Εργαστήριο Ελέγχου και Ευστάθειας Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ενότητα: Άσκηση 1 “Συμμετρικές συνιστώσες”

Νικόλαος Βοβός, Γαβριήλ Γιαννακόπουλος, Παναγής Βοβός

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Περιεχόμενα

1. Σκοπός

Σκοπός αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η εξοικείωση του φοιτητή με τη μέθοδο των συμμετρικών συνιστωσών που χρησιμοποιείται για την ανάλυση τριφασικών ηλεκτρικών δικτύων σε μη συμμετρικές συνθήκες λειτουργίας.

2. Συμμετρικές συνιστώσες

Υπό κανονικές συνθήκες, ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας λειτουργεί σε συμμετρική τριφασική μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι οι σύνθετες αντιστάσεις είναι ίδιες και για τις τρεις φάσεις και οι τάσεις, οι ΗΕΔ και τα ρεύματα χαρακτηρίζονται από τριφασική συμμετρία, δηλαδή έχουν το ίδιο μέτρο σε κάθε φάση και παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης 120°. Υπό αυτές τις συνθήκες η ανάλυση του συστήματος περιορίζεται μόνο στη μία φάση. Αφού προσδιορίσουμε το ρεύμα και την τάση σ' αυτή τη φάση μπορούμε να βρούμε τις αντίστοιχες ποσότητες και για τις άλλες δύο φάσεις. Η συνολική ισχύς εξάλλου, πραγματική ή άεργος, προκύπτει τριπλασιάζοντας την ισχύ που βρήκαμε για τη μία φάση.

Σε μη συμμετρικές συνθήκες όμως, συνθήκες λειτουργίας, ούτε τα ρεύματα ούτε οι τάσεις χαρακτηρίζονται από τριφασική συμμετρία. Είναι φανερό ότι στην περίπτωση αυτή δεν μπορούμε να περιορίσουμε την ανάλυση σε μία μόνο φάση διότι υπάρχει σύζευξη μεταξύ των τριών φάσεων. Είναι, λοιπόν, αναγκαία η ανάλυση κάθε φάσης ξεχωριστά. Από πρώτη άποψη μια τέτοια ανάλυση φαίνεται αρκετά πολύπλοκη. Είναι δυνατόν όμως να απλοποιηθεί με εφαρμογή μιας μεθόδου που βασίζεται στην εισαγωγή των συμμετρικών συνιστωσών.

Σε μια κλασσική εργασία που δημοσιεύτηκε το 1918 στο περιοδικό Transactions of AIEE, ο C. L. Fortescue εισήγαγε την έννοια των τριφασικών συνιστωσών. Σύμφωνα με αυτή, κάθε m-φασικό ασύμμετρο σύστημα (π.χ. τάσεων ή ρευμάτων) μπορεί να αναλυθεί σε m m-φασικά συμμετρικά συστήματα. Τα συστήματα αυτά ονομάζονται **ακολουθιακά** και οι συνιστώσες τους **συμμετρικές συνιστώσες**. Αναφερόμενοι σε 3-φασικά συστήματα, αυτό σημαίνει ότι ένα ασύμμετρο σύστημα τριών φασικών τάσεων (ή ρευμάτων) μπορεί να αναλυθεί σε τρία συστήματα 3-φασικών συνιστωσών. Τα συμμετρικά αυτά συστήματα ονομάζονται συστήματα θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας και οι συνιστώσες τους συμμετρικές συνιστώσες θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας αντίστοιχα.
Η μέθοδος των συμμετρικών συνιστωσών αποδεικνύεται ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο διότι μας δίδει την δυνατότητα να μετασχηματίσουμε ένα πολύπλοκο ασύμμετρο πρόβλημα σε τρία συμμετρικά και συνεπώς απλουστέρα προβλήματα τα οποία μπορούν να επιλυθούν εύκολα. Οι ποσότητες που λαμβάνονται από τις λύσεις των τριών συμμετρικών προβλημάτων μετασχηματίζονται εκ νέου ώστε να

ληφθεί τελικά η λύση του αρχικού ασύμμετρου προβλήματος. Η προσέγγιση αυτή αποδεικνύεται απλούστερη σε σύγκριση με την απευθείας επίλυση του αρχικού ασύμμετρου προβλήματος η οποία είναι σαφώς πιο πολύπλοκη.

