

ΕΕΕ725 - Ειδικά Θέματα Ψηφιακών  
Επικοινωνιών

Δημήτρης - Αλέξανδρος Τουμπακάκης  
11ο Μάθημα – 22 Ιανουαρίου 2008

## Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

---

- Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι (ολοκλήρωση).
  - Tse & Viswanath, Ch.3
  - Proakis, Ch 14
- Διαμόρφωση OFDM

## Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι

---

- Λόγω των διαλείψεων, η μετάδοση δια μέσου ενός καναλιού κινητών επικοινωνιών απαιτεί μεγαλύτερη ισχύ σε σχέση με ένα μη μεταβαλλόμενο κανάλι.
- Αυτό ισχύει ακόμα και στην περίπτωση που γνωρίζουμε το κανάλι σε κάθε χρονική στιγμή.
- Δηλαδή, η μείωση της απόδοσης οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το κανάλι μεταβάλλεται και όχι στη μη τέλεια εκτίμηση καναλιού.
- Φυσικά, η ακριβής εκτίμηση καναλιού συμβάλλει στο να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή μετάδοση.

## Παράδειγμα: **BPSK**

---

- Έστω κανάλι **AWGN** με σταθερό **SNR**. Γνωρίζουμε ότι, για μετάδοση **BPSK**,  $P_e = Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma}\right) = Q\left(\frac{2\sqrt{E_x}}{2\sigma}\right) = Q(\sqrt{\text{SNR}})$ .
- Έστω, τώρα, μετάδοση **BPSK** σε κανάλι **Rayleigh**, **flat fading** με  $E[|h|^2] = 1$ . Δηλαδή,  $y[m] = h[m]x[m] + n[m]$ . Υποθέτουμε ότι ο δέκτης γνωρίζει την ακριβή τιμή όλων των (μγαδικών)  $h[m]$ . Επίσης, στο δέκτη,  $\overline{\text{SNR}} \triangleq E[\text{SNR}]$ .
- Προσαρμοσμένο φίλτρο:  $h^*[m]$ . Επομένως,  $r[m] \triangleq \Re\left\{\frac{h^*[m]}{|h[m]|}y[m]\right\} = |h[m]|x[m] + z[m]$ ,  $z \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{N}_0/2)$ .
- Αποδεικνύεται ότι  $P_e = E_h[P_{e|h}] = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\overline{\text{SNR}}}{2+\overline{\text{SNR}}}}\right) \approx \frac{1}{2\overline{\text{SNR}}}$ .
- Το κανάλι διαθέσεων έχει πολύ χειρότερα απόδοση σε σχέση με το κανάλι **AWGN**!

## Γιατί η μεγάλη διαφορά απόδοσης;

---

- Σε ένα κανάλι **AWGN** η πιθανότητα σφάλματος εξαρτάται μόνο από την πιθανότητα ο γκαουσιανός θόρυβος να υπερβεί την τιμή  $d_{\min}/2$ .
- Όταν ένα κανάλι με διαλείψεις έχει μεγάλο στιγμιαίο κέρδος  $h[m]$ , η πιθανότητα σφάλματος οφείλεται σε εξαιρετικές περιπτώσεις μεγάλου θορύβου δεδομένου ότι η ‘ουρά’ της  $Q(\cdot)$  έχει μικρό εμβαδόν.
- Ωστόσο, όταν το κανάλι έχει μικρό στιγμιαίο κέρδος, η  $d_{\min}$  είναι ίδιας τάξης μεγέθους με την τυπική απόκλιση του θορύβου, με αποτέλεσμα η  $Q(\cdot)$  να παίρνει μεγάλες τιμές.
- Η πιθανότητα το στιγμιαίο κέρδος του καναλιού να είναι μικρό ώστε  $|h[m]|^2 \text{SNR} = 1$  ισούται με  $\int_0^{1/\text{SNR}} e^{-x} dx \approx \frac{1}{\text{SNR}}$ .
- Ειδομένως, στα κανάλια διαλείψεων έχουμε 2 φαινόμενα: θόρυβο **AWGN** και διαλείψεις. Η πιθανότητα μεγάλης διάλειψης (**deep fades**) καθορίζει, στην ουσία, την πιθανότητα λάθους.
- Όσο καλός και να είναι ο δέκτης δε μπορούμε να κάνουμε τίποτα κατά τη διάρκεια των **deep fades**! (δεδομένου του καναλιού  $y[m] = h[m]x[m] + n[m]$ )

## Πώς μπορούμε να ελαττώσουμε την $P_e$ σε κανάλια με διαλείψεις;

---

- Ένας τρόπος είναι να δημιουργήσουμε με κάποιο τρόπο αντίγραφα του ίδιου σήματος  $\Rightarrow$  τεχνικές διαφορισμού (**diversity**).
  - Διαφορισμός στο χρόνο (**time diversity**): Μετάδοση σε περισσότερες από μια χρονικές στιγμές ώστε να εκμεταλλευόμαστε διαφορετικές τιμές των  $h[m]$ .
  - Διαφορισμός στη συχνότητα (**frequency diversity**): Μετάδοση σε περισσότερες από μια περιοχές του φάσματος (στην περίπτωση που έχουμε **multipath** και, επομένως, **frequency-selective fading**) ώστε να εκμεταλλευόμαστε διαφορετικές τιμές της απόκρισης συχνότητας  $H(f, m)$ .
  - Διαφορισμός στο χώρο (**space diversity**): Χρήση περισσότερων από μία κεραίων στον πομπό (**MISO**), στο δέκτη (**SIMO**) ή και στους δύο (**MIMO**) ώστε να έχουμε περισσότερα από ένα κανάλια.

## Πώς μπορούμε να ελαττώσουμε την $P_e$ σε κανάλια με διαλείψεις; (2)

---

- Επίσης, μπορούμε να μεταδώσουμε πιο ‘έξυπνα’ στον πομπό: Να αποφύγουμε τις ‘ κακές ’ περιοχές του καναλιού και να καταναείμουμε την ισχύ που εξοικονομείται στις ‘ καλές ’ περιοχές.
- Αποδεικνύεται ότι για **SNR**  $\rightarrow \infty$  η χωρητικότητα του καναλιού **Rayleigh 1 tap** υπολείπεται κατά **0.83 bits/s/Hz** (**-2.5 dB**) του καναλιού **AWGN**.
- Αντίθετα, για πολύ μικρά **SNR** η χωρητικότητα υπερβαίνει αυτή του καναλιού **AWGN** γιατί η πολύ περιορισμένη ενέργεια που διαθέτουμε χρησιμοποιείται μόνο όταν το στιγμιαίο κέρδος του καναλιού είναι πολύ μεγάλο.
- Πρόβλημα: Καθυστερήση. Ενδέχεται να μην έχουμε την πολυτέλεια να περιμένουμε μέχρι να εμφανιστεί καλό κανάλι (ειδικά για πολύ μικρά **SNR**).

## Διαφορισμός Χώρου (**space/antenna diversity**)

---

- Τα συστήματα **MIMO** επιτυγχάνουν και κάτι περισσότερο: Εάν τα κανάλια που δημιουργούνται είναι ανεξάρτητα **Rayleigh**, ένα σύστημα  $N_t \times N_r$  όπου  $N_t$  και  $N_r$  ο αριθμός κεραίων στον πομπό και στο δέκτη, αντίστοιχα, έχει χωρητικότητα  $\min(N_t, N_r)$  φορές μεγαλύτερη από αυτή του συστήματος **SISO**.
- Επομένως, με τα συστήματα **MIMO** αυξάνουμε τους βαθμούς ελευθερίας (**degrees of freedom**) του συστήματος.
- Μάλιστα, σε πολλές περιπτώσεις μπορούμε να 'ανταλλάξουμε' βαθμούς ελευθερίας με κέρδος λόγω διαφορισμού (**diversity gain**).



# Διαμόρφωση **OFDM**

---

- Μετάδοση στο ασύγματο κανάλι
- Διαμόρφωση **OFDM**
  - Van Nee & Prasad, Ch.2, Cioffi, Ch. 4

## OFDM – Εισαγωγή

---

- Μέθοδος διαμόρφωσης, αλλά και πολυπλεξίας.
- Μια διαφορετική προσέγγιση στο πρόβλημα της διασυμβολικής παρεμβολής.
- Τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιείται και σε κανάλια τα οποία μοιράζονται πολλοί χρήστες (OFDM (802.11a/g/n) ή OFDMA (802.16)).
- Σύνητο ιστορικό
  - Η ιδέα υπήρχε από τα τέλη της δεκαετίας του 1950.
  - Πρώτη ευρεσιτεχνία OFDM: 1970. Πρόταση για χρήση DFT: 1971 και 1981.
  - Περιορισμένη χρήση έως τις αρχές της δεκαετίας του 1990 λόγω δυσκολιών στην υλοποίηση, ιδιαίτερα λόγω αδυναμίας γρήγορης υλοποίησης του DFT με ψηφιακά κυκλώματα.
  - Χρήση OFDM στο πρωτόκολλο ADSL T1.413 (DMT) και ETSI DAB (1995), καθώς και DVB-T (1997).
- Σήμερα: Χρήση σε IEEE 802.11a/g/n (WiFi), IEEE 802.16a/d/e (WiMAX), 3GPP-LTE downlink (συστήματα GSM γενιάς 3.75 και 4).
- Πιθανότατα στο εγγύς μέλλον τα περισσότερα εμπορικά συστήματα θα χρησιμοποιούν OFDM/OFDMA.

