ΕΕ725 - Ειδικά Θέματα Ψηφιακών Επικοινωνιών

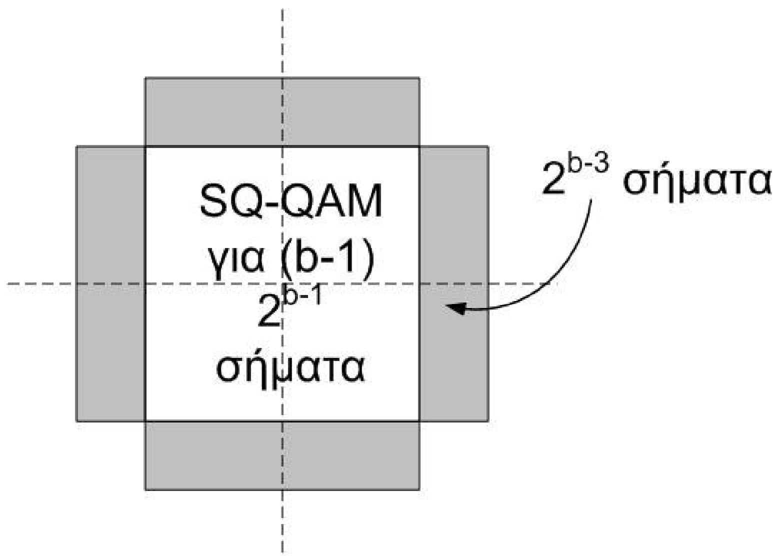
Δημήτρης - Αλέξανδρος Τουμπακάρης

6ο Μάθημα – 23 Νοεμβρίου 2007

Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

- Κατηγορίες Αστερισμών (συνέχεια)
- Έγχρωμος (**colored**) προσθετικός θόρυβος
- Ζωνοπερατά (**bandpass**) συστήματα.
- Διαδοχική μετάδοση και διασυμβολική παρεμβολή – Εισαγωγή

Μετάδοση μονού b: **Cross QAM – CR-QAM**



- Για τους αστερισμούς CR-QAM ισχύουν τα παρακάτω:
  $\mathcal{E}_x = \frac{d^2}{6}\left(\frac{31}{32}M - 1\right)$, $d = \sqrt{\frac{6\mathcal{E}_x}{\frac{31}{32}M-1}}$, $\bar{b} = \frac{1}{2}\left(\frac{32}{31}\frac{6\mathcal{E}_x}{d^2} + 1\right)$.

Cross QAM (2)

- $\mathcal{E}_x(b+1) = 2\mathcal{E}_x(b) + \frac{d^2}{6}$.
- Πιθανότητα Σφάλματος (προσέγγιση): $P_e < 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2M}}\right) Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right) \Rightarrow \bar{P}_e \approx 2\left(1 - \frac{1}{2^{\bar{b}+0.5}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3SNR}{\frac{31}{32}M-1}}\right)$.
- Υπάρχουν και άλλοι τρόποι να κατασκευαστεί αστερισμός QAM για μονό b, αλλά ο CR-QAM υπερτερεί σε εξοικονόμηση ενέργειας.

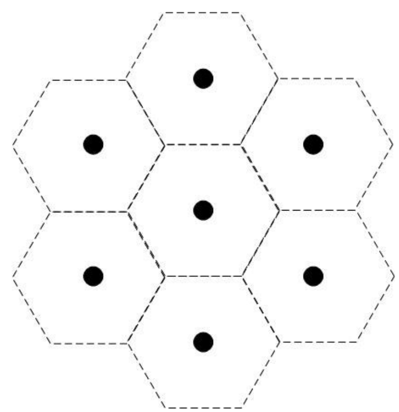
Το **Gap**

- Τόσο στους αστερισμούς PAM όσο και στους QAM παρατηρήσαμε ότι για να μεταδώσουμε ένα συγκεκριμένο αριθμό bits με $\bar{P}_e = 10^{-6}$ χρειάζονται περίπου 9 dB επιπλέον σε σχέση με την ισχύ που θα απαιτείτο εάν η διαμόρφωση επιτύγχανε τη χωρητικότητα του AWGN καναλιού.
- Η 'απόσταση' αυτή από τη χωρητικότητα ονομάζεται gap και είναι μια καλή προσέγγιση της απόδοσης των αστερισμών PAM και QAM για $b \geq 1$. Επομένως, μπορούμε να γράψουμε $\bar{b}_{\mathsf{QAM}} = \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{\mathsf{SNR}}{\Gamma}\right)$, όπου Γ το Gap (ίσο με 9 dB περίπου για $\bar{P}_e = 10^{-6}$) και $b_{\mathsf{PAM}} = \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{\mathsf{SNR}}{\Gamma}\right)$.
- Το gap χρησιμοποιείται και γενικότερα για διάφορους αστερισμούς, καθώς και στην περίπτωση που χρησιμοποιείται επιπλέον κωδικοποίηση (π.χ. κώδικες Trellis), για να περιγράψει την απόσταση από τη χωρητικότητα που επιτυγχάνει ένα σύστημα. Όταν χρησιμοποιούνται κώδικες το συνολικό gap μειώνεται κατά μια ποσότητα γ_{code} η οποία ονομάζεται κέρδος (gain) του κώδικα.