2.1 Ανάλυση ασύμμετρου προβλήματος σε συμμετρικές συνιστώσες

Ας υποθέσουμε ότι μας δίδεται ένα ασύμμετρο σύστημα φασικών ρευμάτων σε κάποιο σημείο ενός τριφασικού δικτύου, που παρίσταται στο μιγαδικό επίπεδο με τα διανύσματα (phasors) I_a, I_b και I_c. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν το ασύμμετρο αυτό σύστημα διανυσμάτων μπορεί να αναλυθεί σε εννέα συμμετρικές συνιστώσες (τρεις ανά φάση)- $I_{a0}, I_{a1}, I_{a2,} I_{b0}, I_{b1}, I_{b2}, I_{c0}, I_{c1}, I_{c2}$ —ως εξής:

$$
\begin{aligned}
I_a &= I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} \\
I_b &= I_{b0} + I_{b1} + I_{b2} \\
I_c &= I_{c0} + I_{c1} + I_{c2}
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Φυσικά αυτή η ανάλυση μπορεί να γίνει κατά άπειρους τρόπους. Για να την καταστήσουμε, όμως, μοναδική πρέπει να περιορίσουμε το πλήθος των αγνώστων ποσοτήτων σε τρεις. Αυτό μπορεί να γίνει επιβάλλοντας έξη πρόσθετους περιορισμούς μεταξύ των εννέα αγνώστων. Επιλέγουμε τους παρακάτω περιορισμούς με τους οποίους οι άγνωστοι γίνονται τρεις εκφράζοντας τις συνιστώσες των I_b, I_c σαν συνάρτηση των συνιστωσών του I_a.

$$
\begin{aligned}
I_{b0} &= I_{a0} & \qquad I_{c0} &= I_{a0} \\
I_{b1} &= a^2 I_{a1} & \qquad I_{c1} &= aI_{a1} \\
I_{b2} &= aI_{a2} & \qquad I_{c2} &= a^2 I_{a2}
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

όπου ο τελεστής a ορίζεται από την σχέση:

$$
a = 1\angle 120^\circ = 1e^{-j2\pi/3} \tag{1.3}
$$

Και ικανοποιεί τις εξής ισότητες :

$$
\begin{aligned}
a^2 &= a^* = e^{-j2\pi/3} & \qquad 1 + \alpha + a^2 &= 0 \\
a^3 &= 1 & \qquad (\alpha^2)^* &= \alpha
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (1.2) στις σχέσεις (1.1) λαμβάνουμε:

$$
\begin{aligned}
I_a &= I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} \\
I_b &= I_{a0} + a^2 I_{a1} + aI_{a2} \\
I_c &= I_{a0} + aI_{a1} + a^2 I_{a2}
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

Από τις σχέσεις (1.5) παρατηρούμε ότι το ασύμμετρο σύστημα ρευμάτων I_a, I_b και I_c αναλύεται σε τρία επιμέρους συστήματα, το κάθε ένα από τα οποία είναι συμμετρικό. Τα τρία αυτά συστήματα είναι :

