ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ενότητα 2: Βασικές έννοιες

Γαβριήλ Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιον Πατρών, **Γαβριήλ Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός, 2015**. «**Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Βασικές έννοιες**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

https://eclass.upatras.gr/courses/EE695/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

-Ανάλυση κυκλώματος στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση λειτουργίας

- ***Φασικά διανύσματα***
- ***Σύνθετες αντιστάσεις παθητικών στοιχείων***
- ***Μεθοδολογία επίλυσης κυκλωμάτων εναλλασσομένου στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση λειτουργίας***

-Ισχύς σε μονοφασικά κυκλώματα εναλλασσομένου

- ***Στιγμιαία ισχύς***
- ***Πραγματική και άεργος ισχύς***
- ***Μιγαδική ισχύς***

-Συμμετρικά τριφασικά κυκλώματα εναλλασσομένου

- ***Σχέσεις τάσεων και ρευμάτων***
- ***Ανά φάση ανάλυση***
- ***Ισχύς σε συμμετρικά τριφασικά κυκλώματα***

-Ανά μονάδα σύστημα

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΟΥΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕ ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ

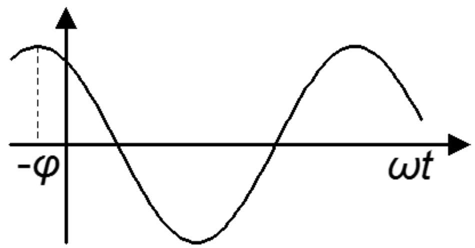
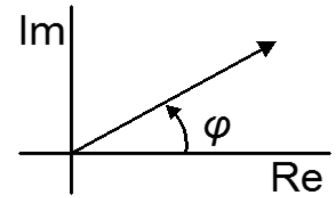
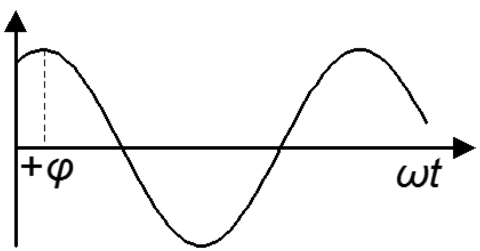
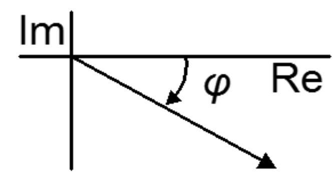
Χρονική συνάρτηση: $y(t) = Y_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

Φασικό διάνυσμα : $Y = \dfrac{Y_{max}}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = |Y| e^{j\varphi} = |Y| \angle\varphi$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ

$$y(t) = \sqrt{2}\,\Re(Y e^{j\omega t})$$

<u>ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΦΑΣΙΚΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ</u>

Χρονική συνάρτηση	Κυματομορφή	Φασικό διάνυσμα
$\cos(\omega t+\varphi)$		
$\cos(\omega t-\varphi)$		

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΤΗΣ ΙΔΙΑΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

$$a(t) = \sqrt{2}\,|A|\cos(\omega t + \alpha) \longrightarrow A$$

$$b(t) = \sqrt{2}\,|B|\cos(\omega t + \beta) \longrightarrow B$$

$$c(t) = \alpha(t) + b(t) \longleftarrow C = A + B$$

$$\boxed{c(t) = \sqrt{2}\,\Re\{Ce^{j\omega t}\}}$$

Μπορούμε να προσθέσουμε ημιτονοειδείς συναρτήσεις της ίδιας συχνότητας αν τις παραστήσουμε με φασικά διανύσματα και προσθέσουμε στη συνέχεια τα φασικά διανύσματα χρησιμοποιώντας άλγεβρα διανυσμάτων.

ΦΑΣΙΚΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΝΟΜΟΙ KIRCHHOFF

1ος νόμος Kirchhoff

Το άθροισμα των φασικών διανυσμάτων όλων των ρευμάτων που εισέρχονται σε έναν κόμβο ενός κυκλώματος είναι ίσο με το μηδέν, δηλαδή

$$\boxed{\text{Αν } \Sigma\, i_i(t) = 0, \text{ τότε } \Sigma\, I_i = 0}$$

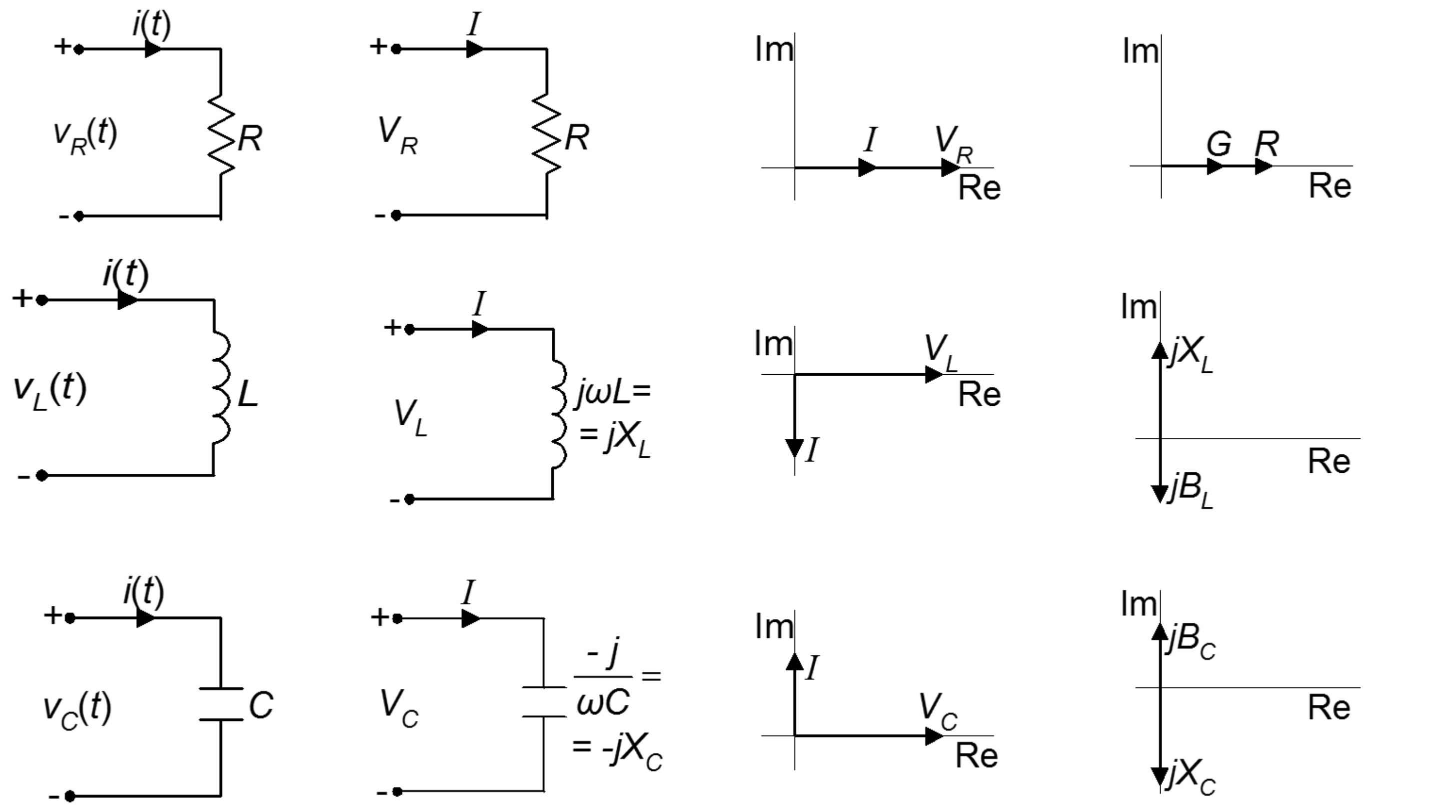
2ος νόμος Kirchhoff

Το άθροισμα των φασικών διανυσμάτων όλων των πτώσεων τάσης γύρω από ένα βρόχο ενός κυκλώματος είναι ίσο με το μηδέν, δηλαδή

$$\boxed{\text{Αν } \Sigma\, v_i(t) = 0, \text{ τότε } \Sigma\, V_i = 0}$$

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Κυκλώματα χρονικών συναρτήσεων	Κυκλώματα διανυσματικών μεγεθών	Σχέσεις φασικών διανυσμάτων τάσης-έντασης	Διανυσματικά διαγράμματα Z,Y



ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ

ΣΤΗΝ ΜΟΝΙΜΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

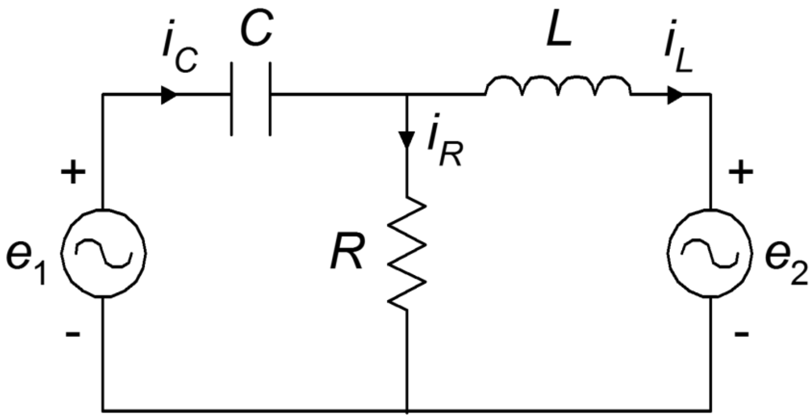
Βήμα 1ο *Παράσταση ημιτονοειδών διεγέρσεων με φασικά διανύσματα*

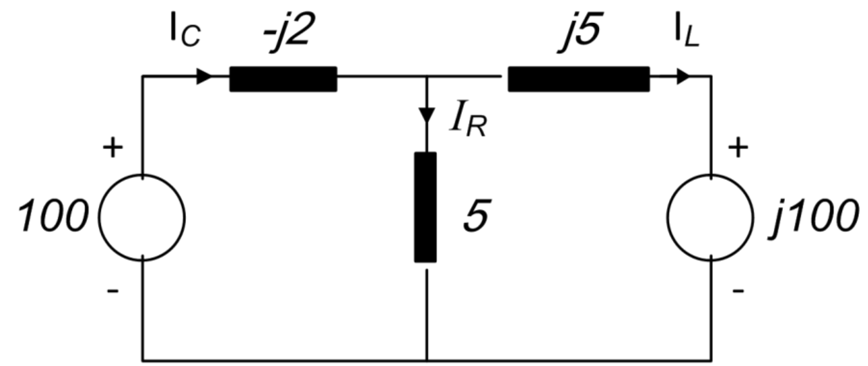
Βήμα 2ο *Αντικατάσταση παθητικών στοιχείων με σύνθετες αντιστάσεις*

Βήμα 3ο *Επίλυση κυκλώματος με μια από τις γνωστές μεθόδους ανάλυσης (βρόχων ή κόμβων) χρησιμοποιώντας αριθμητική μιγαδικών αριθμών*

Βήμα 4ο *Μετατροπή μιγαδικών ποσοτήτων σε χρονικές συναρτήσεις*

Παράδειγμα (Ι)





$$e_1 = 141\cos\omega t \;\; V \longrightarrow E_1 = \frac{141}{\sqrt{2}}\underline{/0^\circ} = 100 \;\; V$$

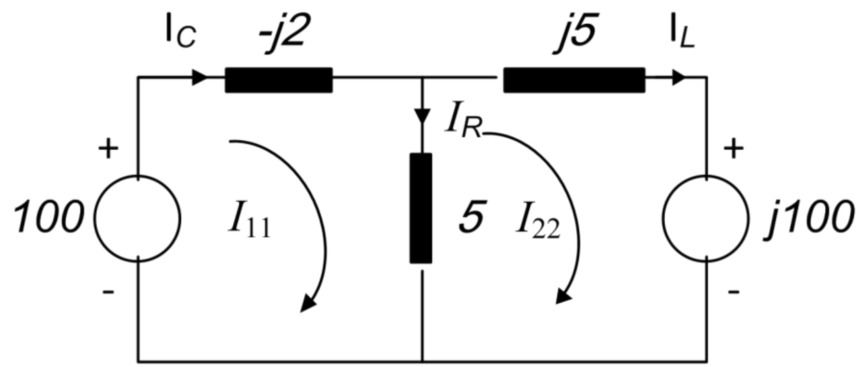
$$e_2 = 141\cos(\omega t + 90) \;\; V \longrightarrow E_2 = \frac{141}{\sqrt{2}}\underline{/90^\circ} = j100 \;\; V$$

$$R = 5 \;\; \Omega \longrightarrow R = 5 \;\; \Omega$$

$$L = 15.92 \;\; mH \longrightarrow jX_L = j314 \times 15.92 \times 10^{-3} = j5 \;\; \Omega$$

$$C = 1.592 \;\; mF \longrightarrow -jX_C = -\frac{j}{314 \times 1.592 \times 10^{-3}} = -j2 \;\; \Omega$$

Παράδειγμα (ΙΙ)



$$\begin{bmatrix} 5-j2 & -5 \\ -5 & 5+j5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -j100 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{array}{l} I_{11} = 27.8\underline{/-56.3^\circ}\ A \\ I_{22} = 32.4\underline{/-115.3^\circ}\ A \end{array}$$

$$I_C = I_{11} = 27.8\underline{/-56.3^\circ}\ A \longrightarrow i_C(t) = \sqrt{2} \times 27.8\cos(\omega t - 56.3^\circ)\ A$$

$$I_R = I_{11} - I_{22} = 30\underline{/11.88^\circ}\ A \longrightarrow i_R(t) = \sqrt{2} \times 30\cos(\omega t + 11.88^\circ)\ A$$

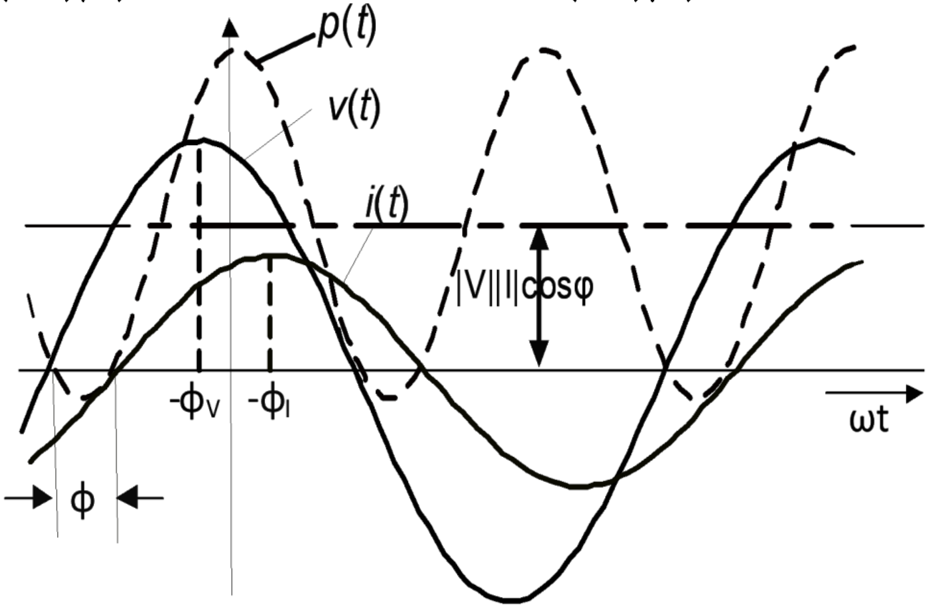
$$I_L = I_{22} = 32.4\underline{/-115.3^\circ}\ A \longrightarrow i_L(t) = \sqrt{2} \times 32.4\cos(\omega t - 115.3^\circ)\ A$$

ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΙΣΧΥΣ ΣΕ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ

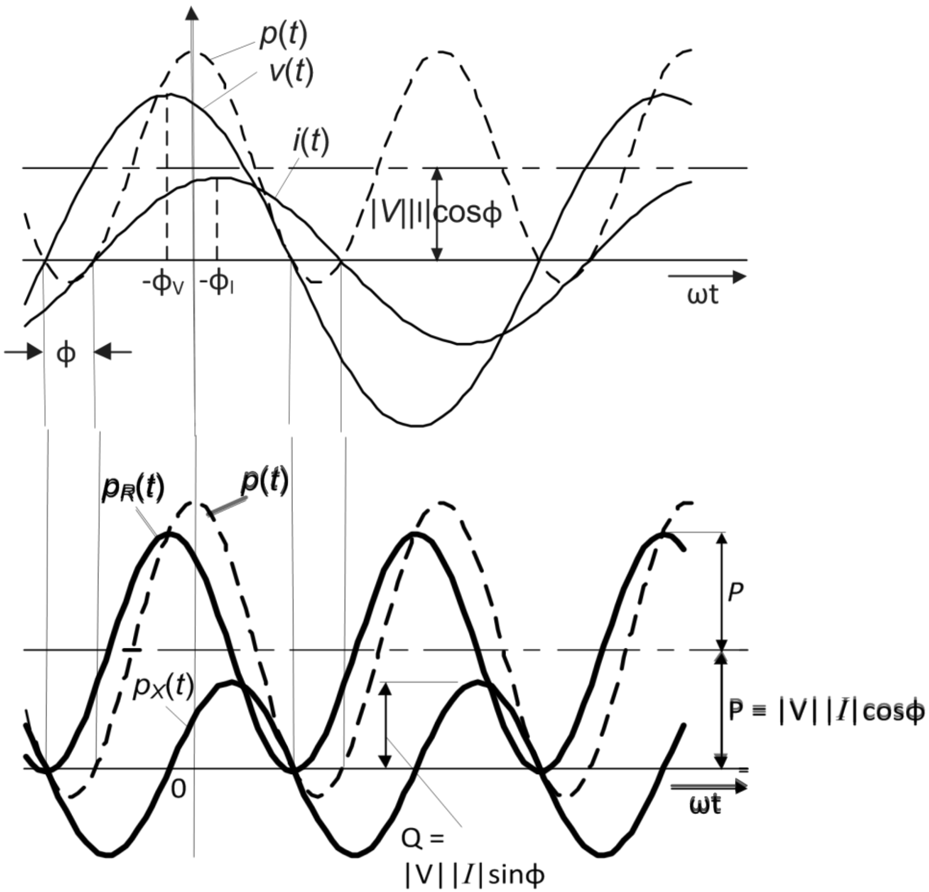
$$v(t) = \sqrt{2}\,|V|\cos(\omega t + \varphi_V)$$

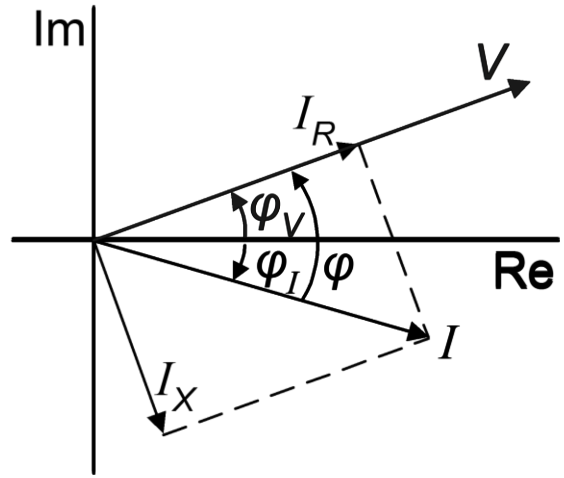
$$i(t) = \sqrt{2}\,|I|\cos(\omega t + \varphi_I)$$

$$p(t) = v(t)i(t) = |V||I|\cos(\varphi_V - \varphi_I) + |V||I|\cos(2\omega t + \varphi_V - \varphi_I)$$



ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΤΙΓΜΙΑΙΑΣ ΙΣΧΥΟΣ





$$p_R(t) = v(t)\, i_R(t)$$

$$= |V|\,|I|\,\cos\varphi\{1+\cos 2(\omega t+\varphi_v)\}$$

$$= P\{1+\cos 2(\omega t+\varphi_v)\}$$

$$p_x(t) = v(t)\, i_x(t)$$

$$= |V|\,|I|\,\sin\varphi\,\sin 2(\omega t+\varphi_v)$$

$$= Q\,\sin 2(\omega t+\varphi_v)$$

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΟΣ-ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

$$P = |V||I|\cos\varphi \qquad Q = |V||I|\sin\varphi$$

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

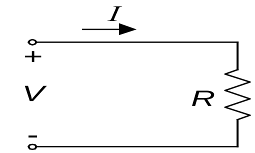
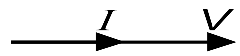
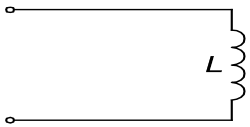
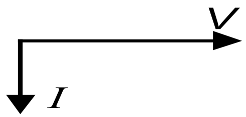
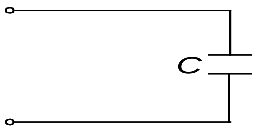
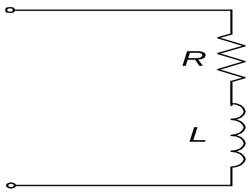
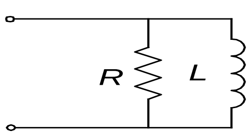
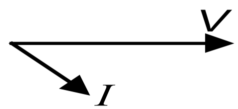
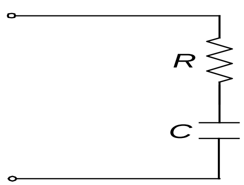
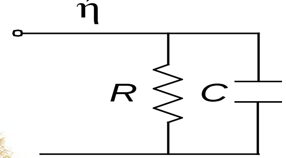
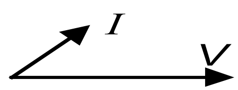
$$\Sigma I = \cos\varphi$$

$$\varphi > 0 \;\rightarrow\; \varphi_V > \varphi_I \;\rightarrow\; \Sigma I: \text{επαγωγικος}$$

$$\varphi < 0 \;\rightarrow\; \varphi_I > \varphi_V \;\rightarrow\; \Sigma I: \text{χωρητικος}$$

$$\Sigma I = \cos\varphi = \cos\left(\tan^{-1}\frac{Q}{P}\right)$$

$$\Sigma I = \cos\varphi = \frac{P}{|V||I|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Τύπος φορτίου	Σχέση φασικών διανυσμάτων	Φασική γωνία	Απορροφούμενη ισχύς P	Q
		$\varphi=0$	$P>0$	$Q=0$
		$\varphi=+90^\circ$	$P=0$	$Q>0$
		$\varphi=-90^\circ$	$P=0$	$Q<0$
 ή 		$0<\varphi<+90^\circ$	$P>0$	$Q>0$
 ή 		$-90^\circ<\varphi<0$	$P>0$	$Q<0$

Απορροφούμενη πραγματική και άεργος ισχύς από διάφορα φορτία

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΙΣΧΥΣ

$$S = VI^{*}$$

$$S = (|V|\angle\varphi_V)(|I|\angle\varphi_I)^{*} = |V||I|\angle(\varphi_V - \varphi_I) = |V||I|\angle\varphi$$

$$S = |V||I|\cos\varphi + j|V||I|\sin\varphi = P + jQ$$

Άρα $\boxed{P = \Re(S) \quad Q = \Im(S)}$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{|V|}{|I|}\angle(\varphi_V - \varphi_I) = |Z|\angle\varphi = R + jX$$

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{|I|}{|V|}\angle-(\varphi_V - \varphi_I) = |Y|\angle-\varphi = G - jB$$

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΙΣΧΥ

$$S = VI^* = ZII^* = |I|^2 Z = |I|^2 |Z| \angle \varphi$$

$$S = VI^* = V\left(YV\right)^2 = |V|^2 Y^* = |V|^2 |Y| \angle \varphi$$

$$P = \Re(VI^*) = |V||I| \cos\varphi$$

$$= \Re(|I|^2 Z) = |I|^2 |Z| \cos\varphi = |I|^2 R$$

$$= \Re(|V|^2 Y^*) = |V|^2 |Y| \cos\varphi = |V|^2 G$$

$$Q = \Im(VI^*) = |V||I| \sin\varphi$$

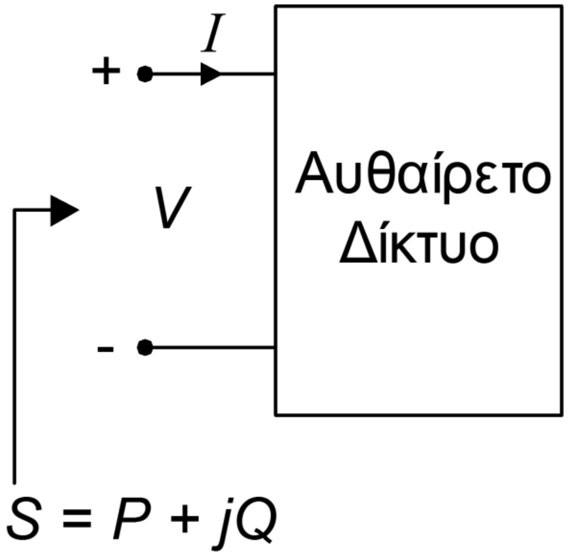
$$= \Im(|I|^2 Z) = |I|^2 |Z| \sin\varphi = |I|^2 X$$

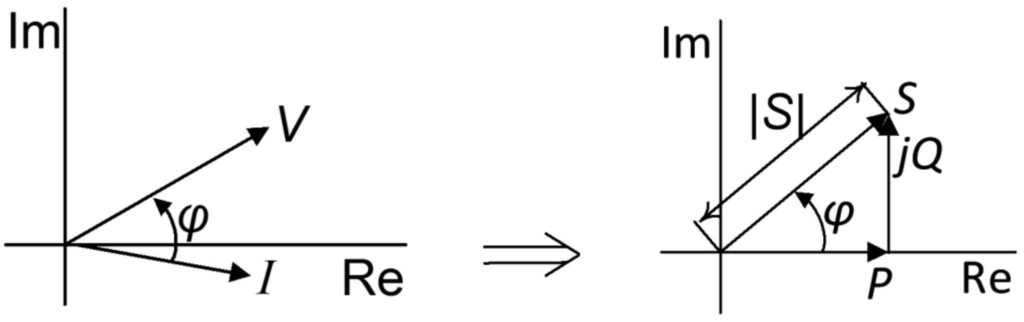
$$= \Im(|V|^2 Y^*) = |V|^2 |Y| \sin\varphi = |V|^2 B$$

ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ-ΤΡΙΓΩΝΟ ΙΣΧΥΟΣ

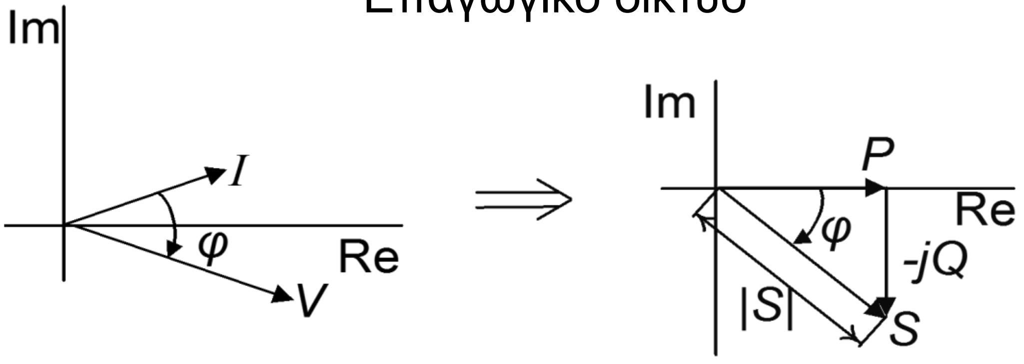
$$S = |S| \angle \varphi = P + jQ \quad VA$$

$$|S| = |VI^*| = |V||I| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad VA$$





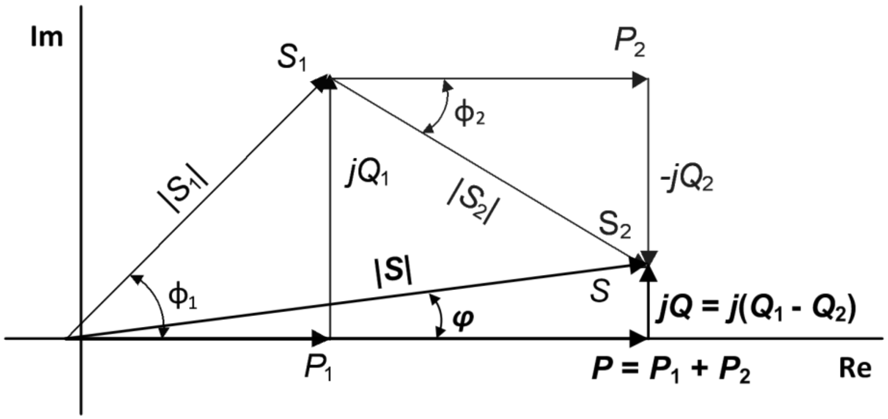
Επαγωγικό δίκτυο



Χωρητικό δίκτυο

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΙΣΧΥΟΣ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΦΟΡΤΙΩΝ

$$S_1 = P_1 + jQ_1 \qquad S_2 = P_2 - jQ_2$$



Τρίγωνα ισχύος παράλληλα συνδεδεμένων φορτίων

$$S = S_1 + S_2$$

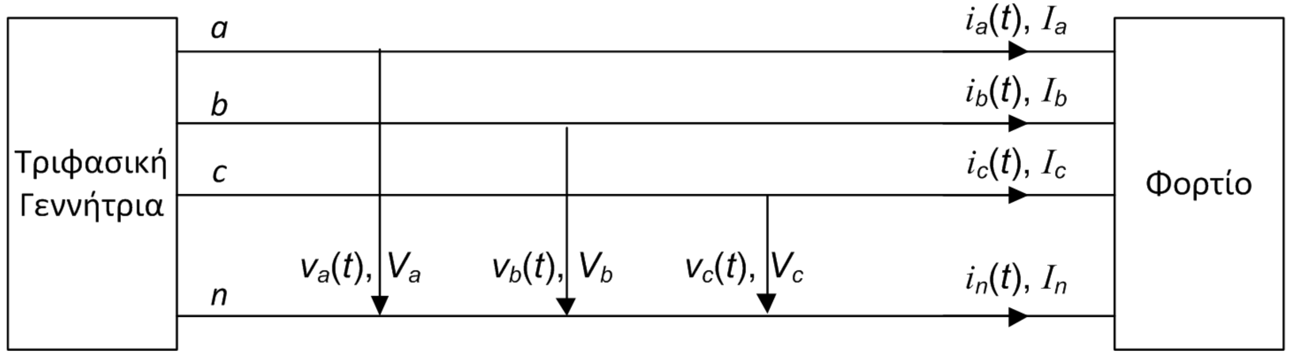
$$P = P_1 + P_2$$

$$Q = Q_1 - Q_2$$

$$|S| < |S_1| + |S_2|$$

<u>Δεν ισχύει</u>
ο αθροιστικός κανόνας
για την φαινόμενη ισχύ

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ



$v_a(t) = \sqrt{2}\ |V_p|\cos\omega t \longrightarrow V_a = |V_p|\underline{/0^o}$

$v_b(t) = \sqrt{2}\ |V_p|\cos(\omega t-120^o) \longrightarrow V_b = |V_p|\underline{/-120^o}$

$v_c(t) = \sqrt{2}\ |V_p|\cos(\omega t+120^o) \longrightarrow V_c = |V_p|\underline{/120^o}$

