



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Ηλεκτρικές Μηχανές II

Ενότητα 2: Σ.Μ με Κυλινδρικό Δρομέα –  
Υπολογισμός Η/Μ Ροπής

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας  
Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Ηλεκτρομαγνητική ροπή Σ.Μ.

Όπως σε κάθε ηλεκτρομηχανικό μετατροπέα ισχύος έτσι και εδώ η ροπή μπορεί να υπολογισθεί με δύο διαφορετικές μεθόδους:

- Με τη βοήθεια των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων που αναπτύσσονται επί των ρευματοφόρων αγωγών
- Από τον ισολογισμό της ισχύος

Ο δεύτερος τρόπος οδηγεί ευκολότερα στον προσδιορισμό της ροπής, αλλά δεν παρέχει εποπτεία στα εσωτερικά ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα, στα οποία στηρίζεται η δημιουργία των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων και συνεπώς της ροπής. Αυτόν τον τρόπο θα χρησιμοποιήσουμε εδώ για τον υπολογισμό της ροπής.

Από το ισοδύναμο κύκλωμα της Σ.Μ. με κυλινδρικό προκύπτει:

# Ηλεκτρομαγνητική ροπή Σ.Μ. 2

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}[m\vec{U}_s \vec{I}_s^*] &= \operatorname{Re}[mR_s \vec{I}_s \vec{I}_s^*] + \operatorname{Re}[mjX_d \vec{I}_s \vec{I}_s^*] + \operatorname{Re}[m\hat{E}_p e^{j\theta} \vec{I}_s^*] \\ \vec{I}_s \vec{I}_s^* &= \hat{I}_s^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$
$$\operatorname{Re}[m\vec{U}_s \vec{I}_s^*] = mR_s \hat{I}_s^2 + \operatorname{Re}[m\hat{E}_p e^{j\theta} \vec{I}_s^*]$$

Στην εξίσωση αυτή η ποσότητα:  $\operatorname{Re}[m\vec{U}_s \vec{I}_s^*] = mU_s I_s \cos\phi = 2P_{\varepsilon v}$

είναι η διπλάσια της ενεργού ισχύος, που παίρνει η μηχανή από το δίκτυο (κινητήρας).

Η ποσότητα:  $mR_s \hat{I}_s^2 = 2P_{CuS}$

είναι οι διπλάσιες απώλειες χαλκού στα τυλίγματα του στάτη. Ο διπλασιασμός προέρχεται από το γεγονός, ότι χρησιμοποιούμε διανυσματικά μεγέθη, τα οποία εκφράζουν τα μιγαδικά εύρη των αντίστοιχων φυσικών μεγεθών.

# Ηλεκτρομαγνητική ροπή Σ.Μ. 3

$$2P_{\delta} = \text{Re}[m\hat{E}_p e^{j\theta} \vec{I}_s^*]$$

Ο τελευταίος όρος του β' μέλους εκφράζει τη 2πλάσια τιμή της ισχύος, η οποία μεταφέρεται από το στάτη στο δρομέα μέσω του διακένου.

$$P_{\varepsilon v} = P_{CuS} + P_{\delta}$$

Έτσι, από τον ισολογισμό της ισχύος τελικά καταλήγουμε σε αυτήν τη σχέση, έχοντας παραλείψει τις απώλειες σιδήρου στο στάτη.

$$P_{\delta} = P_m = \omega_m M_e = \frac{\omega}{p} M_e$$

Επειδή το μαγνητικό πεδίο του στάτη δεν επάγει τάση στο δρομέα και συνεπώς δεν προκαλεί ρεύματα, ολόκληρη η ισχύς διακένου  $P_{\delta}$  μετατρέπεται σε μηχανική ισχύ, η οποία μεταφέρεται μέσω του άξονα στο φορτίο. Οι απώλειες του δρομέα καλύπτονται από την πηγή συνεχούς τάσης που προσφέρει το ρεύμα διέγερσης.

