



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ενότητα 7: Παράσταση και Συμπεριφορά Γραμμών Μεταφοράς

Γαβριήλ Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιον Πατρών, Γαβριήλ  
Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός, 2015. «Εισαγωγή στα  
Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Παράσταση και  
συμπεριφορά γραμμών μεταφοράς». Έκδοση: 1.0.  
Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή  
διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE695/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

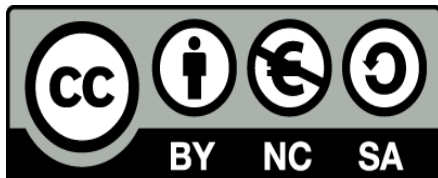
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

*Ο βασικός παράγοντας που καθορίζει τον τρόπο με τον οποίον θα παραστήσουμε μια εναέρια γραμμή μεταφοράς είναι το μήκος της.*

*Αυτό καθορίζει αν οι παράμετροι θα θεωρηθούν :*

- Συγκεντρωμένες σε ένα σημείο.*
- Κατανεμημένες σε όλο το μήκος της γραμμής.*
- Μη σημαντικές που μπορούν να αγνοηθούν.*

---

*Για την παράσταση μιας γραμμής δεχόμαστε ότι:*

- Η γραμμή είναι μετατιθέμενη.*
- Για τις τάσεις και τα ρεύματα ισχύει  $\Sigma v_i=0$ ,  $\Sigma i_i=0$ .*
- Όλες οι μεταβλητές που μεταβάλλονται με το χρόνο είναι ημιτονοειδείς.*



# ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕ ΔΙΘΥΡΟ ΔΙΚΤΥΟ



$$V_S = AV_R + BI_R$$

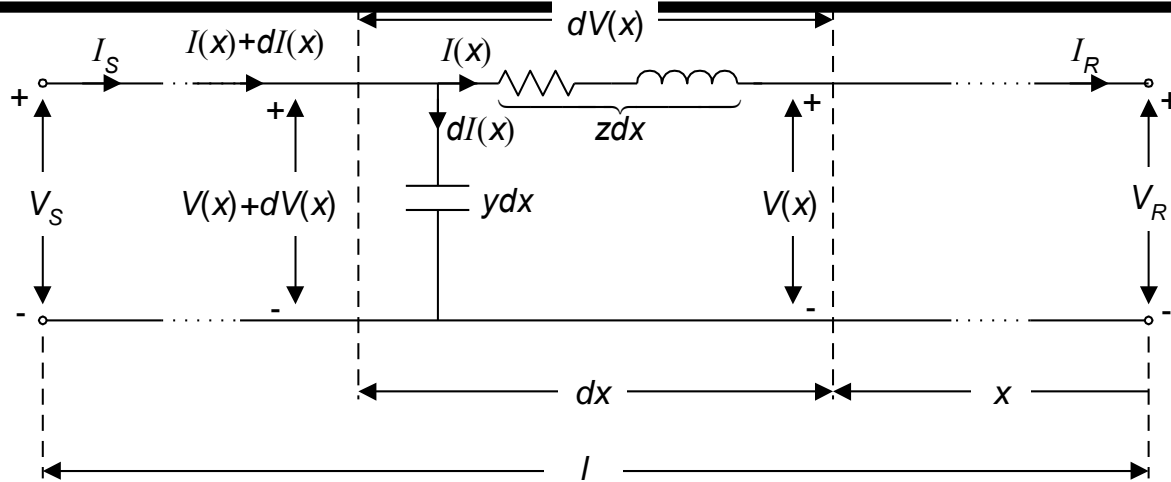
$$I_S = CV_R + DI_R$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$



# ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

## ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ



$$dV(x) = I(x)[zdx] \longrightarrow \frac{dV(x)}{dx} = zI(x) \longrightarrow \frac{d^2V(x)}{dx^2} = z \frac{dI(x)}{dx} = zyV(x) = \gamma^2 V(x)$$

$$dI(x) \approx V(x)ydx \longrightarrow \frac{dI(x)}{dx} = yV(x) \longrightarrow \frac{d^2I(x)}{dx^2} = y \frac{dV(x)}{dx} = zyI(x) = \gamma^2 I(x)$$

$$\text{Σταθερά διάδοσης: } \gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(r + j\omega L)j\omega C} = \alpha + j\beta \quad \text{m}^{-1}$$





# ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

## ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \gamma^2 V(x) \longrightarrow$$

$$V(x) = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x}$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = \gamma^2 I(x) \longrightarrow$$

$$I(x) = \frac{V_R / Z_c + I_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R / Z_c - I_R}{2} e^{-\gamma x}$$

Χαρακτηριστική αντίσταση:  $Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{j\omega C}} = R_c + jX_c \Omega$

**Αν η γραμμή τερματίζει στη χαρακτηριστική της αντίσταση  $Z_c$ , τότε  $V_R = Z_c I_R$ , τότε δεν υπάρχουν ανακλώμενες συνιστώσες.**

$$V(x) = V_R e^{\gamma x}$$
$$I(x) = I_R e^{\gamma x}$$



# A, B, C, D ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

$$V(x) = \cosh(\gamma x) V_R + Z_C \sinh(\gamma x) I_R$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma x) V_R + \cosh(\gamma x) I_R$$

---

$$V_S = \cosh(\gamma l) V_R + Z_C \sinh(\gamma l) I_R$$

$$I_S = \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) V_R + \cosh(\gamma l) I_R$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_C \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

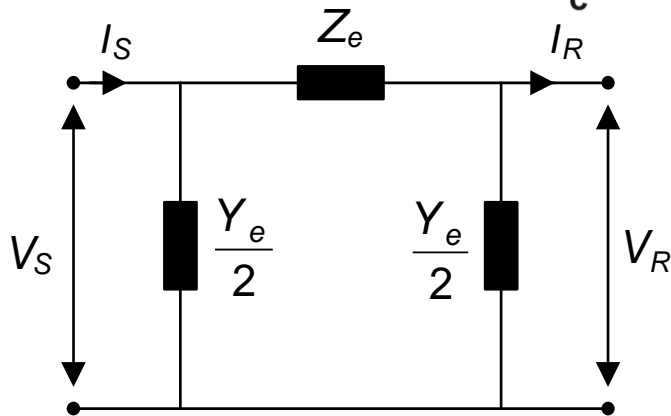


# Π-ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

## ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

$$V_S = \cosh(\gamma l) V_R + Z_c \sinh(\gamma l) I_R$$

$$I_S = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) V_R + \cosh(\gamma l) I_R$$



$$V_S = \left(1 + \frac{Z_e Y_e}{2}\right) V_R + Z_e I_R$$

$$I_S = Y_e \left(1 + \frac{Z_e Y_e}{4}\right) V_R + \left(1 + \frac{Z_e Y_e}{2}\right) I_R$$

$$Z_e = Z_c \sinh \gamma l = Z \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l}$$

$$Z = z l$$

$$\frac{Y_e}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{Y}{2} \frac{\tanh(\gamma l / 2)}{\gamma l / 2}$$

$$Y = y l$$



# ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Για γραμμές όχι μεγάλου μήκους ( $<250 \text{ km}$ )  $\gamma l \ll 1$ , οπότε