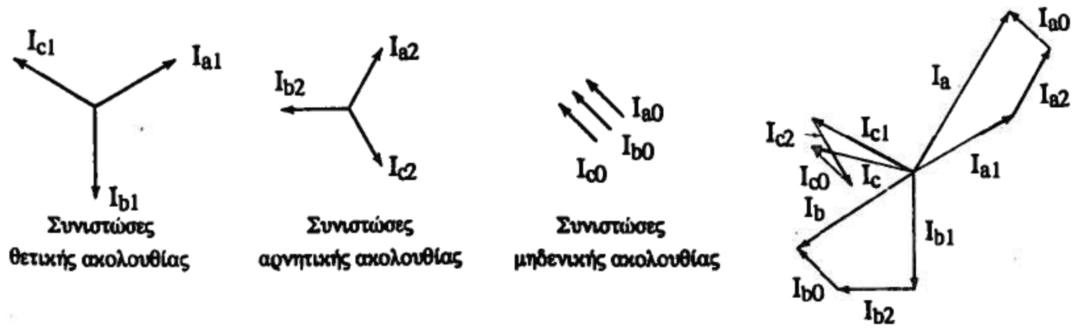
α) I_{a1}, $I_{b1}(= a^2 I_{a1})$, $I_{c1}(= aI_{a1})$
β) I_{a2}, $I_{b2}(= aI_{a2})$, $I_{c2}(= a^2 I_{a2})$
γ) I_{a0}, $I_{b0}(= I_{a0})$, $I_{c0}(= I_{a0})$

Το σύστημα α) αποτελείται από τρεις συνιστώσες I_{a1}, I_{b1} και I_{c1} που έχουν ίσα μέτρα, παρουσιάζουν φασική μετατόπιση 120° η μια από την άλλη και έχουν την ίδια ακολουθία φάσεων abc όπως το αρχικό σύστημα. Οι συνιστώσες αυτές ονομάζονται συνιστώσες **αρνητικής ακολουθίας**.

Το σύστημα β) αποτελείται από τρεις συνιστώσες I_{a2}, I_{b2} και I_{c2} που έχουν ίσα μέτρα, παρουσιάζουν φασική μετατόπιση 120° η μια από την άλλη και έχουν την ίδια ακολουθία φάσεων acb, αντίθετη δηλαδή από εκείνη του αρχικού συστήματος. Οι συνιστώσες αυτές ονομάζονται **συνιστώσες αρνητικής ακολουθίας**.

Το σύστημα γ), τέλος, αποτελείται από τρεις συνιστώσες I_{a1}, I_{b1} και I_{c1} που έχουν ίσα μέτρα και παρουσιάζουν μηδενική φασική μετατόπιση η μια από την άλλη. Οι συνιστώσες αυτές ονομάζονται **συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας**.

Ο τρόπος αυτός ανάλυσης ενός ασύμμετρου συστήματος σε συμμετρικές συνιστώσες φαίνεται γραφικά στο **Σχ. 1.1.**



Σχήμα 1.1 Ανάλυση ασύμμετρων ρευμάτων σε συμμετρικές συνιστώσες

Οι εξισώσεις (1.5) μπορούν να γραφούν υπό τη μορφή μητρών ως εξής :

$$\boldsymbol{I_p} = \boldsymbol{T I_s} \tag{1.6}$$

όπου:

$$\boldsymbol{I_p} = [I_a \;\; I_b \;\; I_c]^{\boldsymbol{T}}$$
$$\boldsymbol{I_s} = [I_{a0} \;\; I_{a1} \;\; I_{a2}]^{\boldsymbol{T}}$$
$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Η μήτρα $\boldsymbol{T}$ ονομάζεται **μήτρα μετασχηματισμού συμμετρικών συνιστωσών**.

Θα πρέπει να τονισθεί ότι οι συμμετρικές συνιστώσες που συνιστούν το διάνυσμα $\boldsymbol{I_s}$ (δηλ. I_{a0}, I_{a1} και I_{a2}) αναφέρονται στη φάση a, η οποία λαμβάνεται πάντα σαν τη φάση αναφοράς των συμμετρικών συνιστωσών φασικών ποσοτήτων.

