

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Κεφάλαιο 2

Παράσταση ημιτονοειδούς συνάρτησης με φασικό διάνυσμα

$$y(t) = Y_{max} \cos(\omega t + \phi) \quad Y = \frac{Y_{max}}{\sqrt{2}} e^{j\phi} \quad y(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(Y e^{j\omega t})$$

Σύνθετη αντίσταση και σύνθετη αγωγιμότητα παθητικού δικτύου

$$Z = \frac{V}{I} = R + jX = |Z| \angle \varphi_z \quad Y = \frac{I}{V} = G - jB = |Y| \angle -\varphi_z$$

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{|Y|^2}, \quad X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{|Y|^2}, \quad G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{|Z|^2}, \quad B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{|Z|^2}$$

Στιγμιαία ισχύς, πραγματική και άεργος ισχύς

$$p(t) = v(t)i(t) = 2|V||I| \cos(\omega t + \varphi_v) \cos(\omega t + \varphi_i) = |V||I| [\cos(\varphi_v - \varphi_i) + \cos(2\omega t + \varphi_v + \varphi_i)]$$

$$P = |V||I| \cos\phi: \text{πραγματική ή ενεργός ισχύς}, \quad Q = |V||I| \sin\phi: \text{άεργος ισχύς}$$

$$p(t) = P[1 + \cos 2(\omega t + \varphi_v)] + Q \sin 2(\omega t + \varphi_v)$$

$$\text{SI} = \cos\phi = \cos(\tan^{-1} \frac{Q}{P}) = P / (|V||I|) = P / \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Μιγαδική ισχύς, φαινομένη ισχύς

$$S = VI^* = |V||I| \angle (\varphi_v - \varphi_i) = |V||I| \angle \varphi = |V||I| \cos\phi + j|V||I| \sin\phi = P + jQ = |I|^2 Z = |V|^2 Y^*$$

$$|S| = |VI^*| = |V||I| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Ισχύς σε συμμετρικά τριφασικά κυκλώματα

$$P_{3\phi}(t) = v_a(t)i_a(t) + v_b(t)i_b(t) + v_c(t)i_c(t) = 3|V_p||I_p| \cos\phi = 3P$$

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = 3V_a I_a^* = 3S = 3P + j3Q$$

$$P_{3\phi} = 3P = 3|V_p||I_p| \cos\phi = \sqrt{3}|V_L||I_L| \cos\phi, \quad Q_{3\phi} = 3Q = 3|V_p||I_p| \sin\phi = \sqrt{3}|V_L||I_L| \sin\phi$$

$$|S_{3\phi}| = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2} = 3|V_p||I_p| = \sqrt{3}|V_L||I_L|$$

Σχέσεις μεταξύ των ανά μονάδα τιμών τριφασικών και μονοφασικών ποσοτήτων

Ποσότητα	Μονοφασικό σύστημα	Τριφασικό σύστημα	Τριφασικό σύστ. που αναλύεται ανά φάση
Τάση	$ V_b _{1\phi}$	$ V_b _{3\phi}$	$ V_b _{1\phi} = V_b _{3\phi} / \sqrt{3}$
Ισχύς	$ S_b _{1\phi}$	$ S_b _{3\phi}$	$ S_b _{1\phi} = S_b _{3\phi} / 3$
Ρεύμα	$ I_b _{1\phi} = \frac{ S_b _{1\phi}}{ V_b _{1\phi}}$	Πολικό: $ I_b _{3\phi} = \frac{ S_b _{3\phi}}{\sqrt{3} V_b _{3\phi}}$ Φασικό Υ συνδεσμ.: $ I_b _{3\phi} = I_b _{3\phi}$ Φασικό Δ συνδεσμ.: $ I_b _{3\phi} = \frac{ I_b _{3\phi}}{\sqrt{3}}$	$ I_b _{1\phi} = I_b _{3\phi}$ $= I_b^Y _{3\phi}$ $= \sqrt{3} I_b^\Delta _{3\phi}$
Αντίσταση	$ Z_b _{1\phi} = \frac{ V_b _{1\phi}^2}{ S_b _{1\phi}}$	Υ φορτίο: $ Z_b^Y _{3\phi} = \frac{ V_b _{3\phi}^2}{ S_b _{3\phi}}$ Δ φορτίο: $ Z_b^\Delta _{3\phi} = 3 Z_b^Y _{3\phi}$	$ Z_b _{1\phi} = Z_b^Y _{3\phi}$ $= \frac{ Z_b^\Delta _{3\phi}}{3}$