$$\sinh \gamma l \approx \gamma l$$

$$\tanh(\gamma l / 2) \approx \gamma l / 2$$

$$Z_e = Z \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l}$$

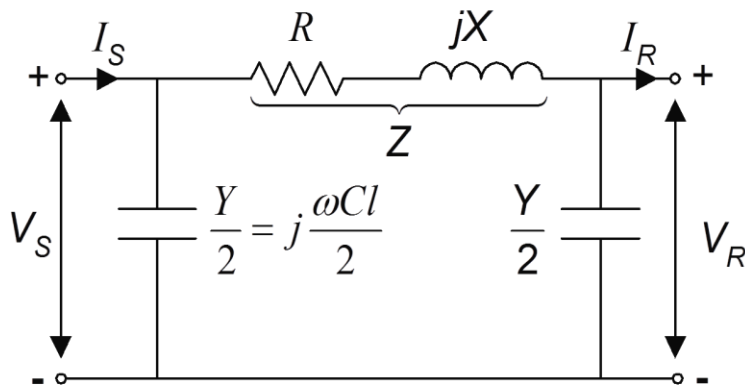
→

$$Z_e \approx Z = (r + j\omega L)l = R + jX$$

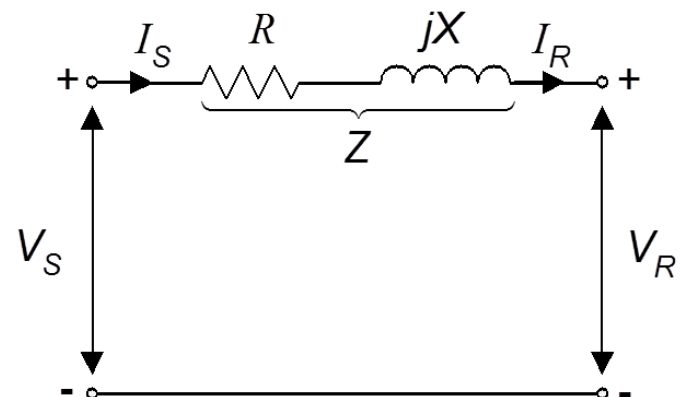
$$\frac{Y_e}{2} = \frac{Y \tanh(\gamma l / 2)}{\gamma l / 2}$$

→

$$\frac{Y_e}{2} \approx \frac{Y}{2} = j \frac{\omega C l}{2}$$



Ονομαστικό π ισοδύναμο γραμμής  
μεσαίου μήκους



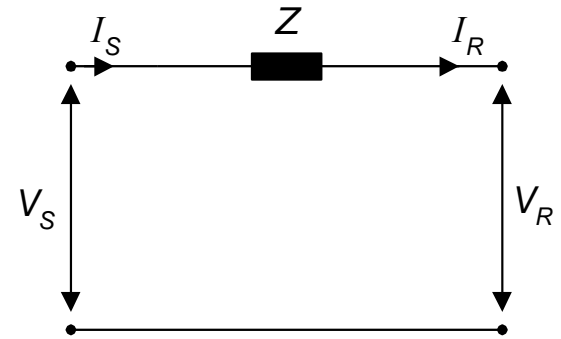
Ισοδύναμο κύκλωμα γραμμής  
μικρού μήκους



# ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΡΑΜΜΩΝ : Μία σύγκριση

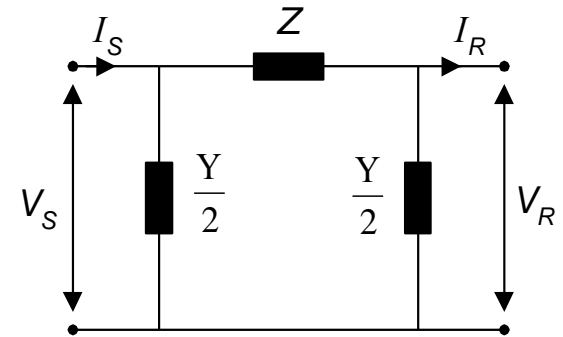
- **Γραμμή μικρού μήκους**

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$



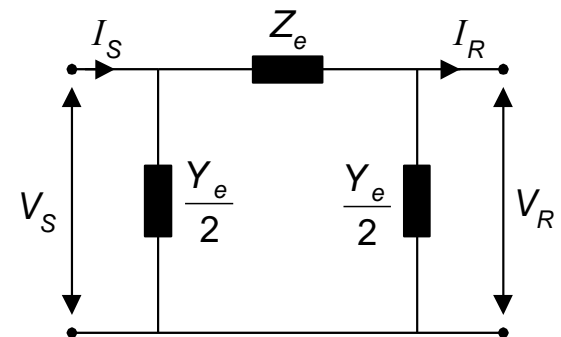
- **Γραμμή μεσαίου μήκους**

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{ZY}{2} + 1 & Z \\ Y \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right) & \frac{ZY}{2} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$



- **Γραμμή μεγάλου μήκους**

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$



# Παράδειγμα 1(I)

**Τριφασική γραμμή μεταφοράς 50 Hz, έχει παραμέτρους:  
 $r=0.2 \text{ ohm/km}$ ,  $L=1.3 \text{ mH/km}$  και  $C=0.01 \text{ }\mu\text{F/km}$ .**

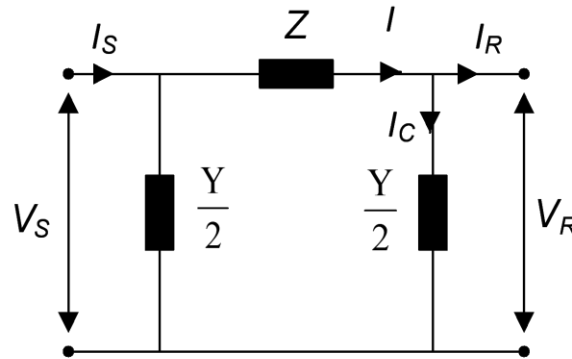
**Η γραμμή έχει μήκος 120 km και παρέχει στο άκρο άφιξης  
40 MW υπό τάση 132 kV και συντελεστή ισχύος 0.8 επαγ.**

**Να υπολογιστεί:**

- α) Η απόδοση της γραμμής, δηλαδή ο λόγος της  
πραγματικής ισχύος στο άκρο άφιξης προς την  
πραγματική ισχύ στο άκρο αναχώρησης.**
- β) Η πολική τάση στο άκρο αναχώρησης.**



# Παράδειγμα 1(II)



$$V_R = \frac{132}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 76.2 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$|I_R| = \frac{P_R}{\sqrt{3} |V_{LR}| \cos \phi_R} = \frac{40 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 132 \times 0.8} = 218.71 \text{ A}$$

$$I_R = |I_R| \angle -\cos^{-1}(0.8) = 218.71 \angle -36.86^\circ \text{ A}$$

$$I = I_R + I_C = I_R + \left(\frac{Y}{2}\right) V_R = 210.4 \angle -33.72^\circ \text{ A}$$

$$Y = y_l = j\omega C_l = \left(314 \times 0.01 \times 10^{-6} \angle 90^\circ\right) \times 120 = 376.8 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \text{ S}$$



# Παράδειγμα 1(III)

$$\alpha) R = r_l = 0.2 \times 120 = 24 \ \Omega$$

$$P_{\alpha\pi} = 3R |I|^2 = 3 \times 24 \times 210.4^2 = 3.1873 \text{ MW}$$

$$P_S = P_R + P_{\alpha\pi} = 40 + 3.1873 = 43.1873 \text{ MW}$$

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} \times 100 = \frac{40}{43.1873} \times 100 = 92.62\%$$

$$\beta) V_S = AV_R + BI_R = 86.245 \angle 3.82^\circ \text{ kV}$$

$$B = z_l = (r + j\omega L)I = (0.2 + j314 \times 1.3 \times 10^{-3}) \times 120 = 54.46 \angle 63.88^\circ \ \Omega$$

$$A = 1 + \frac{ZY}{2} = 0.99 \angle 0.26^\circ$$

$$|V_{LS}| = \sqrt{3} |V_S| = \sqrt{3} \times 86.245 = 149.2 \text{ kV}$$





# ΓΡΑΜΜΗ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (r=0)

## 1. Εξισώσεις τάσης και ρεύματος

$$Z_c = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c$$

$$= \sqrt{(r + j\omega L)j\omega C} \approx j\omega \sqrt{LC} = j\beta$$

$$V(x) = \cosh(\gamma x)V_R + Z_c \sinh(\gamma x)I_R \longrightarrow$$

$$V(x) = \cos(\beta x)V_R + jR_c \sin(\beta x)I_R$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x)V_R + \cosh(\gamma x)I_R \longrightarrow$$

$$I(x) = j(\sin(\beta x)/R_c)V_R + \cos(\beta x)I_R$$

## 2. Μήκος κύματος

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} = \frac{1}{f \sqrt{LC}}$$

$$\text{Για εναέριες γραμμές : } \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/sec} \longrightarrow \lambda \approx \frac{3 \times 10^8}{50} = 6000 \text{ km}$$