Επειδή η αντίστροφη της μήτρας $\boldsymbol{T}$ υπάρχει, είναι δυνατόν να υπολογισθεί το διάνυσμα των συμμετρικών συνιστωσών $\boldsymbol{I_s}$ από το διάνυσμα $\boldsymbol{I_p}$ από τη σχέση:

$$\boldsymbol{I_s} = \boldsymbol{T^{-1}} \boldsymbol{I_p} \tag{1.7}$$

όπου:

$$\boldsymbol{T^{-1}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & a^2 \\ 1 & a^2 & \alpha \end{bmatrix}$$

Οι σχέσεις (1.7), που μας επιτρέπουν να αναλύσουμε τρεις ασύμμετρες ποσότητες στις συμμετρικές τους συνιστώσες, είναι πολύ σημαντικές και τις ξαναγράφουμε υπό αναλυτική μορφή.

$$\begin{aligned} I_{a0} &= \tfrac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) \\ I_{a1} &= \tfrac{1}{3}(I_a + \alpha I_b + a^2 I_c) \\ I_{a2} &= \tfrac{1}{3}(I_a + a^2 I_b + \alpha I_c) \end{aligned} \tag{1.8}$$

Είναι φανερό ότι όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως για τα φασικά ρεύματα I_a, I_b και I_c ισχύουν για κάθε σύνολο ασύμμετρων τριφασικών ποσοτήτων. Ο μετασχηματισμός, λοιπόν, συμμετρικών συνιστωσών μπορεί να εφαρμοσθεί τόσο στα ρεύματα κυκλωμάτων συνδεδεμένων κατά Δ (αντικαθιστώντας τα ρεύματα I_a, I_b και I_c με τα ρεύματα I_{ab}, I_{bc} και I_{ca} αντίστοιχα), όσο και στις φασικές ή πολικές τάσεις (αντικαθιστώντας τα I_a, I_b και I_c με τα V_a, V_b, V_c ή V_{ab}, V_{bc} και V_{ca} αντίστοιχα). Να σημειωθεί ότι όταν δουλεύουμε με Δ ποσότητες (πολικές), η αναφορά των συμμετρικών συνιστωσών γίνεται ως προς τον κλάδο ab.

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό συμμετρικών συνιστωσών στις φασικές τάσεις, για παράδειγμα, έχουμε:

$$\boldsymbol{V_p} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{V_s} \tag{1.9}$$

$$\boldsymbol{V_s} = \boldsymbol{T^{-1}}\boldsymbol{V_p} \tag{1.10}$$

όπου:

$\boldsymbol{V_p} = [V_a \;\; V_b \;\; V_c]^{\boldsymbol{T}}$ και $\boldsymbol{V_s} = [V_{a0} \;\; V_{a1} \;\; V_{a2}]^{\boldsymbol{T}}$

Από την πρώτη των εξισώσεων (1.8) προκύπτει ότι δεν υπάρχουν συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας αν το άθροισμα των ασύμμετρων διανυσμάτων ενός τριφασικού συστήματος είναι μηδέν. Επειδή το άθροισμα των διανυσμάτων των πολικών τάσεων ενός τριφασικού συστήματος είναι πάντοτε μηδέν, δεν υπάρχουν συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας για τις πολικές τάσεις, ανεξάρτητα από το βαθμό ασυμμετρίας.

Αντίθετα, επειδή το άθροισμα των διανυσμάτων των φασικών τάσεων ενός τριφασικού συστήματος δεν είναι κατ΄ ανάγκη μηδέν, είναι δυνατόν να υπάρχουν συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας για τις φασικές τάσεις.

Σ΄ ένα τριφασικό φορτίο συνδεδεμένο κατά Υ το άθροισμα των φασικών ρευμάτων ισούται με το ρεύμα I_n που κυκλοφορεί στο δρόμο επιστροφής μέσω του ουδετέρου, δηλαδή $I_a + I_b + I_c = I_n$. Από την πρώτη εξίσωση των (1.8) προκύπτει ότι:

$$I_{a0} = \frac{1}{3} I_n \tag{1.11}$$

Από τη παραπάνω σχέση εξάγεται το εξής συμπέρασμα. Αν σε ένα Υ συνδεδεμένο φορτίο δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ ουδετέρου και γης (οπότε $I_n = 0$), τότε δεν υπάρχει και ροή ρευμάτων μηδενικής ακολουθίας, δηλαδή $I_{a0} = I_{b0}$=$I_{c0} = 0$.

