

ΕΕΕ725 - Ειδικά Θέματα Ψηφιακών
Επικοινωνιών

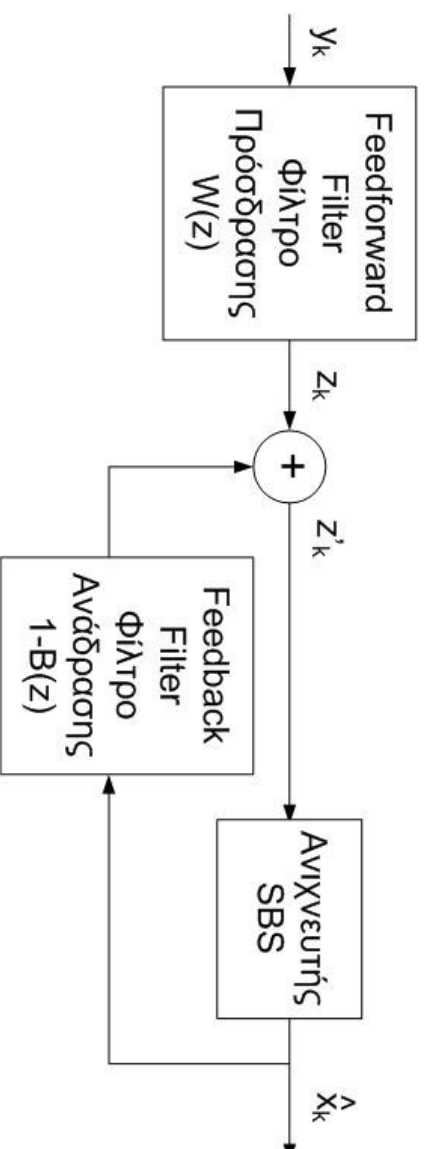
Δημήτρης - Αλέξανδρος Τουμπακάκης
8ο Μάθημα – 7 Δεκεμβρίου 2007

Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

- Εξισωτής Ανάδρασης Αποφάσεων – Decision Feedback Equalizer – DFE
 - Cioffi Ch. 3
- Tomlinson Precoder
- Το ασύρματο (wireless) κανάλι
- Στατιστικά μοντέλα καναλιού

Decision Feedback Equalizer – DFE

- Οι ZF-LE και MMSE-LE είναι γραμμικά φίλτρα.
- Ο DFE είναι ένα μη γραμμικό φίλτρο το οποίο αποτελείται από 2 γραμμικά φίλτρα και ένα κύκλωμα απόφασης (ανιχνευτής Symbol-by-Symbol).
- Η ιδέα: Εάν σε ένα κανάλι έχουμε εκτιμήσει σωστά τα προηγούμενα x_i που μεταδόθηκαν (έως και το x_{k-1}), μπορούμε να τα αφαιρέσουμε από το y_k με αποτέλεσμα η ποσότητα που απομένει να εξαρτάται μόνο από το προς εκτίμηση σύμβολο x_k .



Decision Feedback Equalizer – DFE (2)

- Η συμπεριφορά του DFE εξαρτάται από το αν οι αποφάσεις του ανιχνευτή είναι σωστές. Όταν γίνουν σφάλματα, επηρεάζουν και μελλοντικές αποφάσεις. Το πρόβλημα αυτό που χαρακτηρίζει τους εξισωτές DFE ονομάζεται διάδοση σφαλμάτων (*error propagation*).
- Η ανάλυση και η σχεδίαση του DFE γίνεται υποθέτοντας ότι δε γίνονται λάθη με αποτέλεσμα να μπορούν να εφαρμοστούν τεχνικές γραμμικών συστημάτων.
- Όπως και στα γραμμικά φίλτρα, υπάρχουν δύο τύποι DFE, ο ZF-DFE και ο MMSE-DFE. Στα επόμενα θα αναφερθούμε στον MMSE-DFE του οποίου ο ZF-DFE είναι ειδική περίπτωση (και μπορεί να υπολογιστεί θέτοντας $\text{SNR} \rightarrow \infty$).

Decision Feedback Equalizer – DFE (3)

- Όπως και στον MMSE-LE, σκοπός του MMSE-DFE είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος $e_k = x_k - z'_k$ (βλ. σχήμα DFE σε προηγούμενη διαφάνεια).
- Αποδεικνύεται ότι τα φίλτρα πρόσδρασης (feedforward filter) και ανάδρασης (feedback) ισούνται με

$$W(z) = \frac{1}{\|p\| \gamma_0 G^*(z^{-*})}, \text{ και } B(z) = G(z), \text{ αντίστοιχα,}$$

όπου $G(z)$ είναι ο μοναδικός κανονικός παράγοντας της φασματικής παραγοντοποίησης $Q(z) + \frac{1}{\text{SNR}_{\text{MFB}}} = \gamma_0 G(z) G^*(z^{-*})$.

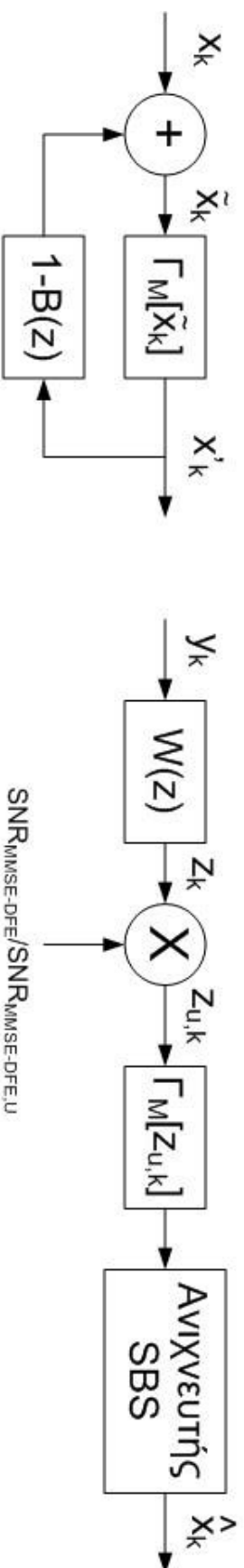
- Κανονικός παράγοντας: Αιτιατός ($g_k = 0$ για $k < 0$), monic ($g_0 = 1$) και ελάχιστης φάσης (όλοι οι πόλοι εντός του μοναδιαίου κύκλου και όλα τα μηδενικά επάνω η μέσα στο μοναδιαίο κύκλο).

Decision Feedback Equalizer – DFE (4)

- Αποδεικνύεται ότι η έξοδος z_k του φίλτρου πρόσδρασης εξαρτάται μόνο από εισόδους για χρονικές στιγμές $\leq k$. Οπότε, εάν έχουμε βρει τα x_l , $l < k$ χωρίς σφάλμα, μπορούμε να τα αφαιρέσουμε από τη z_k (με κατάλληλα βάρη που δίνονται από τη $G(z)$, ώστε να ανωατήσουμε, τελικά, τη $z'_k = x_k + e_k$).
- Ο MMSE-DFE είναι πολωμένος.
- Αποδεικνύεται ότι $\text{SNR}_{\text{MMSE-DFE,U}} = \gamma_0 \text{SNR}_{\text{MFB}} - 1$, όπου $\gamma_0 = \frac{1 + \text{SNR}_{\text{MFB}}}{1 + \sum_{i=1}^{\infty} |g_i|^2}$.
- Εάν δε γίνονται λάθη στην εκτίμηση των x_k , ο MMSE-DFE είναι τουλάχιστον όσο καλός είναι και ένας MMSE-LE, δεδομένου ότι ο τελευταίος είναι μια ειδική περίπτωση MMSE-LE με $B(z) = 1$.
- Ωστόσο, η απόδοση του MMSE-DFE μπορεί να μην είναι καλή σε κανάλια με σχετικά υψηλή πιθανότητα σφάλματος όπου εμφανίζεται συχνά διάδοση σφαλμάτων.

Ο προκωδικοποιητής (precoder) Tomlinson-Harashima

- Ένας τρόπος για να αντιμετωπιστεί η διάδοση σφαλμάτων στο DFE είναι με χρήση προκωδικοποιητή Tomlinson-Harashima.
- Μπορεί να αποδειχθεί ότι ο συνδυασμός πομπού και δέκτη του σχήματος έχει ίδια απόδοση με το DFE, χωρίς να εμφανίζεται διάδοση σφάλματος. Ο $\Gamma_M(\cdot)$ είναι ο τελεστής υπολοίπου (modulo operator). $\Gamma_M(x) = x - Md \lfloor \frac{x + \frac{Md}{2}}{Md} \rfloor$ για PAM και SQ-QAM.
- Το κόστος: Μικρή αύξηση της απαιτούμενης ισχύος για τη μετάδοση: κατά $\frac{M^2}{M^2-1}$ για QAM, περισσότερο για μη τετραγωνικούς αστερισμούς.
- Πάντως, η αύξηση της ισχύος είναι της τάξης των λίγων dB.



Το ασύρματο (**wireless**) κανάλι

- Εξισωτής Ανάδρασης Αποφάσεων – Decision Feedback Equalizer – DFE
- Tomlinson Precoder
- Το ασύρματο (**wireless**) κανάλι
 - Tse & Viswanath, Ch.2
- Στατιστικά μοντέλα καναλιού

Το ασύρματο (**wireless**) κανάλι

- Μέχρι τώρα είδαμε πώς μπορούμε να μεταδώσουμε από ένα σημείο σε ένα άλλο (**point-to-point**). Θεωρήσαμε σταθερό και δεδομένο κανάλι, γνωστό τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη. Η μόνη άγνωστη ποσότητα (επιπλέον των μεταδιδόμενων μηνυμάτων) ήταν ο θόρυβος.
- Στην πράξη, το κανάλι μπορεί να μην είναι γνωστό στον πομπό ή στο δέκτη ή και στους δύο. Για να επιτευχθεί επικοινωνία με σύμφωνη (**coherent**) μετάδοση πρέπει να εκτιμηθεί το κανάλι στο δέκτη, αλλιώς πρέπει χρησιμοποιηθεί ασύμφωνη (**non-coherent**) μετάδοση.
- Εάν το κανάλι είναι γνωστό και στον πομπό, ενδέχεται να είναι δυνατή περαιτέρω αύξηση του ρυθμού μετάδοσης με χρήση βελτιστοποίησης εκπαιδόμενου σήματος (**transmit optimization**).
- Πολλά ασύρματα κανάλια όχι μόνο δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων, αλλά, επιπλέον, μεταβάλλονται στο χρόνο.

Το ασύρματο (**wireless**) κανάλι (2)

Στη συνέχεια θα δούμε

- Ποια φαινόμενα επηρεάζουν τα σήματα στα ασύρματα κανάλια;
- Πώς μοντελοποιούμε τα ασύρματα κανάλια;
- Τι είδους προβλήματα και προκλήσεις παρουσιάζει η χρήση ασύρματων καναλιών;

Μετά τη (σχετικά σύντομη) αναφορά στα ασύρματα κανάλια, θα ολοκληρώσουμε το μάθημα με περιγραφή της μεθόδου διαμόρφωσης **OFDM** (**O**rthogonal **F**requency **D**ivision **M**ultiple-**x**ing) η οποία χρησιμοποιείται τόσο σε ενσύρματα (και σχετικά αμετάβλητα) κανάλια, όσο και σε ασύρματα (και, γενικά, μεταβαλλόμενα) κανάλια.

Εάν μείνει χρόνος, ίσως επιστρέψουμε και πάλι στα ασύρματα κανάλια για να μιλήσουμε για συστήματα πολλαπλών εισόδων και εξόδων (**M**ultiple **I**nput **M**ultiple **O**utput – **MIMO**).

Το ασύρματο κανάλι κινητών τηλεπικοινωνιών (**mobile wireless channel**)

- Θα επικεντρωθούμε σε αυτό το κανάλι λόγω της μεγάλου πεδίου εφαρμογής των συστημάτων κινητών επικοινωνιών (κινητή τηλεφωνία, ασύρματα τοπικά/μητροπολιτικά δίκτυα).
- Το ασύρματο κανάλι κινητών τηλεπικοινωνιών μεταβάλλεται στο χρόνο και στη συχνότητα.
- Δύο βασικά φαινόμενα:
 - Διαλείψεις μεγάλης κλίμακας (large-scale fading): λόγω απωλειών διαδρομής (**path loss**) και σκίασης (**shadowing**) λόγω απορρόφησης ενέργειας από εμπόδια όπως κτίρια και φυσικά εμπόδια (π.χ. λόφοι). Το κανάλι μεταβάλλεται σε αποστάσεις της τάξης του μεγέθους της κυψέλης και, συνήθως, η μεταβολή του δεν εξαρτάται από τη συχνότητα.
 - Διαλείψεις μικρής κλίμακας (small-scale fading): λόγω συμβολής πολλαπλών ανωαλάσεων του ίδιου σήματος. Το κανάλι μεταβάλλεται σε αποστάσεις της τάξης του μήκους κύματος της φέρουσας συχνότητας και η μεταβολή εξαρτάται από τη συχνότητα.

Απώλειες διαδρομής και σκίαση

- Απώλειες διαδρομής: Λόγω σφαιρικής διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.
 - Στον ελεύθερο χώρο, η ισχύς μειώνεται με το τετράγωνο της απόστασης r από την πηγή: $P(r) \sim \frac{1}{r^2}$.
 - Σε περιβάλλοντα με ανακλάσεις η απόσβεση ενδέχεται να είναι ακόμα μεγαλύτερη: της τάξης του $\frac{1}{r^4}$ (ύψαιθρος), ακόμα και $\frac{1}{r^6}$, ανάλογα με την πυκνότητα των εμποδίων που συναντούν τα κύματα.
- Σκίαση: Με τον όρο αυτό εννοούμε τις (τυχαίες) διακυμάνσεις της ενέργειας του σήματος λόγω των αλλαγών στο περιβάλλον (αριθμός εμποδίων, θέση, συντελεστής απορρόφησης κλπ.).

Απώλειες διαδρομής και σκίαση (2)

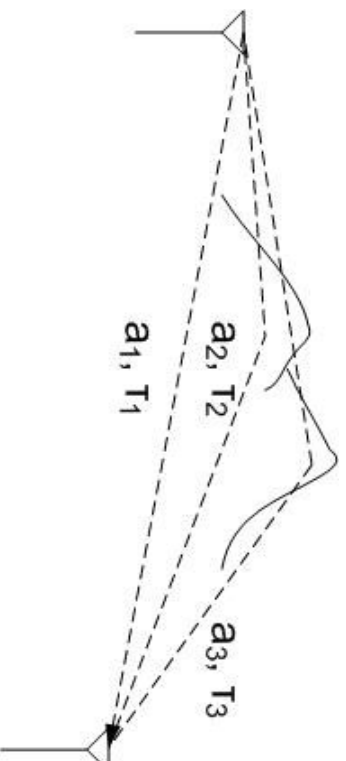
- Η μεταβολή του καναλιού λόγω σκίασης και απωλειών διαδρομής είναι της τάξης δευτερολέπτων ή ωρόμια και λεπτών, σε αντίθεση με τις διαλείψεις μικρής κλίμακας.
- Οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας λαμβάνονται υπόψη κυρίως για τον καθορισμό της τοπολογίας του συστήματος (αριθμός κυψελών, τοποθέτηση σταθμών βάσης), για τον υπολογισμό της απαιτούμενης ισχύος εκπομπής καθώς και για την επιλογή μεθόδων πολυπλεξίας, αντι-μετώπισης διακυβελικής παρεμβολής κλπ.
- Αντίθετα, όπως θα δούμε, οι διαλείψεις μικρής κλίμακας επηρεάζουν τις μεθόδους (απτο)διαμόρφωσης και (απτο)κωδικοποίησης.

Τα δύο βασικά φαινόμενα σε ένα κανάλι κινητών επικοινωνιών

- Σε ένα κανάλι κινητών επικοινωνιών διακρίνουμε δύο βασικά φαινόμενα τα οποία, γενικά, εμφανίζονται ταυτόχρονα.
- Λόγω της κίνησης του πομπού ή/και του δέκτη ή/και των αντικειμένων πάνω στα οποία αναλλάτται ή σκεδάζεται το σήμα, το κανάλι μεταβάλλεται στο χρόνο (**fading**) και έχουμε εμφάνιση φαινομένου **Doppler**.
- Λόγω των πολλών μονοπατιών που ενδέχεται να ακολουθεί κάθε σήμα στη διαδρομή του μεταξύ πομπού και δέκτη (πολυδιαδρομική διάδοση) εμφανίζεται διαστορά της χρονικής απόκρισης (**multipath delay spread**), με αποτέλεσμα το κανάλι να μην είναι επίπεδο στη συχνότητα (**frequency selectivity**).
- Η μεταβολή στο χρόνο και στη συχνότητα δεν είναι κατ' ανάγκη επιβλαβής. Πολλές φορές προσφέρει τη δυνατότητα να βελτιώσουμε τη μετάδοση/λήψη με χρήση τεχνικών διαφορισμού (**diversity**).

Πολυδιαδρομική διάδοση (Multipath propagation)

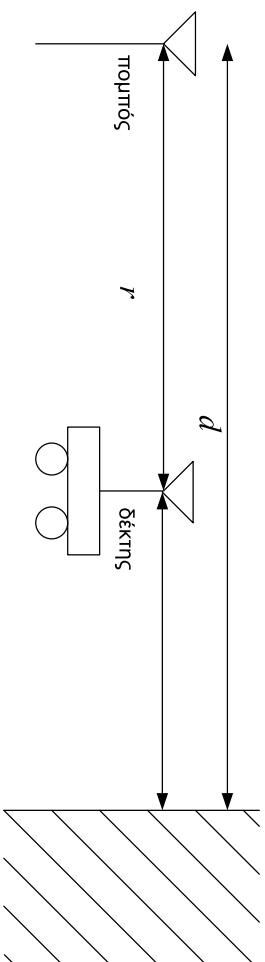
- Έστω ότι ένα σήμα διέχεται από διαφορετικά μονοπάτια, με αποτέλεσμα διαφορετικά αντήγραφα του να φτάνουν στο δέκτη με διαφορετικό πλάτος και φάση, καθώς και σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.
- Έστω ότι μεταδίδουμε μια εκθετική συνάρτηση $\phi(t) = \exp(j2\pi f_c t)$, $y(t) = \sum_i a_i(t, f_c)\phi(t - \tau_i(t, f_c))$, όπου η μιγαδική σταθερά $a_i(t, f_c)$ (πλάτος και φάση) και η καθυστέρηση $\tau_i(t, f_c)$ αντιστοιχούν στο μονοπάτι i .



Πολυδιαδρομική διάδοση (**Multipath propagation**) (2)

- Εάν υποθέσουμε ότι οι $a_i(t, f)$ και $\tau_i(t, f)$ δε μεταβάλλονται σημαντικά με τη συχνότητα f στο εύρος ζώνης που χρησιμοποιείται για τη μετάδοση και εκφράσουμε το μεταδιδόμενο σήμα ως άθροισμα συναρτήσεων της μορφής $\phi(t) = \exp(j2\pi ft)$ (αρχή της υπέρθεσης) μπορούμε να γράψουμε $y(t) = \sum_i a_i(t)x(t - \tau_i(t))$.
- Παρατηρήστε ότι το κανάλι αλλάζει στο χρόνο λόγω κίνησης \Rightarrow Μοντελοποιείται ως γραμμικό, χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα.
- $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t)x(t - \tau)d\tau$, όπου $h(\tau, t) = \sum_i a_i(t)\delta(\tau - \tau_i(t))$.
- Δε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε απόκριση συχνότητας $H(f)$, εκτός αν συμπεριλάβουμε την εξάρτηση από το χρόνο: $H(f, t) = \mathcal{F}\{h(\tau, t)\}$ για δεδομένο t .
- Εάν δεν έχουμε κίνηση, $y(t) = \sum_i a_i x(t - \tau_i)$ (γραμμικό, χρονικά αμετάβλητο). $h(t) = \sum_i a_i \delta(\tau - \tau_i)$.
- Το κανάλι δεν είναι επίπεδο στη συχνότητα αόμοια και όταν δε μεταβάλλεται με το χρόνο (γιατί;)

Παράδειγμα (Tse): Τοίχος με ανάκλαση



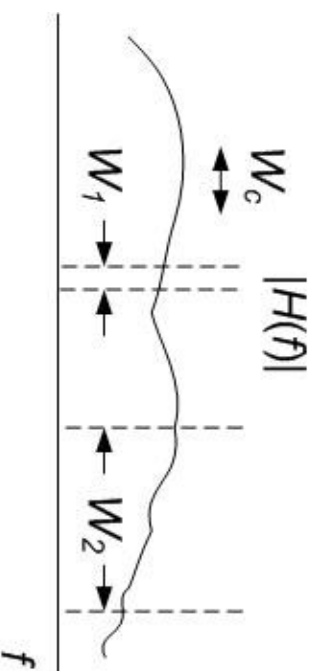
- Ο δέκτης δεν κινείται.
- Πεδίο στο δέκτη: $E_r(f, t) = \frac{\alpha \cos 2\pi f \left(t - \frac{r}{c}\right)}{r} - \frac{\alpha \cos 2\pi f \left(t - \frac{2d-r}{c}\right)}{2d-r}$. α : Κέρδος κεραίας.
Θεωρούμε ότι η απώλεια διαδρομής είναι η ίδια και για τα δύο κύματα.
- Η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο κυμάτων ισούται με $\Delta\theta = \left(\frac{2\pi f(2d-r)}{c} + \pi\right) - \left(\frac{2\pi fr}{c}\right) = \frac{4\pi f}{c}(d-r) + \pi$.
- Εάν η $(d-r)$ αλλάξει κατά $\frac{\lambda}{4}$ η διαφορά φάσης αλλάζει κατά π . Επομένως, εάν για κάποια τιμή της $(d-r)$ η $E_r(f, t)$ μεγιστοποιείται, σε απόσταση $\frac{\lambda}{4}$ θα ελαχιστοποιηθεί.
- Για $f = 2.4$ GHz (π.χ. IEEE 802.11b), $\frac{\lambda}{4} \approx 3.1$ cm!

Διαστορά λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης (**multipath spread**) και εύρος ζώνης συμφωνίας (**coherence bandwidth**)

- **Multipath Delay Spread** $T_d \triangleq \max_{i,j} |\tau_i(t) - \tau_j(t)|$: Το μέγιστο μήκος καναλιού στο χρόνο. Σχετίζεται με τη διασπορά χρονική παρεμβολή (και την 'επιλεκτικότητα' στη συχνότητα).
- Συνήθως είναι ανάλογο του μεγέθους της κυψέλης (cell). Για LANs με μονοπάτια μήκους λίγων km, $T_d \sim 1 - 2 \mu s$. Τυπικές τιμές: **macro-cellular**: 100 ns - 10 μs (μεγάλες τιμές στις αστικές περιοχές, μικρές σε ανοικτούς χώρους). **Indoor και micro-cellular**: Διπλάσιο από 1 μs .
- Στο προηγούμενο παράδειγμα, $T_d = \frac{2d-r}{c} - \frac{r}{c}$.
- **Coherence bandwidth** $W_c \triangleq \frac{1}{2T_d}$. Όσο μεγαλύτερο το μέγιστο μήκος καναλιού, τόσο πιο γρήγορα μεταβάλλεται το κανάλι στη συχνότητα. Μικρό $W_c \rightarrow$ γρήγορη μεταβολή στη συχνότητα (**frequency selectivity**).
- Στο προηγούμενο παράδειγμα, $\Delta\theta = \left(\frac{2\pi f(2d-r)}{c} + \pi \right) - \left(\frac{2\pi fr}{c} \right) = \frac{4\pi f}{c}(d-r) + \pi$.
Επομένως, η φάση αλλάζει κατά π εάν η συχνότητα f αλλάξει κατά $\frac{1}{2} \left(\frac{2d-r}{c} - \frac{r}{c} \right)^{-1} = \frac{1}{2T_d}$.

Flat/frequency selective fading

- Παρατηρήστε ότι η μορφή διαλείψεων εξαρτάται τόσο από το εύρος ζώνης συμφωνίας W_c όσο και από το εύρος ζώνης που χρησιμοποιεί το σύστημα.
- Όταν το εύρος ζώνης W που χρησιμοποιείται για τη μετάδοση είναι $\ll W_c$ (π.χ. W_1), έχουμε επίπεδη διάλειψη (flat fading). Αλλιώς η διάλειψη ονομάζεται επιλεκτική στη συχνότητα (frequency-selective fading).
- Διαισθητικά: Όταν μεταδίδουμε αργά (και δειγματοληπτούμε αργά στην έξοδο του προσαρμωμένου φίλτρου) δε μπορούμε να διαχωρίσουμε τα μονοπάτια μεταξύ τους και βλέπουμε απλώς την ενέργεια του λαμβανόμενου σήματος να μεταβάλλεται.