# ΓΡΑΜΜΗ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ( $r=0$ )

## 3. A, B, C, D παράμετροι

$$V(x) = \cos(\beta x) V_R + j R_c \sin(\beta x) I_R$$

$$I(x) = j(\sin(\beta x) / R_c) V_R + \cos(\beta x) I_R$$

---

$$V_s = \cos(\beta \ell) V_R + j R_c \sin(\beta \ell) I_R$$

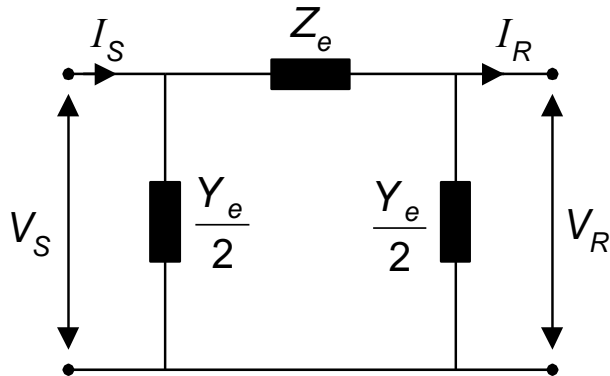
$$I_s = j(\sin(\beta \ell) / R_c) V_R + \cos(\beta \ell) I_R$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta \ell) & j R_c \sin(\beta \ell) \\ \frac{j \sin(\beta \ell)}{R_c} & \cos(\beta \ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$



# ΓΡΑΜΜΗ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (r=0)

## 4. π-ισοδύναμο κύκλωμα



$$Z_e = Z_c \sinh \gamma l \rightarrow$$

$$Z_e = jR_c \sin \beta l$$

$$\frac{Y_e}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} \rightarrow$$

$$\frac{Y_e}{2} = j \frac{1}{R_c} \tan \left( \frac{\beta l}{2} \right)$$

$$\beta l < \pi \rightarrow l < \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$Z_e$ : επαγωγικό  
 $Y_e$ : χωρητικό

$$\beta l > \pi \rightarrow l > \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$Z_e$ : χωρητικό  
 $Y_e$ : επαγωγικό



# ΓΡΑΜΜΗ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (r=0)

## 5. Φυσικό φορτίο

Αν η γραμμή χωρίς απώλειες τερματίζει στη χαρακτηριστική της αντίσταση  $R_c = \sqrt{L/C}$  (φυσική αντίσταση), τότε

$$V(x) = V_R e^{j\beta x}$$

$$I(x) = I_R e^{j\beta x}$$

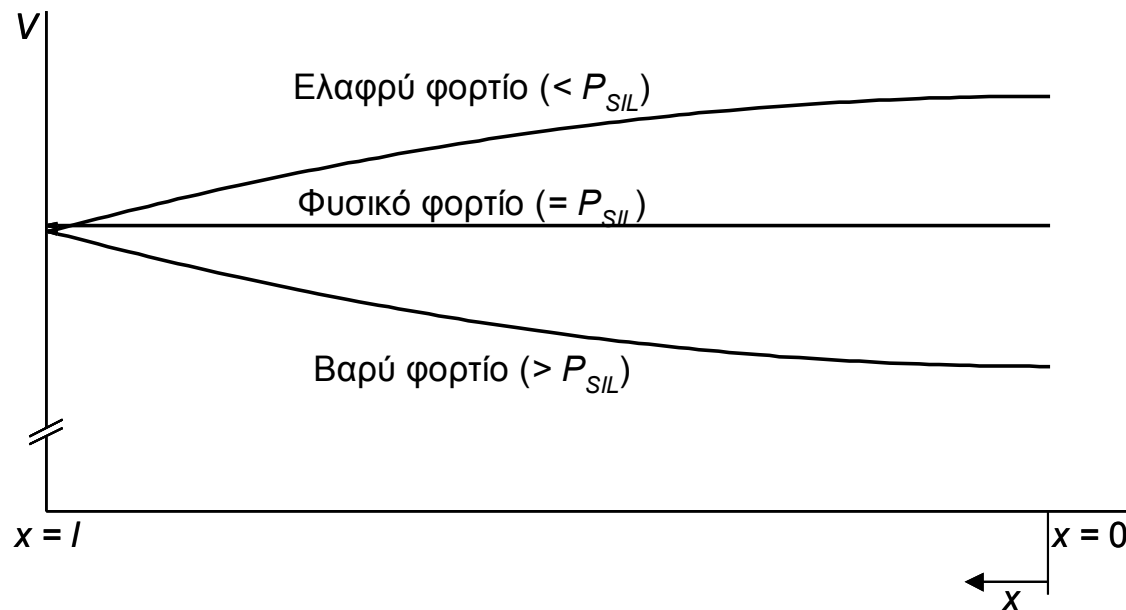
$$S(x) = V(x)I^*(x) = \left( V_R e^{j\beta x} \right) \left( \frac{V_R}{R_c} e^{j\beta x} \right)^* = \frac{|V_R|^2}{R_c}$$

$$\text{Φυσικό φορτίο : } P_{SIL} = \frac{|V_L|_{\text{rated}}^2}{R_c} = \frac{|V_L|_{\text{rated}}^2}{\sqrt{L/C}}$$



# ΓΡΑΜΜΗ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ( $r=0$ )

## 6. Κατανομή τάσης



# ΙΣΧΥΣ ΜΕΣΩ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ (I)

$$V_S = AV_R + BI_R \longrightarrow$$



Θέτοντας

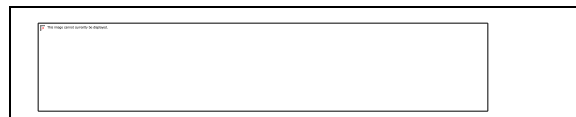
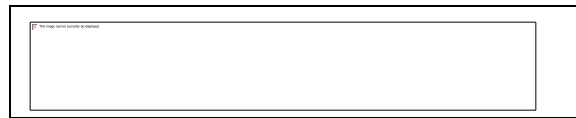
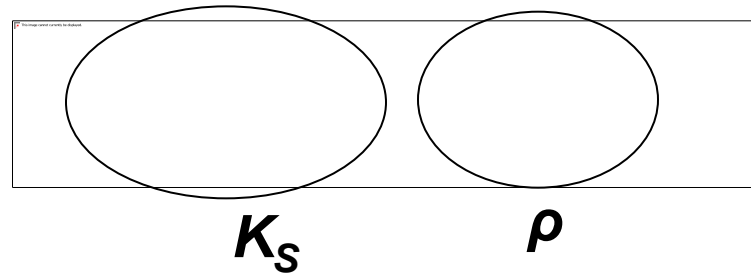
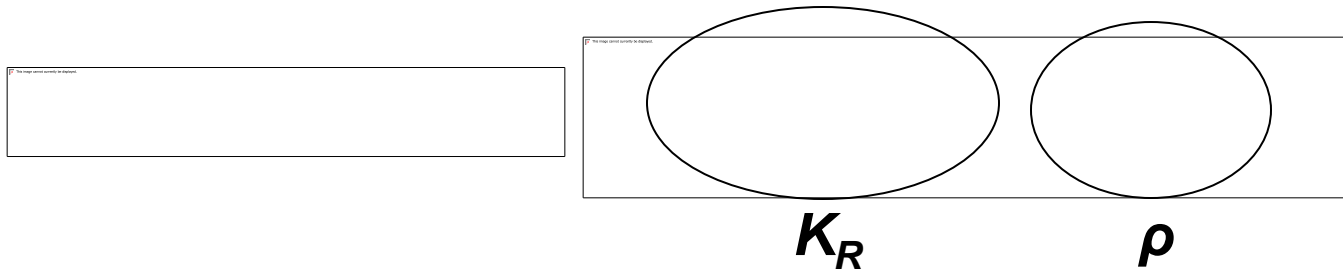
$$A = |A|/\alpha \quad B = |B|/\beta$$

$$I_R = \frac{|V_S|}{|B|} \frac{1}{\delta - \beta} - \frac{|A||V_R|}{|B|} \frac{1}{\alpha - \beta}$$



# ΙΣΧΥΣ ΜΕΣΩ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ (II)

$$I_R = \frac{|V_S|}{|B|} / \delta - \beta - \frac{|A||V_R|}{|B|} / \alpha - \beta$$



# ΙΣΧΥΣ ΜΕΣΩ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΜΙΚΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

$$A = 1 = \underline{1/0^\circ}$$

$$B = Z = R + jX \\ = |Z| \underline{/\theta}$$

$$S_R := -\frac{|V_R|^2}{|Z|} \underline{/\theta} + \frac{|V_S||V_R|}{|Z|} \underline{/\theta - \delta} = K_R + \rho \underline{/-\delta}$$

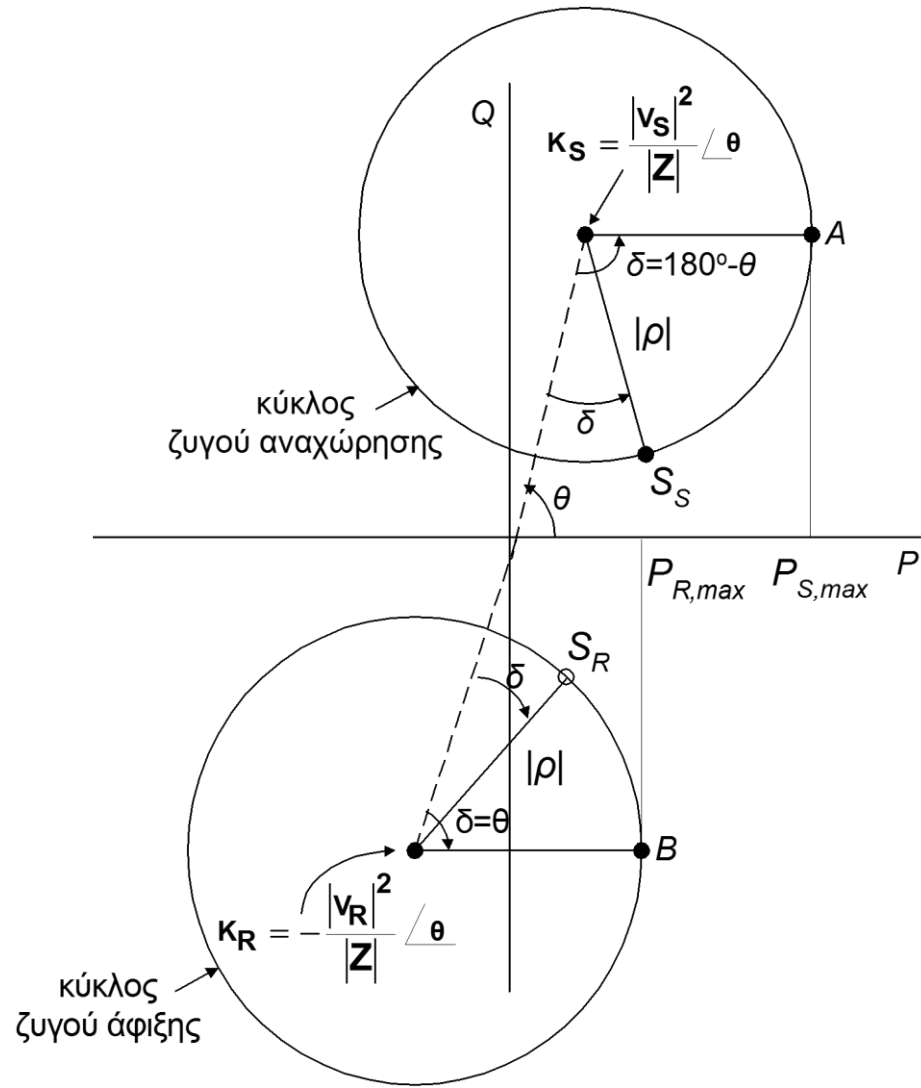
$$S_S = \frac{|V_S|^2}{|Z|} \underline{/\theta} - \frac{|V_S||V_R|}{|Z|} \underline{/\theta + \delta} = K_S - \rho \underline{/\delta}$$

$K_R = -\frac{ V_R ^2}{ Z } \underline{/\theta}$	$K_S = \frac{ V_S ^2}{ Z } \underline{/\theta}$	$\rho = \frac{ V_S  V_R }{ Z }$
--	---	---------------------------------





# ΚΥΚΛΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΙΣΧΥΟΣ



# ΙΣΧΥΣ ΜΕΣΩ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΜΙΚΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (R=0)

$$Z = jX = X/90^\circ$$

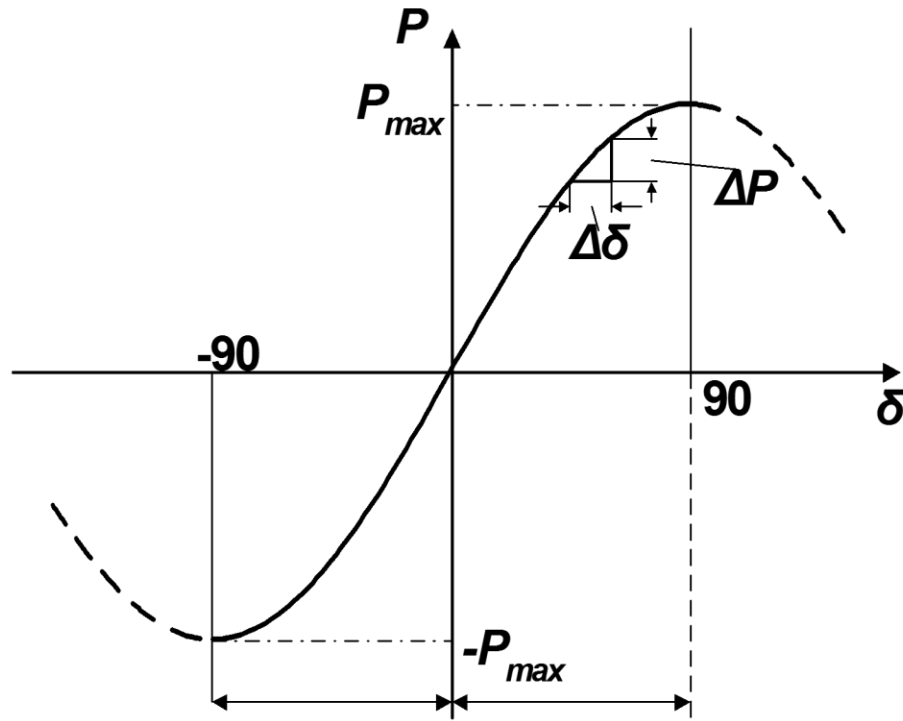
$$S_R = -\frac{|V_R|^2}{|X|} / 90^\circ + \frac{|V_S||V_R|}{|X|} / 90^\circ - \delta$$

$$S_S = \frac{|V_S|^2}{|X|} / 90^\circ - \frac{|V_S||V_R|}{|X|} / 90^\circ + \delta$$