Επειδή σ’ ένα φορτίο δεν υπάρχει ρεύμα ουδετέρου, τα ρεύματα γραμμής που ρέουν προς αυτό το φορτίο δεν περιέχουν συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας.

2.2 Σχέσεις μεταξύ συμμετρικών συνιστωσών φασικών και πολικών τάσεων και ρευμάτων

Οι τάσεις ως προς τον ουδέτερο V_{an}, V_{bn} και V_{cn} Y συνδεδεμένου τριφασικού συμμετρικού φορτίου αναλύονται σε συμμετρικές συνιστώσες, σύμφωνα με τις σχέσεις (1.5) ως εξής:

$$\begin{aligned} V_{an} &= V_{an0} + V_{an1} + V_{an2} \\ V_{bn} &= V_{an0} + \alpha^2 V_{an1} + \alpha V_{an2} \\ V_{cn} &= V_{an0} + \alpha V_{an1} + \alpha^2 V_{an2} \end{aligned} \tag{1.12}$$

Οι πολικές τάσεις μπορούν να εκφρασθούν σας συναρτήσεις των συμμετρικών συνιστωσών των τάσεων ως προς τον ουδέτερο ως εξής:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_{an} - V_{bn} = (1-1)V_{an0} + (1-\alpha^2)V_{an1} + (1-a)V_{an2} \\ V_{bc} &= V_{bn} - V_{cn} = (1-1)V_{an0} + (\alpha^2 - a)V_{an1} + (a-\alpha^2)V_{an2} \\ V_{ca} &= V_{cn} - V_{an} = (1-1)V_{an0} + (a-1)V_{an1} + (\alpha^2-1)V_{an2} \end{aligned} \tag{1.13}$$

Οι συνιστώσες θετικής και αρνητικής ακολουθίας των πολικών τάσεων (η συνιστώσα μηδενικής ακολουθίας V_{ab0} είναι μηδέν) δίδονται, σύμφωνα με τις εξισώσεις (1.8), από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} V_{ab1} &= \frac{1}{3}(V_{ab} + \alpha V_{bc} + \alpha^2 V_{ca}) \\ V_{ab2} &= \frac{1}{3}(V_{ab} + \alpha^2 V_{bc} + \alpha V_{ca}) \end{aligned} \tag{1.14}$$

Από τις σχέσεις (1.14), λαμβάνοντας υπόψη τις (1.13), προκύπτει ότι για Y συνδεδεμένο τριφασικό συμμετρικό φορτίο ισχύει:

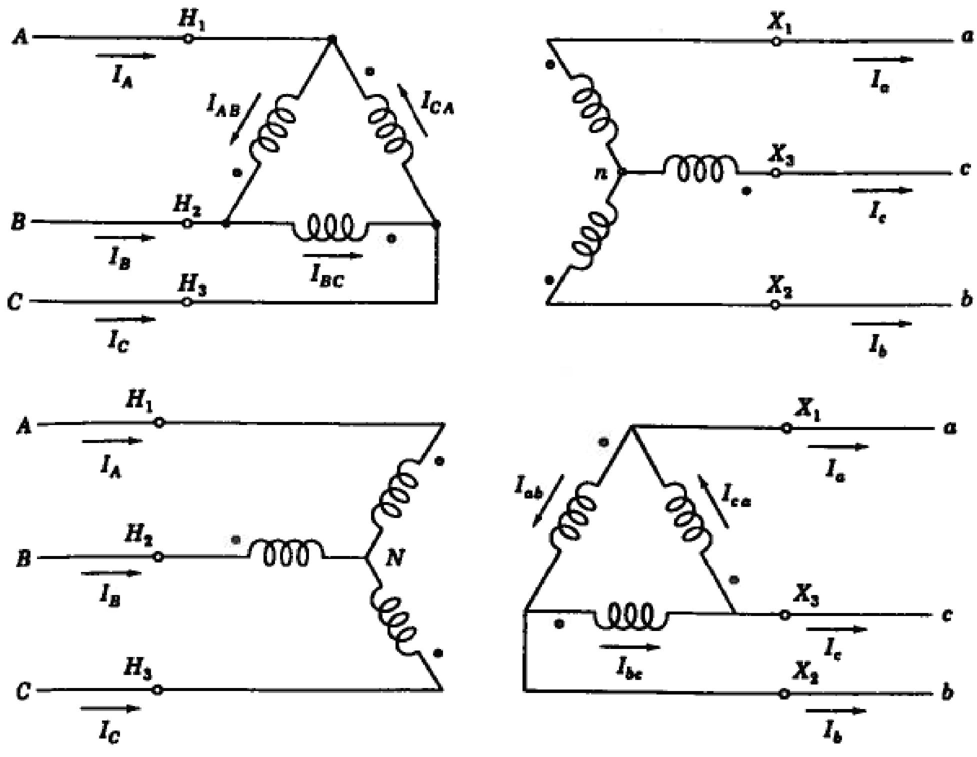
$$\begin{aligned} V_{ab1} &= (1-\alpha^2)V_{an1} = \sqrt{3}V_{an1}\angle 30° \\ V_{ab2} &= (1-\alpha)V_{an2} = \sqrt{3}V_{an2}\angle -30° \end{aligned} \tag{1.15}$$

Παρόμοιες σχέσεις συσχετίζουν τις συμμετρικές συνιστώσες φασικών ρευμάτων και ρευμάτων που ρέουν σε Δ συνδεδεμένα κυκλώματα. Εύκολα μπορεί να αποδειχθεί, ακολουθώντας αντίστοιχη πορεία, ότι:

$$I_{a1} = \sqrt{3}I_{ab1}\angle -30°, \qquad I_{a2} = \sqrt{3}I_{ab2}\angle 30° \tag{1.16}$$

2.3 Φασική μετατόπιση ακολουθιακών ποσοτήτων Y-Δ μετασχηματιστών

Για να χαρακτηρίσουμε τις φάσεις σε τριφασικό μετασχηματιστή χρησιμοποιούμε τα γράμματα A, B και C για την υψηλή τάση και τα γράμματα a, b και c για τη χαμηλή. Ομοίως χρησιμοποιούμε τα σύμβολα $\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2$ και H_3 για να χαρακτηρίσουμε τους ακροδέκτες υψηλής τάσης και τα σύμβολα $\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2$ και X_3για τους ακροδέκτες χαμηλής. Τα στάνταρ ANSI (American National Standards Institute) απαιτούν όπως οι ακροδέκτες Y-Δ ή Δ-Y μετασχηματιστών συνδεθούν με τις φάσεις έτσι, ώστε η τάση θετικής ακολουθίας ως προς τον ουδέτερο $V_{\mathrm{H}_1 n}$να προηγείται της τάσης θετικής ακολουθίας ως προς τον ουδέτερο $V_{\mathrm{X}_1 n}$κατά 30°. **Στο Σχ. 1.2** φαίνεται ο τρόπος με τον οποίον πρέπει να συνδεθούν οι φάσεις Y-Δ (Y η πλευρά υψηλής) και Δ-Y (Δ η πλευρά υψηλής) μετασχηματιστές ώστε να ικανοποιούνται τα στάνταρ ANSI.



Σχήμα 1.2 Σύνδεση Y-Δ και Δ-Y μετασχηματιστών κατά ANSI

Με βάση τον παραπάνω τρόπο σύνδεσης των φάσεων αποδεικνύεται ότι: σε Y-Δ ή Δ-Y μετασχηματιστή οι ποσότητες θετικής ακολουθίας της πλευράς υψηλής προηγούνται των αντίστοιχων ποσοτήτων της πλευράς χαμηλής κατά 30°, ενώ οι ποσότητες αρνητικής ακολουθίας της πλευράς υψηλής τάσης έπονται των αντίστοιχων της πλευράς χαμηλής κατά 30°. Σε ανά μονάδα τιμές, συνεπώς, έχουμε:

$V_{A1} = V_{a1}\angle 30°$, $I_{A1} = I_{a1}\angle 30°$ και $V_{A2} = V_{a2}\angle -30°$, $I_{A2} = I_{a2}\angle -30°$ (1.17)

3. Ακολουθιακά κυκλώματα

Οι εξισώσεις τάσης που περιγράφουν τη συμπεριφορά ενός τριφασικού παθητικού στοιχείου που λειτουργεί υπό ασύμμετρες συνθήκες μπορούν να τεθούν υπό τη μορφή:

$$\boldsymbol{V_P} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I_P} \tag{1.18}$$

όπου $\boldsymbol{Z}$ είναι η μήτρα διαστάσεων 3x3 που περιγράφει τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά του παθητικού στοιχείου.

Κάνοντας χρήση των εξισώσεων (1.6) και (1.9), η εξίσωση (1.18) μπορεί να γραφεί σα συνάρτηση των συμμετρικών συνιστωσών ως εξής:

$$\boldsymbol{V_s} = \boldsymbol{Z_s}\boldsymbol{I_s} \tag{1.19}$$

όπου

$$\boldsymbol{Z_s} = \boldsymbol{T^{-1}ZT} \tag{1.20}$$

Η σημαντικότερη ιδιότητα της μήτρας $\boldsymbol{Z_s}$ είναι ότι αυτή είναι διαγώνια για τα περισσότερα στοιχεία ενός ενεργειακού συστήματος. Αν δεχθούμε προς στιγμή ότι έχει τη μορφή:

$$\boldsymbol{Z_s} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} = diag(Z_0, Z_1, Z_2) \tag{1.21}$$

τότε από τη σχέση (1.19) προκύπτει:

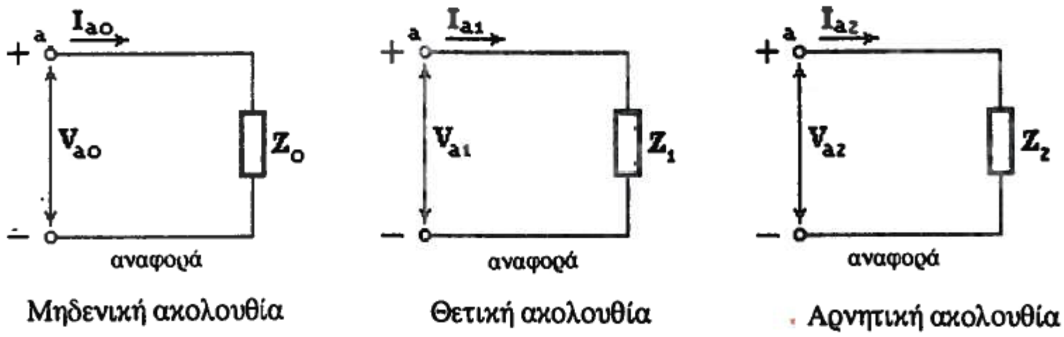
$$V_{\alpha 0} = Z_0 I_{\alpha 0}$$

$$V_{\alpha 1} = Z_1 I_{\alpha 1} \tag{1.22}$$

$$V_{\alpha 2} = Z_2 I_{\alpha 2}$$

Οι παραπάνω σχέσεις δείχνουν ότι ρεύματα μιας ακολουθίας προκαλούν πτώσεις τάσης μόνο της ίδιας ακολουθίας. Αυτό το σημαντικό αποτέλεσμα, ότι δηλαδή δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ των ποσοτήτων των διαφόρων ακολουθιών, μας επιτρέπει να θεωρήσουμε τα τρία μονοφασικά ακολουθιακά κυκλώματα του **Σχ. 1.3**, τα οποία αναλυόμενα συγχρόνως, αλλά ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, μας παρέχουν την ίδια πληροφορία όπως το αρχικό πραγματικό κύκλωμα. Αυτή ακριβώς η δυνατότητα είναι που κάνει τη μέθοδο των συμμετρικών συνιστωσών τόσο χρήσιμο εργαλείο στην ανάλυση συστημάτων που λειτουργούν υπό ασύμμετρες συνθήκες.