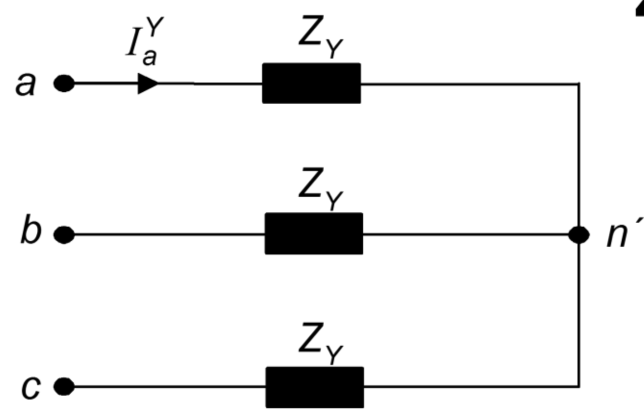
$V_{ab} = V_a - V_b = \sqrt{3}\ |V_p|\ \underline{/30^o} = |V_L|\underline{/30^o}$

$V_{bc} = V_b - V_c = \sqrt{3}\ |V_p|\ \underline{/-90^o} = |V_L|\underline{/-90^o}$

$V_{ca} = V_c - V_a = \sqrt{3}\ |V_p|\ \underline{/150^o} = |V_L|\underline{/150^o}$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΤΑ ΑΣΤΕΡΑ

$$\mathbf{Z_Y} = |\mathbf{Z_Y}| \underline{/\varphi}$$



$$\mathbf{I_a} = \frac{\mathbf{V_a}}{\mathbf{Z_Y}} = \frac{|\mathbf{V_p}|}{|\mathbf{Z_Y}|}\underline{/0^{\circ} - \varphi} = |\mathbf{I}_p|\underline{/-\varphi}$$

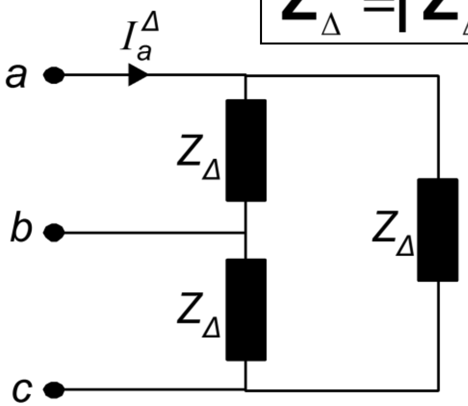
$$\mathbf{I_b} = \frac{\mathbf{V_b}}{\mathbf{Z_Y}} = \frac{|\mathbf{V_p}|}{|\mathbf{Z_Y}|}\underline{/-120^{\circ} - \varphi} = |\mathbf{I_p}|\underline{/-120^{\circ} - \varphi} = a^2\mathbf{I_a}$$

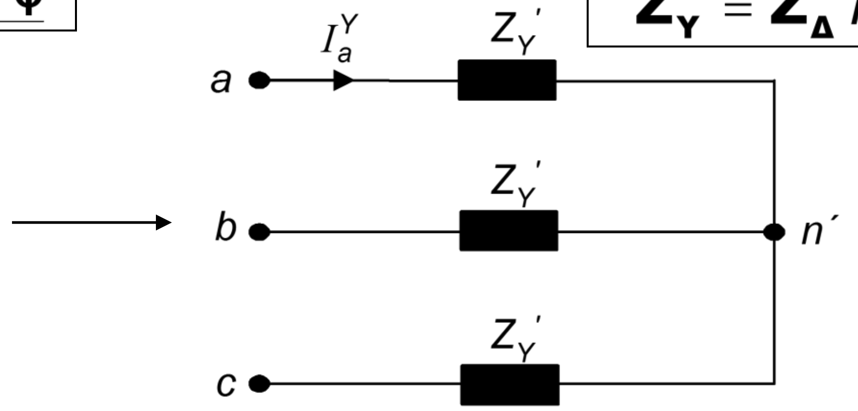
$$\mathbf{I_c} = \frac{\mathbf{V_c}}{\mathbf{Z_Y}} = \frac{|\mathbf{V_p}|}{|\mathbf{Z_Y}|}\underline{/120^{\circ} - \varphi} = |\mathbf{I_p}|\underline{/120^{\circ} - \varphi} = a\mathbf{I_a}$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΤΑ ΤΡΙΓΩΝΟ

$$\mathbf{Z}_{\Delta} = |\mathbf{Z}_{\Delta}| \underline{/\varphi}$$

$$\mathbf{Z}'_{Y} = \mathbf{Z}_{\Delta} / 3$$





$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{\Delta}} = \frac{|\mathbf{V}_L|}{\mathbf{Z}_{\Delta}} \underline{/30^{o} - \varphi} = |\mathbf{I}_p^{\Delta}| \underline{/30^{o} - \varphi}$$

$$\mathbf{I}_{bc} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_{\Delta}} = \frac{|\mathbf{V}_L|}{\mathbf{Z}_{\Delta}} \underline{/-90^{o} - \varphi} = |\mathbf{I}_p^{\Delta}| \underline{/-90^{o} - \varphi} = a^2\mathbf{I}_{ab}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_{\Delta}} = \frac{|\mathbf{V}_L|}{\mathbf{Z}_{\Delta}} \underline{/150^{o} - \varphi} = |\mathbf{I}_p^{\Delta}| \underline{/150^{o} - \varphi} = a\mathbf{I}_{ab}$$

Τα πολικά ρεύματα είναι:

$$\mathbf{I_a} = \mathbf{I_{ab}} - \mathbf{I_{ca}} = \sqrt{3}\,|\mathbf{I_p^\Delta}|\,\underline{\angle -\varphi} = |\mathbf{I_L}|\,\underline{\angle -\varphi}$$

$$\mathbf{I_b} = \mathbf{I_{bc}} - \mathbf{I_{ab}} = \sqrt{3}\,|\mathbf{I_p^\Delta}|\,\underline{\angle -120^o - \varphi}$$

$$= |\mathbf{I_L}|\,\underline{\angle -120^o - \varphi} = a^2\mathbf{I_a}$$

$$\mathbf{I_c} = \mathbf{I_{ca}} - \mathbf{I_{bc}} = \sqrt{3}\,|\mathbf{I_p^\Delta}|\,\underline{\angle 120^o - \varphi}$$

$$= |\mathbf{I_L}|\,\underline{\angle 120^o - \varphi} = a\mathbf{I_a}$$

ΑΝΑ ΦΑΣΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

Βήμα 1ο ***Μετατροπή των κατά τρίγωνο συνδέσεων σε συνδέσεις κατά αστέρα.***

Βήμα 2ο ***Επίλυση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στη φάση a θεωρώντας ότι όλοι οι διαθέσιμοι ουδέτεροι συνδέονται μεταξύ τους με μηδενική αντίσταση.***

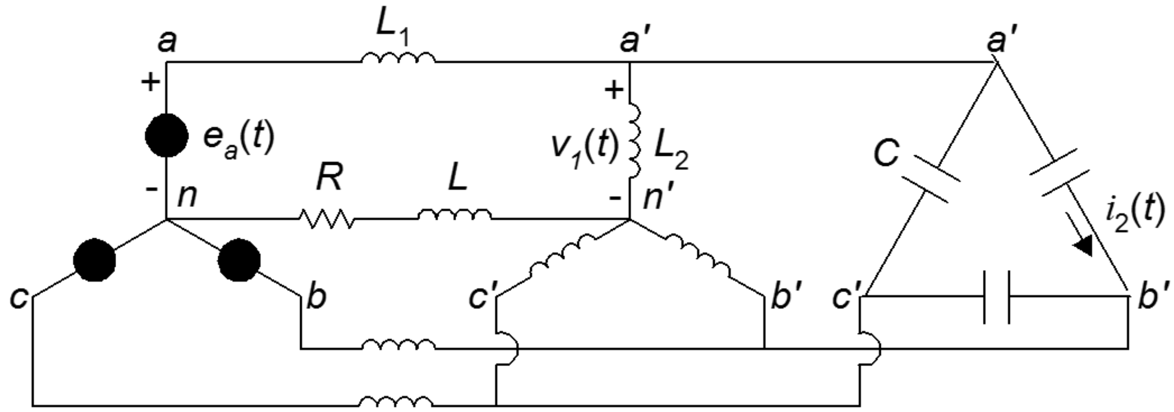
Βήμα 3ο ***Επέκταση των υπολογισμών και στις άλλες φάσεις b και c.***