## 1. Ροή πραγματικής ισχύος

$$P = P_S = P_R = \frac{|V_S||V_R|}{X} \sin \delta = P_{max} \sin \delta$$





Σε αυτήν την περιοχή η ισχύς μεταφέρεται στην κατεύθυνση R→S

Σε αυτήν την περιοχή η ισχύς μεταφέρεται στην κατεύθυνση S→R

**Συντελεστής Ευκαμψίας  
ή συγχρονισμού :**

$$T = \frac{\Delta P}{\Delta \delta} \approx \frac{dP}{d\delta} = P_{\max} \cos \delta$$



## 2. Μέση ροή αέργου ισχύος

$$Q_S = \frac{|V_S|^2}{X} - \frac{|V_S||V_R|}{X} \cos \delta$$

$$Q_R = -\frac{|V_R|^2}{X} + \frac{|V_S||V_R|}{X} \cos \delta$$

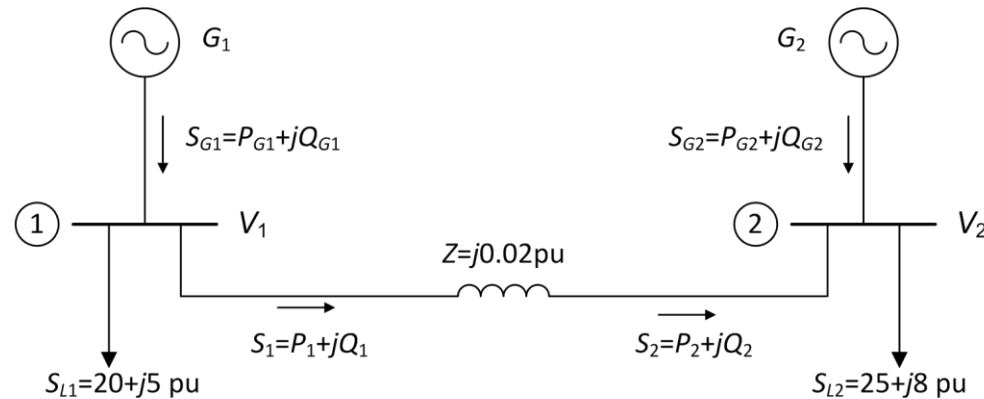
$$Q_{\text{ave}} = \frac{Q_S + Q_R}{2} = \frac{|V_S|^2 - |V_R|^2}{2X}$$

$|V_S| > |V_R|$  : *Ροή αέργου ισχύος S → R*

$|V_S| < |V_R|$  : *Ροή αέργου ισχύος R → S*



# Παράδειγμα 2 (I)



- Να βρεθεί η παραγωγή πραγματικής και αέργου ισχύος σε κάθε γεννήτρια ώστε οι φασικές τάσεις των ζυγών να κρατηθούν στην τιμή  $|V_1|=|V_2|=1$  pu.
- Η γεννήτρια  $G_2$  είναι τέτοιου μεγέθους ώστε η μέγιστη πραγματική ισχύς που μπορεί να παράγει είναι  $P_{G2}=10$  pu.

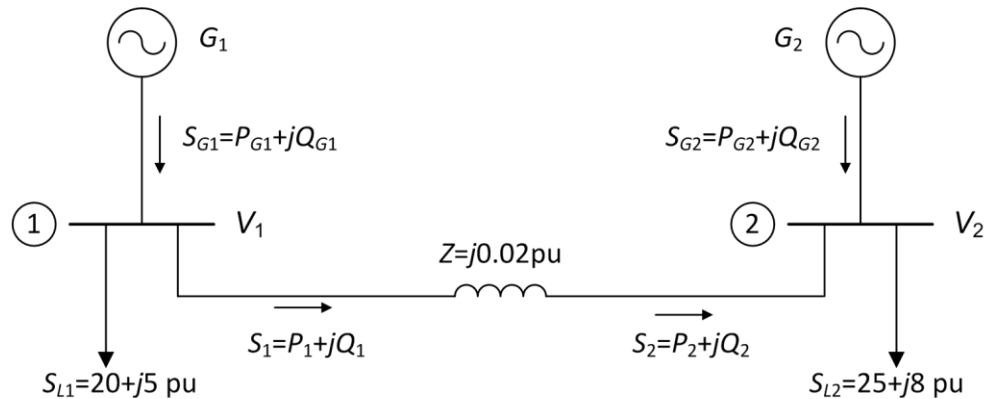
$$P_1 = P_2 = P = 25 - 10 = 15 \text{ pu}$$

$$P = \frac{|V_1| |V_2|}{X} \sin \delta \longrightarrow \delta = \sin^{-1} \left( \frac{PX}{|V_1| |V_2|} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{15 \times 0.02}{1 \times 1} \right) = 17.45^\circ$$

$$V_2 = \underline{1/0^\circ} \text{ pu}, \quad V_1 = \underline{1/\delta^\circ} = \underline{1/17.45^\circ} \text{ pu}$$



# Παράδειγμα 2 (II)



$$Q_1 = \frac{1}{X} (|V_1|^2 - |V_1| |V_2| \cos \delta) = \frac{1}{0.02} (1^2 - 1 \times 1 \cos 17.45^\circ) = 2.3 \text{ pu}$$

$$Q_2 = \frac{1}{X} (-|V_2|^2 + |V_1| |V_2| \cos \delta) = \frac{1}{0.02} (-1^2 + 1 \times 1 \cos 17.45^\circ) = -2.3 \text{ pu}$$