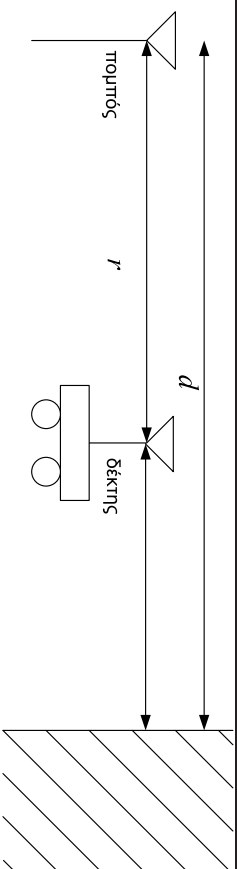
Φαινόμενο Doppler και χρόνος συμφωνίας

- Υποθέτουμε ότι ο πομπός μεταδίδει σήμα $x(t) = \cos(2\pi ft)$. Ο δέκτης λαμβάνει σήμα $y(t) = \alpha \cos(2\pi f(t - t_d))$, όπου t_d η καθυστέρηση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος λόγω πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός c .
- Εάν η απόσταση πομπού-δέκτη ισούται με r , $t_d = \frac{r}{c}$.
- Εάν ο δέκτης απομακρύνεται από τον πομπό με σταθερή ταχύτητα, $r = r_0 + vt \Rightarrow y(t) = \alpha \cos(2\pi f(t - \frac{r_0+vt}{c})) = \alpha \cos(2\pi f((1 - \frac{v}{c})t - \frac{r_0}{c}))$.
- Ειδικώς, ο δέκτης βλέπει το προσπίπτον σήμα μετατοπισμένο στη συχνότητα κατά $f_D = -f \frac{v}{c} = -\frac{v}{\lambda}$.
- Γενικά (εάν η κίνηση γίνεται υπό γωνία θ) η μετατόπιση συχνότητας λόγω Doppler ισούται με $f_D \cos(\theta) = \cos(\theta) \frac{v}{\lambda}$.

Φαινόμενο **Doppler** και χρόνος συμφωνίας (2)

- Κάθε μονοπάτι στα κανάλια πολυδιαδρομικής διάδοσης έχει διαφορετική μετατόπιση **Doppler**, ανάλογα με την ταχύτητα του πομπού, του δέκτη και των ανακλαστών που βρίσκονται στη διαδρομή του. Επίσης, οι ταχύτητες ενδέχεται να μεταβάλλονται.
- Ειδικώς, οι μετατοπίσεις συχνότητας λόγω **Doppler** σχηματίζουν μια περιοχή γύρω από τη συχνότητα φέροντας f_c (**Doppler Spread**).
- Έστω ένα κανάλι με L taps τη χρονική στιγμή t : $h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t)\delta(t - \tau_l(t))$.
- **Doppler spread** για ένα από τα taps του καναλιού: $D_s \triangleq \max_{i,j} f_c |\tilde{\tau}'_i(t) - \tilde{\tau}'_j(t)|$ ($\tilde{\tau}'$: ταχύτητες, $\tilde{\tau}_i$: όλα τα μονοπάτια που ενσωματώσαμε στο tap τ_i όταν δειγματοληπτούμε το κανάλι).
- Χρόνος συμφωνίας (**Coherence Time**) $T_c \approx \frac{1}{4D_s}$. Είναι ένα μέτρο του πόσο γρήγορα αλλάζει η τιμή του tap $h_l(t)$ στο χρόνο (η αλλαγή οφείλεται σε αλλαγές της φάσης του σήματος λόγω **Doppler**).

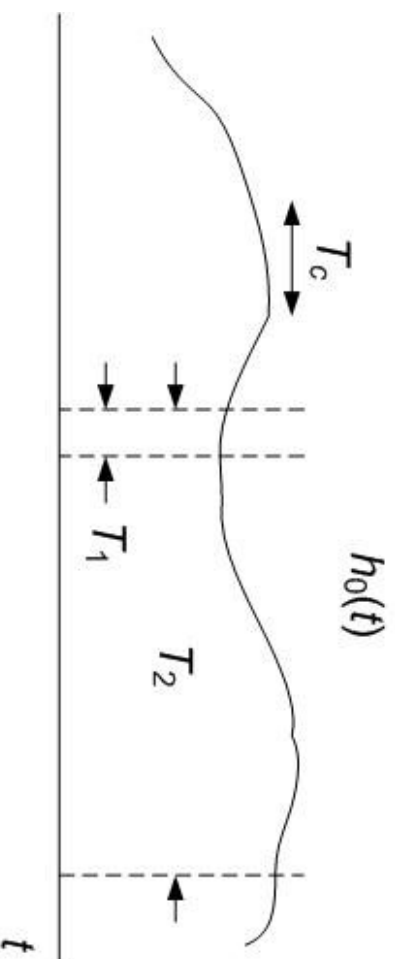
Παράδειγμα (**Tse**): Τοίχος με ανάκλαση (συνέχεια)