Πόσες διαστάσεις να χρησιμοποιήσουμε;

- Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να μεταδώσουμε 2 bits/χρήση του καναλιού.
- Δύο από τις πιθανές λύσεις: 4-PAM, QPSK.
  - 4-PAM: $\mathcal{E}_x = \frac{d^2}{12}(4^2 - 1) = \frac{5d^2}{4}$.
  - QPSK: $\mathcal{E}_x = \frac{4-1}{6}d^2 = \frac{d^2}{2}$.
- Συνεπώς, με τη διαμόρφωση QPSK επιτυγχάνουμε εξοικονόμηση 4 dB (περίπου) για δεδομένο d.
- Γενικά, ένα καλά σχεδιασμένο ψηφιακό σύστημα εκμεταλλεύεται <u>όλους</u> τους διαθέσιμους βαθμούς ελευθερίας (στο προηγούμενο παράδειγμα και τις 2 διαθέσιμες διαστάσεις).
- Γεωμετρικά, η εκμετάλλευση του χώρου σε $N-$διάστατες σφαίρες γίνεται πιο αποδοτική όσο αυξάνει η διάσταση N.

Εξαγωνικοί Αστερισμοί



- Επιτυγχάνουν τη βέλτιστη εκμετάλλευση του χώρου στις 2 διαστάσεις. Μπορεί να αποδειχθεί ότι υπερτερούν κατά 0.625 dB σε σχέση με τους αστερισμούς QAM.
- Μειονέκτημα: Μεγαλύτερη πολυπλοκότητα κωδικοποίησης / αποκωδικοποίησης.

Έγχρωμος (**colored**) προσθετικός θόρυβος

- Κατηγορίες Αστερισμών (συνέχεια)
- Έγχρωμος (colored) προσθετικός θόρυβος
  - Cioffi Ch. 1
- Ζωνοπερατά (**bandpass**) συστήματα.
- Διαδοχική μετάδοση και διασυμβολική παρεμβολή – Εισαγωγή

Έγχρωμος (**colored**) προσθετικός θόρυβος

- Σε πολλές περιπτώσεις ο θόρυβος ενδέχεται να μην είναι λευκός, δηλαδή, $R_n(\tau) \neq \frac{\mathcal{N}_0}{2}\delta(\tau)$.
- Στην περίπτωση αυτή ο θόρυβος ονομάζεται έγχρωμος (colored).
- Ο έγχρωμος θόρυβος μπορεί να οφείλεται σε
  - Φίλτρα στο δέκτη τα οποία μεταβάλλουν το φάσμα του λευκού θορύβου
  - Ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές από άλλα συστήματα (RF Ingress)
  - Διαφωνία (crosstalk)
- Η σχεδίαση συστημάτων για Προσθετικό Έγχρωμο Γκαουσιανό Θόρυβο (ACGN) μπορεί να γίνει με λεύκανση του έγχρωμου θορύβου εφόσον γνωρίζουμε την αυτοσυσχέτισή του $R_n(\tau)$ (ή τη φασματική πυκνότητα ισχύος $S_n(f)$).

Λευκαντικό Φίλτρο για το διανυσματικό μοντέλο καναλιού (**Whitening Filter**)

- Έστω το διανυσματικό μοντέλο καναλιού N διαστάσεων $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n}$, όπου $\mathbf{n}$ ACGN με $\mathbf{R}_n = E[\mathbf{n}\mathbf{n}^*] = \mathbf{R}_n = \bar{\mathbf{R}}_n \sigma^2$.
- Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θεωρούμε ότι υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των συνιστωσών του θορύβου στις διαφορετικές διαστάσεις.
- Ο πίνακας $\bar{\mathbf{R}}_n$ είναι $N \times N$ και θετικά ορισμένος (Positive Definite), δηλαδή $\mathbf{z}^T \bar{\mathbf{R}}_n \mathbf{z} > 0$ για οποιοδήποτε $\mathbf{z} \in \mathbf{C}^N$.
- Παραγοντοποίηση Cholesky: Ένας PD πίνακας $\mathbf{P}$ μπορεί να γραφεί ως $\mathbf{L}\mathbf{L}^*$, όπου $\mathbf{L}$ κάτω τριγωνικός πίνακας (ο οποίος αποτελεί και τετραγωνική ρίζα $\mathbf{P}^{1/2}$ του $\mathbf{P}$). Συνεπώς, $\bar{\mathbf{R}}_n = \bar{\mathbf{R}}_n^{1/2} \bar{\mathbf{R}}_n^{*/2}$, όπου $\bar{\mathbf{R}}_n$ κάτω τριγωνικός.