$$Q_{G1} = Q_{L1} + Q_1 = 5 + 2.3 = 7.3 \text{ pu}$$

$$P_{G1} = 20 + 15 = 35 \text{ pu}$$

$$Q_{G2} = Q_{L2} - Q_2 = 8 - (-2.3) = 10.3 \text{ pu}$$

$$P_{G2} = 10 \text{ pu}$$

$$Q_{\alpha\pi} = Q_1 - Q_2 = 2.3 - (-2.3) = 4.6 \text{ pu}$$



# ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

## 1. Θερμικό όριο μεταφοράς ισχύος

Ενεργός τιμή μέγιστου επιτρεπόμενου πολικού ρεύματος:  $|I_L|_{rated}$  kA

Ενεργός τιμή πολικής τάσης λειτουργίας:  $|V_L|_{rated}$  kV

$$|S_{3\Phi}|_{rated} = \sqrt{3} |V_L|_{rated} |I_L|_{rated} \text{ MVA}$$

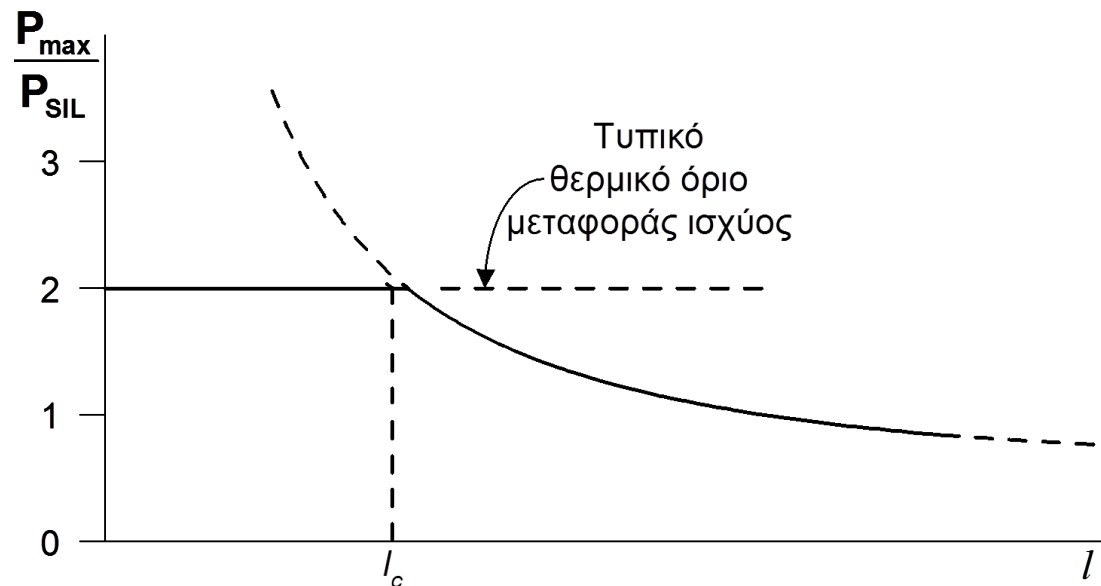


# 2. Στατικό όριο ευστάθειας

## Καμπύλη φόρτισης

- Γραμμή μικρού μήκους :  $P_{\max} = \frac{|V_S| |V_R|}{\gamma}$
- Γραμμή μεγάλου μήκους :

$$P_{\max} = \frac{|V_S| |V_R|}{R_c \sin(\beta l)} = \frac{(|V_S|)_{pu} (|V_R|)_{pu} P_{SIL}}{\sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)}$$





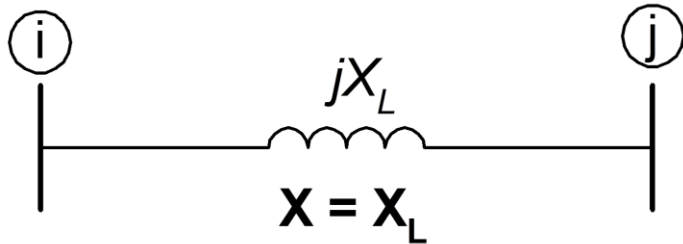
# ΤΡΟΠΟΙ ΑΥΞΗΣΗΣ ΣΤΑΤΙΚΟΥ ΟΡΙΟΥ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

$$P_{\max} = \frac{|V_S| |V_R|}{X}$$

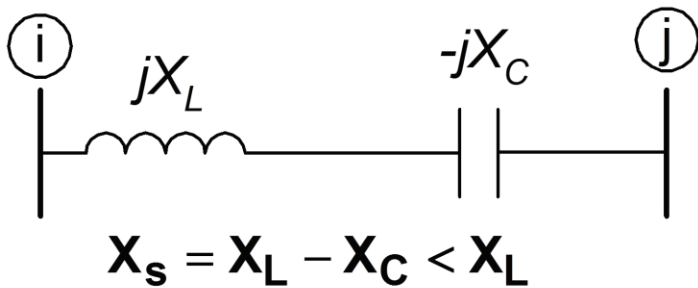
- Με αύξηση τάσης μεταφοράς.
- Με μείωση της εν σειρά αντίδρασης  $X$ 
  - Με χρήση παράλληλων γραμμών
  - Με χρήση αγωγών δέσμης
  - Με σειριακή χωρητική αντιστάθμιση



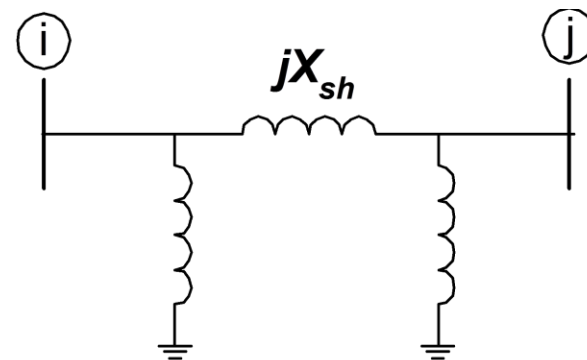
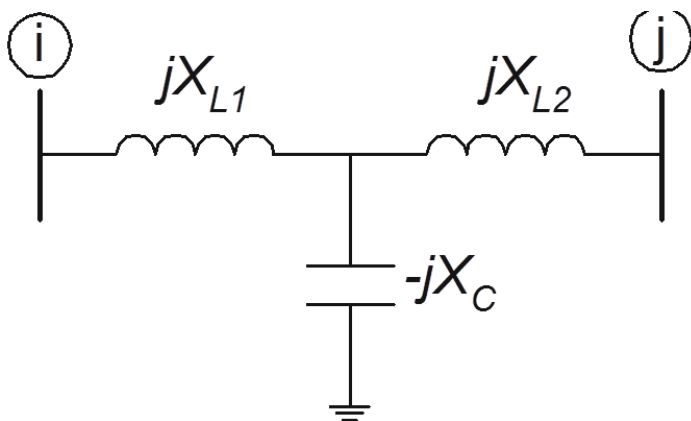
# ΣΕΙΡΙΑΚΗ ΧΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΓΡΑΜΜΩΝ



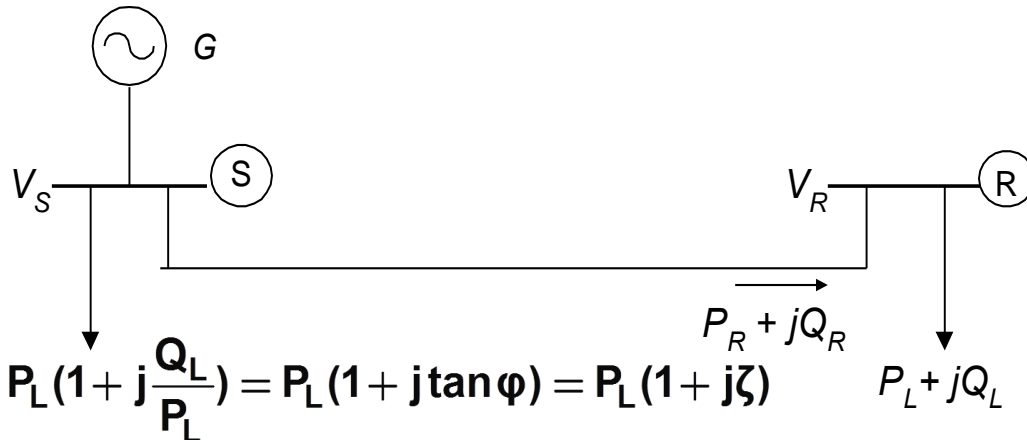
Βαθμός αντιστάθμισης:  $\frac{X_C}{X_L}$



$$X_{sh} = X_{L1} + X_{L2} - \frac{X_{L1}X_{L2}}{X_C} < X_L$$



# ΙΣΧΥΣ ΜΕΣΩ ΑΚΤΙΝΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΙΚΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ



$$S_L = P_L + jQ_L = P_L \left(1 + j \frac{Q_L}{P_L}\right) = P_L (1 + j \tan \varphi) = P_L (1 + j\zeta) \quad P_L + jQ_L$$

$$P_L (= P_R) = \frac{|V_S| |V_R|}{X} \sin \delta \quad \longrightarrow \quad \sin \delta = \frac{P_L X}{|V_S| |V_R|}$$

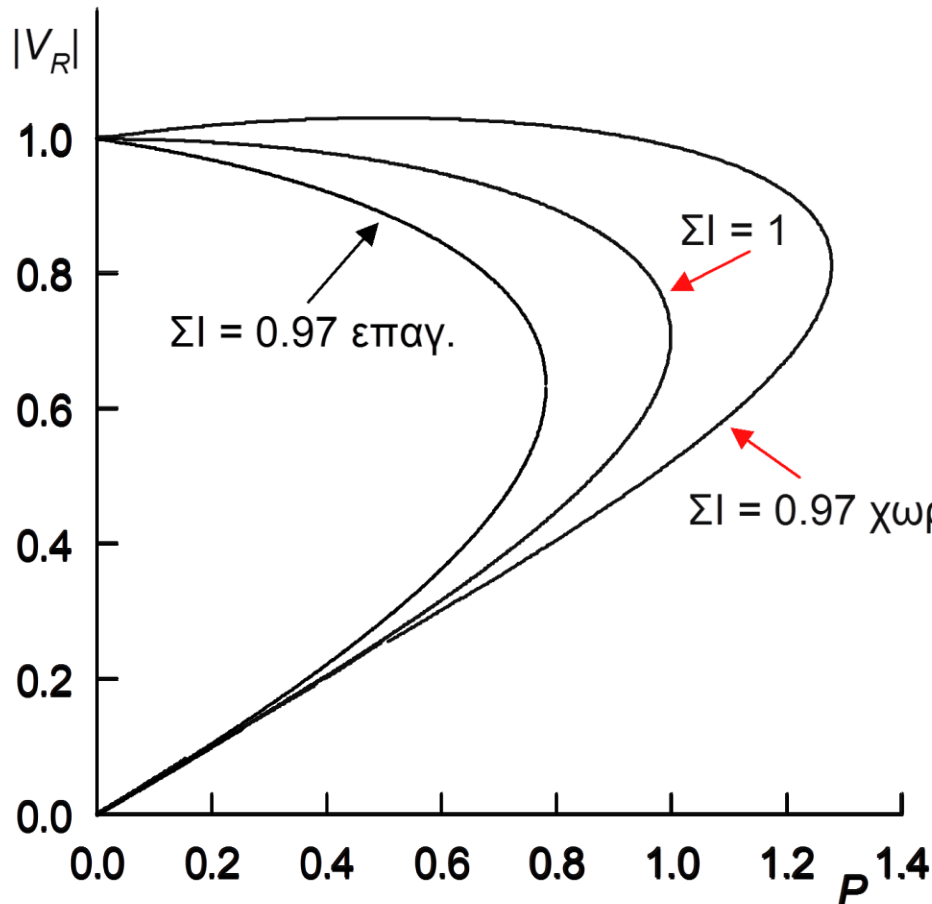
$$Q_L (= Q_R) = -\frac{|V_R|^2}{X} + \frac{|V_S| |V_R|}{X} \cos \delta \quad \longrightarrow \quad \cos \delta = \frac{Q_L X + |V_R|^2}{|V_S| |V_R|} = \frac{P_L \zeta X + |V_R|^2}{|V_S| |V_R|}$$

$$|V_R|^4 + \left(2\zeta P_L X - |V_S|^2\right) |V_R|^2 + \left(1 + \zeta^2\right) X^2 P_L^2 = 0$$

$$|V_R|^2 = \frac{|V_S|^2}{2} - \zeta X P_L \pm \sqrt{\frac{|V_S|^4}{4} - X P_L (X P_L + \zeta |V_S|^2)} \quad \longrightarrow \quad |V_R|^2 = \frac{1 - \zeta P_L \pm \sqrt{1 - P_L (P_L + 2\zeta)}}{2}$$



# ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΑΣΗΣ ΖΥΓΟΥ ΑΠΟ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ



$$|V_R|^2 = \frac{1 - \zeta P_L \pm \sqrt{1 - P_L(P_L + 2\zeta)}}{2}$$

$$\zeta = \tan \varphi = \tan(\cos^{-1}(\Sigma I))$$

$$1. \quad \Sigma I = 1 \Rightarrow \zeta = 0$$

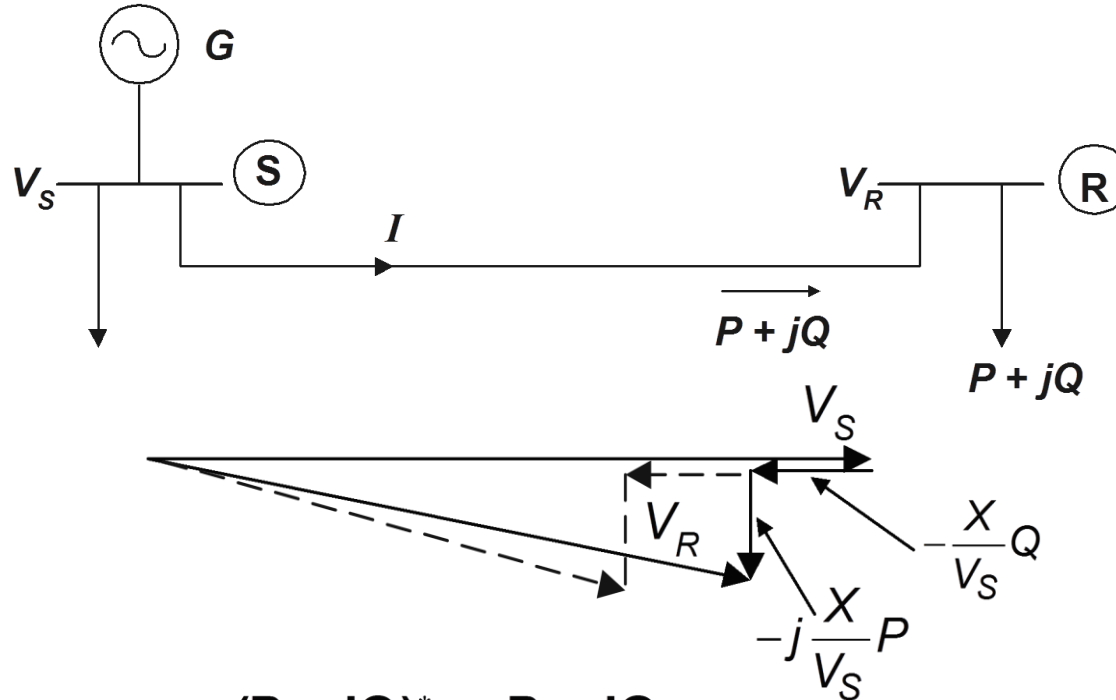
$$2. \quad \Sigma I = 0.97 \text{ επαγ.} \Rightarrow \zeta = 0.25$$

$$3. \quad \Sigma I = 0.97 \text{ χωρητ.} \Rightarrow \zeta = -0.25$$



# ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΑΣΗΣ ΖΥΓΟΥ

## ΑΠΟ ΜΕΤΑΦΕΡΟΜΕΝΗ ΑΕΡΓΟ ΙΣΧΥ



$$V_R = V_S - IZ, \quad I \approx \frac{(P + jQ)^*}{V_S^*} = \frac{P - jQ}{V_S}$$

$$V_R = V_S - \frac{P - jQ}{V_S} jX = V_S - \frac{X}{V_S} Q - j \frac{X}{V_S} P$$



