0$ για $n \to \infty$, δεδομένου ότι έχουμε υποθέσει ότι $P_e^{(n)} \to 0$.

Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής – Εναλλακτική Απόδειξη Αντιστρόφου (2)

$$H(X^n|\hat{X}^n) \leq n\epsilon_n.$$

- Δεδομένου ότι $X^n \to I \to \hat{X}^n$, από την ανισότητα επεξεργασίας δεδομένων, $I(X^n; I) \geq I(X^n; \hat{X}^n) \to H(X^n) - H(X^n|I) \geq H(X^n) - H(X^n|\hat{X}^n) \to H(X^n|I) \leq H(X^n|\hat{X}^n)$.
- Συνεπώς, $H(X^n|I) \leq H(X^n|\hat{X}^n) \leq n\epsilon_n \Rightarrow H(X^n|I) \to 0$ για $n \to \infty$, εφόσον $P_e^{(n)} \to 0$.
- Μπορούμε, επίσης, να γράψουμε

  $$nR \overset{(a)}{\geq} H(I) \overset{(b)}{=} I(X^n; I) = H(X^n) - H(X^n|I) \overset{(c)}{=} nH(X) - H(X^n|I) \geq nH(X) - n\epsilon_n.$$

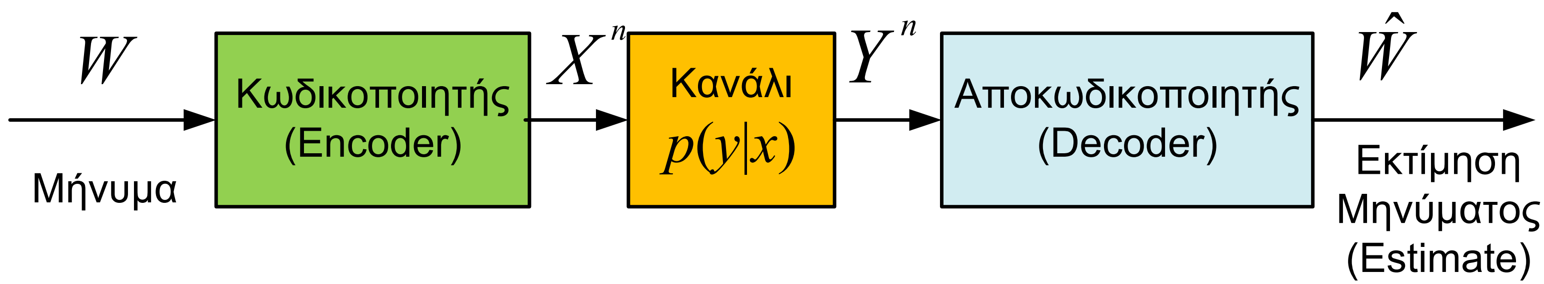
  (a) $H(I) \leq \log|\mathcal{I}| = nR$, (b) $H(I|X^n) = 0$, (c) Οι X_i είναι i.i.d.
- Άρα, για $n \to \infty$, $R \geq H(X)$.

Διακριτά Κανάλια και Χωρητικότητα

- Ιδιότητα Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (AEP) (συνέχεια)
- Κωδικοποίηση Σταθερού Μήκους
- Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής
- Διακριτά Κανάλια και Χωρητικότητα

Διακριτά Κανάλια – Εισαγωγή

- Έως τώρα το ενδιαφέρον εστιάστηκε στη βέλτιστη συμπίεση της πληροφορίας που παράγει μια πηγή.
- Το δεύτερο μεγάλο κεφάλαιο της Θεωρίας Πληροφορίας ασχολείται με τη μετάδοση πληροφορίας μέσω ενός καναλιού.



- Στο σχήμα, η πηγή θέλει να μεταδώσει ένα μήνυμα W μέσω ενός καναλιού. Το κανάλι προξενεί παραμόρφωση στο μήνυμα.
  - Πόση είναι η μέγιστη πληροφορία που μπορεί να μεταδοθεί ανά χρήση του καναλιού;
  - Πώς αυτή εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του καναλιού;
  - Πώς επιτυγχάνεται μετάδοση του μέγιστου αυτού ποσού πληροφορίας;

Διακριτά Κανάλια – Εισαγωγή (συνέχεια)

- Στο μάθημα "Θεωρία Πληροφορίας" είδαμε ότι, για κανάλια χωρίς μνήμη, ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης ονομάζεται χωρητικότητα του καναλιού C και ισούται (για κανάλι διακριτού χρόνου) με $\max_{p(x)} I(X;Y)$ (Θεώρημα Χωρητικότητας Καναλιού – θα το αποδείξουμε σύντομα).
- Σε κανάλια με μνήμη ο χαρακτηρισμός είναι πιο σύνθετος και δεν ορίζεται πάντοτε μια μοναδική τιμή χωρητικότητας.
- Δεν είναι προφανές εάν η συμπίεση της πηγής πρέπει να γίνει λαμβάνοντας υπόψη το κανάλι στο οποίο θα μεταδοθεί η πληροφορία ή εάν η κωδικοποίηση πηγής και η κωδικοποίηση καναλιού μπορούν να γίνουν ανεξάρτητα. Το Θεώρημα Διαχωρισμού Πηγής-Καναλιού εξασφαλίζει ότι οι δύο κωδικοποιήσεις μπορούν να γίνουν ανεξάρτητα στην περίπτωση διακριτού καναλιού χωρίς μνήμη.
- Επομένως, εάν για μια πηγή ισχύει $H(\mathcal{X}) < C$, η πληροφορία που παράγει η πηγή μπορεί να μεταδοθεί μέσω του καναλιού με αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος.
- Το Θεώρημα Διαχωρισμού Πηγής-Καναλιού ενοποιεί τη συμπίεση και την κωδικοποίηση καναλιού (για διακριτά κανάλια ενός χρήστη, χωρίς μνήμη).