## OFDM – Πλεονεκτήματα/Μειονεκτήματα

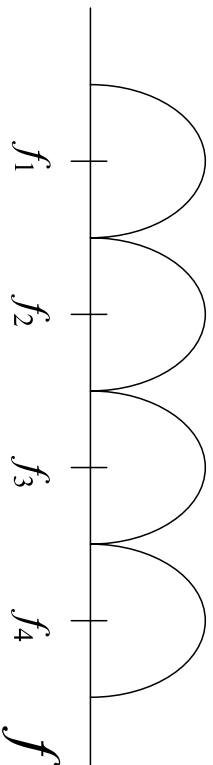
---

- Πλεονεκτήματα
  - Σχετικά απλή αντιμετώπιση της διασυβολικής παρεμβολής λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης (**multipath**) και διαλείψεων (**fading**).
  - Εάν το κανάλι δε μεταβάλλεται (ή μεταβάλλεται αργά), ο ρυθμός μετάδοσης μπορεί να αυξηθεί με προσαρμογή της μεταδιδόμενης ισχύος στον πομπό (**transmitter power adaptation**) → καλύτερη προσέγγιση της χωρητικότητας καναλιού.
  - Σε ασύρματα συστήματα μπορεί να χρησιμοποιηθεί προσαρμοστική κωδικοποίηση.
  - Μπορεί να αντιμετωπίσει καλά παρεμβολή μικρού εύρους ζώνης (**narrowband interference**).
  - Το **OFDM** επιτρέπει τη δημιουργία δικτύων μιας συχνότητας (**single-frequency networks**) είτε με χρήση πρωτοκόλλων τύπου διεκδίκησης (**contention-based**) ή με χρήση **OFDMA**.
- Μειονεκτήματα
  - Μεγαλύτερη ευαισθησία στην απόκλιση συχνότητας φορέα (**Carrier Frequency Offset**)
  - Σχετικά μεγάλος λόγος Μέγιστης προς Μέση ισχύος (**Peak-to-Average Ratio – PAR**).

## OFDM – Η βασική ιδέα

---

- Εάν ο ρυθμός μετάδοσης αυξηθεί μειώνοντας την απόσταση μεταξύ των κυματομορφών που μεταδίδουμε (ελαττώνοντας, δηλαδή, την περίοδο  $T_s$  μεταξύ διαδοχικών συμβόλων) η διασυμβολική παρεμβολή αυξάνει (στη γενική περίπτωση).
- Η ιδέα: Εάν χωρίσουμε το διαθέσιμο φάσμα σε περιοχές (γύρω από υποφέρουσες – **subcarriers**) και μεταδώσουμε γύρω από κάθε υποφέρουσα με μεγαλύτερη περίοδο  $T'_s$ , η διασυμβολική παρεμβολή θα είναι μικρότερη (γιατί η μετάδοση σε κάθε περιοχή γίνεται πιο αργά), και, επομένως, η εξίσωση (ισοστάθμιση) θα είναι απλούστερη.
- Απαιτείται πολυπλεξία στη συχνότητα (**Frequency Division Multiplexing – FDM**).

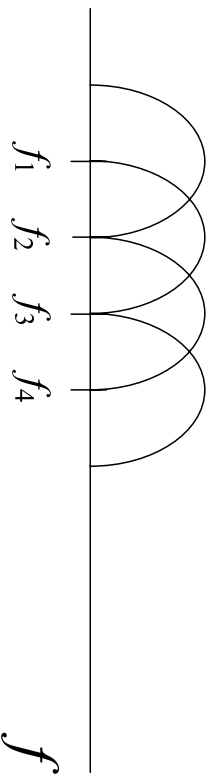


- Για την υλοποίηση χρειάζονται φίλτρα και αποστάσεις ‘ασφαλείας’ στο φάσμα (ζώνες φύλαξης – **guard bands**). Η υλοποίηση είναι πολυπλοκή και οδηγεί σε απώλεια μέρους του διαθέσιμου φάσματος.

## OFDM – Η βασική ιδέα (2)

---

- Εάν υπάρχει τρόπος η απόσταση των υποφερουσών να ελαττωθεί, τότε μπορούμε να μεταδώσουμε με μεγαλύτερο ρυθμό για δεδομένο εύρος ζώνης (καλύτερη εκμετάλλευση του φάσματος – **spectral efficiency**).



- Οι φασματικές περιοχές (κανάλια) επικαλύπτονται. Υπάρχει τρόπος η διακανάλιακή παρεμβολή να είναι μηδενική;
- Θα δούμε ότι αυτό είναι δυνατό με χρήση ορθογώνιων συναρτήσεων → Orthogonal **FD**M (OFDM).

