ΑΣΚΗΣΗ 5.27

Εργαζόμαστε χρησιμοποιώντας το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα. Αναφερόμαστε στην πλευρά υψηλής τάσης των Μ/Σ διότι μας δίνονται ήδη σε αυτήν την πλευρά η σύνθετη αντίσταση της γραμμής και οι αντιδράσεις σκέδασης των μετασχηματιστών. Λαμβάνοντας την φασική τάση V_R' στον ζυγό του φορτίου ως τάση αναφοράς, έχουμε

$$V_R' = |V_R'|\underline{/0^\circ} = \frac{23}{\sqrt{3}}\underline{/0^\circ} \ \text{kV}$$

Το φασικό ρεύμα φορτίου έχει μέτρο

$$|I_L'| = \frac{P_L/3}{|V_R'|\cos\varphi} = \frac{150/3}{\frac{23}{\sqrt{3}}\times 0.8} = 4.71 \ \text{kA}$$

και επειδή το φορτίο είναι επαγωγικό, το ρεύμα είναι

$$I_L = |I_L'|\underline{/-\cos^{-1}0.8} = 4.71\underline{/-36.87^\circ} \ \text{kA}$$

Ο Μ/Σ T_1 έχει σταθερό λόγο μετασχηματισμού 1:10, οπότε

$$V_S = |V_S|\underline{/\delta} = \frac{230}{\sqrt{3}}\underline{/\delta} \ \text{kV}$$

Αν 1:α είναι ο μη ονομαστικός λόγος μετασχηματισμού του Μ/Σ Τ2, τότε η φασική τάση V_R και το ρεύμα φορτίου I_L αναφερόμενα στην πλευρά της γραμμής είναι

$$V_R = \alpha V_R' = \alpha|V_R'|\underline{/0^\circ} = \alpha\frac{23}{\sqrt{3}}\underline{/0^\circ} \ \text{kV}$$

$$I_L = \frac{I_L'}{\alpha} = \frac{|I_L'|}{\alpha}\underline{/-36.87^\circ} = \frac{4.71}{\alpha}\underline{/-36.87^\circ} \ \text{kA}$$

Στο κύκλωμα της γραμμής ισχύει

$$V_S = V_R + ZI_L = \alpha V_R'\underline{/0^\circ} + \frac{|Z||I_L'|}{\alpha}\underline{/\theta - 36.87^\circ}$$

Στην ανωτέρω εξίσωση υπάρχουν δύο άγνωστοι, η φασική γωνία δ της τάσης V_S και ο ζητούμενος λόγος μετασχηματισμού α. Ο ένας άγνωστος, η γωνία δ, μπορεί να εκπέσει εξισώνοντας τα μέτρα αμφοτέρων των μελών, οπότε λαμβάνουμε

$$|V_S| = \sqrt{\left(\alpha|V_R'| + \frac{|Z||I_L'|}{\alpha}\cos(\theta - 36.87^\circ)\right)^2 + \left(\frac{|Z||I_L'|}{\alpha}\sin(\theta - 36.87^\circ)\right)^2}$$

ή

$$|V_S|^2 = \alpha^2|V_R'|^2 + \left(\frac{|Z||I_L'|}{\alpha}\right)^2 + 2|Z||I_L'||V_R'|\cos(\theta - 36.87^\circ)$$

και τελικά

$$\alpha^4 + \left(\frac{2|Z||I_L'||V_R'|\cos(\theta - 36.87^\circ) - |V_S|^2}{|V_R'|^2} \right)\alpha^2 + \left(\frac{|Z||I_L'|}{|V_R'|} \right)^2 = 0$$

όπου

$$Z = |Z|\underline{/\theta} = 18 + j60 = 62.64 / \underline{73.3^\circ}\ \Omega$$
$$|I_L'| = 4.71\ \text{ kA}$$
$$|V_R'| = \frac{23}{\sqrt{3}} = 13.29\ \text{kV}$$
$$|V_S| = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132.95\ \text{kV}$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές προκύπτει η διτετράγωνη εξίσωση

$$\alpha^4 - 64.35\alpha^2 + 492.83 = 0$$

Η λύση της διτετράγωνης εξίσωσης είναι

$$\alpha^2 = \frac{64.35 \pm 46.58}{2} = \begin{cases} 55.465 \\ 8.88 \end{cases}$$