Διακριτά κανάλια – Ορισμοί

- Ένα <u>διακριτό κανάλι</u> $(\mathcal{X}, p(y|x), \mathcal{Y})$ αποτελείται από δύο πεπερασμένα σύνολα $\mathcal{X}$ και $\mathcal{Y}$ και ένα σύνολο δεσμευμένων συναρτήσεων μάζας πιθανότητας $p(y|x)$, μια για κάθε $x \in \mathcal{X}$, ώστε, για κάθε x και y, $p(y|x) \geq 0$ και, για κάθε x, $\sum_y p(y|x) = 1$. Η τ.μ. X είναι η είσοδος του καναλιού και η Y η έξοδός του.
- Έστω ότι χρησιμοποιούμε ένα διακριτό κανάλι n φορές. Ορίζουμε τη <u>n-οστή επέκταση του διακριτού καναλιού χωρίς μνήμη</u> $(\mathcal{X}^n, p(y^n|x^n), \mathcal{Y}^n)$, όπου

$$p(y_k|x^k, y^{k-1}) = p(y_k|x_k), \qquad k = 1, 2, \ldots, n.$$

- Εάν το κανάλι (χωρίς μνήμη) χρησιμοποιείται χωρίς ανάδραση, δηλαδή η είσοδος στο κανάλι δεν εξαρτάται από τις εξόδους σε προηγούμενες χρονικές στιγμές, $p(x_k|x^{k-1}, y^{k-1}) = p(x_k|x^{k-1})$, και

$$p(y^n|x^n) = \prod_{i=1}^{n} p(y_i|x_i).$$

Χωρητικότητα Διακριτού Καναλιού Χωρίς Μνήμη

- "Πληροφοριακή" Χωρητικότητα Διακριτού Καναλιού Χωρίς Μνήμη ("Information" Channel Capacity):

$$C = \max_{p(x)} I(X;Y)$$

- Παραδείγματα διακριτών καναλιών χωρίς μνήμη (επανάληψη από το μάθημα "Θεωρία Πληροφορίας")
  - Δυαδικό Συμμετρικό Κανάλι (Binary Symmetric Channel – BSC): $C = 1 - H(p)$ bits, επιτυγχάνεται με ομοιομορφη κατανομή εισόδου $p(x) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
  - Δυαδικό Κανάλι με Διαγραφή (Binary Erasure Channel): $C = 1 - \alpha$, όπου α η πιθανότητα διαγραφής. Επιτυγχάνεται με ομοιομορφη κατανομή εισόδου $p(x) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
  - Η χωρητικότητα του δυαδικού καναλιού με διαγραφή παραμένει η ίδια εάν χρησιμοποιήσουμε ανάδραση.
  - Θα δούμε ότι το αποτέλεσμα αυτό, δηλαδή ότι η χρήση ανάδρασης δεν αυξάνει τη χωρητικότητα, ισχύει γενικά για τα όλα τα διακριτά κανάλια χωρίς μνήμη.

Ανακεφαλαίωση μαθήματος

- Κωδικοποίηση σταθερού μήκους με χρήση του AEP. Στο όριο, αρκεί να έχουμε αποδοτική περιγραφή μόνο για τις τυπικές ακολουθίες. Μπορούμε είτε να αγνοήσουμε τις μη τυπικές, είτε να τις κωδικοποιήσουμε με μη αποδοτικό τρόπο, δεδομένου ότι η συνεισφορά τους στο μέσο μήκος του κώδικα είναι αμελητέα.
- Θεώρημα Κωδικοποίησης Πηγής. Μπορούμε να Κωδικοποιήσουμε με $E[l]$ αυθαίρετα κοντά στην εντροπία (στο ρυθμό εντροπίας, γενικότερα) με κώδικα σταθερού ή μεταβλητού μήκους. Εάν προσπαθήσουμε να κωδικοποιήσουμε με μικρότερο μέσο μήκος, $P_e \rightarrow 1$.
- Εισαγωγή στα Διακριτά Κανάλια και, ειδικότερα, στα Διακριτά Κανάλια χωρίς Μνήμη.
- Η χωρητικότητα Διακριτών Καναλιών Χωρίς μνήμη είναι ο μέγιστος εφικτός ρυθμός μετάδοσης και ισούται με $\max_{p(x)} I(X;Y)$ (Σύμφωνα με το Θεώρημα Κωδικοποίησης Καναλιού το οποίο θα αποδείξουμε).

Προεπισκόπηση επόμενου μαθήματος

- Ιδιότητα Από Κοινού Ασυμπτωτικής Ισοδιαμέρισης (Joint AEP).
- Απόδειξη Θεωρήματος Κωδικοποίησης Καναλιού (ευθύ) για Διακριτά Κανάλια Χωρίς Μνήμη με χρήση αποκωδικοποίησης από κοινού τυπικότητας (βασιζόμενοι στο Από Κοινού AEP).
- Απόδειξη του (ασθενούς) αντιστρόφου του Θεωρήματος Κωδικοποίησης Καναλιού με χρήση ανισότητας Fano.
- Χωρητικότητα Διακριτού Καναλιού Χωρίς Μνήμη με ανάδραση (feedback). Αυξάνει η χωρητικότητα εάν χρησιμοποιηθεί ανάδραση;