## OFDM – Η βασική ιδέα (3)

---

- Για ένα Γραμμικό, Χρονικά Αμετάβλητο (LTI) σύστημα, γνωρίζουμε ότι οι συναρτήσεις της μορφής  $e^{j2\pi f_k t}$  αποτελούν ιδιοσυναρτήσεις του συστήματος.
  - Εάν η είσοδος σε ένα σύστημα  $h(t)$  είναι  $x(t) = e^{j2\pi f_k t}$ , η έξοδος ισούται με  $y(t) = H(f_k)e^{j2\pi f_k t}$ , όπου  $H(f)$  είναι η απόκριση συχνότητας του συστήματος.
  - $H(f_k)$ : Η ιδιοτιμή που αντιστοιχεί στην ιδιοσυναρτηση  $e^{j2\pi f_k t}$ .
- Επομένως, μπορούμε να μεταδώσουμε  $N$  σύμβολα ταυτόχρονα ως εξής:  $x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n e^{j2\pi f_n t}$ . Στο δέκτη (και δεδομένου ότι το σύστημα είναι γραμμικό)  $y(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n H(f_n) e^{j2\pi f_n t}$ .
- Αρκεί να χρησιμοποιήσουμε έναν ισοσταθμιστή σε κάθε συχνότητα  $f_n$ . Ο ισοσταθμιστής είναι πολύ απλός: Πολλαπλασιασμός με  $H^*(f_n)/|H(f_n)|^2$  (one-tap equalizer).
- Πώς γίνεται αυτό στην πράξη; Θα το δούμε στη συνέχεια.
- Επίσης, οι ιδιοσυναρτήσεις  $e^{j2\pi f_k t}$  έχουν άπειρη διάκριση, επομένως δε μπορούν να χρησιμοποιηθούν αυτούσιες στην πράξη. Πρέπει να χρησιμοποιηθούν ορθογώνιες συναρτήσεις πεπερασμένης διάρκειας  $\rightarrow$  OFDM.

## Σήμα **OFDM** στο χρόνο

---

$$s(t) = \Re \left\{ \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \left( f_c - \frac{i+0.5}{T} \right) (t - t_s) \right) \right\}, \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$
$$s(t) = 0, \quad t < t_s \text{ και } t > t_s + T$$

- $N$ : αριθμός υποφερουσών.  $T$ : διάρκεια συμβόλου **OFDM**.  $f_c$ : συχνότητα φέρουσας.
- $d_i$ : Σύμβολα στις υποφέρουσες (μυαδικά στη γενική περίπτωση – συνήθως ανήκουν σε αστερισμό **QAM**).
- Το σύμβολο **OFDM** είναι ένα άθροισμα  $N$  (μυαδικών) συναρτήσεων της μορφής  $\phi_i(t) = \exp \left( j2\pi \left( f_c - \frac{i\pm 0.5}{T} \right) (t - t_s) \right)$ . Αποδεικνύεται ότι οι  $\phi_i(t)$  (μετά από κατάλληλη κανονικοποίηση) αποτελούν συναρτήσεις βάσης (θα το δείξουμε σύντομα).
- Παρατηρούμε ότι αντί να μεταδίδουμε 1 σύμβολο ανά  $T_s$  με χρήση όλου του διαθέσιμου φάσματος, δημιουργούμε μια ομάδα  $N$  συμβόλων τα οποία μεταδίδονται ταυτόχρονα και ανά  $T$  sec. Το κάθε σύμβολο καταλαμβάνει ένα από  $N$  κομμάτια του διαθέσιμου φάσματος.

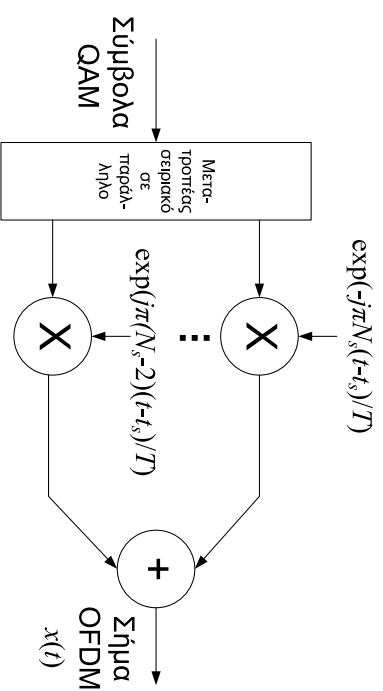
## Σήμα **OFDM** στο χρόνο – Βαθύτερατό ισοδύναμο

---

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{i}{T} (t - t_s) \right), \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$

$$s(t) = 0, \quad t < t_s \text{ και } t > t_s + T$$

- Η συχνότητα κάθε υποφέρουσας είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του  $\frac{1}{T}$ . Επομένως, κάθε υποφέρουσα έχει ακέραιο αριθμό περιόδων στο διάστημα  $T$  (διάρκεια του συμβόλου **OFDM**).