# Ισχύς διακένου

Με  $Z_k = \sqrt{R_s^2 + X_d^2}$  και  $\tan \beta = \frac{X_d}{R_s}$  προκύπτει από το ισοδύναμο κύκλωμα

το διάνυσμα του ρεύματος του στάτη και έτσι η ισχύς διακένου μπορεί να εκφραστεί:

$$P_\delta = m \frac{E_p}{Z_k} U_s [\cos(\theta - \beta) - \frac{E_p}{U_s} \cos \beta]$$

- Η  $E_p$  και  $U_s$  είναι η ενεργός τιμή των τάσεων.
- Επειδή ο λόγος  $E_p/Z_k = I_k$  είναι το ρεύμα βραχυκύκλωσης όταν  $U_s=0$ , μερικές φορές χρησιμοποιούμε αυτό το μέγεθος.

$$P_\delta = P_m = \omega_m M_e = \frac{\omega}{p} M_e$$

# Ηλεκτρομαγνητική ροπή Σ.Μ. 4

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις θα έχουμε για την ηλεκτρομαγνητική ροπή ότι:

$$M_e = m \frac{p}{\omega} \frac{E_p}{Z_\kappa} U_s [\cos(\theta + \beta) - \frac{E_p}{U_s} \cos \beta]$$

Επίσης ισχύει ότι:

$$\beta = \arctan \frac{X_d}{R_s}$$

$$\rho = \arctan \frac{R_s}{X_d} = \frac{\pi}{2} - \beta$$

Οπότε θα έχουμε για την ηλεκτρομαγνητική ροπή:

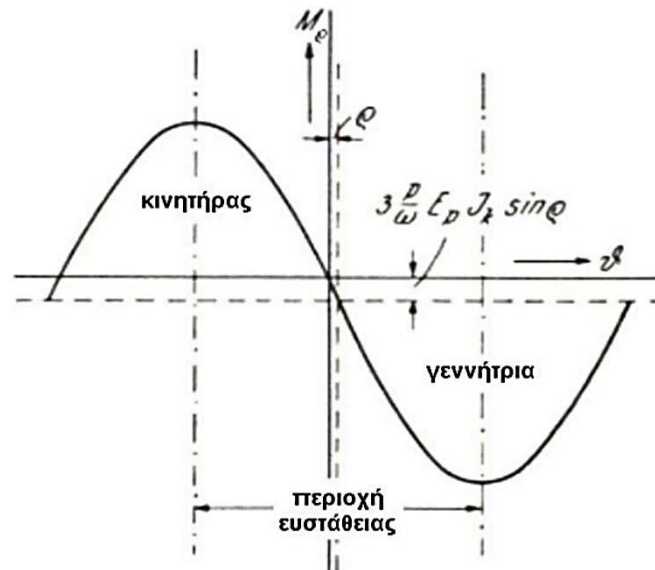
$$M_e = -m \frac{p}{\omega} \frac{E_p}{Z_\kappa} U_s [\sin(\theta - \rho) + \frac{E_p}{U_s} \sin \rho]$$



# Ηλεκτρομαγνητική ροπή Σ.Μ. 5

Σε πολλές μηχανές, κυρίως μεγάλης ισχύος, η αντίσταση  $R_s$  είναι πολύ μικρή, οπότε μπορούμε να γράψουμε  $r=0$ . Τότε για τη ροπή ισχύει η απλουστευμένη σχέση :

$$M_e = -m \frac{p}{\omega} \frac{E_p}{Z_k} U_s \sin(\theta)$$



Ηλεκτρομαγνητική ροπή  $M_e$  σύγχρονης μηχανής με κυλινδρικό δρομέα ως συνάρτηση της γωνίας  $\theta$

