



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Έλεγχος και Ευστάθεια Σ.Η.Ε

Ενότητα 5: Εκτίμηση κατάστασης

Νικόλαος Βοβός, Γαβριήλ Γιαννακόπουλος
Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και τεχνολογίας Υπολογιστών



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

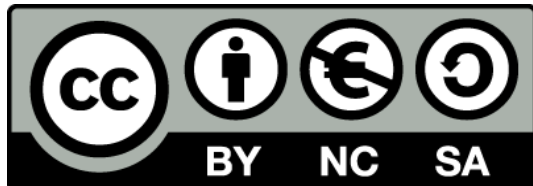
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκεινται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Εισαγωγή(1)

- Στα ΣΗΕ πραγματοποιούμε μετρήσεις για να γνωρίζουμε σε πραγματικό χρόνο την κατάσταση του ΣΗΕ (δηλαδή τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων των ζυγών καθώς και το λόγο των μετασχηματιστών μεταβλητής λήψης).
- Όμως οι μετρήσεις περιέχουν λάθη λόγο της ταχείας μεταβολής των μετρούμενων μεγεθών, της περιορισμένης ακρίβειας των μετρητικών οργάνων, των μεταβολών στα γραμμικά μοντέλα των γραμμών μεταφοράς, της φόρτισης των γραμμών, κ.λ.π.



Εισαγωγή(2)

- **Εκτίμηση κατάστασης** είναι η διαδικασία με την οποία αποκτούμε την *καλύτερη εκτίμηση* των μεταβλητών κατάστασης του ΣΗΕ, χρησιμοποιώντας μετρήσεις που γνωρίζουμε ότι έχουν λάθη και είναι πλεονασματικές.
- **Εκτιμητές κατάστασης** είναι οι μέθοδοι που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση της κατάστασης των ΣΗΕ. Είναι ουσιαστικά τεχνικές ελαχίστων τετραγώνων με παραμέτρους πολλαπλασιασμένες με συντελεστές βαρύτητας (δηλαδή ζυγισμένα ελάχιστα τετράγωνα) και στοχεύουν στην εύρεση του καλύτερου διανύσματος κατάστασης, που ταιριάζει σε μια κατανομή μετρήσεων.

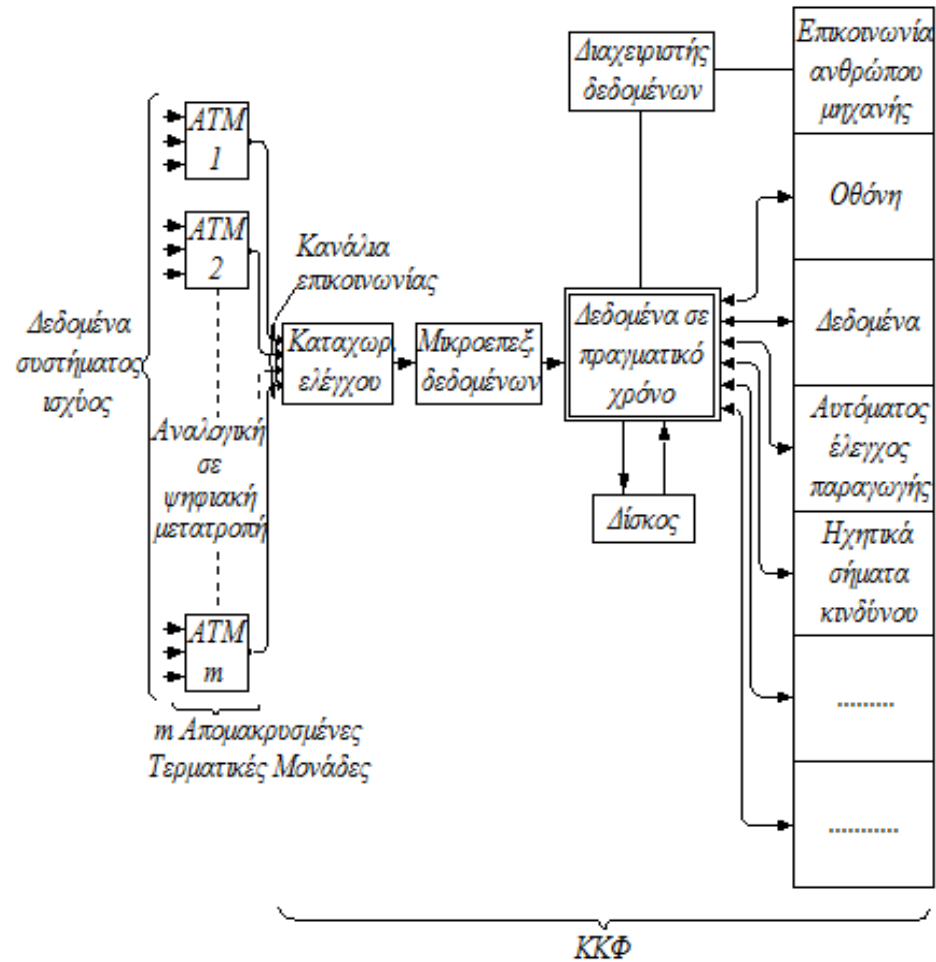


Εισαγωγή(3)

- Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με μετρήσεις που η ατέλειά τους οφείλεται στο θόρυβο του σήματος, στην ακρίβεια της μέτρησης και τη μετατροπή των αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά. Η τοπολογία του δικτύου και οι παράμετροί του υποτίθεται ότι είναι γνωστά.



Εισαγωγή(4)



Σύλλογή δεδομένων από το σύστημα.



Εισαγωγή(5)

- Τα δεδομένα που συλλέγονται από τις ATM είναι πλεονασματικά. Ο εκτιμητής κατάστασης οφείλει να ενσωματώσει όλες τις μετρήσεις για να φτάσει στη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια υπολογισμού των μεταβλητών κατάστασης.
- Επειδή τα δεδομένα του συστήματος είναι πλεονασματικά, ο εκτιμητής κατάστασης μπορεί να συνδυαστεί με στατιστικές μεθόδους για την ανακάλυψη κακών δεδομένων.
- Ένας άλλος σκοπός του εκτιμητή κατάστασης είναι η ανακάλυψη μεταβολών στη δομή του κυκλώματος.
- Τέλος, ένας άλλος στόχος του εκτιμητή κατάστασης είναι να συμπληρώνει ένα σύνολο μετρήσεων με την αντικατάσταση εσφαλμένων ή χαμένων δεδομένων.



Εισαγωγή(6)

- Η ανάπτυξη των εκτιμητών κατάστασης αρχίζει με την εκτίμηση κατάστασης από μετρήσεις ροών ισχύος σε γραμμές, που πρωτοαναπτύχθηκε από τους J. Dorazo, O. Kliton και L. Van Slyck το 1970 και βελτιώθηκε από πολλούς άλλους αναλυτές συστημάτων αργότερα. Θα περιγράψουμε μόνο αυτή τη μέθοδο εκτίμησης κατάστασης.

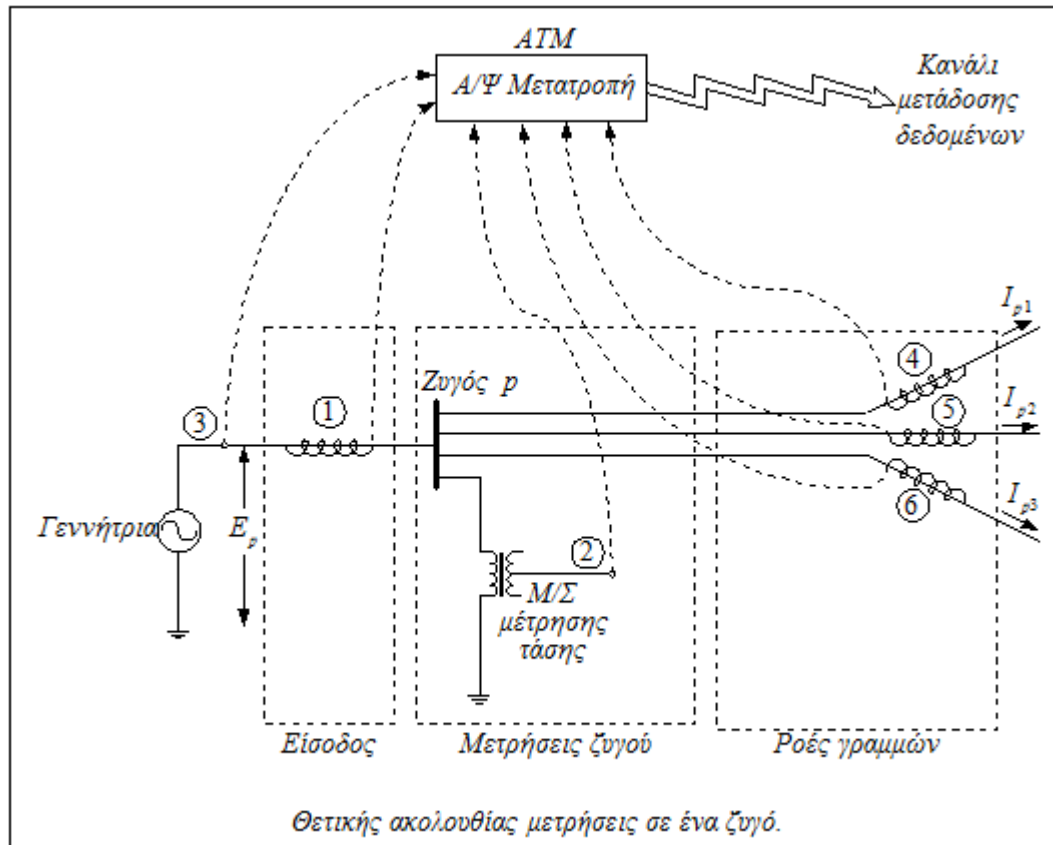


Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(1)

- 1. Το σύστημα είναι στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας και ισχύουν συμμετρικές τριφασικές συνθήκες ροής.
- 2. Η ακρίβεια των μετρήσεων είναι γνωστή (π.χ. ακρίβεια μέτρησης 2% της πραγματικής τιμής).
- 3. Η περιοχή πλήρους κλίμακας μέτρησης κάθε μετρητικού οργάνου είναι γνωστή (π.χ. 0 έως 100 MW).
- 4. Τα σφάλματα για τη μετατροπή των αναλογικών ποσοτήτων σε ψηφιακά σήματα είναι γνωστά (π.χ. 0.25%, ή 0.1% κ.λ.π.).



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(2)



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(3)

- Τις μετρήσεις της μιγαδικής ισχύος σε $MW + jMvar$ θα τις παραστήσουμε με $S_{\mu\nu}$, όπου το μ σημαίνει μετρούμενο μέγεθος και το ν είναι ο αριθμός μιας τυχαίας μέτρησης από τις συνολικά m μετρήσεις που πραγματοποιούμε στο σύστημα.





Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(4)

- Σε κάθε μέτρηση ν θα αντιστοιχίσουμε ένα συντελεστή βαρύτητας W_ν , που είναι αντιστρόφως ανάλογος του σφάλματος των μετρήσεων και καθορίζεται από τη σχέση:

$$W_\nu = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{[C_1 |S_{\mu\nu}| + C_2 (\Pi K)]^2}$$

όπου:

C_1 το σφάλμα μέτρησης της πραγματικής και αέργου ροής ισχύος, εκφρασμένο σε μορφή δεκαδικού αριθμού (τυπικές τιμές 0.01 ή 0.02).

C_2 το σφάλμα των μετασχηματιστών ρεύματος και του μετατροπέα αναλογικών ποσοτήτων σε ψηφιακά σήματα, σε δεκαδική μορφή (τυπικές τιμές 0.0025-0.005)

ΠK = περιοχή πλήρους κλίμακας στην ανάγνωση MW και Mvar.

- Από την εξίσωση φαίνεται ότι στις μετρήσεις που πραγματοποιούνται με συσκευές υψηλής ποιότητας αντιστοιχούμε μεγάλο συντελεστή βαρύτητας W και αντίστροφα.

Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(5)

- Ο εκτιμητής κατάστασης των ζυγισμένων ελαχίστων τετραγώνων σκοπό έχει να βρει το καλύτερο διάνυσμα κατάστασης X , που ελαχιστοποιεί το δείκτη συμπεριφοράς J των m μετρήσεων, που ορίζεται από τη σχέση:

$$J = \sum_{v=1}^m W_v |S_{\mu v} - S_{uv}|^2$$

- όπου $S_{\mu v}$ είναι μια μετρούμενη ροή ισχύος και S_{uv} είναι η αντίστοιχη υπολογιζόμενη τιμή ισχύος από τις εξισώσεις του δικτύου με τη χρήση του διανύσματος κατάστασης X .



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(6)

- Η βελτιστοποίηση του διανύσματος κατάστασης X έγκειται στο ότι οι μετρήσεις συμβάλουν στον υπολογισμό του τόσο περισσότερο όσο η ακρίβεια των οργάνων που πραγματοποιήθηκαν είναι μεγαλύτερη.
- Για την ελαχιστοποίηση του J χρησιμοποιούμε επαναληπτικές μεθόδους, όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια.

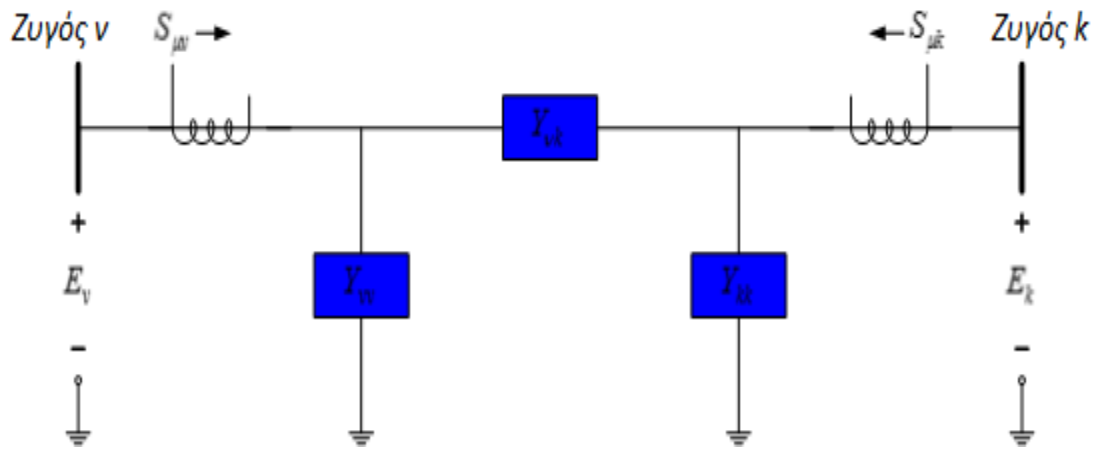


Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(7)

- Αρχικά θα διαμορφώσουμε τις εξισώσεις που εκφράζουν τη ροή ισχύος των γραμμών μεταφοράς συναρτήσει των τάσεων ζυγών.



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(8)



Μετρήσεις ροής ισχύος και στα δύο άκρα της γραμμής.

Η ροή ισχύος της γραμμής στην πλευρά του ζυγού v με τη βοήθεια των μεταβλητών κατάστασης δίνεται από την εξίσωση:

$$S_{uv} = E_v [Y^*_{vk}(E^*_v - E^*_k) + Y^*_{vv}E^*_v] = E_v \left\{ \frac{E^*_v - E^*_k}{Z^*_{vk}} + Y^*_{vv}E^*_v \right\}$$



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(9)

- Αρχικά εξισώνουμε τη μετρούμενη τιμή $S_{\mu\nu}$ με την υπολογιζόμενη από τις τάσεις στην προηγούμενη εξίσωση και παίρνουμε:

$$S_{\mu\nu} = E_\nu \left\{ \frac{E^*_\nu - E^*_k}{Z^*_{\nu k}} + Y^*_{\nu\nu} E^*_\nu \right\}$$

- Από την εξίσωση αυτή υπολογίζουμε τη διαφορά των τάσεων και παίρνουμε:

$$E_{\mu\nu} - E_{\mu k} = E_{\mu\nu k} = \frac{Z_{\nu k}}{E^*_\nu} S^*_{\mu\nu} - Z_{\nu k} Y_{\nu\nu} E_\nu$$



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(10)

- Ο δείκτης μ στις τάσεις της προηγούμενης εξίσωσης χρησιμοποιήθηκε για να δηλώσει ότι αυτές οι τάσεις προκύπτουν απ' ευθείας από τις μετρούμενες ροές ισχύος και να τις διακρίνουμε από τις εκτιμούμενες τάσεις, στις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε τον κάτω δείκτη ν .
- Με εφαρμογή της εξίσωσης σε όλες τις μετρούμενες ισχύεις των γραμμών παίρνουμε την εξίσωση:

$$E_M = \begin{bmatrix} E_{\mu 1} - E_{\mu \rho} \\ E_{\mu 2} - E_{\mu \lambda} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = H^{-1} S^*_M K$$

- Σε αυτή την εξίσωση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το παράγεται E_M από το S_M , αν και οι τάσεις στο δεξιό μέρος της εξίσωσης είναι άγνωστες.



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(11)

- Με τη χρήση μητρών, ο δείκτης συμπεριφοράς γράφεται:

$$J = (S_M - S_Y)^*T W (S_M - S_Y)$$

- όπου W είναι μια διαγώνια μήτρα με στοιχεία τους συντελεστές βαρύτητας και S_Y είναι ένα κατακόρυφο διάνυσμα με στοιχεία τις υπολογιζόμενες ροές ισχύος από τις εκτιμούμενες μεταβλητές κατάστασης.



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(12)

Από τα προηγούμενα υπολογίζουμε το S_M και μια αντίστοιχη σχέση για το S_Y , δηλαδή:

$$S_M = (HE_M + HK)^* \text{ και } S_Y = (HE_Y + HK)^*$$

όπου το E_Y ορίζεται κατά αναλογία με το E_M , αλλά αφορά τις διαφορές των τάσεων που θέλουμε να υπολογίσουμε.

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$J = (HE_M - HE_Y)^T W (HE_M - HE_Y)^* = (E_M - E_Y)^T H^T W^* (E_M^* - E_Y^*)$$

Σημειώνουμε ότι $H^T = H$ επειδή πρόκειται για διαγώνια μήτρα.



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(13)

Το διάνυσμα τάσεων E όλων των ζυγών το χωρίζουμε στο διάνυσμα όλων των τάσεων εκτός της τάσης του ζυγού αναφοράς E_{bus} και στην τάση του ζυγού αναφοράς E_a , οπότε το διάνυσμα των υπολογιζόμενων διαφορών τάσεων E_Y γράφεται:

$$E_Y = AE = BE_{bus} + \Gamma E_a$$

όπου η μήτρα πρόσπτωσης A έχει σειρές όσες είναι οι μετρήσεις και στήλες όσοι είναι οι ζυγοί και σε κάθε σειρά έχει 1 στη στήλη του ζυγού που γίνεται η μέτρηση και -1 στο ζυγό που καταλήγει η γραμμή στην οποία γίνεται η μέτρηση, δηλαδή:

$$A = \begin{array}{c} \text{Μετρήσεις} \\ \downarrow \\ \begin{array}{c} \text{Ζυγοί} \longrightarrow \\ \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \cdot & & & \cdot \\ & & \cdot & & & 1 \\ & & \cdot & & & -1 \end{array} \right] \end{array} \end{array} = [B \ \Gamma]$$

Ζυγός αναφοράς



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(14)

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$J = (E_M - BE_{bus} - \Gamma E_a)^T H^T W^* (E_M^* - BE_{bus}^* \Gamma E_a^*)$$

Υποθέτουμε ότι το γινόμενο $HW H^*$ είναι σταθερό και θα ελαχιστοποιήσουμε το J ως προς το διάνυσμα E_{bus} .

$$\begin{aligned} \frac{dJ}{dE_{bus}} &= -B^T H W H^* (E_M^* - BE_{bus}^* \Gamma E_a^*) \\ &\quad - (E_M - BE_{bus} - \Gamma E_a)^T = 0 \end{aligned}$$

Και οι δύο συζυγείς όροι αυτής της εξίσωσης πρέπει να είναι μηδέν για να ισχύει η εξίσωση, οπότε αξιοποιώντας το δεύτερο όρο έχουμε:



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(15)

$$E_{bus}^T (B^T H W H^* B) = (E_M - \Gamma E_a)^T H W H^* B$$

Παίρνοντας την ανάστροφη (transpose) και των δύο μερών της εξίσωσης καταλήγουμε:

$$(B^T H^* W H B) E_{bus} = B^T H^* W H (E_M - \Gamma E_a)$$

Σημειώνουμε ότι $W^T = W$. Αν αντικαταστήσουμε στην εξίσωση

$$D = H^* W H$$

παίρνουμε την επαναληπτική εξίσωση για τον υπολογισμό των τάσεων από τη μέτρηση των ροών ισχύος, που χρησιμοποιεί ο εκτιμητής κατάστασης:



Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(16)

$$E_{bus}^{k+1} = (B^T D B)^{-1} B^T D (E_M^K - \Gamma E_a)$$

όπου $k + 1$ είναι ο δείκτης της επόμενης επανάληψης και E_M^K υπολογίζεται από την κατάλληλη εξ. με τη χρήση της τιμής του E_{bus}^k , που γνωρίζουμε από το προηγούμενο βήμα k .

Τα βήματα του επαναληπτικού αλγορίθμου για τον υπολογισμό των τάσεων ζυγών από τον εκτιμητή κατάστασης είναι:





Εκτιμητής κατάστασης από τη ροή ισχύος γραμμών(17)

1. Εκτιμούμε μια αρχική τιμή για το E_{bus}^0 . Συνήθως θέτουμε όλες τις τάσεις των ζυγών ίσες με την τάση του ζυγού αναφοράς.
2. Χρησιμοποιούμε τις ροές ισχύος, που έχουμε μετρήσει, για τον υπολογισμό των αρχικών διαφορών τάσεων:

$$E_M^0 = H^{-1}S_M^* - K$$

όπου τα H και K εξαρτώνται από το E_{bus}^0 .

3. Για τον υπολογισμό του χρησιμοποιούμε την επαναληπτική εξίσωση:

$$E_{bus}^{k+1} = (B^T D B)^{-1} B^T D (E_M^K - \Gamma E_a)$$

4. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρις ότου όλες οι μεταβολές των τάσεων μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων γίνουν μικρότερες από μια θετική ποσότητα ε , δηλαδή:

$$|E_v^{k+1} - E_v^k| < \varepsilon \text{ για } v = 1, 2, \dots, n-1 \quad (n = \text{ζυγός αναφοράς})$$

Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(1)

- Ένας άλλος τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος εκτίμησης κατάστασης συστημάτων, είναι να θεωρήσουμε ότι οι μετρήσεις τάσεων, ρευμάτων και ισχύων του δικτύου έχουν αλλοιωθεί από θόρυβο, του οποίου η διασπορά καθορίζεται από την ακρίβεια των μετρητικών οργάνων.
- Αυτή η προσέγγιση του προβλήματος, αν δεχτούμε κανονική κατανομή των σφαλμάτων των μετρητικών οργάνων καταλήγει στον ίδιο εκτιμητή κατάστασης.



Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(2)



Έστω, ότι το διάνυσμα κατάστασης X ενός ΣΗΕ, αποτελείται από $2(n - 1)$ πραγματικές τιμές φασικών γωνιών και μέτρων τάσεων, όλων των n ζυγών του δικτύου εκτός από το ζυγό αναφοράς, δηλαδή:

$$X = \begin{bmatrix} \delta \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta_{n-1} \\ V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{n-1} \end{bmatrix}$$

όπου n είναι ο ζυγός αναφοράς.

Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(3)

Θεωρούμε ότι διαθέτουμε m μετρήσεις Z_M , που εξαρτώνται από την κατάσταση του συστήματος με μη γραμμικές σχέσεις και αλλοιώνονται από το διάνυσμα θορύβου ζ , δηλαδή:

$$Z_M = \varphi(X) + \zeta$$

όπου $\varphi(X)$ είναι μια μη γραμμική συνάρτηση της κατάστασης X ή ισοδύναμα του E_{bus} .

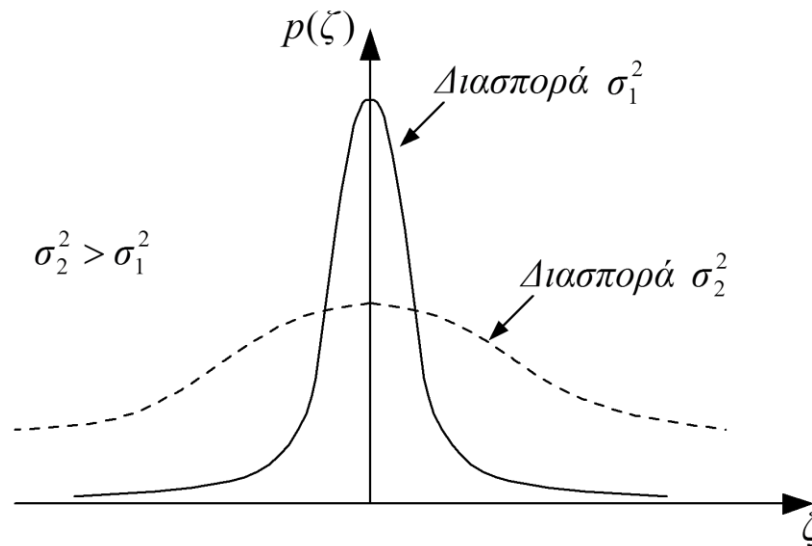
Αν δεχτούμε ότι ο θόρυβος είναι λευκός, με τυπική κανονική κατανομή (ή Gaussian), η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου ζ_v , μιας μέτρησης v , θα δίνεται από τη σχέση:

$$p(\zeta_v) = \frac{e^{-\frac{\zeta_v^2}{2\sigma_v^2}}}{\sigma_v \sqrt{2\pi}}$$



Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(4)

Η κανονική απόκλιση αυτής της τιμής θορύβου είναι σ_v . Μια μεγάλη τιμή της διασποράς σ_v^2 , συνεπάγεται ότι υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ο θόρυβος ζ_v να πάρει μεγάλες τιμές, όπως φαίνεται στο Σχήμα.



Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για λευκό θόρυβο.



Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(5)



Στην περίπτωση μας δεχόμαστε ότι πηγή του θορύβου είναι η ανακρίβεια των μετρητικών οργάνων και ότι η διασπορά αυτού του θορύβου ορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{\sigma_v^2} = \frac{1}{r_{vv}} = \frac{1}{\{c_1|Z_v| + c_2(\text{ΠΚ})\}^2}$$

Ο ορισμός αυτής της εξίσωσης συμπίπτει με τον ορισμό των συντελεστών βαρύτητας.

Μετά από αυτήν τη σύντομη περιγραφή των αλλοιωμένων από το θόρυβο μετρήσεων σε ένα σύστημα, ο δείκτης συμπεριφοράς που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί για να καθορίσουμε την καλύτερη εκτίμηση κατάστασης από ένα σύνολο Z_M μετρήσεων είναι:

$$J(X) = (Z_M - \varphi(X))^T R^{-1} (Z_M - \varphi(X))$$

όπου R^{-1} είναι η διαγώνια μήτρα των συντελεστών βαρύτητας, με διαγώνια στοιχεία τα αντίστροφα των διασπορών $\left(\frac{1}{\sigma_v^2}\right)$ του θορύβου των μετρήσεων.

Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(6)

Θα συνδέσουμε με ένα παράδειγμα το συνήθως αναφερόμενο σφάλμα των μετρητικών οργάνων με την τυπική απόκλιση του θορύβου, που αναφέρθηκε προηγουμένως. Εδώ θα θεωρήσουμε ότι πηγή σφάλματος είναι μόνο η ακρίβεια του οργάνου.

Έστω όργανο μέτρησης ισχύος με τα χαρακτηριστικά:

Τιμή πλήρους κλίμακας : 100 MW

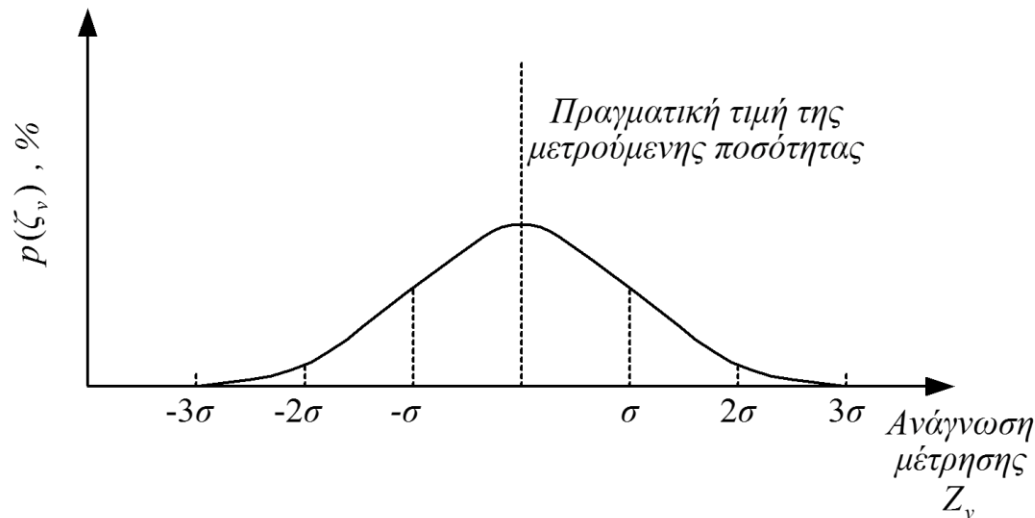
Σφάλμα μέτρησης : $\pm 1.5 \text{ MW}$ ($c_1 = 0.015$)

Η ερμηνεία αυτών των χαρακτηριστικών είναι ότι το όργανο θα δίνει μια μέτρηση, που βρίσκεται στη ζώνη τιμών [πραγματική τιμή $\pm 1.5 \text{ MW}$], περίπου το 99% του χρόνου.



Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(7)

Αλλά ο θόρυβος έχει τυπική κανονική κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\zeta_v)$, που έχει τυπική απόκλιση σ , όπως δείχνεται στο Σχήμα:



Κανονική κατανομή των σφαλμάτων του οργάνου.



Δείκτης συμπεριφοράς για μετρήσεις με θόρυβο(8)

Αν ολοκληρώσουμε το $p(z_v)$ από το -3σ έως το $+3\sigma$ παίρνουμε μια πιθανότητα **99%**, που είναι ίση με τη πιθανότητα που το όργανο μετράει εντός της ζώνης τιμών [πραγματική τιμή $\pm 1.5 MW$].

Άρα το σφάλμα μέτρησης ισούται με 3σ και επομένως για το όργανο του παραδείγματος έχουμε:

$$3\sigma = 1.5 MW \text{ Άρα } \sigma = 0.5 MW \text{ ή } \sigma = \frac{0.5}{100} = 0.005 pu$$



Παρακολούθηση του συστήματος(1)

Η καλύτερη εκτιμώμενη κατάσταση, \hat{E}_{bus} , που προκύπτει από ένα σύνολο μετρήσεων, ελαχιστοποιεί το δείκτη συμπεριφοράς:

$$J(\hat{E}_{bus}) = \sum_{v=1}^m (Z_v - \varphi_v(\hat{E}_{bus}))^2 \left(\frac{1}{r_w}\right) = \text{ελάχιστο}$$

και έχει μια παραμένουσα τιμή, μετά την αντικατάσταση σε αυτόν των μεταβλητών κατάστασης που υπολογίσαμε, \hat{E}_{bus} . Όταν ληφθούν νέες μετρήσεις, $Z_{v,νεα}$, τις αντικαθιστούμε μαζί με την παλιά \hat{E}_{bus} στο δείκτη συμπεριφοράς για να υπολογίσουμε τη νέα παραμένουσα τιμή:

$$J_{νεα}(\hat{E}_{bus}) = \sum_{v=1}^m (Z_{v,νεα} - \varphi_v(\hat{E}_{bus}))^2 \left(\frac{1}{r_w}\right)$$



Παρακολούθηση του συστήματος(2)

Όταν η νέα παραμένουσα τιμή υπερβαίνει ένα κατώφλι ή επίπεδο εμπιστοσύνης, αυτό σημαίνει ότι η κατάσταση του ΣΗΕ έχει μεταβληθεί σημαντικά και πρέπει να ξαναεκτιμηθεί με αξιοποίηση των τελευταίων μετρήσεων.



Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(1)

Ένα δύσκολο πρόβλημα είναι η ανακάλυψη μεγάλων σφαλμάτων στις μετρήσεις, όταν αυτές συγκρίνονται με τις αντίστοιχες τιμές τους που υπολογίζουμε με τις εκτιμούμενες μεταβλητές κατάστασης. Αυτό το πρόβλημα αναφέρεται ως **εντοπισμός κακών δεδομένων** και χρησιμοποιείται για την ανακάλυψη σφαλμάτων στα όργανα μέτρησης, στους μετατροπείς αναλογικών ποσοτήτων σε ψηφιακά σήματα και στο σύστημα τηλεμετρίας.



Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(2)

Για να αναπτύξουμε τη βασική ιδέα εντοπισμού κακών δεδομένων, έστω $\hat{\mathbf{Z}}_Y$ είναι το διάνυσμα τιμών που υπολογίζονται από την καλύτερη εκτιμούμενη κατάσταση, δηλαδή:

$$\hat{\mathbf{Z}}_Y = \boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{E}}_{bus})$$

Το βασικό πρόβλημα είναι να ποσοτικοποιήσουμε τη διαφορά μεταξύ των μετρούμενων και υπολογιζόμενων τιμών, λαμβάνοντας υπόψη ότι υπάρχει σύζευξη μεταξύ των σφαλμάτων:

$$\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{Z}_M - \hat{\mathbf{Z}}_Y$$

για να καταλήξουμε σε ένα αποδεκτό όριο σφάλματος.





Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(3)

Για να συγκρίνουμε διαφορές μεταξύ μετρούμενων και υπολογιζόμενων τιμών, είναι αναγκαίο να έχουμε μια κοινή βάση. Για να το επιτύχουμε αυτό ορίζουμε για κάθε μέτρηση ν μια τυχαία μεταβλητή Y_ν , με μηδενική μέση τιμή και Gaussian κατανομή πιθανότητας, που κανονικοποιείται ανάλογα με τη σύζευξη του δικτύου, δηλαδή:

$$Y_\nu = \frac{Z_{\mu\nu} - \hat{Z}_{\nu\nu}}{\Sigma_\nu}$$

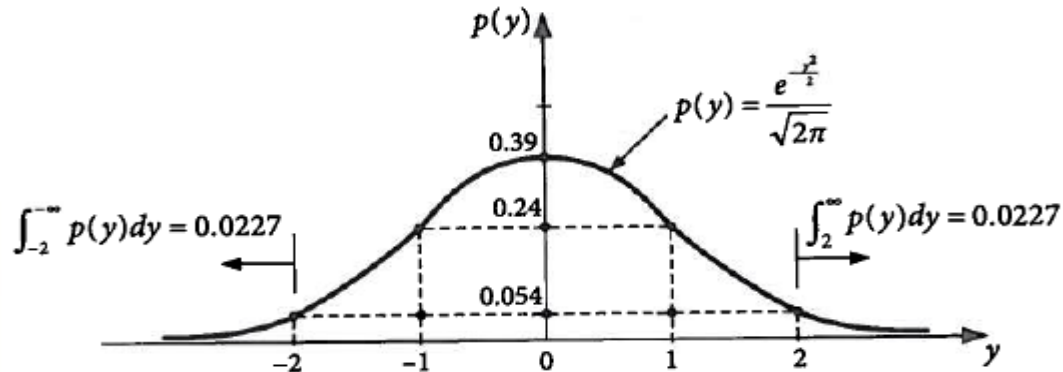
Η τυπική απόκλιση Σ_ν , που χρειάζεται για να κανονικοποιεί τη μέτρηση ν , οφείλεται στη σύζευξη του δικτύου.

Η τυχαία μεταβλητή Y_ν έχει μηδενική μέση τιμή, αν δεν υπάρχει πόλωση (στατικό σφάλμα) μεταξύ των υπολογιζόμενων και μετρούμενων τιμών.



Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(4)

Η Gaussian συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Y_v σχεδιάζεται στο Σχήμα και έχει μοναδιαία διασπορά.



Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για κανονικοποιημένες μετρήσεις

Όταν δοθεί μια μέτρηση, η αντίστοιχη υπολογιζόμενη τιμή της και το Σ_v , μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα ότι ισχύει η μέτρηση. Για παράδειγμα, αν η κανονικοποιημένη διαφορά $|Y_v|$ είναι > 2 , υπάρχει πιθανότητα < 0.0454 ότι η μέτρηση είναι καλή, ενώ η πιθανότητα ότι η μέτρηση είναι κακή είναι > 0.9546 .



Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(5)

Έτσι, όταν δοθεί μια τιμή κατωφλίου $|T_{ν,μεγ}|$, που παριστά ένα επιτρεπτό όριο, μια μέτρηση ορίζεται σαν κακό δεδομένο αν το $Y_ν$ ξεπερνά αυτό το όριο. Ο επόμενος Πίνακας βασίζεται στην ολοκλήρωση της καμπύλης της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Πίνακας: Καλά έναντι κακών δεδομένων βασισμένα στη μοναδιαίας διασποράς συνάρτηση της πυκνότητας πιθανότητας

| $\left \frac{Z_{\mu\nu} - \hat{Z}_{\nu\nu}}{\Sigma_\nu} \right $ | Πιθανότητα ότι η μέτρηση είναι καλή | Πιθανότητα ότι η μέτρηση είναι κακή |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 0.10 | 0.9204 | 0.0796 |
| 0.25 | 0.8026 | 0.1974 |
| 0.50 | 0.6170 | 0.3830 |
| 1.00 | 0.3174 | 0.6826 |
| 2.00 | 0.0454 | 0.9546 |
| 2.57 | 0.0100 | 0.9900 |
| 3.00 | 0.0026 | 0.9974 |

Τα κακά δεδομένα αφού εντοπιστούν με την προηγούμενη μέθοδο απορρίπτονται από τις επόμενες μετρήσεις και ειδοποιείται ο χειριστής.

Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(6)

Ο προσδιορισμός του Σ_v θα γίνει από τον υπολογισμό της διασποράς των διαφορών μεταξύ των μετρούμενων μεγεθών και των αντίστοιχων υπολογιζόμενων τιμών τους.

Για να ευρεθεί μια αναλυτική σχέση υπολογισμού του Σ_v , αρχικά γραμμικοποιούμε το υπολογισμένο βέλτιστο διάνυσμα των μετρήσεων \hat{Z}_Y , γύρω από την κατάσταση \hat{X} , με τη χρήση της παραγώγου H της συνάρτησης $\varphi(X)$, που συνδέει τις υπολογιζόμενες τιμές των μεγεθών που μετράμε με την κατάσταση του συστήματος, δηλαδή:

$$\hat{Z}_Y = H\hat{X} = H \begin{bmatrix} \hat{\delta} \\ \hat{V} \end{bmatrix}$$

όπου:

$$H = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right|_{\hat{X}} = \left. \begin{array}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial V} \end{array} \right|_{\hat{\delta}, \hat{V}}$$



Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων(7)

Η ζητούμενη διασπορά των διαφορών μεταξύ μετρούμενων και υπολογιζόμενων τιμών, με άλλα λόγια η συνδιασπορά των υπολοίπων, υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}\Sigma^2 &= E \left\{ (Z_M - \hat{Z}_Y)(Z_M - \hat{Z}_Y)^T \right\} = E \left\{ (HX + \zeta - H\hat{X})(HX + \zeta - H\hat{X})^T \right\} = \\ &E(\zeta\zeta^T - \zeta\zeta^T C^T H^T - HC\zeta\zeta^T + HC\zeta\zeta^T C^T H^T) = R - H(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T\end{aligned}$$

Η τετραγωνική ρίζα των διαγωνίων στοιχείων αυτής της εξίσωσης είναι η ζητούμενη τυπική απόκλιση .

Η μέτρηση με το μεγαλύτερο κανονικοποιημένο υπόλοιπο είναι η εσφαλμένη μέτρηση, δηλαδή:

$$\text{MAX}_v \left| \frac{Z_{\mu\nu} - \hat{Z}_{\nu\nu}}{\Sigma_\nu} \right| = [\text{Η πιο πιθανή κακή μέτρηση}]$$



Βελτίωση της εκτίμησης κατάστασης με τη πρόσθεση μετρήσεων(1)

Ένα βοηθητικό πρόβλημα στην εκτίμηση κατάστασης είναι “που πρέπει να προσθέσουμε μετρήσεις σε ένα σύστημα για να βελτιώσουμε την ακρίβεια υπολογισμού της κατάστασης” ή με άλλα λόγια να βελτιώσουμε την *παρατηρησιμότητα*.



Βελτίωση της εκτίμησης κατάστασης με τη πρόσθεση μετρήσεων(2)

Θεωρούμε δύο μετρήσεις αλλοιωμένες από θόρυβο, που γίνονται σε δύο μεταβλητές κατάστασης, δηλαδή:

$$\begin{bmatrix} Z_{\mu 1} \\ Z_{\mu 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} = HX + \zeta$$

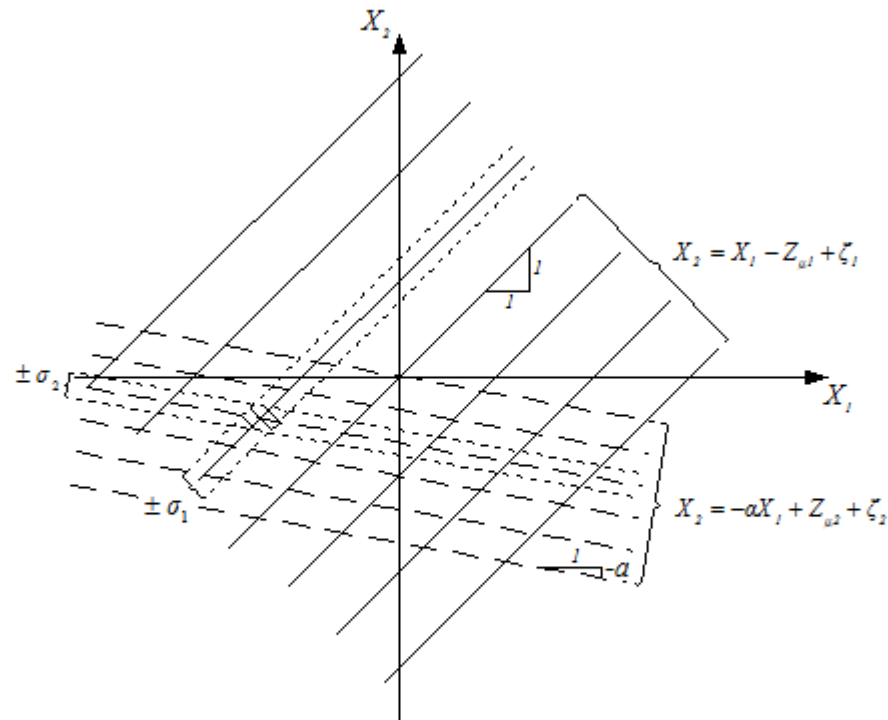
Από τις εξισώσεις αυτές παίρνουμε τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 - Z_{\mu 1} + \zeta_1 \\ X_2 &= -\alpha X_1 - Z_{\mu 2} - \zeta_2 \end{aligned}$$



Βελτίωση της εκτίμησης κατάστασης με τη πρόσθεση μετρήσεων(3)

Αυτές οι εξισώσεις παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα για διαφορετικές τιμές των μετρήσεων.



Γραφική παράσταση των μεταβλητών X_1 και X_2 για δύο μετρήσεις με τυπική απόκλιση σ_1 και σ_2 (γραμμοσκιασμένη περιοχή).



Βελτίωση της εκτίμησης κατάστασης με τη πρόσθεση μετρήσεων(4)



Για μια δοσμένη μέτρηση $Z_{\mu 1}$ οι πιθανές καταστάσεις X_1 και X_2 βρίσκονται μεταξύ των διακεκομμένων γραμμών, αν θεωρήσουμε ότι ο θόρυβος ζ_1 έχει τυπική απόκλιση $\pm\sigma_1$. Επίσης στο σχήμα φαίνεται μια περιοχή των καταστάσεων για τη μέτρηση $Z_{\mu 2}$, που έχει τυπική απόκλιση θορύβου $\pm\sigma_2$. Η τομή αυτών των δύο περιοχών, που φαίνεται στο σχήμα γραμμοσκιασμένη, παριστάνει τις καταστάσεις που αντιστοιχούν στις ταυτόχρονες μετρήσεις $Z_{\mu 1}$ και $Z_{\mu 2}$, με τυπικές αποκλίσεις $\pm\sigma_1$ και $\pm\sigma_2$ αντίστοιχα.

Είναι προφανές ότι η γραμμοσκιασμένη περιοχή ελαττώνεται ή η κατάσταση είναι γνωστή με μεγαλύτερη ακρίβεια, αν οι γραμμές της μήτρας H είναι ορθογώνιες μεταξύ τους, δηλαδή στο παράδειγμά μας όταν $a = 1$.

Βελτίωση της εκτίμησης κατάστασης με τη πρόσθεση μετρήσεων(5)

Ορισμός: Για τη μήτρα H το πιο ορθογώνιο διάνυσμα μ είναι το διάνυσμα που ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων του εσωτερικού γινομένου μεταξύ αυτού και των γραμμών της H . Υποθέτουμε ότι το διάνυσμα είναι μοναδιαίου μέτρου, δηλαδή $\mu^T \mu = 1$.

Αν μια μέτρηση πρόκειται να προστεθεί στην εκτίμηση κατάστασης, αποδεικνύεται ότι το διάνυσμα μ , που αντιστοιχεί στο πιο ορθογώνιο διάνυσμα της H , είναι το ιδιοδιάνυσμα που συνδέεται με τη μικρότερη ιδιοτιμή της μήτρας $H^T H$.

Επειδή τα στοιχεία του μοναδιαίου διανύσματος μ αντιστοιχούν στις μεταβλητές κατάστασης, το μεγαλύτερο στοιχείο του διανύσματος μ αντιστοιχεί στη μεταβλητή κατάστασης που πρέπει να μετρηθεί απευθείας.



Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα είναι από το βιβλίο «Έλεγχος και Ευστάθεια Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας», Ν. Α. Βοβός, Γ. Β. Γιαννακόπουλος, Εκδόσεις Ζήτη.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