## Αποδιαμόρφωση υποφέρουσας

---

- Αγνοούμε, προς το παρόν, το θόρυβο, και υποθέτουμε κανάλι **AWGN**
- Για να ανακτήσουμε το σύμβολο  $d_{k+\frac{N}{2}}$  πολλαπλασιάζουμε με τη  $\phi_k^*(t) = \exp(-j2\pi\frac{k}{T}(t-t_s))$  και ολοκληρώνουμε.

$$\int_{t_s}^{t_s+T} \exp\left(-j2\pi\frac{k}{T}(t-t_s)\right) \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp\left(j2\pi\frac{i}{T}(t-t_s)\right) dt =$$

$$\sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \int_{t_s}^{t_s+T} \exp\left(j2\pi\frac{i-k}{T}(t-t_s)\right) dt = Td_{k+\frac{N}{2}}.$$

- Επομένως, οι  $\frac{1}{\sqrt{T}}\phi_i(t)$  αποτελούν ορθοκανονική βάση.
- Ωστόσο, ακόμα δεν έχουμε εξετάσει πώς επηρεάζεται η ορθογωνιότητα των  $\phi_i(t)$  στην περίπτωση καναλιού με διασχυριστική παρεμβολή.

## Σήμα **OFDM** στη συχνότητα

---

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{i}{T} (t - t_s) \right), \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$

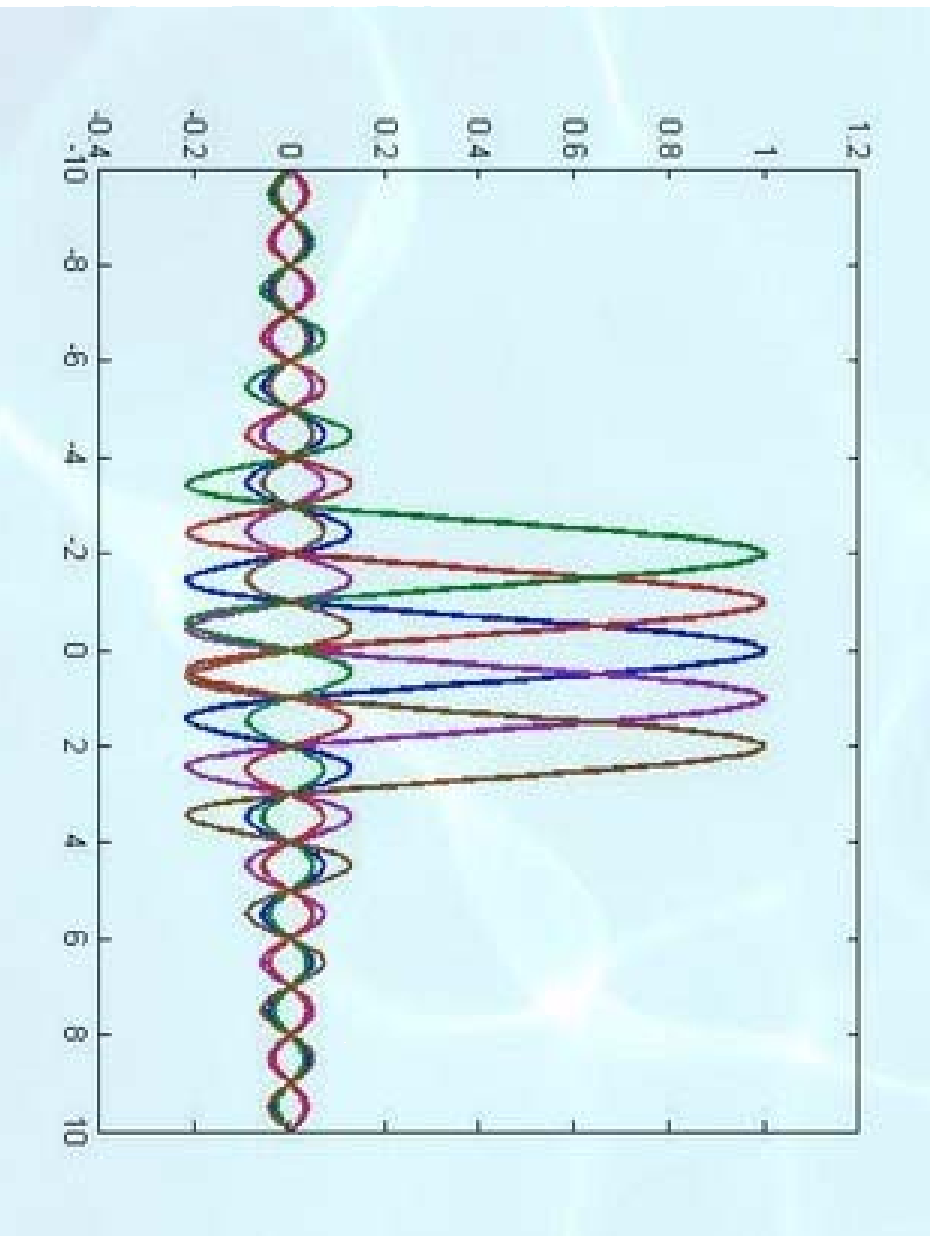
$$s(t) = 0, \quad t < t_s \text{ και } t > t_s + T$$