Η λύση $\alpha = \sqrt{8.88} = 2.98$ αποκλείεται διότι οδηγεί σε πολύ μεγάλο ρεύμα γραμμής και συνεπώς σε πολύ μεγάλες απώλειες πραγματικής ισχύος, οπότε

$$\alpha = \sqrt{55.465} = 7.45$$

Για να είναι η τάση στον ζυγό φορτίου 23 kV, ο μετασχηματιστής T_2 πρέπει να έχει λόγο $\alpha = 7.45$ και επειδή ο ονομαστικός λόγος είναι $\alpha_0 = \frac{230}{23} = 10$, έχουμε

$$\alpha = 7.45 = 7.45 \times \frac{10}{10} = 10 \times 0.745 = \alpha_0 \varepsilon \Rightarrow \quad \lambda\eta\psi\eta = \varepsilon = 0.745 = 74.5\%$$

Εναλλακτική λύση σύμφωνα με την §7.6.3, σελίδα 276 βιβλίου

Η μιγαδική ισχύς που φθάνει στο ζυγό άφιξης πρέπει να είναι ίση με την μιγαδική ισχύ του φορτίου. Η γραμμή είναι μικρού μήκους με απώλειες, οπότε (Εξ. (7.75) βιβλίου):

$$S_R = -\frac{|V_R|^2}{|Z|}\underline{/\theta} + \frac{|V_S||V_R|}{|Z|}\underline{/\theta-\delta} = S_L$$

Από τα ισοζύγια πραγματικής και αέργου ισχύος έχουμε

$$\cos(\theta-\delta) = \frac{|Z|}{|V_S||V_R|}\left(P_L + \frac{|V_R|^2}{|Z|}\cos\theta\right) \quad \text{και} \quad \sin(\theta-\delta) = \frac{|Z|}{|V_S||V_R|}\left(Q_L + \frac{|V_R|^2}{|Z|}\sin\theta\right)$$

και χρησιμοποιώντας την γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα $\cos^2(\theta-\delta)+\sin^2(\theta-\delta)=1$ λαμβάνουμε

$$\frac{|Z|^2}{|V_S|^2|V_R|^2}\left(P_L^2+Q_L^2+\frac{|V_R|^4}{|Z|^2}+2\frac{|V_R|^2}{|Z|}\left(P_L\cos\theta+Q_L\sin\theta\right)\right)=1$$

Τελικά καταλήγουμε στην διτετράγωνη εξίσωση

$$|V_R|^4+\left(2|Z|\left(P_L\cos\theta+Q_L\sin\theta\right)-\left|V_S^2\right|\right)|V_R|^2+|Z|^2\left(P_L^2+Q_L^2\right)=0$$

Επειδή $P_L = 150\,\text{MW}$, $Q_L = P_L\tan\varphi = 150\times 0.75 = 112.5\,\text{MVar}$

$$Z = |Z|\underline{/\theta} = 18 + j60 = 62.64\,/\,\underline{73.3^\circ}\,\Omega \quad \text{και} \quad |V_S| = 230\,\text{kV}$$

οι συντελεστές της διτετράγωνης εξίσωσης έχουν τιμή

$$2|Z|\left(P_L\cos\theta+Q_L\sin\theta\right)-\left|V_S^2\right| = 2\times 62.64\left(150\cos 73.3^\circ + 112.5\sin 73.3^\circ\right)-230^2 = 34000.37$$

$$|Z|^2\left(P_L^2+Q_L^2\right) = 62.64^2\left(150^2+112.5^2\right) = 137945025$$

Η λύση της διτετράγωνης εξίσωσης είναι

$$|V_R|^2 = \frac{34000.37 \pm 24581.39}{2} = \begin{cases} 29290.88 \\ 49 \end{cases}$$

Η δεύτερη λύση αποκλείεται, οπότε $|V_R| = \sqrt{29290.88} = 171.14\,\text{kV}$

Για να είναι η τάση στον ζυγό φορτίου 23 kV, ο μετασχηματιστής T_2 πρέπει να έχει λόγο

$\alpha = \dfrac{171.14}{23} = 7.45$ και επειδή ο ονομαστικός λόγος είναι $\alpha_0 = \dfrac{230}{23} = 10$, έχουμε

$$\alpha = 7.45 = 7.45\times\frac{10}{10} = 10\times 0.745 = \alpha_0\varepsilon \Rightarrow \quad \lambda\eta\psi\eta = \varepsilon = 0.745 = 74.5\%$$