Αλλαγή βάσεων $Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \frac{|Z_b^{old}|}{|Z_b^{new}|} = Z_{pu}^{old} \frac{|V_b^{old}|^2 |S_b^{new}|}{|V_b^{new}|^2 |S_b^{old}|}$

Κεφάλαιο 4 Συχνότητα παραγόμενης τάσης γεννήτριας : $f = \frac{P}{2} \frac{N}{60} = \frac{P}{2} f_m$ Hz , $\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$

Επαγωγικές παράμετροι σύγχρονης μηχανής:

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta, L_{bb} = L_s + L_m \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}), L_{cc} = L_s + L_m \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}), L_s > L_m \geq 0$$

$$L_{ab} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + \frac{\pi}{6}), L_{bc} = -M_s - L_m \cos 2(\theta - \frac{\pi}{2}), L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + \frac{5\pi}{6}), M_s > L_m \geq 0$$

$$L_{af} = M_f \cos \theta \quad L_{bf} = M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad L_{cf} = M_f \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) = M_f \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

Μετασχηματισμός Park:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμός εξισώσεων πεπλεγμένων ροών:

$$\lambda_B = L_B i_B, \mathbf{L}_B = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \quad L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m, L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m, L_0 = L_s - 2M_s$$

Μετασχηματισμός εξισώσεων τάσης:

$$\mathbf{v}_B = -(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \mathbf{i}_B - L_B \frac{d\mathbf{i}_B}{dt}, \quad \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_{00} \\ -v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \dot{\theta} L_q & 0 & 0 \\ -\dot{\theta} L_d & R_s & 0 & -\dot{\theta} \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{00} \\ i_f \end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμός εξίσωσης στιγμιαίας ισχύος: $p_{3\phi}(t) = i_a v_a + i_b v_b + i_c v_c = i_0 v_0 + i_d v_d + i_q v_q$

d, q, 0 συνιστώσες συμμετρικών ρευμάτων στάτη: $i_d = -\sqrt{3} |I| \sin(\psi + \delta), i_q = \sqrt{3} |I| \cos(\psi + \delta), i_0 = 0$

Σχέση φασικού διανύσματος και d-, q- συνιστωσών: $I_a = (\frac{i_q}{\sqrt{3}} + j \frac{i_d}{\sqrt{3}}) e^{j\delta} = (I_q + j I_d) e^{j\delta}, I_q + j I_d = I_a e^{-j\delta}$

Διανυσματικό διάγραμμα μηχανής με έκτυπους πόλους:

$$E_a = V_a + R_s I_a + j X_d I_{da} + j X_q I_{qa}, \text{ όπου } E_a = \frac{\omega M_f i_f^0}{\sqrt{2}} e^{j\delta} = |E| e^{j\delta}, I_a = I_{da} + j I_{qa}, I_{da} = j I_d e^{j\delta}, I_{qa} = I_q e^{j\delta}$$

$$= V_a + R_s I_a + j X_q I_a + j(X_d - X_q) I_{da} = E_q + j(X_d - X_q) I_{da}, \text{ όπου } E_q = V_a + R_s I_a + j X_q I_a = |E_q| \angle \delta$$

Διανυσματικό διάγραμμα μηχανής κυλινδρικού δρομέα: $E_a = V_a + R_s I_a + j X_d I_a$

Πραγματική και άεργος ισχύς σύγχρονης μηχανής:

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta_m + \frac{|V|^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta_m, \quad Q_G = \frac{|E||V|}{X_d} \cos \delta_m - |V|^2 \left(\frac{\cos^2 \delta_m}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta_m}{X_q} \right)$$

$$\text{Για μηχανή με κυλινδρικό δρομέα: } P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta_m, \quad Q_G = \frac{|V|(|E| \cos \delta_m - |V|)}{X_d}$$

Αντιδράσεις ευθέως άξονα: Υπομεταβατική: $X_d'' = |E| / |I''|$, Μεταβατική: $X_d' = |E| / |I'|$, Σύγχρονη: $X_d = |E| / |I|$

Καμπύλη ικανότητας φόρτισης γεννητριών: Όριο θέρμανσης στάτη: $|S_G| < |S_G|_{max}$,

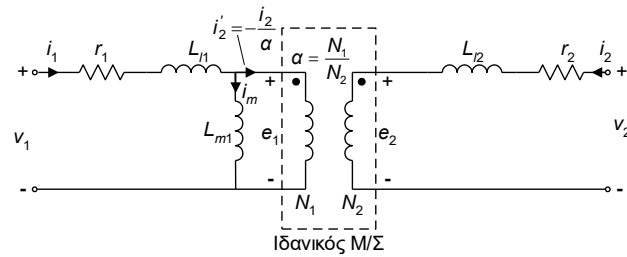
$$\text{Όριο θέρμανσης δρομέα: } P_G^2 + (Q_G + |V|^2 / X_d)^2 = (|V| |E|_{max} / X_d)^2, \text{ Όριο ευστάθειας: } Q_G = \frac{1}{\tan \delta_{max}} P_G - \frac{|V|^2}{X_d}$$

Κεφάλαιο 5

Ανασκόπηση μαγνητικών ποσοτήτων: $\lambda = N\phi$, $F = Ni$, $\lambda = N\phi = Li$, $\phi = PF = PNi$

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NPNi}{i} = PN^2, \quad e = \frac{d\lambda}{dt}, \quad v = ri + e = ri + \frac{d\lambda}{dt} = ri + N \frac{d\phi}{dt} = ri + L \frac{di}{dt}$$

Πραγματικός μονοφασικός Μ/Σ δύο τυλιγμάτων:



$$v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} = r_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + e_1$$

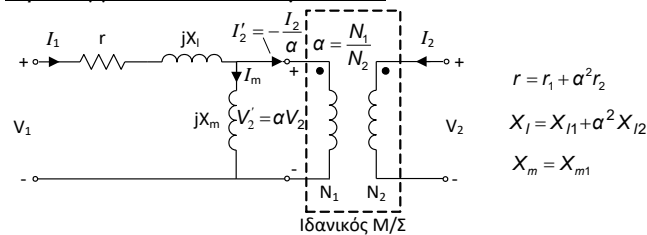
$$v_2 = r_2 i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} = r_2 i_2 + L_{12} \frac{di_2}{dt} + e_2$$

$$\phi_m = P_m (N_1 i_1 + N_2 i_2) = P_m N_1 (i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2)$$

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} = P_m N_1^2 \frac{d}{dt} (i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2), \quad L_{m1} = \frac{N_1 \phi_{m1}}{i} = P_m N_1^2$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = a, \quad \frac{i_1'}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{a}$$

Προσεγγιστικό ισοδύναμο Μ/Σ:

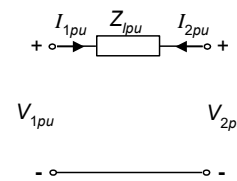


$$r = r_1 + a^2 r_2$$

$$X_l = X_{l1} + a^2 X_{l2}$$

$$X_m = X_{m1}$$

Ανά μονάδα ισοδύναμο Μ/Σ:



π-ισοδύναμο Μ/Σ: $Z_\pi = \frac{Z_l}{a} = aZ_l', \quad Y_1 = \frac{1}{Z_l}(1-a) = \frac{1}{Z_l'} \frac{1-a}{a^2}, \quad Y_2 = \frac{1}{Z_l} a(a-1) = \frac{1}{Z_l'} \frac{a-1}{a} = -aY_1$