- Το σύμβολο **OFDM** είναι ένα άθροισμα μιγαδικών εκθετικών συναρτήσεων οι οποίες έχουν περιοριστεί στο διάστημα  $[t_s, t_s + T]$ .
- Επομένως, στη συχνότητα, είναι ένα άθροισμα συναρτήσεων **sinc** με κέντρο τις συχνότητες υποφέρουσας  $\frac{i}{T}$ .

$$S(f) = \sqrt{T} \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( -j2\pi t_s \frac{i}{T} \right) \operatorname{sinc} \left( \left( f - \frac{i}{T} \right) T \right)$$

## Σήματα **OFDM** στη συχνότητα (2)

---



## Σήμα **OFDM** στη συχνότητα (3)

---

- Κατά την αποδιαμόρφωση, υπολογίζεται η τιμή του σήματος στις συχνότητες  $\frac{i}{T}$ . Επειδή τα σήματα όλων των άλλων υποφρευσών είναι μηδενικά, μπορεί να ανακτηθεί το σήμα της υποφρέουσας  $i$ . Το μόνο άγνωστο σήμα είναι ο θόρυβος.
- Επομένως, σε κανάλια **AWGN** δεν εμφανίζεται διακαναλική παρεμβολή (**Inter-Channel Interference – ICI**), αρκεί ο δέκτης να γνωρίζει επακριβώς τις συχνότητες  $\frac{i}{T}$  (το οποίο εξασφαλίζεται από το πόσο καλά γνωρίζει τη συχνότητα φέρουσας  $f_c$ ).
- Παρατηρήστε ότι ικανοποιείται το κριτήριο **Nyquist**, αλλά στη συχνότητα. Δηλαδή, η διακαναλική (και όχι η διασυβολική) παρεμβολή ισούται με 0.

## Σήμα **OFDM** – Αντίστροφος μετασχηματισμός **Fourier**

---

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{i}{T} (t - t_s) \right), \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$

$$s(t) = 0, \quad t < t_s \text{ και } t > t_s + T$$

- Το σήμα  $s(t)$  είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός **Fourier** των  $N$  συμβόλων  $d_i$ , περιορισμένος στο χρονικό διάστημα  $[t_s, t_s + T]$ .
- Εάν το διάστημα  $[t_s, t_s + T]$  χωριστεί σε  $N$  δείγματα,  $s(t) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{i}{T} (t - t_s) \right) \Rightarrow s[n] = s \left( t_s + n\frac{T}{N} \right) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{i}{T} \left( n\frac{T}{N} \right) \right) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{in}{N} \right)$ .

## Σήμα **OFDM** – Αντίστροφος μετασχηματισμός **Fourier** (2)

---

- Εάν το εύρος ζώνης που χρησιμοποιεί το σύστημα δεν υπερβαίνει το  $\frac{N}{T}$ , τα δείγματα αρχούν για την αναπαράσταση του συνεχούς σήματος  $s(t)$  και το σύμβολο **OFDM** μπορεί να υπολογιστεί με χρήση του αντίστροφου διακριτού μετασχηματισμού **Fourier** (**Inverse Discrete Fourier Transform** – **IDFT**):

$$s[n] = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp\left(j2\pi \frac{in}{N}\right).$$

- Ο **IDFT** (και ο **DFT**) μπορούν να υλοποιηθούν με χρήση του αλγορίθμου **Fast Fourier Transform** – **FFT**, ο οποίος απαιτεί  $N \log_2 N$  πολλαπλασιασμούς (αντί για  $N^2$  της προφανούς υλοποίησης με χρήση του ορισμού).

## OFDM σε κανάλια με ISI

---

- Έστω, τώρα, ότι το κανάλι είναι γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο (LTI) με χρονστική απόκριση  $h(t)$ .
- Στη γενική περίπτωση, οι αποκρίσεις πάλιού  $p_i(t) = \phi_i(t) * h(t)$  δεν είναι, πλέον, ορθογώνιες. Παρόλο που σε κάθε υποφέρουσα μεταδίδουμε πιο αργά, υπάρχει διασυμβολική παρεμβολή λόγω της πεπερασμένης διάρκειας του συμβόλου OFDM.
- Μια λύση: Υπολογισμός νέων συναρτήσεων  $\phi_i(t)$  ώστε η  $q(t) = p(t) * p^*(-t)$  να ικανοποιεί το κριτήριο Nyquist.
  - Πολύπλοκο στη γενική περίπτωση.
  - Απαιτείται γνώση του καναλιού στον πομπό.
  - Απαιτείται επανυπολογισμός των  $\phi_i(t)$  κάθε φορά που το κανάλι αλλάζει, και κατάλληλη αρχιτεκτονική συστήματος για την προσαρμογή στις νέες  $\phi_i(t)$ .
- Η λύση που εφαρμόζεται στο OFDM: Χρήση Κυκλικού Προθέματος (Cyclic Prefix – CP).