Βήμα 4ο ***Επιστροφή στο αρχικό δίκτυο για να βρεθούν ποσότητες που αφορούν τις κατά τρίγωνο συνδέσεις.***

Παράδειγμα (Ι)

$e_a(t)=350\cos(wt+45^o)$

$L_1 = 0.318$ mH
$L_2 = 3.18$ mH
$C = 1.592$ mF
$R = 1\ \Omega$
$L = 0.0318$ mH

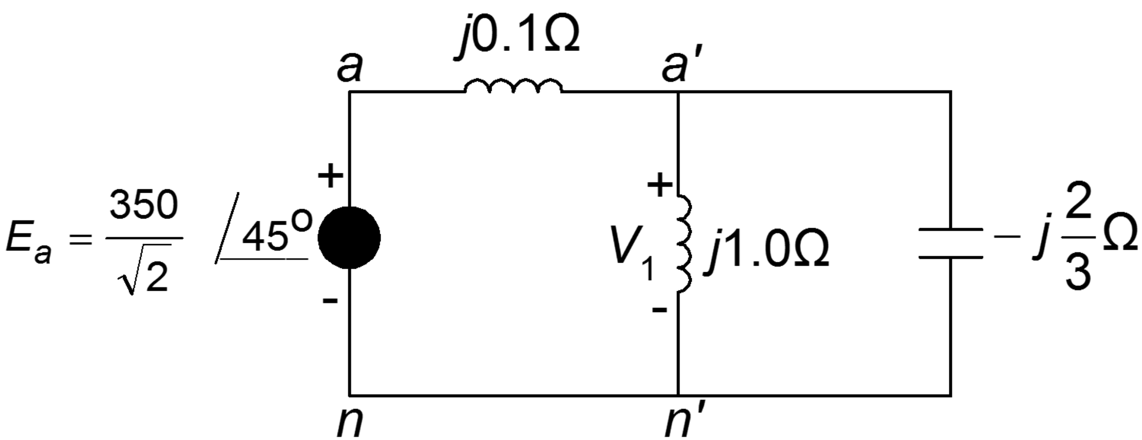


$$\mathbf{E_a} = \frac{350}{\sqrt{2}}\underline{/45^\circ}$$

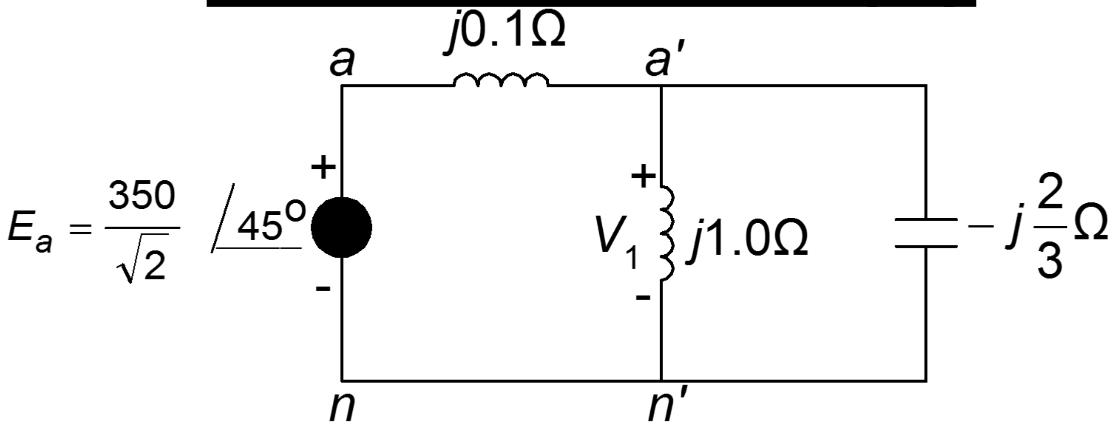
$$j\omega L_1 \approx j0.1\ \Omega$$

$$j\omega L_2 \approx j1\ \Omega$$

$$\frac{1}{i\omega C} \approx -j2\ \Omega$$



Παράδειγμα (II)



$$Z_{a'n'} = \frac{(j1)(-j\frac{2}{3})}{j1 - j\frac{2}{3}} = -j2\ \Omega$$

$$V_1 = V_{a'n'} = \frac{-j2}{-j2 + j0.1}E_a = \frac{368}{\sqrt{2}}\underline{/45^\circ}\ V \longrightarrow \boxed{v_1(t) = 368\cos(\omega t + 45^\circ)\ V}$$

$$V_{a'b'} = V_{a'n'} - V_{b'n'} = \sqrt{3}V_{a'n'}\underline{/30^\circ} = \frac{638}{\sqrt{2}}\underline{/75^\circ}\ V$$

$$I_2 = \frac{V_{a'b'}}{Z_C} = \frac{\frac{638}{\sqrt{2}}\underline{/75^\circ}}{-j2} = \frac{319}{\sqrt{2}}\underline{/165^\circ}\ A \longrightarrow \boxed{i_2(t) = 319\cos(\omega t + 165^\circ)\ A}$$

ΙΣΧΥΣ ΣΕ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

$$p_{3\Phi}(t) = v_a(t)\, i_a(t) + v_b(t)\, i_b(t) + v_c(t)\, i_c(t)$$

$$= 3\, |V_p||I_p| \cos\varphi$$

$$= 3P$$

$$P_{3\Phi} = \sqrt{3}\, |V_L||I_L| \cos\varphi$$

$$Q_{3\Phi} = \sqrt{3}\, |V_L||I_L| \sin\varphi$$

$$|S_{3\Phi}| = \sqrt{3}\, |V_L||I_L| = \sqrt{P_{3\Phi}^2 + Q_{3\Phi}^2}$$

$$p_{3\Phi}(t) = P_{3\Phi}$$

ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$\textit{Ανά μονάδα τιμή} = \frac{\text{Πραγματικη τιμη}}{\text{τιμη βασης}} \qquad \boxed{X_{pu} = \frac{X}{|X_b|}}$$

ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- *Οι ανά μονάδα τιμές των παραμέτρων των διαφόρων συσκευών βρίσκονται σε μια στενή περιοχή τιμών. Τα δεδομένα, συνεπώς, σχετίζονται εύκολα μεταξύ τους και τυχόν σφάλματα γίνονται αμέσως αντιληπτά.*
- *Δεν μπερδεύονται πολικές και φασικές τάσεις, μονοφασικές και τριφασικές ισχείς και στην περίπτωση των μετασχηματιστών, τάσεις πρωτεύοντος και δευτερεύοντος.*
- *Εξαλείφονται οι ιδανικοί μετασχηματιστές από τα μονοφασικά κυκλώματα, γεγονός που οδηγεί σε απλοποίησή τους.*
- *Περιορίζεται σημαντικά ο υπολογιστικός φόρτος.*

ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- *Τροποποιούνται τα ισοδύναμα κυκλώματα των διαφόρων συνιστωσών και γίνονται κάπως πιο αφηρημένα.*
- *Τροποποιούνται μερικές εξισώσεις στο ανά μονάδα σύστημα, καθόσον παράγοντες όπως $\sqrt{3}$ και 3 εμφανίζονται ή εξαφανίζονται από τις εξισώσεις ανάλογα με την περίπτωση.*

ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΑΣΕΩΝ

Προκαθορίζονται : $|S_b|, |V_b|$

Υπολογίζονται : $|I_b| = \dfrac{|S_b|}{|V_b|}, \quad |Z_b| = \dfrac{|V_b|}{|I_b|} = \dfrac{|V_b|^2}{|S_b|}$

$$V = ZI \longrightarrow V_{pu} = \frac{V}{|V_b|} = \frac{Z}{|Z_b|}\frac{I}{|I_b|} = Z_{pu}I_{pu}$$

$$S = VI^* \longrightarrow S_{pu} = \frac{S}{|S_b|} = \frac{V}{|V_b|}\frac{I^*}{|I_b|} = V_{pu}I^*_{pu}$$

$$Z = R+jX \longrightarrow Z_{pu} = \frac{Z}{|Z_b|} = \frac{R+jX}{|Z_b|} = \frac{R}{|Z_b|} + j\frac{X}{|Z_b|} = R_{pu} + jX_{pu}$$

$$S = P+jQ \longrightarrow S_{pu} = \frac{S}{|S_b|} = \frac{P+jQ}{|S_b|} = \frac{P}{|S_b|} + j\frac{Q}{|S_b|} = P_{pu} + jQ_{pu}$$

ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΑΣΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Βάση συχνότητας : $\left|\mathbf{f_b}\right|$ **Hz**

Βάση γωνιακής συχνότητας : $\left|\omega_{\mathbf{b}}\right| = 2\pi\left|\mathbf{f_b}\right|$ **rad / sec**

Βάση επαγωγής: $\left|\mathbf{L_b}\right| = \dfrac{\left|\mathbf{Z_b}\right|}{\left|\omega_{\mathbf{b}}\right|} = \dfrac{\left|\mathbf{V_b}\right|^2}{2\pi\left|\mathbf{S_b}\right|\left|\mathbf{f_b}\right|}$ **H**

Βάση χωρητικότητας: $\left|\mathbf{C_b}\right| = \dfrac{1}{\left|\omega_{\mathbf{b}}\right|\left|\mathbf{Z_b}\right|} = \dfrac{\left|\mathbf{S_b}\right|}{2\pi\left|\mathbf{f_b}\right|\left|\mathbf{V_b}\right|^2}$ **F**

ΒΑΣΕΙΣ ΣΕ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$|S_b|_{1\Phi}$ *: μονοφασική ισχύς σε MVA*

$|V_b|_{1\Phi}$ *: φασική τάση σε kV*

$$|I_b|_{1\Phi} = \frac{|S_b|_{1\Phi}}{|V_b|_{1\Phi}} \quad \text{kA}$$

$$|Z_b|_{1\Phi} = \frac{|V_b|_{1\Phi}}{|I_b|_{1\Phi}} = \frac{|V_b|_{1\Phi}^2}{|S_b|_{1\Phi}} \quad \Omega$$

ΒΑΣΕΙΣ ΣΕ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$|S_b|_{3\Phi}$ *: τριφασική ισχύς σε MVA*

$|V_b|_{3\Phi}$ *: πολική τάση σε kV*

$$|I_b|_{3\Phi} = \frac{|S_b|_{3\Phi}}{\sqrt{3}\,|V_b|_{3\Phi}} \quad \mathrm{kA}$$

: Για πολικά ρεύματα Υ και Δ φορτίων και φασικά ρεύματα Υ φορτίων

$$|Z_b|_{3\Phi} = \frac{|V_b|_{3\Phi}^2}{|S_b|_{3\Phi}} \quad \Omega$$

: Για αντιστάσεις Υ φορτίων

Για φασικά ρεύματα και αντιστάσεις Δ φορτίων:

$$|I_b^{\Delta}|_{3\Phi} = |I_b|_{3\Phi} / \sqrt{3}$$

$$|Z_b^{\Delta}|_{3\Phi} = 3\,|Z_b|_{3\Phi}$$

ΒΑΣΕΙΣ ΣΕ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΟΥ ΑΝΑΛΥΕΤΑΙ ΑΝΑ ΦΑΣΗ

$$\boxed{|V_b|_{1\Phi} = \frac{1}{\sqrt{3}}|V_b|_{3\Phi}} \qquad \boxed{|S_b|_{1\Phi} = \frac{1}{3}|S_b|_{3\Phi}}$$

ΟΠΌΤΕ

$$|I_b|_{1\Phi} = \frac{|S_b|_{1\Phi}}{|V_b|_{1\Phi}} = \frac{|S_b|_{3\Phi}/3}{|V_b|_{3\Phi}/\sqrt{3}} = \frac{|S_b|_{3\Phi}}{\sqrt{3}|V_b|_{3\Phi}} = |I_b|_{3\Phi}$$

$$|Z_b|_{1\Phi} = \frac{|V_b|_{1\Phi}^2}{|S_b|_{1\Phi}} = \frac{|V_b|_{3\Phi}^2/3}{|S_b|_{3\Phi}/3} = \frac{|V_b|_{3\Phi}^2}{|S_b|_{3\Phi}} = |Z_b|_{3\Phi}$$

ΟΡΙΣΜΟΣ ΒΑΣΕΩΝ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Ποσότητα	Μονοφασικό σύστημα	Τριφασικό σύστημα	Τριφασικό σύστ. που αναλύεται ανά φάση
Τάση	$\lvert V_b\rvert_{1\Phi}$	$\lvert V_b\rvert_{3\Phi}$	$\lvert V_b\rvert_{1\Phi} = \dfrac{\lvert V_b\rvert_{3\Phi}}{\sqrt{3}}$
Ισχύς	$\lvert S_b\rvert_{1\Phi}$	$\lvert S_b\rvert_{3\Phi}$	$\lvert S_b\rvert_{1\Phi} = \dfrac{\lvert S_b\rvert_{3\Phi}}{3}$
Ρεύμα	$\lvert I_b\rvert_{1\Phi} = \dfrac{\lvert S_b\rvert_{1\Phi}}{\lvert V_b\rvert_{1\Phi}}$	Πολικό: $\lvert I_b\rvert_{3\Phi} = \dfrac{\lvert S_b\rvert_{3\Phi}}{\sqrt{3}\lvert V_b\rvert_{3\Phi}}$ Φασικό Υ συνδεσμολ.: $\lvert I_b^Y\rvert_{3\Phi} = \lvert I_b\rvert_{3\Phi}$ Φασικό Δ συνδεσμολ.: $\lvert I_b^\Delta\rvert_{3\Phi} = \dfrac{\lvert I_b\rvert_{3\Phi}}{\sqrt{3}}$	$\lvert I_b\rvert_{1\Phi} = \lvert I_b\rvert_{3\Phi}$ $= \lvert I_b^Y\rvert_{3\Phi}$ $= \sqrt{3}\lvert I_b^\Delta\rvert_{3\Phi}$
Αντίσταση	$\lvert Z_b\rvert_{1\Phi} = \dfrac{\lvert V_b\rvert_{1\Phi}^2}{\lvert S_b\rvert_{1\Phi}}$	Υ φορτίο: $\lvert Z_b^Y\rvert_{3\Phi} = \dfrac{\lvert V_b\rvert_{3\Phi}^2}{\lvert S_b\rvert_{3\Phi}}$ Δ φορτίο: $\lvert Z_b^\Delta\rvert_{3\Phi} = 3\lvert Z_b^Y\rvert_{3\Phi}$	$\lvert Z_b\rvert_{1\Phi} = \lvert Z_b^Y\rvert_{3\Phi}$ $= \dfrac{\lvert Z_b^\Delta\rvert_{3\Phi}}{3}$

ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΤΙΜΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

V_p : *φασική τάση*

V_L : *πολική τάση*

$S_{1\Phi}$: *μονοφασική ισχύς*

$S_{3\Phi}$: *τριφασική ισχύς*

$$(S_{3\Phi})_{pu} = \frac{S_{3\Phi}}{|S_b|_{3\Phi}} = \frac{3S_{1\Phi}}{3|S_b|_{1\Phi}} = \frac{S_{1\Phi}}{|S_b|_{1\Phi}} = (S_{1\Phi})_{pu}$$

$$(V_L)_{pu} = \frac{V_L}{|V_b|_{3\Phi}} = \frac{\sqrt{3}V_p}{\sqrt{3}|V_b|_{1\Phi}} = \frac{V_p}{|V_b|_{1\Phi}} = (V_p)_{pu}$$

$$(I_p^Y)_{pu} = \frac{I_p^Y}{|I_b^Y|_{3\Phi}} = \frac{I_L}{|I_b|_{3\Phi}} = (I_L)_{pu}$$

$$(I_p^{\Delta})_{pu} = \frac{I_p^{\Delta}}{|I_b^{\Delta}|_{3\Phi}} = \frac{I_L/\sqrt{3}}{|I_b|_{3\Phi}/\sqrt{3}} = \frac{I_L}{|I_b|_{3\Phi}} = (I_L)_{pu}$$

$$(Z_p^{Y})_{pu} = \frac{Z_p^{Y}}{|Z_b^{Y}|_{3\Phi}} = \frac{Z_{1\Phi}}{|Z_b|_{1\Phi}} = (Z_{1\Phi})_{pu}$$

$$(Z_p^{\Delta})_{pu} = \frac{Z_p^{\Delta}}{|Z_b^{\Delta}|_{3\Phi}} = \frac{3Z_{1\Phi}}{3|Z_b|_{1\Phi}} = \frac{Z_{1\Phi}}{|Z_b|_{1\Phi}} = (Z_{1\Phi})_{pu}$$

ΑΛΛΑΓΗ ΒΑΣΕΩΝ

$$Z_{pu}^{old} : \quad |S_b^{old}|, |V_b^{old}|$$

$$Z_{pu}^{new} : \quad |S_b^{new}|, |V_b^{new}|$$

$$\boxed{Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \frac{|Z_b^{old}|}{|Z_b^{new}|} = |Z_{pu}^{old}| \frac{|V_b^{old}|^2}{|V_b^{new}|^2} \frac{|S_b^{new}|}{|S_b^{old}|}}$$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕ ΤΟ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΣΥΣΤΗΜΑ

Βήμα 1ο: ***Επιλογή τριφασικών βάσεων ισχύος και τάσης. Υπολογισμός βάσεων τάσης, ισχύος, ρεύματος και αντίστασης μονοφασικού ισοδυνάμου.***

Βήμα 2ο: ***Σχηματισμός του ανά μονάδα μονοφασικού ισοδυνάμου κυκλώματος.***

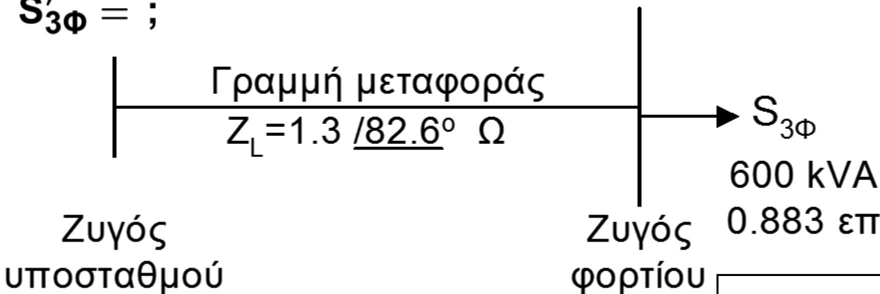
Βήμα 3ο: ***Επίλυση του ανά μονάδα μονοφασικού ισοδυνάμου κυκλώματος χρησιμοποιώντας τις γνωστές μεθόδους επίλυσης κυκλωμάτων.***

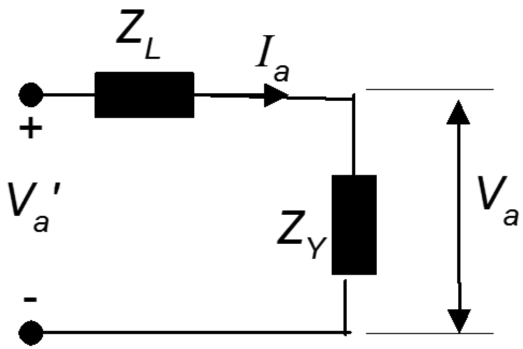
Βήμα 4ο: ***Μετατροπή αποτελεσμάτων σε πραγματικές τιμές πολλαπλασιάζοντας τις ανά μονάδα τιμές με τις βάσεις.***

Παράδειγμα (Ι)

$|V_L| = ;$

$S'_{3\Phi} = ;$





$$|S_b|_{3\Phi} = 1200 \text{ kVA}$$
$$|V_b|_{3\Phi} = 4.33 \text{ kV}$$

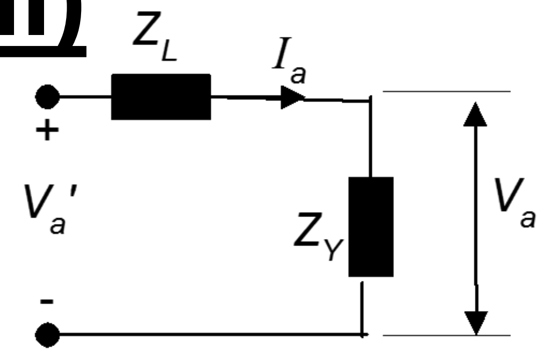
$$\left|S_b\right|_{1\Phi} = \frac{\left|S_b\right|_{3\Phi}}{3} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ kVA}$$

$$\left|V_b\right|_{1\Phi} = \frac{\left|V_b\right|_{3\Phi}}{\sqrt{3}} = \frac{4.33}{\sqrt{3}} = 2.5 \text{ kV}$$

$$\left|I_b\right|_{1\Phi} = \frac{\left|S_b\right|_{1\Phi}}{\left|V_b\right|_{1\Phi}} = \frac{0.4}{2.5} = 0.16 \text{ kA} = \left|I_b\right|_{3\Phi}$$

$$\left|Z_b\right|_{1\Phi} = \frac{\left|V_b\right|_{1\Phi}^2}{\left|S_b\right|_{1\Phi}} = \frac{(2.5)^2}{0.4} = 15.625 \ \Omega = \left|Z_b\right|_{3\Phi}$$

Παράδειγμα (ΙΙ)



$$(V_a)_{pu} = \frac{V_a}{|V_b|_{1\Phi}} = \frac{(4.33/\sqrt{3})\angle 0^\circ}{2.5} = 1\angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$(S_{1\Phi})_{pu} = \frac{S_{3\Phi}/3}{|S_b|_{1\Phi}} = \frac{200\angle + \cos^{-1}(0.883)}{400} = 0.5\angle 28^\circ \text{ pu}$$

$$(I_a)_{pu} = \frac{(S_{1\Phi})^*_{pu}}{(V_a)^*_{pu}} = \frac{0.5\angle -28^\circ}{1\angle 0^\circ} = 0.5\angle -28^\circ \text{ pu}$$

$$(Z_L)_{pu} = \frac{Z_L}{|Z_b|_{1\Phi}} = \frac{1.3\angle 82.6^\circ}{15.625} = 0.0832\angle 82.6^\circ \text{ pu}$$

$$(V_a')_{pu} = (V_a)_{pu} + (Z_L)_{pu}(I_a)_{pu} = 1\angle 0^\circ + 0.0832\angle 82.6^\circ \text{x} 0.5\angle -28^\circ = 1.0246\angle 1.9^\circ \text{ pu}$$

$$(S_{1\Phi}')_{pu} = (V_a')_{pu}(I_a)^*_{pu} = 1.0246\angle 1.9^\circ \text{x} 0.5\angle 28^\circ = 0.5123\angle 29.9^\circ = 0.444 + j0.2553 \text{ pu}$$

Πολικη ταση $|V_L'| = (|V_p'|)_{pu} \text{x} |V_b|_{3\Phi} = 1.0246 \text{x} 4330 = \underline{4436.5 \text{ V}}$

Τριφασικη ισχυς $S_{3\Phi}' = (S_{1\Phi}')_{pu} \text{x} |S_b|_{3\Phi} = (0.444 + j0.2553) \text{x} 1200 = \underline{532.8 \text{ kW} + j306.36 \text{ kVar}}$

Βιβλιογραφία

- **Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτή την ενότητα είναι από το βιβλίο «Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», Γ.Β. Γιαννακόπουλος, Ν.Α. Βοβός, Εκδόσεις ΖΗΤΗ.**

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.