Λόγος φασικών τάσεων ισοδυνάμων Y-Y συνδεσμολογιών τριφασικών Μ/Σ:

$$Y-Y \Rightarrow N_1 : N_2 = a, \quad Y-\Delta \Rightarrow (N_1 : N_2 / \sqrt{3}) e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} a e^{-j30^\circ}$$

$$\Delta-Y \Rightarrow (N_1 / \sqrt{3} : N_2) e^{-j30^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ}, \quad \Delta-\Delta \Rightarrow (N_1 / \sqrt{3} : N_2 / \sqrt{3}) = a$$

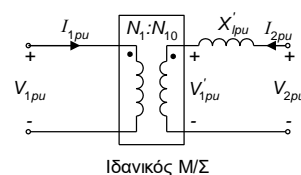
Αυτομετασχηματιστές: $|S_1| = |V_1| |I_1| = |V_{r1}| (|I_{r1}| + |I_{r2}|) = |V_{r1}| |I_{r1}| (1 + |I_{r2}| / |I_{r1}|) = S_r (1+a)$

$$|S_2| = |V_2| |I_2| = (|V_{r1}| + |V_{r2}|) |I_{r2}| = |V_{r2}| |I_{r2}| (1 + |V_{r1}| / |V_{r2}|) = S_r (1+a)$$

$$a' = \frac{|V_1|}{|V_2|} = \frac{|V_{r1}|}{|V_{r1}| + |V_{r2}|} = \frac{|V_{r1}| / |V_{r2}|}{|V_{r1}| / |V_{r2}| + 1} = \frac{a}{a+1}$$

Ανά μονάδα μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή με η ονομαστικό λόγο μετασχηματισμού

$$X'_{lpu} = \frac{X'_l}{|Z_{b2}|_{1\phi}} = \frac{X'_{l0}}{|Z_{b2}|_{1\phi}} = \frac{X_{l20}}{|Z_{b2}|_{1\phi}} + \frac{X_{l10}}{a^2 |Z_{b2}|_{1\phi}} = X_{l20pu} + X_{l10pu}$$



Κεφάλαιο 6

Μήτρα επαγωγών L: $L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{R_i}, \quad i = 1, \dots, n, \quad L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{ij}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad R'_i = R_i e^{-1/4} = 0.7788 R_i$

Επαγωγή τριφασικής γραμμής με μη ισαπέχουσες φάσεις που αποτελούνται από αγωγούς δέσμης:

$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \text{ H/m}, \quad D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}} = \text{μέση γεωμ. απόστ.}, \quad D_s = \text{ιδία μέση γεωμ. απόστ.}$$

Μήτρα χωρητικότητας C: $C = \Phi^{-1}$, όπου $\phi_{ij} = (1/2\pi\epsilon_0) \ln(1/D_{ij})$,

Επίδραση της γης στη χωρητικότητα αγωγών: $C_e = F^{-1}$, όπου $f_{ij} = (1/2\pi\epsilon_0) \ln(D_{ji}' / D_{ji})$

Χωρητικότητα τριφασικής γραμμής με μη ισαπέχουσες φάσεις που αποτελούνται από αγωγούς δέσμης:

$$C_a = 2\pi\epsilon_0 / \ln(D_m / D_s) = 1 / (18 \times 10^9 \ln(D_m / D_s)) \text{ F/m}$$

Κεφάλαιο 7

Εξισώσεις τάσεις και ρεύματος γραμμής μεταφοράς:

$$V(x) = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x} = \cosh(\gamma x) V_R + Z_c \sinh(\gamma x) I_R,$$

$$I(x) = \frac{V_R / Z_c + I_R}{2} e^{\gamma x} - \frac{V_R / Z_c - I_R}{2} e^{-\gamma x} = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) V_R + \cosh(\gamma x) I_R$$

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(r + j\omega L)j\omega C} = \alpha + j\beta \text{ m}^{-1}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{j\omega C}} = R_c + jX_c \quad \Omega$$

A, B, C και D σταθερές γραμμής μεταφοράς

Σταθερά	A=D	B	C
Μονάδες	pu	Ω	S
Γραμμή μικρού μήκους (<80 km)	1	Z	0
Γραμμή μεσαίου μήκους (80 έως 250 km)	$1 + ZY / 2$	Z	$Y(1 + ZY / 4)$
Γραμμή μεγάλου μήκους (> 250 km)	$1 + Z_e Y_e / 2$ $= \cosh(\gamma l)$	Z_e $= Z_c \sinh(\gamma l)$	$Y_e(1 + Z_e Y_e / 4)$ $= (1 / Z_c) \sinh(\gamma l)$
Γραμμή χωρίς απώλειες	$\cos(\beta l)$	$jR_c \sin(\beta l)$	$j \sin(\beta l) / R_c$

όπου: $Z = z l$, $Y = y l$, $Z_e = Z_c \sinh(\gamma l) = Z \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l}$ και $\frac{Y_e}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) = \frac{Y}{2} \frac{\tanh(\gamma l / 2)}{\gamma l / 2}$

Μήκος κύματος: $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} = \frac{1}{f \sqrt{LC}}$ m, Φυσικό φορτίο: $P_{SIL} = \frac{|V_L|_{rated}^2}{R_c} = \frac{|V_L|_{rated}^2}{\sqrt{L/C}}$ MW

Ισχύς μέσω γραμμής μεταφοράς μεσαίου ή μεγάλου μήκους: Αν $A = |A| \angle \alpha$ και $B = |B| \angle \beta$, τότε

$$S_R = P_R + jQ_R = V_R I_R^* = -\frac{|A||V_R|^2}{|B|} \underline{\beta - \alpha} + \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \underline{\beta - \delta}$$

$$S_S = P_S + jQ_S = V_S I_S^* = \frac{|A||V_S|^2}{|B|} \underline{\beta - \alpha} - \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \underline{\beta + \delta}$$

Και για γραμμή χωρίς απώλειες

$$S_R = -\frac{\cos(\beta l)|V_R|^2}{X_e} \underline{90^\circ} + \frac{|V_S||V_R|}{X_e} \underline{90^\circ - \delta}, \quad S_S = \frac{\cos(\beta l)|V_S|^2}{X_e} \underline{90^\circ} - \frac{|V_S||V_R|}{X_e} \underline{90^\circ + \delta}$$

όπου $X_e = R_c \sin(\beta l)$

Ισχύς μέσω γραμμής μεταφοράς μικρού μήκους:

$$S_R = -\frac{|V_R|^2}{|Z|} \underline{\theta} + \frac{|V_S||V_R|}{|Z|} \underline{\theta - \delta}, \quad S_S = \frac{|V_S|^2}{|Z|} \underline{\theta} - \frac{|V_S||V_R|}{|Z|} \underline{\theta + \delta}, \quad \text{όπου } Z = R + jX = |Z| \underline{\theta}$$

Για γραμμή χωρίς απώλειες $Z (= |Z| \underline{\theta}) = jX = X \underline{90^\circ}$ οπότε

$$P = P_S = P_R = \frac{|V_S||V_R|}{X} \sin \delta, \quad Q_S = \frac{|V_S|^2}{X} - \frac{|V_S||V_R|}{X} \cos \delta, \quad Q_R = -\frac{|V_R|^2}{X} + \frac{|V_S||V_R|}{X} \cos \delta$$

Θερμικό όριο μεταφοράς ισχύος: $|S_{3\phi}|_{rated} = \sqrt{3} |V_L|_{rated} |I_L|_{rated}$ MVA

Στατικό όριο ευστάθειας γραμμής μεταφοράς: $P_{max} = (|V_S|)_{pu} (|V_R|)_{pu} P_{SIL} / \sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)$

Εξάρτηση τάσης ζυγού άφιξης από φορτίο του: $V_R = V_S - \frac{P - jQ}{V_S} jX = V_S - \frac{X}{V_S} Q - j \frac{X}{V_S} P$