## Κυκλικό Πρόθεμα – Cyclic Prefix

---

- Έστω ότι η κρουστική απόκριση του καναλιού έχει μήκος  $L$  sec (ή ότι η εξάπλωση καθυστέρησης (**delay spread**) ισούται με  $L$  στα κανάλια με διαλείψεις).
- Το σύμβολο επεκτείνεται από  $T$  σε  $T + T_{CP}$  sec ως εξής: Τα τελευταία  $T_{CP}$  sec του αρχικού συμβόλου αντιγράφονται στην αρχή του αρχικού συμβόλου. Δηλαδή, προστίθεται ένα κυκλικό πρόθεμα.

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \exp \left( j2\pi \frac{i}{T} (t - t_s - T_{CP}) \right), \quad t_s \leq t \leq t_s + T + T_{CP}$$

$$s(t) = 0, \quad t < t_s \text{ και } t > t_s + T + T_{CP}$$

- Όπως θα δείξουμε, η χρήση κυκλικού προθέματος εξασφαλίζει την ορθογωνιότητα των υποπερουσών (αρκεί  $T_{CP} \geq L$ ).
- Το τίμημα: Απαιτείται  $\frac{T_{CP}}{T}$  περισσότερη ενέργεια για τη μετάδοση. Επίσης, ο ρυθμός μετάδοσης μειώνεται σε  $\frac{T}{T+T_{CP}}$ .



## Αποδιαμόρφωση σήματος **OFDM** με κυκλικό πρόθεμα

---

- Έστω ότι η κρουστική απόκριση του καναλιού έχει τη μορφή  $h(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t + \tau)$ ,  $\tau < T_{CP}$ .
- Στον αποδιαμορφωτή,

$$\int_{t_s+T_{CP}}^{t_s+T+T_{CP}} \exp\left(-j2\pi\frac{k}{T}(t - t_s - T_{CP})\right) \times$$

$$\sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \left\{ \exp\left(j2\pi\frac{i}{T}(t - t_s - T_{CP})\right) + \alpha \exp\left(j2\pi\frac{i}{T}(t - t_s - T_{CP} - \tau)\right) \right\} dt =$$

$$Td_{k+\frac{N}{2}} + \alpha \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d_{i+\frac{N}{2}} \int_{t_s+T_{CP}}^{t_s+T+T_{CP}} \exp\left(j2\pi\frac{i-k}{T}(t - t_s - T_{CP}) - j2\pi\frac{k\tau}{T}\right) dt$$

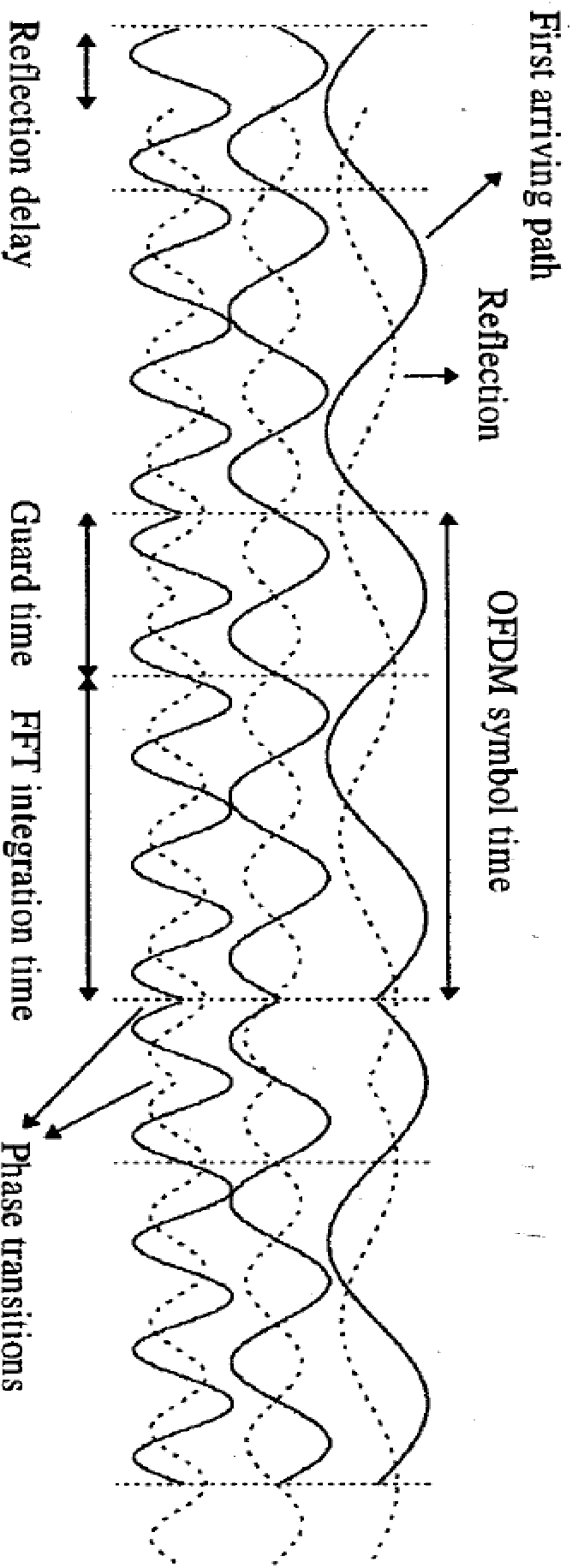
## Αποδιαμόρφωση σήματος **OFDM** με κυκλικό πρόθεμα (2)