Λευκαντικό Φίλτρο για το διανυσματικό μοντέλο καναλιού (**Whitening Filter**) (2)

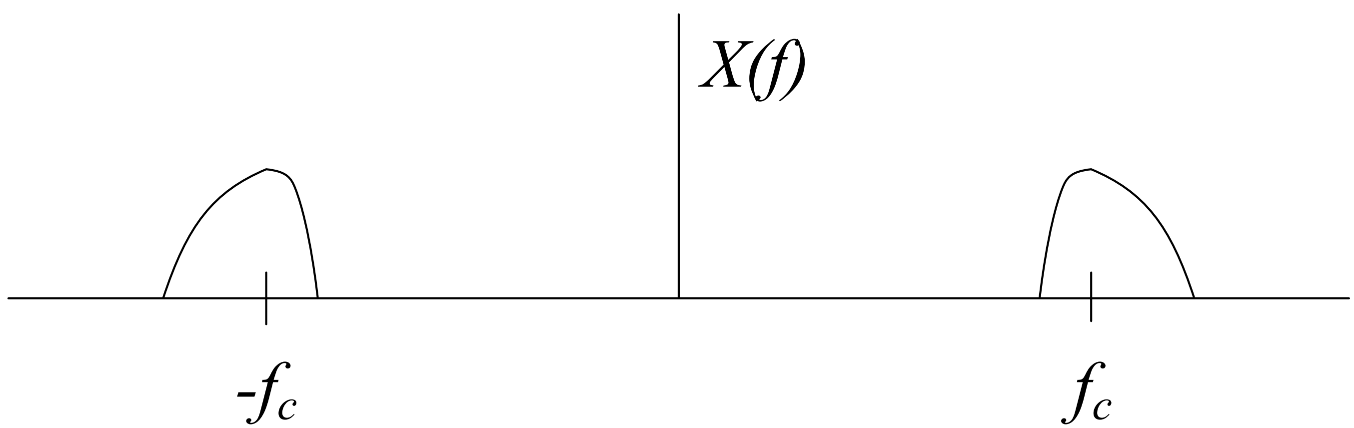
- Ορίζουμε $\tilde{\mathbf{y}} \triangleq \left(\bar{\mathbf{R}}_n^{1/2}\right)^{-1} \mathbf{y} = \bar{\mathbf{R}}_n^{-1/2}\mathbf{y} = \bar{\mathbf{R}}_n^{-1/2}\mathbf{x} + \bar{\mathbf{R}}_n^{-1/2}\mathbf{n} = \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}}$.
- $E[\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}^*] = E[\bar{\mathbf{R}}^{-1/2}\mathbf{n}\mathbf{n}^* \left(\bar{\mathbf{R}}^{-1/2}\right)^*] = \bar{\mathbf{R}}^{-1/2}E[\mathbf{n}\mathbf{n}^*]\bar{\mathbf{R}}^{-*/2} = \bar{\mathbf{R}}^{-1/2}\bar{\mathbf{R}}^{1/2}\bar{\mathbf{R}}^{*/2}\bar{\mathbf{R}}^{-*/2} = \mathbf{I}_N$.
- Επομένως, το κανάλι που προέκυψε από τον <u>αντιστρέψιμο</u> μετασχηματισμό του $\mathbf{y}$ στο $\tilde{\mathbf{y}}$ είναι AWGN.
- Έχουμε δεί ότι η απόδοση του ανιχνεύτή MAP (και ML) δεν επηρεάζεται από αντιστρέψιμους μετασχηματισμούς.
- Επομένως, στο δέκτη μπορούμε να δουλέψουμε με το AWGN κανάλι $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}}$.
- Ένα σύστημα με έγχρωμο θόρυβο δεν έχει, κατ΄ ανάγκη, χειρότερη απόδοση από ένα σύστημα με λευκό θόρυβο. Βλ. π.χ. Cioffi Παράδειγμα 1.7.1., όπου ένα σύστημα QPSK με έγχρωμο θόρυβο έχει μικρότερη πιθανότητα λάθους από ένα σύστημα με λευκό θόρυβο ίσης μέσης ισχύος.
- Αρκεί, βέβαια, ο δέκτης να είναι σχεδιασμένος για το σωστό κανάλι.

Ζωνοπερατά (**bandpass**) συστήματα

- Κατηγορίες Αστερισμών (συνέχεια)
- Έγχρωμος colored) προσθετικός θόρυβος
- Ζωνοπερατά (bandpass) συστήματα
  - Cioffi Ch. 2, Proakis & Salehi 2.5
- Διαδοχική μετάδοση και διασυμβολική παρεμβολή – Εισαγωγή

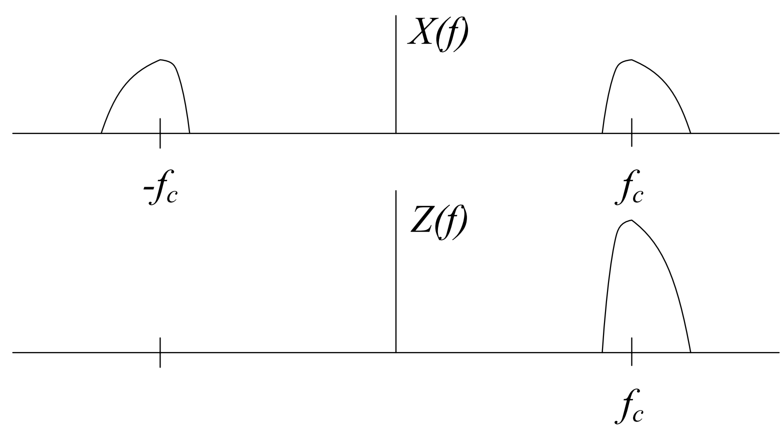
Ζωνοπερατά (**bandpass**) σήματα και συστήματα

- Ζωνοπερατό (bandpass/narrowband) σήμα $x(t)$: Όταν η απόκριση συχνότητας $X(f)$ είναι μη μηδενική σε μια μικρή περιοχή συχνότήτων γύρω από μια φέρουσα συχνότητα (carrier frequency) f_c. Δηλαδή, $X(f) = 0$ για $|f - f_c| \geq W$, με $W < f_c$.
- Ζωνοπερατό σύστημα $h(t)$: Ένα σύστημα που έχει μη μηδενική απόκριση συχνότητας $H(f)$ σε μια μικρή περιοχή συχνότήτων γύρω από μια φέρουσα συχνότητα, δηλαδή δεν αφήνει να 'περάσουν' συχνότητες εκτός της περιοχής $|f - f_c| < W$.



Αναλυτικό σήμα και μετασχηματισμός **Hilbert**

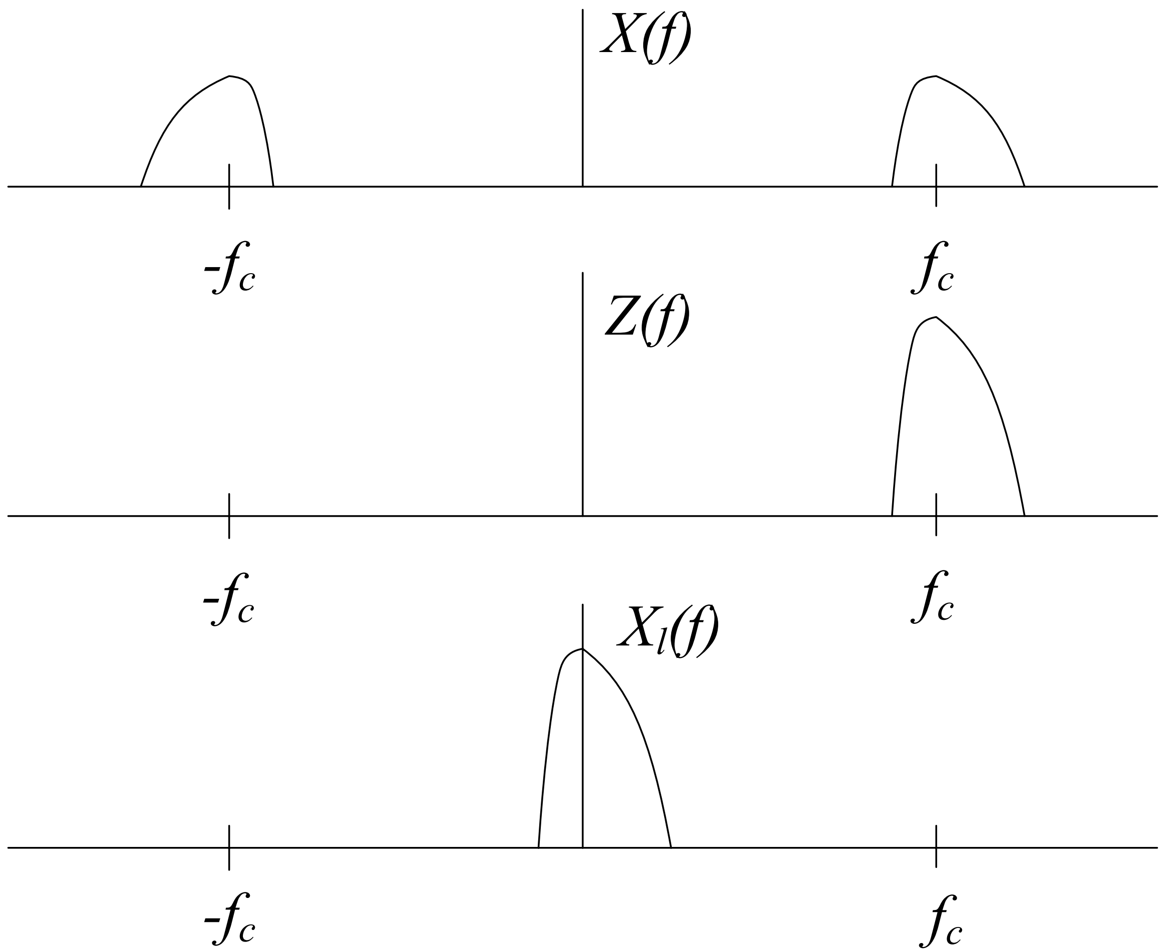
- Το <u>αναλυτικό σήμα</u> (analytic signal) $z(t)$ ορίζεται ως $Z(f) \triangleq 2u(f)X(f)$ όπου $u(f) = 0$ για $f < 0$, και $u(t) = 1$ για $f > 0$.
- Αποδεικνύεται ότι (βλ. π.χ. Proakis & Salehi) $\boxed{z(t) = x(t) + j\hat{x}(t),}$ όπου $\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t)$ είναι ο μετασχηματισμός Hilbert του $x(t)$.
- $\hat{X}(f) = -j\mathsf{sgn}(f)$. Επομένως, ο μετασχηματισμός Hilbert είναι ένα φίλτρο που μεταθέτει τη φάση των θετικών συχνοτήτων κατά $-\frac{\pi}{2}$ και τη φάση των αρνητικών συχνοτήτων κατά $\frac{\pi}{2}$.



Βαθυπερατό Ισοδύναμο

- Το βαθυπερατό ισοδύναμο σήμα (bandpass equivalent signal) $x_l(t)$ ορίζεται ως $X_l(f) \triangleq Z(f+f_c) = 2u(f+f_c)X(f+f_c)$.
- Επομένως, $x_l(t) = z(t)e^{-j2\pi f_c t} = x_c(t) + jx_s(t)$ (μιγαδικό σήμα στη γενική περίπτωση!).
- Με πράξεις, $x(t) = x_c(t)\cos(2\pi f_c t) - x_s(t)\sin(2\pi f_c t)$ και $\hat{x}(t) = x_c(t)\sin(2\pi f_c t) + x_s(t)\cos(2\pi f_c t)$
- Αντίστροφα, $x_c(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t) + \hat{x}(t)\sin(2\pi f_c t)$ και $x_s(t) = \hat{x}(t)\cos(2\pi f_c t) - x(t)\sin(2\pi f_c t)$.
- Για μια καλή επισκόπηση σχέσεων μεταξύ ζωνοπερατών, αναλυτικών και βαθυπερατών ισοδύναμων εκφράσεων, δείτε τον Πίνακα 2.2 των Proakis & Salehi.
- Ισχύει $X_l(f) = 0$ για $|f| \geq W$.

Βαθυπερατό Ισοδύναμο (2)



Σε τι χρησιμεύει το βαθυπερατό ισοδύναμο;

- Γνωρίζουμε ότι, για Γραμμικά και Χρονικά Αμετάβλητα (LTI) συστήματα, ισχύει $y(t) = h(t) * x(t)$ και, ισοδύναμα, $Y(f) = H(f)X(f)$.
- Εάν, τόσο το σήμα $x(t)$ όσο και το σύστημα $h(t)$ είναι ζωνοπερατά στην περιοχή της f_c και ισχύει $X(f) = 0$ και $H(f) = 0$ για $|f - f_c| \geq W$, τότε μπορούμε να γράψουμε

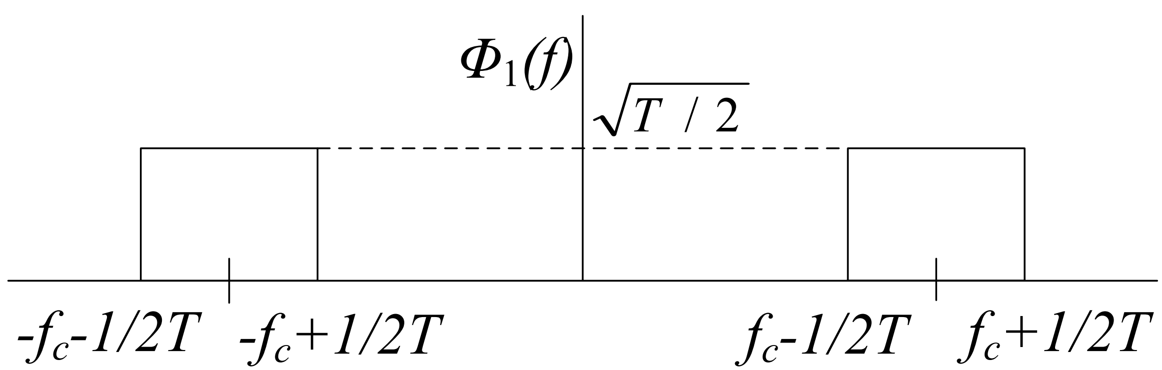
$$\begin{aligned}
Y(f) &= H(f)X(f) \Rightarrow \\
Z(f) &= 2u(f)Y(f) = 2u(f)H(f)X(f) \Rightarrow \\
Y_l(f) &= 2u(f+f_c)H(f+f_c)X(f+f_c) \\
&= \frac{1}{2}\left(2u(f+f_c)H(f+f_c)\right)\left(2u(f+f_c)X(f+f_c)\right) \Rightarrow \\
Y_l(f) &= \frac{1}{2}H_l(f)X_l(f) \Rightarrow \\
y_l(t) &= \frac{1}{2}h_l(t) * x_l(t).
\end{aligned}$$

Σε τι χρησιμεύει το βαθυπερατό ισοδύναμο; (2)

- Επομένως, αντί να αναλύσουμε το ζωνοπερατό σύστημα $h(t)$ με ζωνοπερατή είσοδο $x(t)$, μπορούμε να αναλύσουμε το ισοδύναμο βαθυπερατό σύστημα $h_l(t)$ με είσοδο $x_l(t)$.
- Η βαθυπερατή περιγραφή είναι πολύ χρήσιμη γιατί μπορεί να απλοποιήσει την ανάλυση, αλλά και την υλοποίηση.
- Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα, εάν επεξεργαζόμαστε το βαθυπερατό σήμα (baseband processing) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα ίδια κυκλώματα ανεξαρτήτως της φέρουσας συχνότητας.
- Τα περισσότερα συστήματα επικοινωνιών λειτουργούν με βάση αυτήν την αρχή: Το σήμα μεταφέρεται γύρω από τη μηδενική συχνότητα (downconversion) ή μια ενδιάμεση συχνότητα f_{IF} και η επεξεργασία του γίνεται στις χαμηλές συχνότητες.
- Τα βαθυπερατά σήματα και συστήματα είναι, στη γενική περίπτωση, μιγαδικά. Ωστόσο, το ζωνοπερατό σήμα/σύστημα στο οποίο αντιστοιχούν είναι πραγματικό (σε συστήματα επικοινωνιών).
- Για δεδομένο ζωνοπερατό σήμα/σύστημα, το βαθυπερατό ισοδύναμο εξαρτάται από τη συχνότητα f_0. Αντίστροφα, για να μεταβούμε από το βαθυπερατό ισοδύναμο στο ζωνοπερατό σήμα/σύστημα, χρειαζόμαστε την f_0.

Παράδειγμα: **QAM**

- Είδαμε ότι ως συναρτήσεις βάσης του αστερισμού QAM μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι $\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)\cos(2\pi f_c t)$ και $\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)\sin(2\pi f_c t)$. Με μετασχηματισμό Fourier, $\Phi_1(f) = \sqrt{\frac{T}{2}}\{\Pi(T(f-f_c)) + \Pi(T(f+f_c))\}$ και $\Phi_2(f) = j\sqrt{\frac{T}{2}}\{-\Pi(T(f-f_c)) + \Pi(T(f+f_c))\}$.
- Οι $\phi_i(t)$ είναι ζωνοπερατές με μέτρο $\sqrt{\frac{T}{2}}$ στο διάστημα $|f - f_c| \leq \frac{1}{2T}$.



Παράδειγμα: **QAM** (συνέχεια)

- Έστω ένα σήμα QAM: $x(t) = a\phi_1(t) + b\phi_2(t) = a\sqrt{\frac{2}{T}}\mathsf{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)\cos(2\pi f_c t) + b\sqrt{\frac{2}{T}}\mathsf{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)\sin(2\pi f_c t)$. Με επισκόπηση ή πράξεις, $x_c(t) = a\sqrt{\frac{2}{T}}\mathsf{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$ και $x_s(t) = -b\sqrt{\frac{2}{T}}\mathsf{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$.
- $x_l(t) = x_c(t) + jx_s(t) = (a - jb)\sqrt{\frac{2}{T}}\mathsf{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$.
- Επομένως, μπορούμε να αναπαραστήσουμε ένα (πραγματικό) διδιάστατο ζωνοπερατό σήμα QAM με ένα μιγαδικό μονοδιάστατο βαθυπερατό σήμα με συνάρτηση βάσης $\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\mathsf{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$.

Διαδοχική μετάδοση και διασυμβολική παρεμβολή

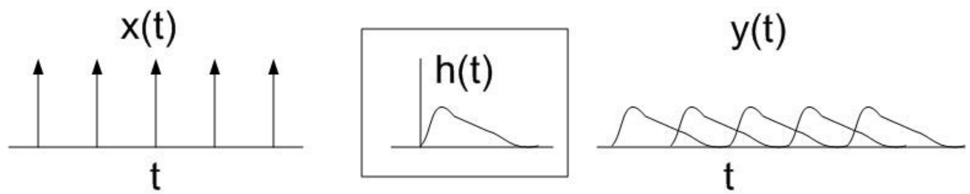
- Κατηγορίες Αστερισμών (συνέχεια)
- Έγχρωμος (**colored**) προσθετικός θόρυβος
- Ζωνοπερατά (**bandpass**) συστήματα
- $\boxed{\text{Διαδοχική μετάδοση και διασυμβολική παρεμβολή – Εισαγωγή}}$
  - Cioffi Ch. 3

Παραμόρφωση και Διασυμβολική Παρεμβολή

- Μέχρι τώρα υποθέταμε ότι το κανάλι $h(t)$ έχει άπειρο εύρος ζώνης και ότι η μόνη επίδρασή του επάνω στο σήμα είναι πολλαπλασιασμός με σταθερά ή/και καθυστέρηση.
- Στην πράξη τα κανάλια έχουν πεπερασμένο εύρος ζώνης. Επίσης, παραμορφώνουν το σήμα.
  - Η <u>παραμόρφωση</u> μπορεί να αντιμετωπιστεί με χρήση του προσαρμοσμένου φίλτρου στο δέκτη. Υπάρχουν, ωστόσο, κάποιες λεπτομέρειες που πρέπει να προσεχτούν. Ενδέχεται, για παράδειγμα, οι συναρτήσεις βάσης να μην είναι ορθογώνιες στην έξοδο του καναλιού. Ακόμα χειρότερα, ενδέχεται κάποιες να είναι και γραμμικά εξαρτημένες, με αποτέλεσμα να 'χάνουμε' κάποιες διαστάσεις (μη αντιστρέψιμος μετασχηματισμός). Απαιτείται, επομένως, προσεκτικός σχεδιασμός, ο οποίος εξαρτάται από το κανάλι.

Παραμόρφωση και Διασυμβολική Παρεμβολή (2)

- Το πεπερασμένο εύρος ζώνης δημιουργεί διασυμβολική παρεμβολή (**Inter-Symbol Interference – ISI**). Αυτό συμβαίνει επειδή δε μπορούμε να μεταδώσουμε το σήμα όσο γρήγορα θα θέλαμε, γιατί το κανάλι έχει μνήμη. Όπως φαίνεται στο σχήμα, η έξοδος του καναλιού τη χρονική στιγμή t εξαρτάται όχι μόνο από την είσοδο τη χρονική στιγμή t, αλλά και από την προηγούμενη είσοδο.



- Η αντιμετώπιση της διασυμβολικής παρεμβολής γίνεται με διάφορους τρόπους, μεταξύ των οποίων: Εξισωτές (ή Ισοσταθμιστές) (**equalizers**), Ανίχνευση Μέγιστης Πιθανοφάνειας Ακολουθίας (**MLSD**), διαμόρφωση **DMT/ODFM**.

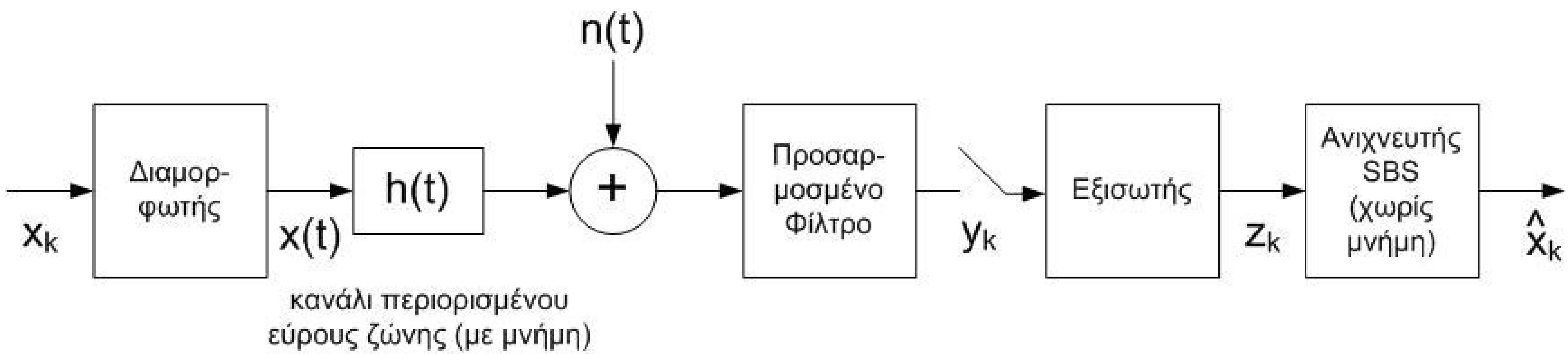
Παραμόρφωση και Διασυμβολική Παρεμβολή (3)

Η διασυμβολική παρεμβολή εμφανίζεται σε πολλά συστήματα μετάδοσης και αποθήκευσης: **modems** φωνητικών συχνοτήτων και συστήματα **DSL**, κανάλια κινητών επικοινωνιών λόγω πολλαπλής διόδευσης (**multipath**), συστήματα μαγνητικής και οπτικής αποθήκευσης, οπτικές ίνες (λόγω διασποράς τρόπων πόλωσης).

Στα επόμενα μαθήματα θα ασχοληθούμε με τα εξής θέματα:

- Πώς μοντελοποιείται η διασυμβολική παρεμβολή;
- Ποια είναι η επίδρασή της σε ένα σύστημα;
- Με ποιες μεθόδους αντιμετωπίζεται;

Επικοινωνία δια μέσου καναλιού περιορισμένου εύρους ζώνης με χρήση εξισωτή



- Ο εξισωτής (**equalizer**) επιχειρεί να μετατρέψει το κανάλι με μνήμη σε κανάλι χωρίς μνήμη, της μορφής $\mathbf{z}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{n}'_k$.
- Επομένως, ο ανιχνευτής SBS (Symbol-by-Symbol) σχεδιάζεται όπως και στην περίπτωση του καναλιού AWGN που είδαμε στα προηγούμενα μαθήματα.

Επικοινωνία δια μέσου καναλιού περιορισμένου εύρους ζώνης με χρήση εξισωτή (2)

- Ο δέκτης με εξισωτή και ανιχνευτή SBS δεν είναι βέλτιστος. Χρησιμοποιείται για να απλοποιήσει το σχεδιασμό.
- Ωστόσο, πολλές φορές η απώλεια απόδοσης σε σχέση με το βέλτιστο δέκτη είναι ικανοποιητική δεδομένων των προδιαγραφών του συστήματος (BER, πολυπλοκότητα δέκτη κλπ.).
- Υπό ορισμένες συνθήκες και με ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της μεταδιδόμενης ακολουθίας $\mathbf{x}_k$ (transmit optimization) είναι δυνατό να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή απόδοση για το δεδομένο κανάλι, παρόλο που ο συνδυασμός εξισωτή και SBS ανιχνευτή στο δέκτη δεν είναι βέλτιστος.

Διαδοχική Χρήση Καναλιού

- Μεταδιδόμενο σήμα (K διαδοχικές μεταδόσεις, ρυθμός μετάδοσης $\frac{1}{T}$): $x(t) = \sum_{k=0}^{K-1} x_k(t - kT)$, όπου $x_k(t - kT)$ μία από τις M κυματομορφές του αστερισμού η οποία μεταφέρει το $(k + 1)$-οστό μήνυμα.
- Η έξοδος του καναλιού ισούται με $y(t) = (h * x)(t)$ (για γραμμικό, χρονικά αμετάβλητο σύστημα).
- Εάν ο αστερισμός αποτελείται από M κυματομορφές, ο αριθμός όλων των πιθανών κυματομορφών $x(t) = \sum_{k=0}^{K-1} x_k(t - kT)$ που μπορεί να μεταδοθούν από τον πομπό ισούται με M^K.
- Επειδή το κανάλι είναι αιτιατό (deterministic), σε κάθε $x(t)$ αντιστοιχεί μια <u>μοναδική</u> κυματομορφή $h(t) * x(t)$.

Διαδοχική Χρήση Καναλιού (2)

- Επομένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ολόκληρη τη ληφθείσα κυματομορφή $y(t) = h(t)*x(t)+n(t)$ για να βρούμε ποια από τις M^K πιθανές κυματομορφές $x(t)$ μεταδόθηκε από τον πομπό (π.χ. με ανιχνευτή MAP/ML).
- Η πολυπλοκότητα αυξάνει εκθετικά! Για παράδειγμα, για να εφαρμόσουμε τις μεθόδους που έχουμε μάθει έως τώρα, θα χρειαζόμασταν M^K προσαρμοσμένα φίλτρα στο δέκτη.
  - Η πολυπλοκότητα γίνεται να μειωθεί με χρήση <u>ακολουθιακής ανίχνευσης</u> (sequence detection) π.χ. με χρήση αλγορίθμου Viterbi.
  - Η χρήση εξισωτή είναι μια μη βέλτιστη (αλλά σε αρκετές περιπτώσεις απλούστερη υπολογιστικά) λύση.
  - Με πολύ προσεκτικό (αλλά, συνήθως, και πολύ πολύπλοκο) σχεδιασμό μπορεί να επιτευχθεί βέλτιστη απόδοση με χρήση εξισωτών τύπου Generalized Decision Feedback (GDFE) σε συνδυασμό με βελτιστοποίηση του εκπεμπόμενου σήματος.
  - Μία άλλη τεχνική είναι η χρήση συστημάτων Multi-Modal και Vector Coding, μια ειδική περίπτωση των οποίων είναι τα συστήματα OFDM/DMT. Η ιδέα: Διαχωρισμός του καναλιού σε ορθογώνια υπο-κανάλια, το καθένα από τα οποία δεν υφίσταται διασυμβολική παρεμβολή, και ‘βλέπει’ μόνο ένα επίπεδο (flat) κανάλι.

Διαδοχική Χρήση Καναλιού - Ορθογωνιότητα συναρτήσεων βάσης

- Έως τώρα χρησιμοποιούσαμε συναρτήσεις οι οποίες ήταν ορθογώνιες μεταξύ τους: $\int \phi_i(t)\phi_j^*(t)dt = \delta_{i,j}$.
- Για διαδοχική χρήση καναλιού, το μεταδιδόμενο σήμα έχει τη μορφή $x(t) = \sum_{k=0}^{K-1}\left(\sum_{n=1}^{N} x_{k,n}\phi_n(t-kT)\right)$, όπου N η διάσταση του αστερισμού.
- Το ότι $\int \phi_i(t)\phi_j^*(t)dt = \delta_{i,j}$ δε σημαίνει κατ΄ ανάγκη και ότι $\int \phi_i(t-kT)\phi_j^*(t-lT)dt = \delta_{i,j}$ για $k \neq l$. Επομένως, εάν επιχειρήσουμε να ανακτήσουμε την τιμή της συνιστώσας $x_{p,m}$ θα έχουμε διασυμβολική παρεμβολή από άλλες χρονικές στιγμές: $y_{p,m} = \int (x(t)+n(t))\,\phi_m^*(t-pT)dt = \int \left(\sum_{n=1}^{N} x_{p,n}\phi_n(t-pT) + \sum_{k\neq p}\sum_{n=1}^{N} x_{k,n}\phi_n(t-kT) + n(t)\right)\phi_m^*(t-pT)dt =$

$$x_{p,m} + \underbrace{\sum_{k\neq p}\sum_{n=1}^{N}\int x_{k,n}\phi_n(t-kT)\phi_m^*(t-pT)dt}_{\text{ISI}} + \underbrace{\int n(t)\phi_m^*(t-pT)dt}_{\text{Θόρυβος}}.$$