- Ο δέκτης κινείται με σταθερή ταχύτητα v : $r = r_0 + vt$.
- Πεδίο στο δέκτη: $E_r(f, t) = \frac{\alpha \cos 2\pi f \left[\left(1 - \frac{v}{c}\right)t - \frac{r_0}{c} \right]}{r_0 + vt} - \frac{\alpha \cos 2\pi f \left[\left(1 + \frac{v}{c}\right)t + \frac{r_0 - 2d}{c} \right]}{2d - r_0 - vt}$.
- Το απ' ευθείας κύμα υφίσταται μετατόπιση Doppler $D_1 = -\frac{fv}{c}$. Το ανακλώμενο κύμα υφίσταται μετατόπιση Doppler $D_2 = +\frac{fv}{c}$.
- Διαστορά Doppler: $D_s = D_2 - D_1$.
- Με πράξεις, μπορεί να δείχνει ότι $E_r(f, t) \approx \frac{2\alpha \sin 2\pi f \left[\frac{v}{c}t + \frac{r_0 - d}{c} \right] \sin 2\pi f \left[t - \frac{d}{c} \right]}{r_0 + vt}$. Δηλαδή, η περιβάλλουσα της $E_r(f, t)$ μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με συχνότητα $f \frac{v}{c} = \frac{D_s}{2}$ λόγω της κίνησης του δέκτη.

Ταχύτητα διαλείψεων (**fast/slow fading**).

- Η ταχύτητα διαλείψεων καθορίζεται τόσο από το φαινόμενο Doppler, όσο και από το χρονικό διάστημα που χρησιμοποιούμε στο κανάλι.
- Στο σχήμα απεικονίζεται το πλάτος ενός **tap**. Όταν το κανάλι χρησιμοποιείται για χρονικό διάστημα της τάξης του T_c (π.χ. T_1) η διάλειψη είναι αργή, αλλιώς είναι ταχεία.



Ανακεφαλαίωση

- 2 Βασικά φαινόμενα στο κανάλι κινητών επικοινωνιών:
 - Πολυδιαδρομική διάδοση (**multipath**): Δημιουργεί επιλεκτικότητα καναλιού στη συχνότητα. Ποσοτικοποιείται με χρήση του εύρους ζώνης συμφωνίας ή της διαστοράς πολυδιαδρομικής διάδοσης.
 - Διαλείψεις λόγω κίνησης (φαινόμενο **Doppler**): Δημιουργεί μεταβολή των **taps** του καναλιού στο χρόνο. Ποσοτικοποιείται με χρήση του χρόνου συμφωνίας ή της διαστοράς **Doppler**.
- Η επιλεκτικότητα στο χρόνο και στη συχνότητα δημιουργεί προβλήματα στην εκτίμηση του καναλιού. Ωστόσο, από την άλλη, μπορούμε να κερδίσουμε σε αξιοπιστία μετάδοσης χρησιμοποιώντας τεχνικές διαφορισμού (**diversity**) στο χρόνο ή στη συχνότητα.

Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι

- Εξισωτής Ανάδρασης Αποφάσεων – Decision Feedback Equalizer – DFE
- Tomlinson Precoder
- Το ασύρματο (wireless) κανάλι
- Στατιστικά μοντέλα καναλιού
 - Tse & Viswanath, Ch.2

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚά Μοντέλα

- Οι παράμετροι που αναφέραμε παραπάνω (αριθμός και κατανομή των **taps** h_l , **multipath spread**, **coherence time**) διαφέρουν ανάλογα με το κανάλι (το οποίο, με τη σειρά του εξαρτάται από παράγοντες όπως το περιβάλλον, η φέρουσα συχνότητα f_c , το εύρος ζώνης W που χρησιμοποιεί το σύστημα, η ταχύτητα κλπ).
- Για να σχεδιάσουμε συστήματα χρειάζόμαστε στατιστικά μοντέλα που να περιγράφουν τα κανάλια κινητών επικοινωνιών.
- Τα μοντέλα αυτά φτιάχνονται είτε προσπαθώντας να τα ταιριάξουμε με μετρήσεις, είτε θεωρητικά, κάνοντας όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικές παραδοχές.
- Ένα μοντέλο πρέπει να είναι αρκετά λεπτομερές ώστε να περιγράφει καλά το κανάλι, αλλά και αρκετά απλό/γενικό ώστε να καλύπτει όλα τα παρόμοια κανάλια. Γενικά η μοντελοποίηση καναλιών κινητών τηλεπικοινωνιών δεν είναι μια απλή διαδικασία.

Στατιστικά Μοντέλα (2)

- Είδαμε ότι, εάν η καθυστέρηση όδευσης και η εξασθένιση δε μεταβάλλονται σημαντικά με τη συχνότητα, $\mathbf{y}(t) \approx \sum_i \mathbf{a}_i(t)x(t - \tau_i(t)) + w(t)$.
- Μπορεί να αποδειχθεί (βλ. π.χ. **Tse & Viswanath**) ότι αν δειγματοληπτήσουμε ανά $\frac{1}{W}$ (και κάνουμε κάποιες υποθέσεις) μπορούμε να γράψουμε $\mathbf{y}[m] = \sum_l \mathbf{h}_l[m]x[m-l] + w[m]$, όπου $\mathbf{h}_l[m] = \sum_i \mathbf{a}_i \left(\frac{m}{W}\right) e^{-j2\pi f_c \tau_i \left(\frac{m}{W}\right)} \text{sinc} \left[l - \tau_i \left(\frac{m}{W}\right) W\right]$.
- Πολύ συχνά θεωρούμε το κανάλι $\mathbf{y}[m] = \sum_l \mathbf{h}_l[m]x[m-l] + w[m]$ και μοντελοποιούμε τα taps $\mathbf{h}_l[m]$.