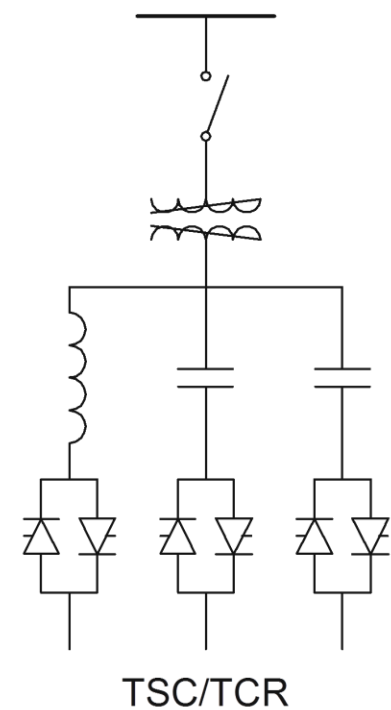
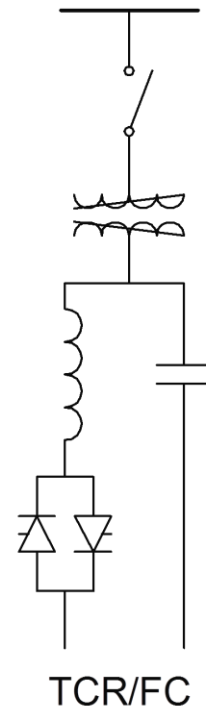
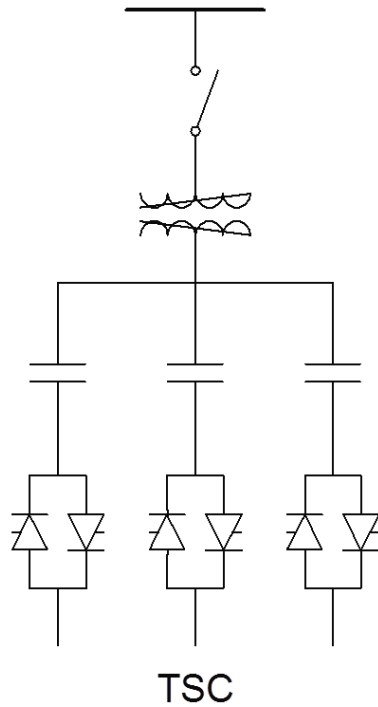
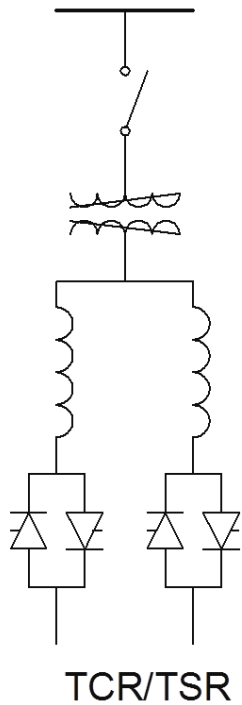
# ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ ΜΕΣΑ ΓΙΑ ΕΛΕΓΧΟ ΤΑΣΗΣ ΖΥΓΟΥ

- Έλεγχος διέγερσης γεννητριών
- Εγκάρσιοι πυκνωτές
- Σύγχρονοι αντισταθμιστές
- Μετασχηματιστές μεταβλητής λήψης

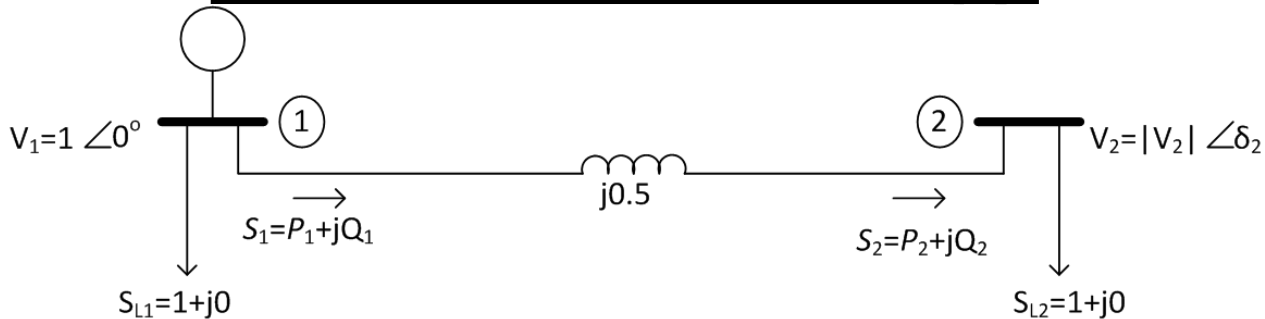


# ΣΤΑΤΙΚΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΤΕΣ

## ΑΕΡΓΟΥ ΙΣΧΥΟΣ



# Παράδειγμα 3 (I)



α) Να βρεθεί η τάση  $V_2$  ώστε να είναι δυνατή η τροφοδότηση του φορτίου.

$$\alpha) P_2 = \frac{|V_1| |V_2|}{X} \sin \delta = 1 \quad \longrightarrow \quad \sin \delta = \frac{P_2 X}{|V_1| |V_2|} = \frac{1 \times 0.5}{1 \times |V_2|} = \frac{1}{2|V_2|}$$

$$Q_2 = \frac{1}{X} (-|V_2|^2 + |V_1| |V_2| \cos \delta) \quad \longrightarrow \quad \cos \delta = \frac{|V_2|}{|V_1|} = \frac{|V_2|}{1} = |V_2|$$

$$\cos^2 \delta + \sin^2 \delta = 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{4|V_2|^2} + |V_2|^2 = 1 \quad \longrightarrow \quad |V_2| = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ pu}$$

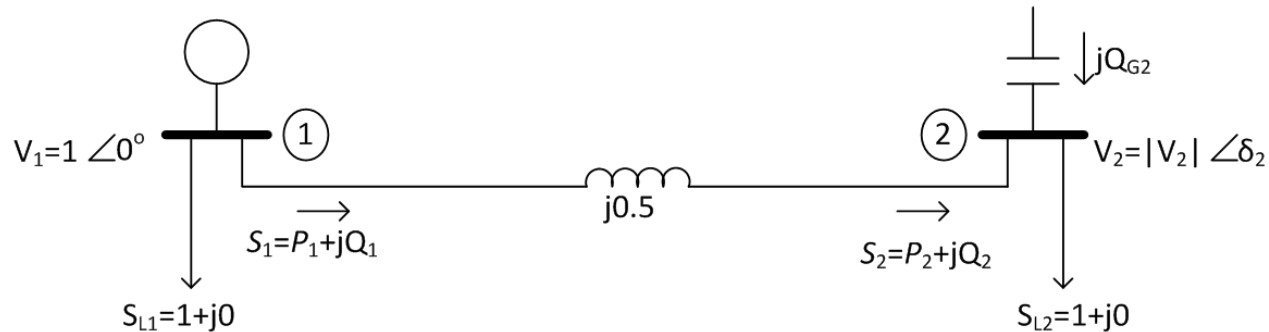
$$\cos \delta = |V_2| \quad \longrightarrow \quad \delta = \cos^{-1} |V_2| = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ \quad \longrightarrow \quad \delta_2 = \delta_1 - \delta = -45^\circ$$

$$V_2 = |V_2| \angle \delta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ \text{ pu}$$





# Παράδειγμα 3 (II)



**β) Για να φέρουμε την τάση  $V_2$  στην ονομαστική τιμή ( $|V_2| = 1$  pu) συνδέουμε εγκάρσιο πυκνωτή. Ποια η άεργος ισχύς  $Q_{G2}$  του πυκνωτή;**

$$\beta) \sin \delta = \frac{P_2 X}{|V_1| |V_2|} = \frac{1 \times 0.5}{1 \times 1} = 30^\circ$$

$$Q_{G2} = -Q_2 = \frac{1}{X} (|V_2|^2 - |V_1| |V_2| \cos \delta) = \frac{1}{0.5} (1^2 - 1 \times 1 \cos 30^\circ) = 0.268 \text{ pu}$$



# Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτή την ενότητα είναι από το βιβλίο «Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», Γ.Β. Γιαννακόπουλος, Ν.Α. Βοβός, Εκδόσεις ΖΗΤΗ.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