---

- Επομένως, στην έξοδο του αποδιαμορφωτή,  $Td_{k+\frac{N}{2}} + \alpha Td_{k+\frac{N}{2}} \exp(-j2\pi\frac{kT}{T}) = Td_{k+\frac{N}{2}} (1 + \alpha \exp(-j2\pi\frac{kT}{T}))$
- Τα παραπάνω μπορούν να γενικευτούν για  $h(t) = \sum \alpha_i \delta(t - \tau_i)$ . Η έξοδος  $y(t)$  σε κάθε υποφέρουσα  $k$  ισούται με  $y(t) = Td_{k+\frac{N}{2}} H(\frac{k}{T})$ .
- Παρόλο που το κανάλι έχει διασυμβολική παρεμβολή, η έξοδος του αποδιαμορφωτή της υποφέρουσας  $k$  εξαρτάται μόνο από το σήμα που μεταδόθηκε στην υποφέρουσα  $k$ , καθώς και την απόκριση συχρότητας του καναλιού στη συχρότητα  $\frac{k}{T}$ . Επίσης, επειδή η ολοκλήρωση αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_s + T_{CP} \geq t_s + L$  και τελειώνει πριν την αρχή του επόμενου συμβόλου OFDM, τα  $d_i$  που μεταδίδονται από τα προηγούμενα και τα επόμενα σύμβολα OFDM δεν παρεμβάλλονται στο αποδιαμορφωθέν σήμα.
- Συνεπώς, η χρήση κυκλικού πρόθεματος κατάλληλου μήκους οδηγεί στην εξάλειψη του ISI και του ICI. Όλα αυτά, όμως, υπό την προϋπόθεση ότι  $T_{CP} \geq L = \tau_{\max} - \tau_{\min}$ .
- Προκειμένου να ανακτήσουμε τα  $d_{k+\frac{N}{2}}$  αρκεί να πολλαπλασιάσουμε με  $H^*(k/T) / |H(k/T)|^2$  στην έξοδο του αποδιαμορφωτή (one-tap frequency equalization - FEQ)

# Αποδιαμόρφωση σήματος **OFDM** με κυκλικό πρόθεμα (3)

---



(Σχήμα από Van Nee & Prasad)

## Ανακεφαλαίωση – Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

---

- Στέλνουμε  $N$  σήματα σε χρόνο  $T + T_{CP}$  ( $T = 1/f_0$  είναι το εύρος ζώνης κάθε υποφέρουσας).
- Το συνολικό φάσμα που χρησιμοποιείται είναι της τάξης των  $N/T = Nf_0$ .
- Το κυκλικό πρόβλημα κοστίζει σε χρόνο (χρησιμοποιούμε  $T + T_{CP}$  αντί για  $T$ ) και σε ενέργεια (χρησιμοποιούμε  $(T + T_{CP})\bar{P}$  αντί για  $T\bar{P}$  για  $N$  σύμβολα).
- Σύγκριση με μονοκαναλικά συστήματα (“single carrier” – SC) σε κανάλι AWGN ( $T_{CP} = 0$ ).
  - SC: 1 σύμβολο διάρκειας  $\sim T/N$ . Χρήση εύρους ζώνης  $\sim N/T$  για κάθε σύμβολο (όλο το διαθέσιμο φάσμα).
  - OFDM:  $N$  σύμβολα διάρκειας  $T$  (χρήση όλου του διαθέσιμου χρόνου). Χρήση εύρους ζώνης της τάξης  $T/N$ .
  - Εάν θεωρήσουμε μια ομάδα  $N$  συμβόλων, το συνολικό φάσμα που χρησιμοποιούμε και στις δύο περιπτώσεις είναι  $N/T$ . Επίσης, ο συνολικός χρόνος που χρησιμοποιούμε είναι  $T$ .