# Ηλεκτρομαγνητική ροπή Σ.Μ. 6

- Από την εξίσωση των ροπών γνωρίζουμε ότι, στη μόνιμη κατάσταση η ηλεκτρομαγνητική ροπή  $M_e$  είναι ίση και αντίθετη με τη ροπή που εφαρμόζεται στον άξονα, αφού βεβαίως παραλείψουμε τη ροπή των τριβών.
- Εάν η Σ.Μ. λειτουργεί παράλληλα συνδεδεμένη με ένα ισχυρό δίκτυο, το οποίο χαρακτηρίζεται από τη σταθερότητα της τάσης  $U_s$  και της συχνότητας  $\omega$ , τότε για σταθερή διέγερση ( $I_f = \text{σταθερό}$ ) η ροπή  $M_e$  εξαρτάται μόνο από την πολική γωνία  $\theta$ , η οποία καθορίζεται από το φορτίο της μηχανής (ενεργός ισχύς), δηλαδή από τη ροπή που επικρατεί στον άξονα της Σ.Μ.
- Η γωνία  $\theta$  ονομάζεται συνήθως γωνία φορτίου ή γωνία ισχύος.
- Η μέγιστη ροπή  $M_{ek}$  της Σ.Μ. σύμφωνα με τη σχέση της ροπής, εμφανίζεται για τη γωνία:

$$\theta_k = \pm \frac{\pi}{2} + \rho$$

# Μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ροπή

Όταν παραλείψουμε τη μικρή γωνία  $\rho$ , τότε για  $\theta_k = \pm\pi/2$  ισχύει :

$$M_{ek} = \pm m \frac{P}{\omega} U_s I_k$$

- Για θετικές τιμές της γωνίας  $\theta$  η Σ.Μ. λειτουργεί ως γεννήτρια και για αρνητικές τιμές ως κινητήρας.
- Όταν ο στάτης είναι συνδεδεμένος με ένα ισχυρό δίκτυο, τότε ο σύγχρονος αριθμός στροφών διατηρείται μόνο στην περιοχή  $-M_{ek} < M_e < M_{ek}$ .
- Εάν αυξηθεί η ροπή στον άξονα και κατά συνέπεια και η γωνία  $\theta$  πέρα της τιμής  $\pm\theta_k$ , τότε η μηχανή αποσυγχρονίζεται.
- Αποδεικνύεται έξω από τον συγχρονισμό η Σ.Μ. αναπτύσσει μια περιοδική ροπή με μέση τιμή μηδέν .

# Μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ροπή

- Για λόγους ασφάλειας η ονομαστική τιμή  $\theta_N$  κυμαίνεται περί τις  $45^\circ$ , ώστε στη δυναμική κατάσταση, π.χ. σε μια απότομη μεταβολή της εξωτερικής ροπής στον άξονα, να υπάρχει περιθώριο για μεταβολή της γωνίας  $\theta$  χωρίς να φτάσουμε στον αποσυγχρονισμό.
- Παρατηρούμε ότι η μέγιστη ροπή είναι ανάλογη της τάσης  $U_s$  του στάτη, ανάλογη επίσης του ρεύματος διεγέρσεως επειδή η  $E_p$  εξαρτάται από τη διέγερση  $I_f$ , αλλά είναι αντιστρόφως ανάλογη της σύγχρονης επαγωγικής αντίστασης  $X_d$ . Αυτό σημαίνει ότι, μεγαλώνοντας το διάκενο μικραίνει η κύρια αυτεπαγωγή, αλλά μεγαλώνει η ροπή  $M_{ek}$  διατηρώντας σταθερά τα υπόλοιπα μεγέθη.
- Έτσι Σ.Μ. με μεγάλο διάκενο παρουσιάζουν το πλεονέκτημα της καλύτερης ευστάθειας.

# Πηγές

Οι πηγές των **Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:**

[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Εξομοιώσεις Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Τζόγια Καππάτου. Τζόγια Καππάτου, «Ηλεκτρικές Μηχανές II». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE687/>.

# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Τέλος Ενότητας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης