



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ενότητα 4: Η Σύγχρονη Μηχανή

Γαβριήλ Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

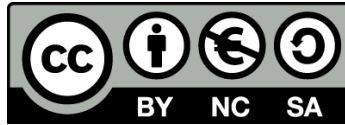
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιον Πατρών, **Γαβριήλ
Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός, 2015**. «**Εισαγωγή στα
Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Η σύγχρονη μηχανή**».
Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή
διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE695/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

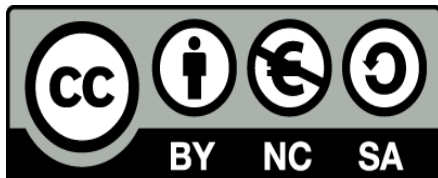
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΗΕ

- ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ

- ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

- ΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ



ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

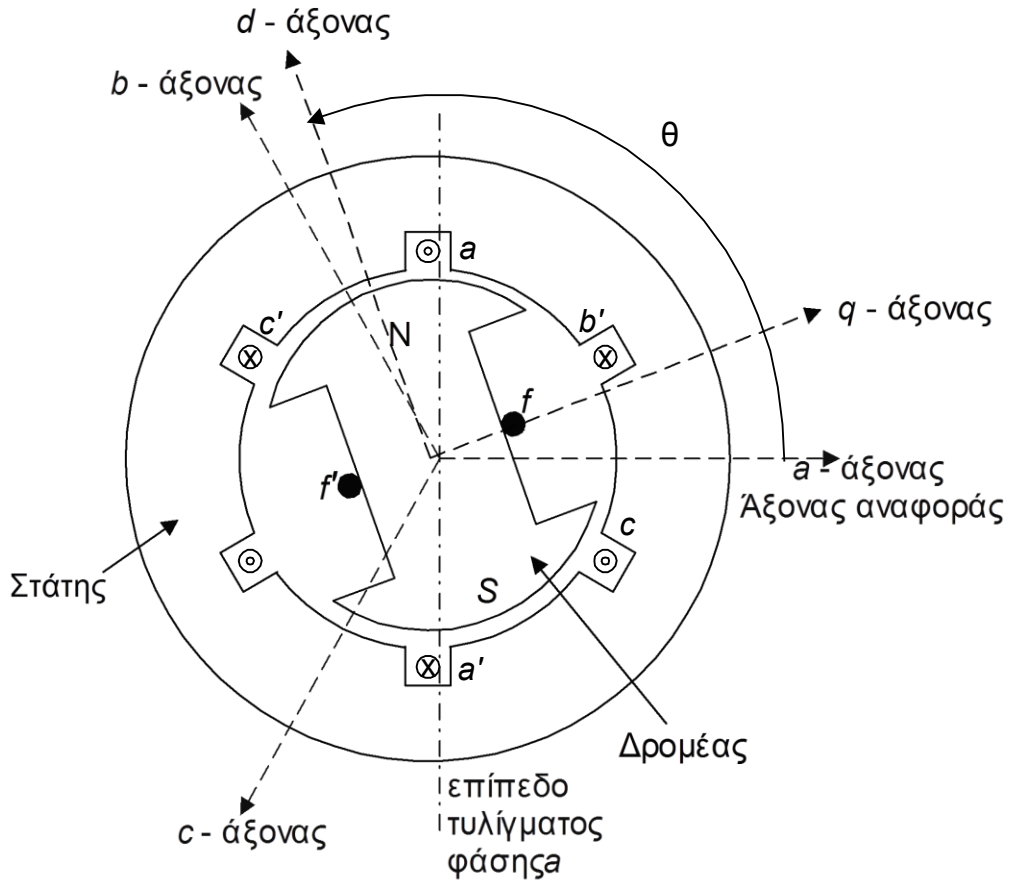
ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

$$\theta = \omega t + \theta_0$$

$$= \omega t + \delta + \frac{\pi}{2}$$

$$f = \frac{P}{2} \frac{N}{60} = \frac{P}{2} f_m$$

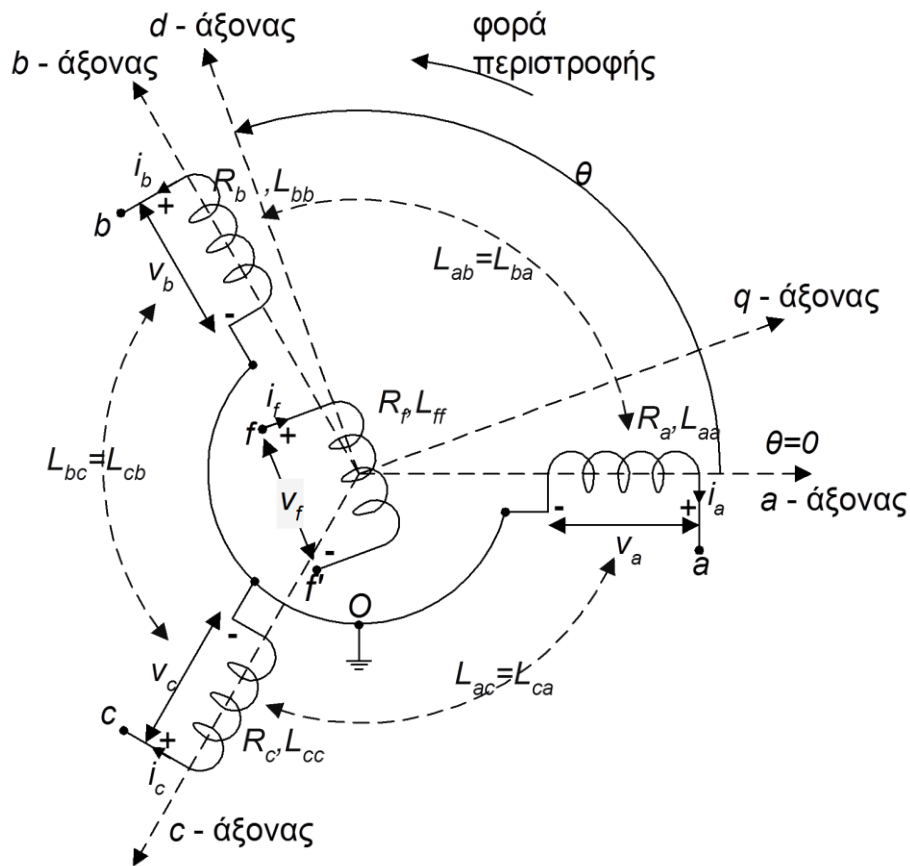
$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$



Σχηματική παράσταση τομής σύγχρονης μηχανής



ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΑ



ΔΡΟΜΕΑΣ ΜΕ ΕΚΤΥΠΟΥΣ ΠΟΛΟΥΣ: Όλες οι επαγωγές, εκτός L_{ff} , συναρτήσεις της γωνίας θ .

ΔΡΟΜΕΑΣ ΧΩΡΙΣ ΕΚΤΥΠΟΥΣ ΠΟΛΟΥΣ: Όλες οι επαγωγές, εκτός L_{af} , L_{bf} , L_{cf} , σταθερές.



ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta, \quad L_s > L_m > 0$$

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

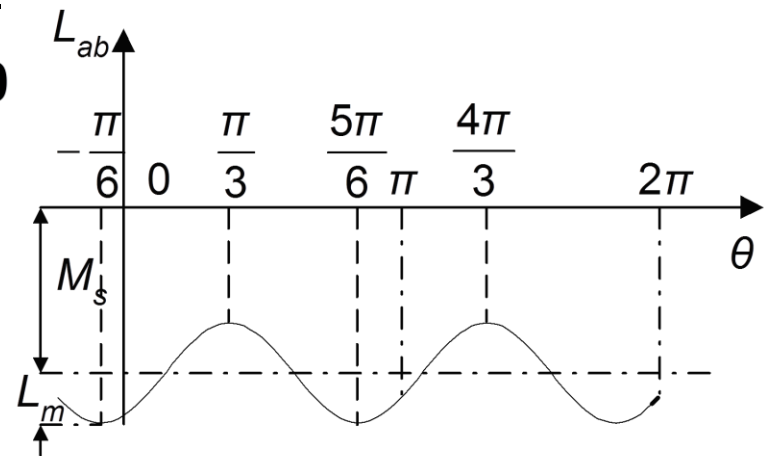
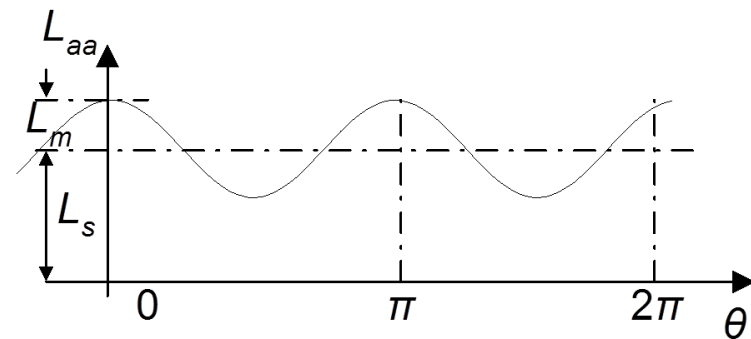
$$L_{cc} = L_s + L_m \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

ΑΜΟΙΒΑΙΕΣ ΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ

$$L_{ab} = -M_s - L_m \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right), \quad M_s > L_m > 0$$

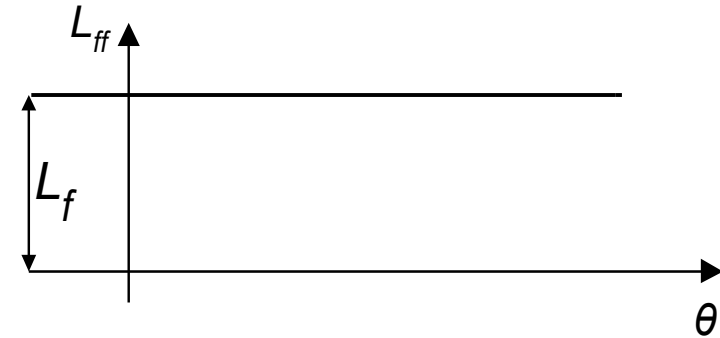
$$L_{bc} = -M_s - L_m \cos 2\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right)$$



ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ ΤΥΛΙΓΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΕΑ

$$L_{ff} = L_f$$

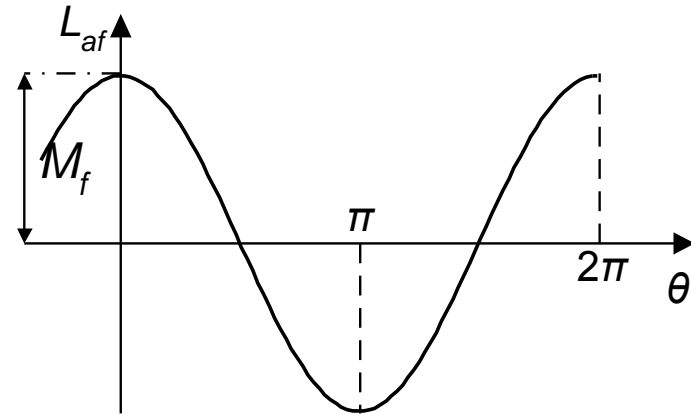


ΑΜΟΙΒΑΙΕΣ ΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΕΑ ΜΕ ΤΥΛΙΓΜΑΤΑ ΣΤΑΤΗ

$$L_{af} = M_f \cos \theta$$

$$L_{bf} = M_f \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{cf} = M_f \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) = M_f \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$



Για μηχανή με κυλινδρικό δρομέα $L_m = 0$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΑΣΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

$$v_a = -R_s i_a - \frac{d\lambda_a}{dt}$$

$$v_b = -R_s i_b - \frac{d\lambda_b}{dt}$$

$$v_c = -R_s i_c - \frac{d\lambda_c}{dt}$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}$$

όπου

$$\lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{af} i_f$$

$$\lambda_b = L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bf} i_f$$

$$\lambda_c = L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cf} i_f$$

$$\lambda_f = L_{fa} i_a + L_{fb} i_b + L_{fc} i_c + L_{ff} i_f$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \left\{ \begin{array}{ccc|c} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} \\ \hline L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} \end{array} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} \right\}$$

$$v = -Ri - \frac{d\lambda}{dt} = -Ri - \frac{d}{dt} (L(\theta)i) = -Ri - L(\theta) \frac{di}{dt} - \frac{dL(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} i$$



ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ PARK

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

όπου $\mathbf{P} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

$$i_{dq0} = \mathbf{P} i_s$$

$$v_{dq0} = \mathbf{P} v_s$$

$$\lambda_{dq0} = \mathbf{P} \lambda_s$$

Αντίστροφος
μετασχηματισμός
→

$$i_s = \mathbf{P}^{-1} i_{dq0}$$

$$v_s = \mathbf{P}^{-1} v_{dq0}$$

$$\lambda_s = \mathbf{P}^{-1} \lambda_{dq0}$$

$$\text{όπου } \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^T$$



Επαυξημένος μετασχηματισμός

$$\mathbf{i}_B = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ \overline{i_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \overline{i_f} \end{bmatrix} = \mathbf{B}i$$

$$\mathbf{v}_B = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ \overline{-v_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \overline{-v_f} \end{bmatrix} = \mathbf{B}v$$

$$\boldsymbol{\lambda}_B = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \\ \overline{\lambda_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \overline{\lambda_f} \end{bmatrix} = \mathbf{B}\boldsymbol{\lambda}$$



ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΩΝ ΡΟΩΝ

$$\lambda = Li$$

$$BB^{-1} \lambda_B = BLB^{-1} i_B$$

$$\lambda_B = L_B i_B$$

όπου $L_B = BLB^{-1} =$

L_d	0	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}M_f$
0	L_q	0	0
0	0	L_0	0
$\sqrt{\frac{3}{2}}M_f$	0	0	L_{ff}

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m$$

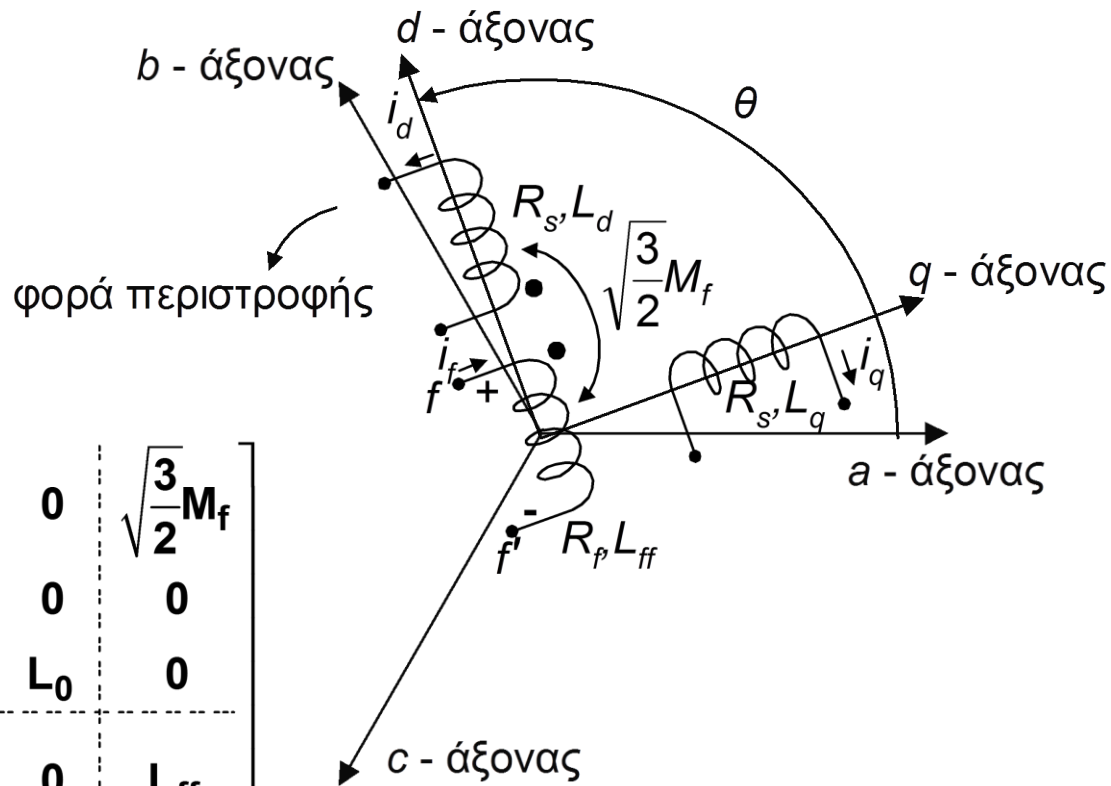
$$L_0 = L_s - 2M_s$$



ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

ΜΕ ΕΙΚΟΝΙΚΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΑ

ΚΑΤΑ ΤΟΥΣ d-,q- ΑΞΟΝΕΣ



$$L_B = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \hline \sqrt{\frac{3}{2}} M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix}$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΤΑΣΗΣ

$$v = -Ri - \frac{d\lambda}{dt}$$

$$\mathbf{B} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}_B = - \underbrace{\mathbf{B} \mathbf{R} \mathbf{B}^{-1}}_R \mathbf{i}_B - \mathbf{B} \underbrace{\frac{d}{dt} (\mathbf{B}^{-1} \lambda_B)}_{\frac{d\mathbf{B}^{-1}}{dt} \lambda_B + \mathbf{B}^{-1} \frac{d\lambda_B}{dt}}$$

$$\mathbf{v}_B = - \underbrace{\mathbf{R} \mathbf{i}_B}_{R'} - \mathbf{B} \frac{d\mathbf{B}^{-1}}{dt} \mathbf{L}_B \mathbf{i}_B - \mathbf{L}_B \frac{d\mathbf{i}_B}{dt}$$

$$\mathbf{v}_B = -(\mathbf{R} + \mathbf{R}') \mathbf{i}_B - \mathbf{L}_B \frac{d\mathbf{i}_B}{dt}$$

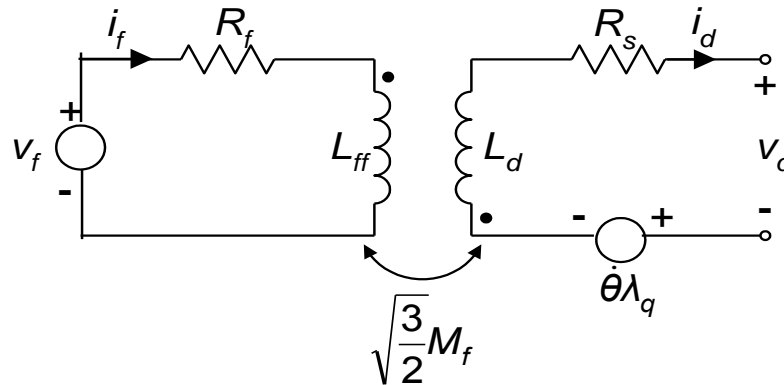


και υπό αναλυτική μορφή

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_s & \dot{\theta}L_q & 0 & 0 \\ -\dot{\theta}L_d & R_s & 0 & -\dot{\theta}\sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}$$

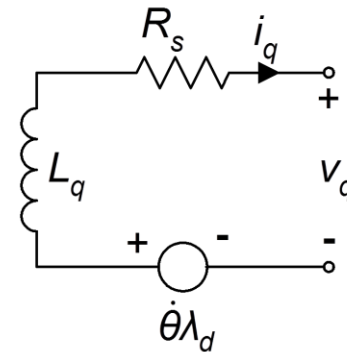


ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

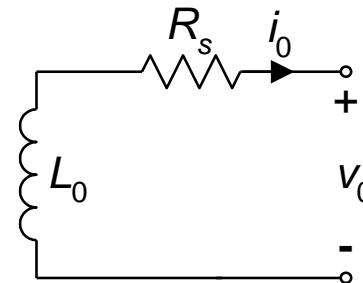


κύκλωμα
εὐθέος άξονα

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_s & \dot{\theta} L_q & 0 & 0 \\ -\dot{\theta} L_d & R_s & 0 & -\dot{\theta} \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}$$



κύκλωμα
εγκάρσιου άξονα



κύκλωμα
μηδενικής
ακολουθίας



ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΣΤΙΓΜΙΑΙΑΣ ΙΣΧΥΟΣ

$$p_{3\phi}(t) = i_a v_a + i_b v_b + i_c v_c$$

$$= [i_a \quad i_b \quad i_c] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{i}_s^T \mathbf{v}_s$$

$$= (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{i}_{dq0})^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_{dq0}$$

$$= \mathbf{i}_{dq0}^T \mathbf{P} \mathbf{P}^T \mathbf{v}_{dq0}$$

$$= \mathbf{i}_{dq0}^T \mathbf{v}_{dq0}$$

$$= i_0 v_0 + i_d v_d + i_q v_q$$



d-,q-,0- ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

$$i_a = \sqrt{2} |I| \cos(\omega t - \psi)$$

$$i_b = \sqrt{2} |I| \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \psi)$$

$$i_c = \sqrt{2} |I| \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \psi)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} |I| \sin(\psi + \delta) \\ \sqrt{3} |I| \cos(\psi + \delta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

δ είναι η γωνία του q άξονα τη χρονική στιγμή $t=0$



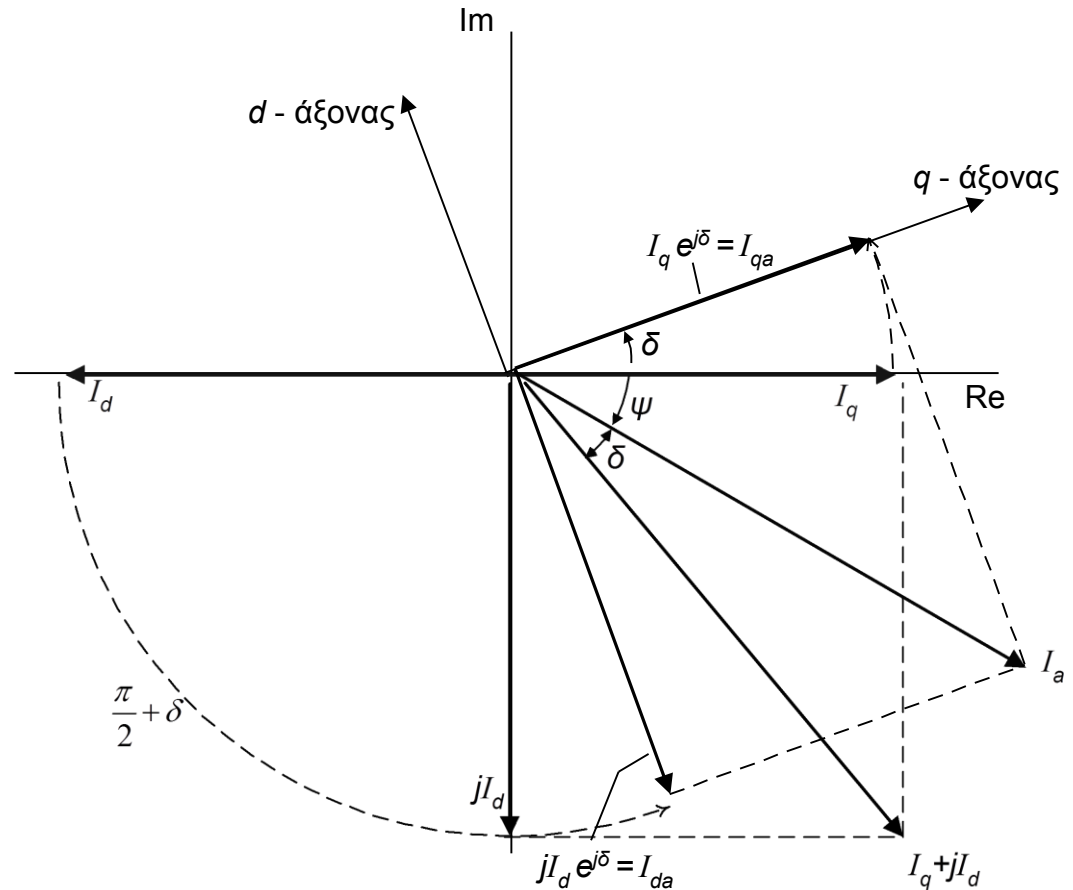
ΣΧΕΣΗ ΦΑΣΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ d- q- ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

$$\begin{aligned}
 i_a &= \sqrt{\frac{2}{3}} [i_d \cos \theta + i_q \sin \theta] \\
 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}[(i_d - j i_q) e^{j\theta}] \\
 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}[(i_d - j i_q) e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\delta} e^{j\omega t}] \\
 &= \operatorname{Re}[\underbrace{\sqrt{2} \left(\frac{i_q}{\sqrt{3}} + j \frac{i_d}{\sqrt{3}} \right)}_{I_a} e^{j\delta} e^{j\omega t}]
 \end{aligned}$$

Ορίζοντας $I_d = \frac{i_d}{\sqrt{3}}, I_q = \frac{i_q}{\sqrt{3}}$

→ $I_a = (I_q + j I_d) e^{j\delta}$

→ $I_q + j I_d = I_a e^{-j\delta}$



Γραφική παράσταση μετασχηματισμού Park για μηχανή που λειτουργεί με τη σύγχρονη ταχύτητα



ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΗΧΑΝΗΣ ΣΤΗ ΜΟΝΙΜΗ

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΧΩΡΙΣ ΦΟΡΤΙΟ

$$i_a = i_b = i_c = 0 \quad i_f = i_f^0 = \text{σταθ.} \quad d\theta / dt = \omega = \text{σταθ.}$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \left\{ \begin{array}{ccc|c} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} \\ \hline L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} \end{array} \right\} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = -i_f^0 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{af} \\ L_{bf} \\ L_{cf} \end{bmatrix} = M_f \omega i_f^0 \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

$$e_a = M_f \omega i_f^0 \sin\theta = \omega M_f i_f^0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \delta) = \omega M_f i_f^0 \cos(\omega t + \delta)$$

$$e_a \longrightarrow \boxed{E_a = \frac{\omega M_f i_f^0}{\sqrt{2}} e^{j\delta} = |E| e^{j\delta}}$$



ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_s & \dot{\theta}L_q & 0 & 0 \\ -\dot{\theta}L_d & R_s & 0 & -\dot{\theta}\sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f^\circ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f^\circ \end{bmatrix}$$

$i_0 = 0$
 $v_0 = 0$
 $\dot{\theta} = \omega$
 $i_d = \sigma \tau \alpha \theta.$
 $i_q = \sigma \tau \alpha \theta.$

$$\left. \begin{aligned} v_d &= -R_s i_d - \omega L_q i_q \\ v_q &= -R_s i_q + \omega L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} \omega M_f i_f^\circ \end{aligned} \right\} + \begin{matrix} \longleftarrow & \times j e^{j\delta} / \sqrt{3} \\ \longleftarrow & \times e^{j\delta} / \sqrt{3} \end{matrix}$$

$$\left(\frac{v_q}{\sqrt{3}} + j \frac{v_d}{\sqrt{3}} \right) e^{j\delta} = -R_s \left(\frac{i_q}{\sqrt{3}} + j \frac{i_d}{\sqrt{3}} \right) e^{j\delta} + \omega L_d \frac{i_d}{\sqrt{3}} e^{j\delta} - j \omega L_q \frac{i_q}{\sqrt{3}} e^{j\delta} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3}{2}} \omega M_f i_f^\circ e^{j\delta}$$

$$\underbrace{(V_q + jV_d)e^{j\delta}}_{V_a} = -R_s \underbrace{(I_q + jI_d)e^{j\delta}}_{I_a} + \underbrace{\omega L_d I_d e^{j\delta}}_{X_d} - \underbrace{j \omega L_q I_q e^{j\delta}}_{X_q} + \underbrace{|E| e^{j\delta}}_{E_a}$$

$$\boxed{E_a = V_a + R_s I_a + jX_d I_{da} + jX_q I_{qa}}$$

$$\boxed{I_a = I_{da} + I_{qa}}$$



$X_d = \omega L_d$: σύγχρονη αντίδραση d άξονα

$X_q = \omega L_q$: σύγχρονη αντίδραση q άξονα

ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ X_d ΚΑΙ X_q

	Διπολικές στροβιλογεννήτριες	Γεννήτριες με έκτυπους πόλους
X_d	1.20	1.25
X_q	1.16	0.70

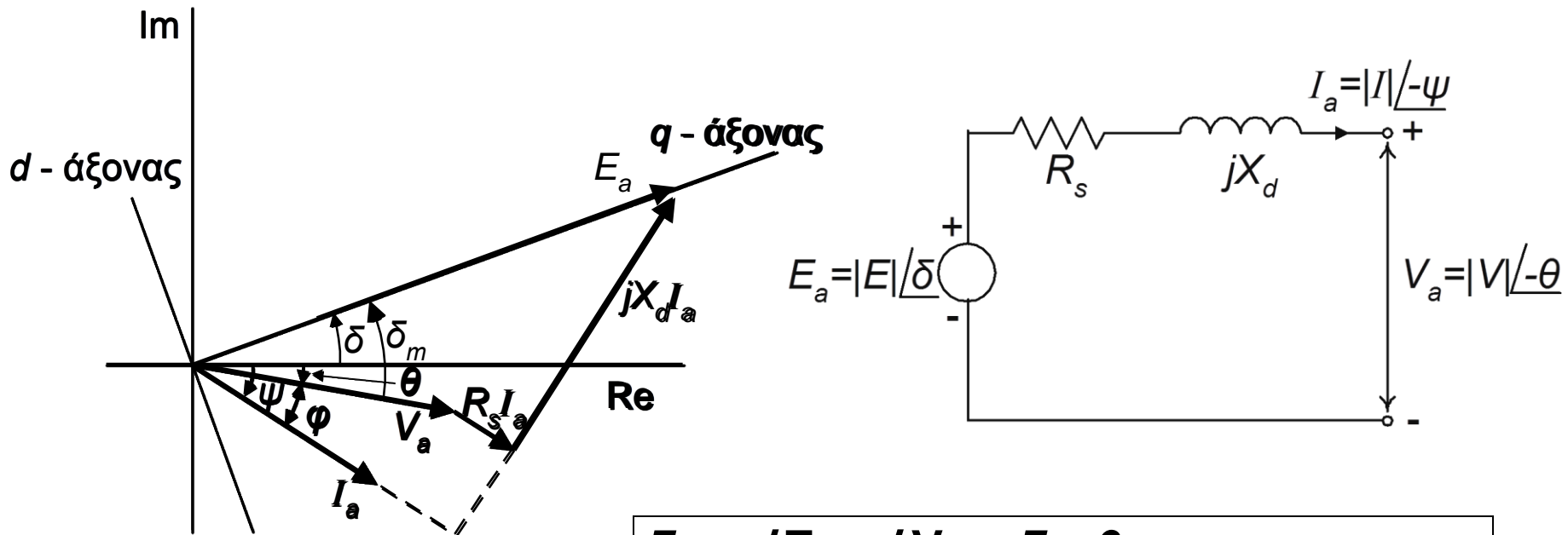


ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

$$\underline{E}_a = \underline{V}_a + R_s \underline{I}_a + jX_d \underline{I}_{da} + jX_q \underline{I}_{qa}$$

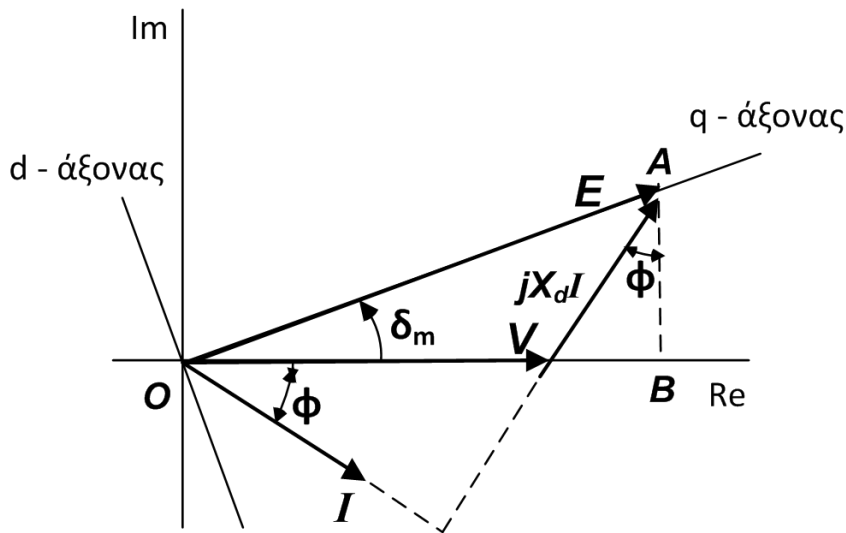
$$\begin{aligned} \underline{E}_a &= \underline{V}_a + R_s \underline{I}_a + jX_d (\underline{I}_{da} + \underline{I}_{qa}) \\ &= \underline{V}_a + R_s \underline{I}_a + jX_d \underline{I}_a \end{aligned}$$



$$\delta_m = \angle \underline{E}_a - \angle \underline{V}_a = \delta + \theta \quad \text{Γωνία ισχύος}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4.1

Να βρεθεί η ΗΕΔ E που απαιτείται για να μπορεί μια γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα με αμελητέα αντίσταση τυλιγμάτων στάτη να εξυπηρετήσει φορτίο $P_G + jQ_G$ υπό τάση $|V|$



$$OA^2 = AB^2 + OB^2$$

$$|E|^2 = (X_d |I| \cos \varphi)^2 + (|V| + X_d |I| \sin \varphi)^2$$

$$|E|^2 = \left(X_d \frac{P_G}{|V|} \right)^2 + \left(|V| + X_d \frac{Q_G}{|V|} \right)^2$$

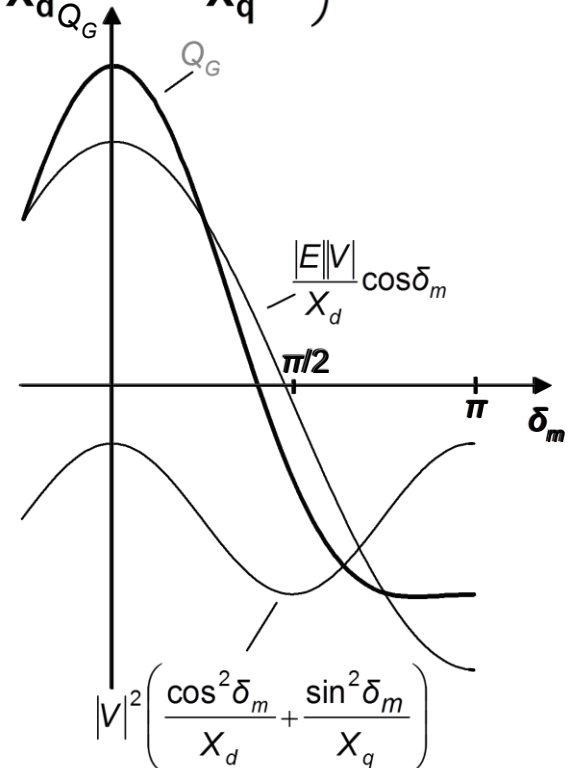
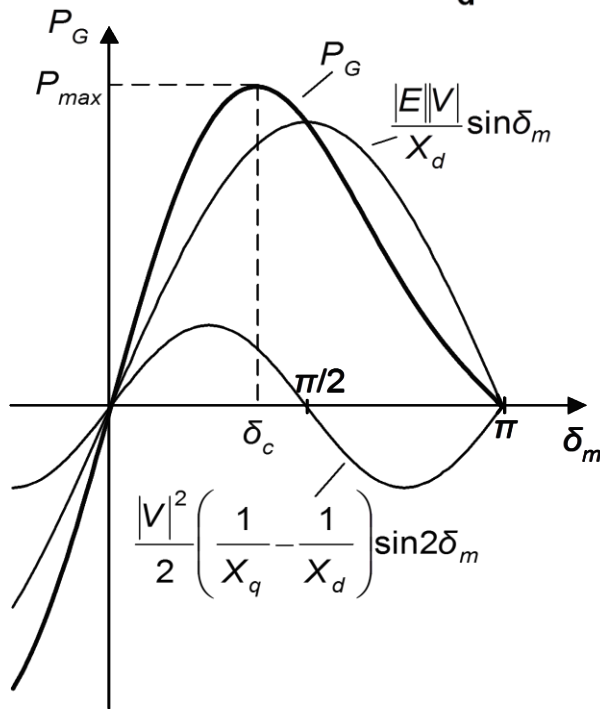
$$|E| = \sqrt{\left(X_d \frac{P_G}{|V|} \right)^2 + \left(|V| + X_d \frac{Q_G}{|V|} \right)^2}$$

$$\delta_m = \tan^{-1} \frac{AB}{OB} = \tan^{-1} \frac{P_G X_d}{|V|^2 + Q_G X_d}$$

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΜΕ ΕΚΤΥΠΟΥΣ ΠΟΛΟΥΣ

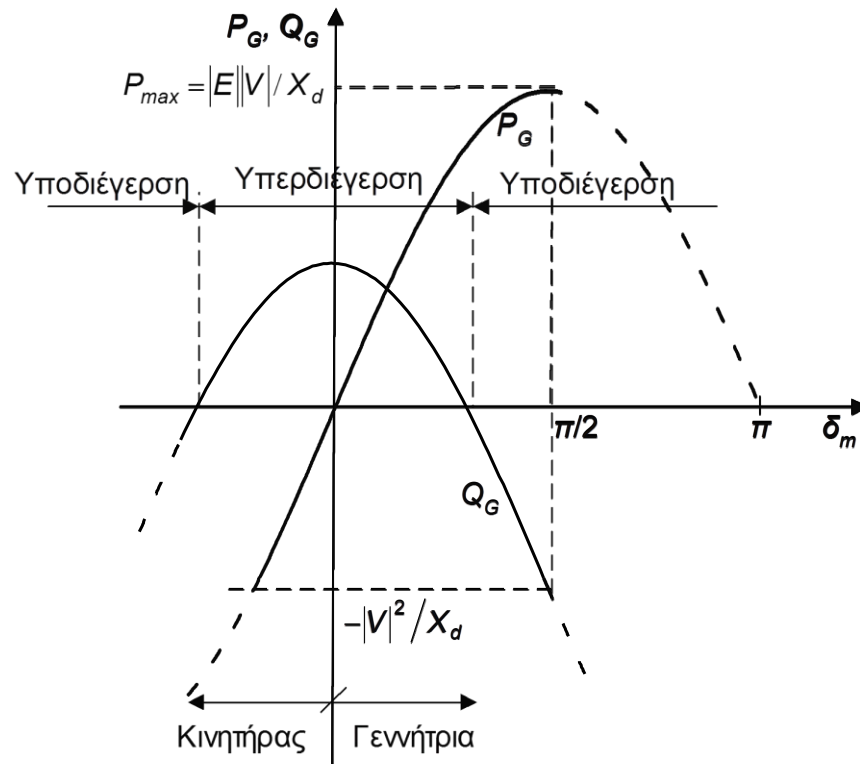
$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta_m + \frac{|V|^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta_m$$

$$Q_G = \frac{|E||V|}{X_d} \cos \delta_m - |V|^2 \left(\frac{\cos^2 \delta_m}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta_m}{X_q} \right)$$



ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΛΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΜΕ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΔΡΟΜΕΑ

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta_m \quad Q_G = \frac{|V|(|E| \cos \delta_m - |V|)}{X_d}$$



ΣΥΓΧΡΟΝΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΤΕΣ

$$P_G = 0 \longrightarrow \delta_m = 0$$

$$Q_G = \frac{|V| (|E| - |V|)}{X_d}$$

· $|E| > |V|$: υπερδιέγερση $\longrightarrow Q_G > 0$

· $|E| < |V|$: υποδιέγερση $\longrightarrow Q_G < 0$



ΑΣΚΗΣΗ 4.2 (I)

Σύγχρονη γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα με ονομαστικά χαρακτηριστικά 150 MVA, 15 kV, 50 Hz, αμελητέα αντίσταση τυλιγμάτων στάτη και $X_d = 1.8$ pu συνδέεται σε πολύ μεγάλο σύστημα.

α) Αν η γεννήτρια τροφοδοτεί ονομαστική ισχύ υπό $\Sigma I = 0.8$ επαγ., να βρεθεί: η πραγματική ισχύς, η άεργος ισχύς και το ρεύμα που παρέχει η γεννήτρια καθώς και η ΗΕΔ σε ανά μονάδα τιμές.

$$|S_b|_{3\phi} = 150 \text{ MVA}, \quad |V_b|_{3\phi} = 15 \text{ kV}$$

$$\alpha) P_G = |S_G| \cos \varphi = 1 \times 0.8 = 0.8 \text{ pu}$$

$$Q_G = \sqrt{|S_G|^2 - P_G^2} = \sqrt{1^2 - 0.8^2} = 0.6 \text{ pu}$$

$$I = |I| \angle (-\cos^{-1} \Sigma I) = \frac{|S_G|}{|V|} \angle -\cos^{-1} 0.8 = 1 \angle -36.86^\circ \text{ pu}$$

$$E = V + jX_d I = 1 \angle 0^\circ + j1.8 \times 1 \angle -36.86^\circ = 2.53 \angle 34.7^\circ \text{ pu}$$



ΑΣΚΗΣΗ 4.2 (II)

**β) Αν η γεννήτρια παρέχει στο σύστημα 51 MW και 34 MVar ,
να βρεθεί το ρεύμα και η ΗΕΔ της γεννήτριας σε πραγματικές τιμές.**

$$\beta) |S_G| = \sqrt{P_G^2 + Q_G^2} = \sqrt{51^2 + 34^2} = 61.3 \text{ MVA}$$

$$|S_G| = \sqrt{3} |V| |I| \Rightarrow |I| = \frac{|S_G|}{\sqrt{3} |V|} = \frac{61.3}{\sqrt{3} \times 15} = 2.36 \text{ kA}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{Q_G}{P_G} = \tan^{-1} \frac{34}{51} = 33.72^\circ$$

$$I = |I| \angle -\varphi = 2.36 \angle -33.72^\circ \text{ kA}$$

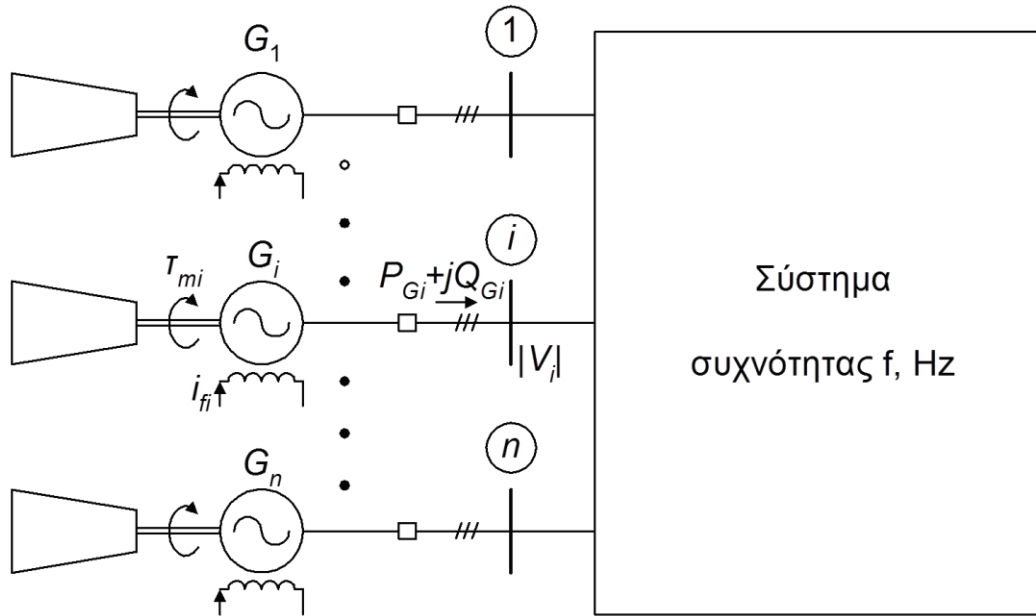
$$|Z_b|_{3\phi} = \frac{|V_b|_{3\phi}^2}{|S_b|_{3\phi}} = \frac{15^2}{150} = 1.5 \text{ } \Omega = |Z_b|_{1\phi}$$

$$X_d = 1.8 \times 1.5 = 2.7 \text{ } \Omega$$

$$E = V + jX_d I = \frac{15}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ + j2.7 \times 2.36 \angle -33.72^\circ = 13.31 \angle 23.46^\circ \text{ kV}$$



ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΔΕΡΓΟΥ ΙΣΧΥΟΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ



Παράλληλη λειτουργία γεννητριών

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ:

T_m, i_f

ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ:

$P_G, Q_G, |V|, f$

ΓΙΑ ΑΠΕΙΡΩΣ ΙΣΧΥΡΟ ΔΙΚΤΥΟ:

$|V|, f$: σταθερά

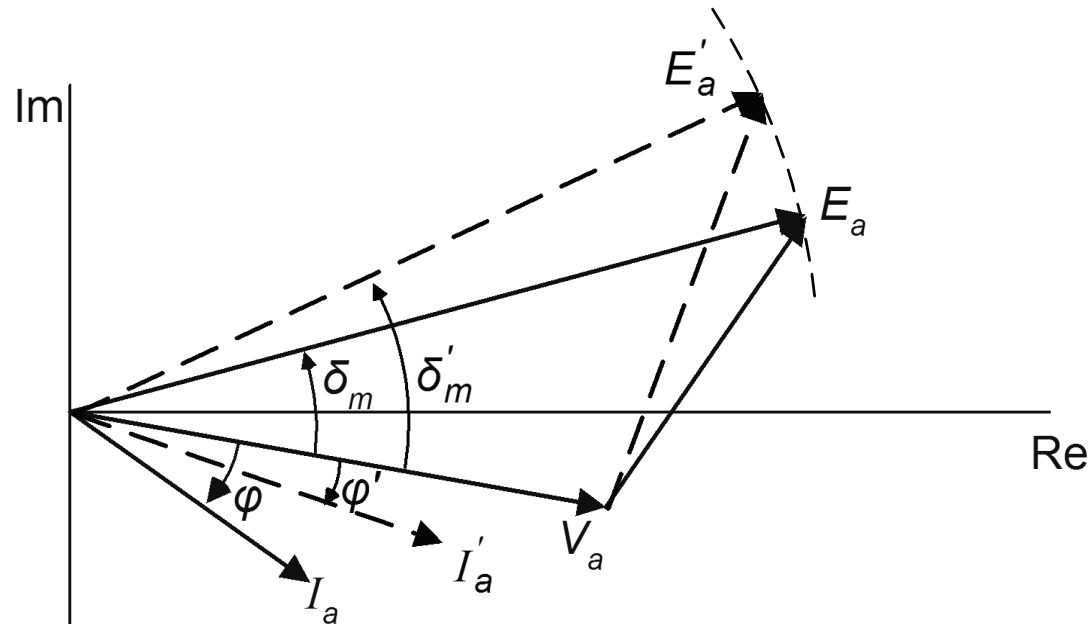
$$T_m \rightarrow P_G$$

$$i_f \rightarrow Q_G$$

ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΡΟΠΗΣ ΥΠΟ ΣΤΑΘΕΡΟ ΡΕΥΜΑ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ

$$i_f = \text{σταθ.} \longrightarrow |E| = \text{σταθ.}$$

$$\uparrow T_m \longrightarrow \uparrow P_G \longrightarrow \uparrow \sin \delta_m \longrightarrow \uparrow \delta_m$$

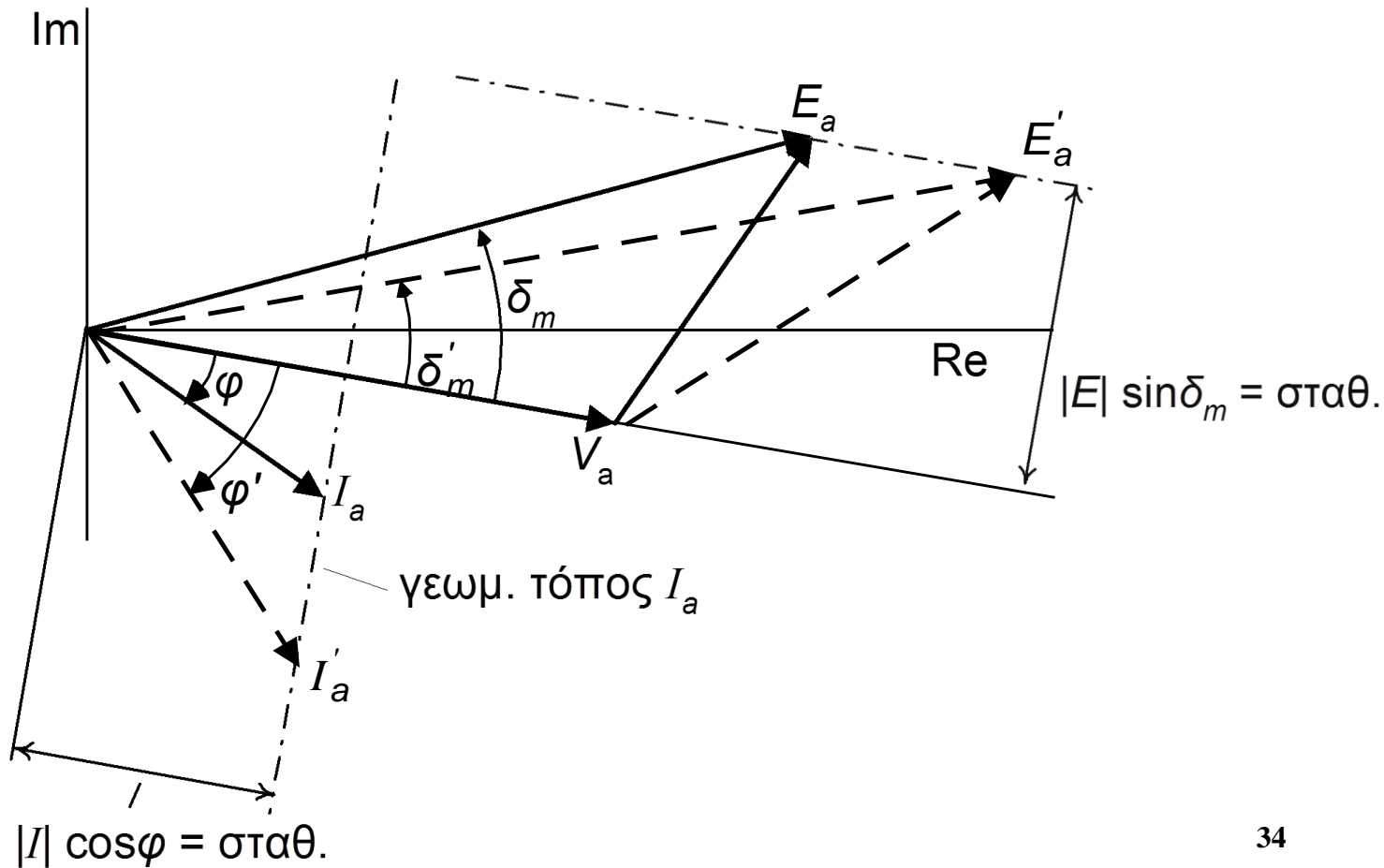


ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ

ΥΠΟ ΣΤΑΘΕΡΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΟΠΗ

$$T_m = \text{σταθ.} \longrightarrow P_G = \text{σταθ.} \quad P_G = \frac{|E| |V|}{X_d} \sin \delta_m = \text{σταθ.} \longrightarrow |E| \sin \delta_m = \text{σταθ.}$$

$$\uparrow i_f \longrightarrow \uparrow |E| \longrightarrow \downarrow \sin \delta_m \longrightarrow \downarrow \delta_m \quad P_G = |V| |I| \cos \varphi = \text{σταθ.} \longrightarrow |I| \cos \varphi = \text{σταθ.}$$



ΑΣΚΗΣΗ 4.3 (I)

Σύγχρονη γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα συνδέεται σε άπειρο ζυγό στον οποίον τροφοδοτεί ρεύμα 0.8 pu, υπό $\Sigma I=0.9$ επαγ. Η γεννήτρια λειτουργεί υπό ονομαστική τάση, έχει αμελητέα αντίσταση τυλιγμάτων στάτη και σύγχρονη αντίδραση $X_d=1.7241$ pu.

α) Να βρεθεί η πραγματική και άεργος ισχύς που παρέχει η γεννήτρια.

$$\alpha) V = |V| \angle 0^\circ = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$I = |I| \angle -\cos^{-1}(0.9) = 0.8 \angle -25.84^\circ \text{ pu}$$

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I = 0 - (-25.84^\circ) = 25.84^\circ$$

$$P_G = |V| |I| \cos \varphi = 1 \times 0.8 \times \cos 25.84^\circ = 0.72 \text{ pu}$$

$$Q_G = |V| |I| \sin \varphi = 1 \times 0.8 \times \sin 25.84^\circ = 0.3487 \text{ pu}$$



ΑΣΚΗΣΗ 4.3 (II)

β) Αν η πραγματική ισχύς που παρέχει η γεννήτρια παραμένει σταθερή, αλλά το ρεύμα διέγερσης

(i) αυξάνεται κατά 20% και (ii) μειώνεται κατά 20%, να βρεθεί η άεργος ισχύς της γεννήτριας σε κάθε περίπτωση.

$$(β) \quad E = V + jX_d I = 1 \angle 0^\circ + j1.7241 \times 0.8 \angle -25.84^\circ = 2.0261 \angle 37.78^\circ \text{ pu}$$

$$|E| = 2.0261 \text{ pu}, \quad \delta_m = 37.78^\circ$$

$$(i) \quad |E'| = 1.2 |E| = 1.2 \times 2.0261 = 2.4313 \text{ pu}$$

$$|E| \sin \delta_m = |E'| \sin \delta'_m \Rightarrow$$

$$\delta'_m = \sin^{-1} \frac{|E| \sin \delta_m}{|E'|} = \sin^{-1} \frac{2.0261 \times \sin 37.78^\circ}{2.4313} = 30.7^\circ$$

$$Q'_G = \frac{|V| (|E'| \cos \delta'_m - |V|)}{X_d} = \frac{1 \times (2.4313 \times \cos 30.7^\circ - 1)}{1.7241} = 0.6325 \text{ pu}$$



ΑΣΚΗΣΗ 4.3 (III)

$$(ii) \quad |E''| = 0.8 |E| = 0.8 \times 2.0261 = 1.6209 \text{ pu}$$

$$\delta_m'' = \sin^{-1} \frac{|E| \sin \delta_m}{|E''|} = \sin^{-1} \frac{2.0261 \times \sin 37.78^\circ}{1.6209} = 50^\circ$$

$$Q_G'' = \frac{|V| (|E''| \cos \delta_m'' - |V|)}{X_d} = \frac{1 \times (1.6209 \times \cos 50^\circ - 1)}{1.7241} = 0.0245 \text{ pu}$$



ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ

ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΥ

Η τάση γεννήτριας E και η τάση συστήματος V πρέπει:

- Να έχουν την ίδια συχνότητα*
- Να είναι της ίδιας φασικής ακολουθίας*
- Να έχουν το ίδιο μέτρο, δηλ. $|E|=|V|$*
- Να έχουν τις ίδιες φασικές γωνίες, δηλ. $\delta=\delta_b$*



ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΓΕΝΗΤΡΙΩΝ

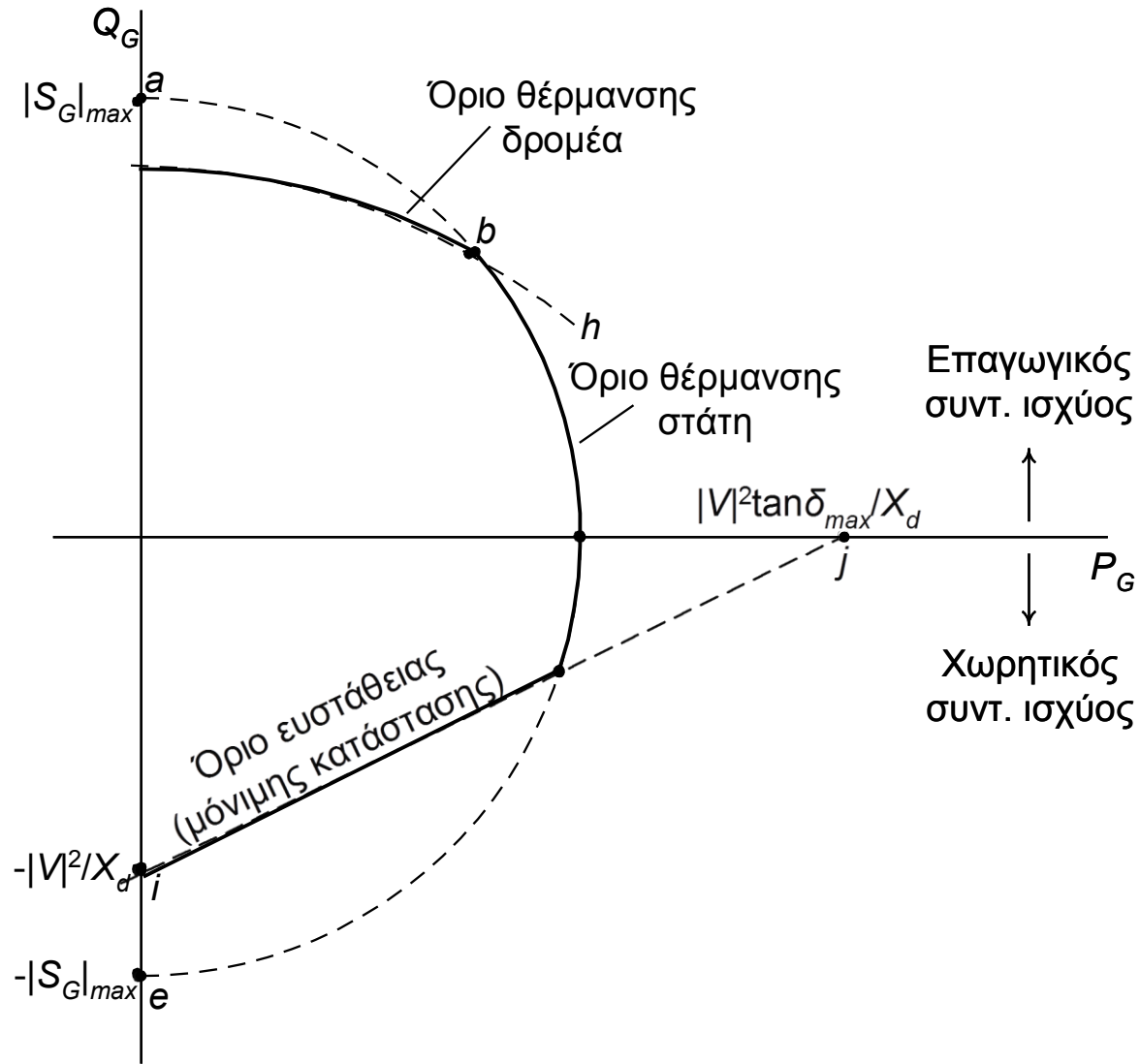
$$|S_G| < |S_G|_{\max} = |V||I|_{\max}$$

$$P_G = \frac{|V||E|_{\max}}{X_d} \sin \delta_m$$

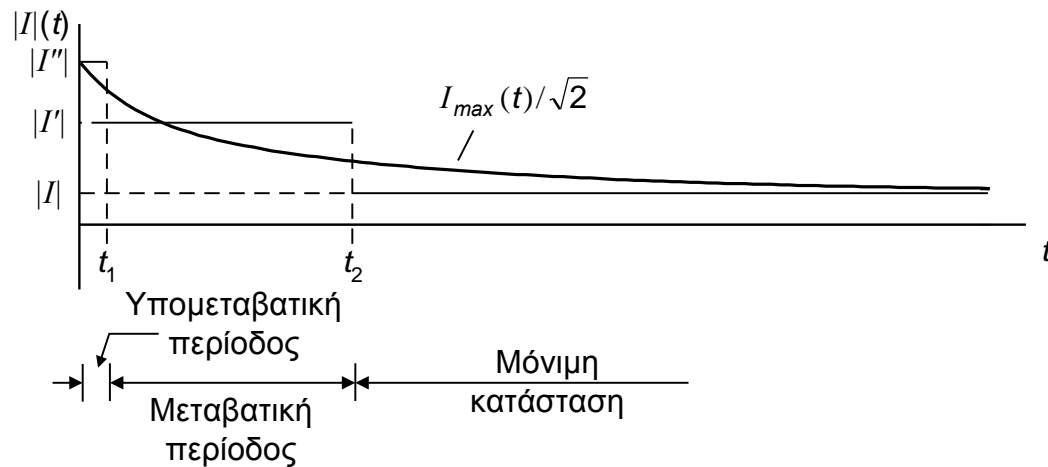
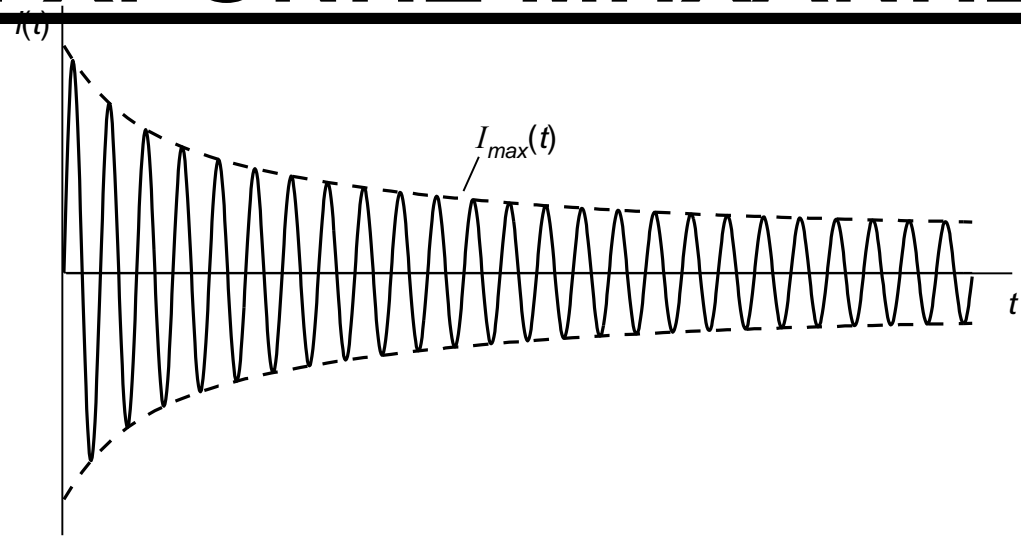
$$Q_G + \frac{|V|^2}{X_d} = \frac{|V||E|_{\max}}{X_d} \cos \delta_m$$

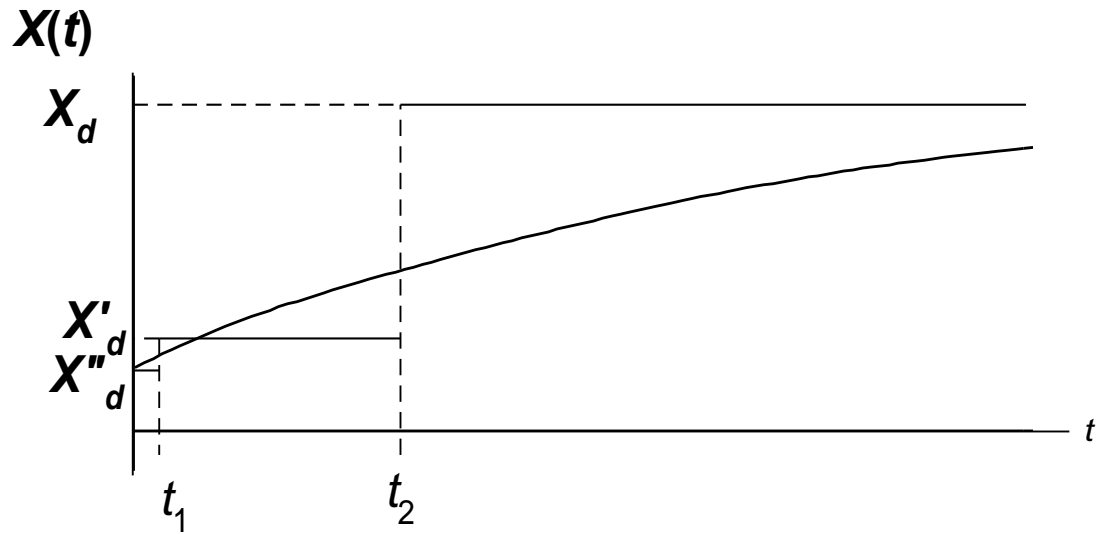
$$P_G^2 + \left(Q_G + \frac{|V|^2}{X_d} \right)^2 = \left(\frac{|V||E|_{\max}}{X_d} \right)^2$$

$$\begin{aligned} Q_G &= \frac{|V||E|}{X_d} \cos \delta_{\max} - \frac{|V|^2}{X_d} \\ &= \frac{P_G}{\sin \delta_{\max}} \cos \delta_{\max} - \frac{|V|^2}{X_d} \\ &= \frac{1}{\tan \delta_{\max}} P_G - \frac{|V|^2}{X_d} \end{aligned}$$



ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ





$$X''_d = \frac{|E|}{|I''|} \quad X'_d = \frac{|E|}{|I'|} \quad X_d = \frac{|E|}{|I|}$$

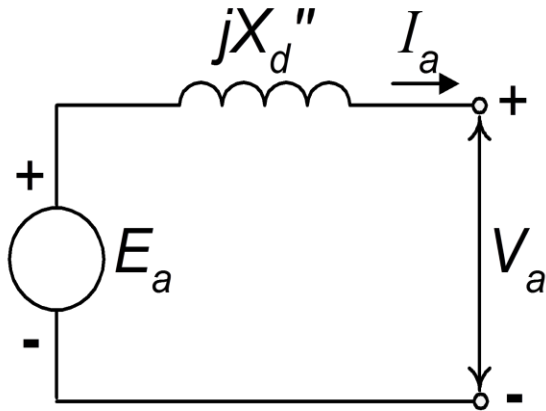


ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ X'_d, X''_d

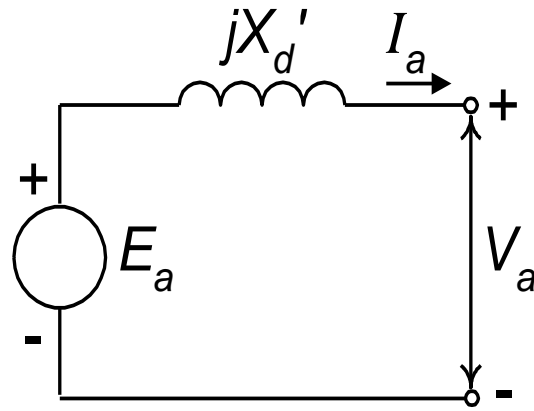
	Διπολικές στροβιλογεννήτριες	Γεννήτριες με έκτυπους πόλους
X'_d	0.15	0.3
X''_d	0.09	0.2



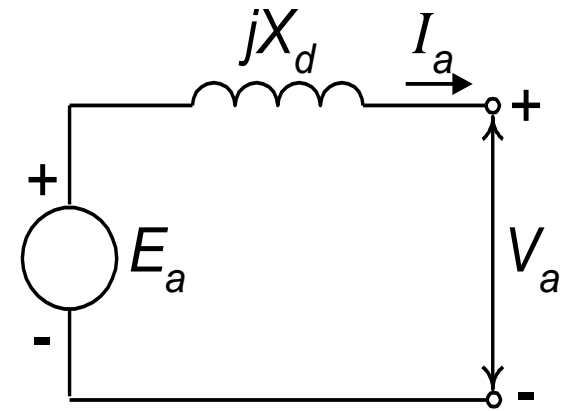
ΑΝΑ ΦΑΣΗ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΑΡΧΙΚΑ ΑΦΟΡΤΙΣΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ



*Ισοδύναμο
υπομεταβατικής
περιόδου*



*Ισοδύναμο
μεταβατικής
περιόδου*



*Ισοδύναμο
μόνιμης
κατάστασης*



Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτή την ενότητα είναι από το βιβλίο «Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», Γ.Β. Γιαννακόπουλος, Ν.Α. Βοβός, Εκδόσεις ΖΗΤΗ.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