Διάλειψη Rayleigh

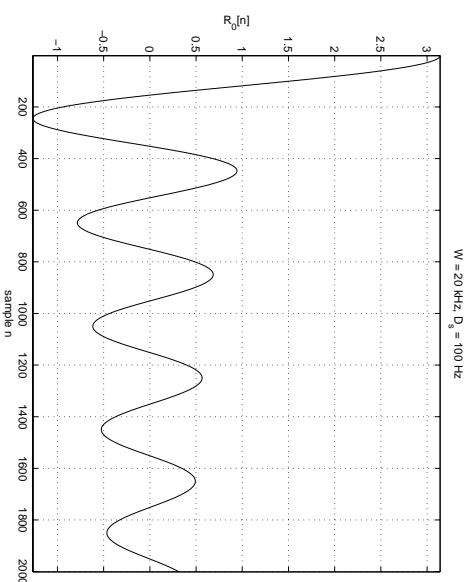
- Θεωρούμε ότι κάθε **tap** είναι το αποτέλεσμα της συμβολής ενός μεγάλου αριθμού στατιστικά ανεξάρτητων ανακλώμενων και σκεδαζόμενων μονοπατιών με τυχαίες τιμές πλάτους.
- Θεωρούμε, επίσης, ότι οι φάσεις των μονοπατιών είναι κατανομημένες ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 2\pi]$ και ότι είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Με αυτές τις παραδοχές, το **tap** $h_l[m]$ είναι μια κυκλική συμμετρική γκαουσιανή τ.μ. $\mathcal{CN}(0, \sigma_l^2)$.
- Κυκλική συμμετρική (μυγαδική) τ.μ. **X**: Όταν η $e^{j\theta} \mathbf{X}$ ακολουθεί την ίδια κατανομή με τη **X** για οποιαδήποτε γωνία θ . Αποδεικνύεται ότι $E[\mathbf{X}] = \mathbf{0}$.

Διάλεξη Rayleigh (2)

- Το πλάτος $|h_l[m]|$ ακολουθεί κατανομή Rayleigh με σ.π.π. $f(x) = \frac{x}{\sigma_l^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_l^2}\right)$.
- Το τετράγωνο του πλάτους $|h_l[m]|^2$ είναι εκθετικά κατανεμημένο. $f(x) = \frac{1}{\sigma_l^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_l^2}\right)$.
- Το μοντέλο Rayleigh είναι εφαρμόσιμο σε περιβάλλοντα όπου υπάρχουν πολλοί μικροί ανακλαστές (non-Line of Sight (non-LOS) περιβάλλοντα). Ωστόσο, χρησιμοποιείται συχνά ακόμα και όταν ο αριθμός των ανακλαστών/σχεδιαστών είναι σχετικά μικρός, λόγω της απλότητάς του.

Μεταβολή των **taps** στο χρόνο

- Για να περιγράψουμε πλήρως το κανάλι χρειαζόμαστε και την αυτοσυσχέτιση κάθε tap l , $R_l[n] = E\{h_l^*[m]h_l[m+n]\}$ (θεωρούμε ότι οι $h_l[m]$ είναι WSS και ανεξάρτητες από τις $h_k[m]$).
- Η $R_l[n]$ εξαρτάται από το κανάλι και την ταχύτητα του πομπού/δέκτη/εμποδίων. Εάν έχουμε 1 tap (flat fading) και πολλά προσπίπτοντα μονοπάτια ίσης ενέργειας a^2 με ομοιόμορφη γωνία πρόσπτωσης, $R_0[n] = a^2\pi J_0(n\pi D_s/W)$, όπου $J_0(\cdot)$ η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, μηδενικής τάξης και $D_s = 2f_c v/c$ η διαστορά Doppler (Clarke's model).



Μεταβολή των **taps** στο χρόνο (2)

- Εναλλακτικός ορισμός multipath spread T_d : $\frac{L}{W}$, όπου L η τιμή για την οποία $\sum_{l=0}^L R_l[0] \approx \sum_{l=0}^{\infty} R_l[0]$, δηλαδή ο αριθμός των **taps** που περιέχουν σχεδόν όλη την ενέργεια του καναλιού.
- Εναλλακτικός ορισμός χρόνου συμφωνίας T_c : Η μικρότερη τιμή του n για την οποία το $R_l[n]$ διαφέρει σημαντικά από το $R_l[0]$.

Μοντέλα Rice, Nakagami-m

- Μοντέλο Rice: Για κανάλια στα οποία υπάρχει και ένα μονοπάτι οπτικής επαφής (LOS).
- $h_l[m] = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\sigma_l e^{j\theta} + \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}}\mathcal{CN}(0, \sigma_l^2)$. κ : *K-factor*: Ο λόγος της ενέργειας του μονοπατιού LOS δια της ενέργειας στα σκεδασμένα μονοπάτια.
- Μοντέλο Nakagami-m: Βασισμένη σε πειραματικά δεδομένα. Μοντελοποιεί κάποια κανάλια με μεγαλύτερη ακρίβεια. Μπορεί να μοντελοποιήσει και κανάλια με ' χειρότερες ' διασείψεις από τη Rayleigh.