Τις σύνθετες αντιστάσεις Z_0, Z_1, Z_2, που συνδέουν τις τάσεις των διαφόρων ακολουθιών με τα ρεύματα των αντίστοιχων ακολουθιών τις ονομάζουμε σύνθετες αντιστάσεις μηδενικής, θετικής και αρνητικής ακολουθίας αντίστοιχα.



Σχήμα 1.3 Κυκλώματα μηδενικής, θετικής και αρνητικής ακολουθίας

3.1 Ακολουθιακές αντιστάσεις Υ και Δ συμμετρικών φορτίων

Σε Υ συνδεδεμένο συμμετρικό φορτίο (**Σχ.1.4(α)**) με ουδέτερο που γειώνεται μέσω αντίστασης Z_n, οι φασικές τάσεις ως προς τη γη δίδονται από τις σχέσεις:

$$V_\alpha = V_{\alpha n} + V_n = Z_Y I_a + Z_n(I_a + I_b + I_c)$$

$$V_b = V_{bn} + V_n = Z_Y I_b + Z_n(I_a + I_b + I_c) \qquad (1.23)$$

$$V_c = V_{cn} + V_n = Z_Y I_c + Z_n(I_a + I_b + I_c)$$

Γράφοντας αυτές τις εξισώσεις υπό τη μορφή της εξίσωσης (1.18), έχουμε:

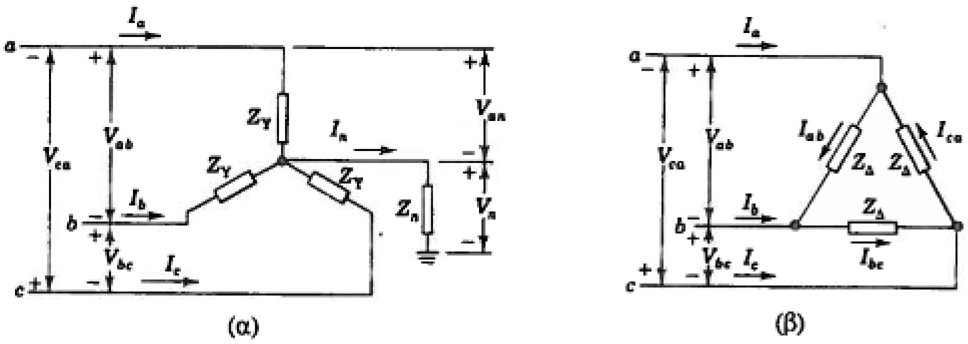
$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} Z_Y + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_Y + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_Y + Z_n \end{bmatrix} \qquad (1.24)$$

Από τη σχέση (1.20) προκύπτει ότι:

$$\boldsymbol{Z_s} = \boldsymbol{T^{-1}ZT} = diag(\ Z_Y + 3Z_n, Z_Y, Z_Y)$$

δηλαδή

$$Z_0 = Z_Y + 3Z_n,\ \ Z_1 = Z_Y,\ \ Z_2 = Z_Y \qquad (1.25)$$



Σχήμα 1.4 Συμμετρικά φορτία συνδεδεμένα κατά Υ και Δ

Αν ο ουδέτερος γειώνεται μέσω μηδενικής αντίστασης ($Z_n = 0$), τότε $V_n = 0$. Στην περίπτωση αυτή οι σχέσεις (1.23) απλοποιούνται και η μήτρα $\boldsymbol{Z}$ γίνεται:

$$\boldsymbol{Z} = diag(\ Z_Y Z_Y, Z_Y)$$

οπότε:

$$\boldsymbol{Z_s} = \boldsymbol{T^{-1}ZT} = diag(\ Z_Y, Z_Y, Z_Y)$$

δηλαδή

$$Z_0 = Z_1 = Z_2 = Z_Y \tag{1.26}$$

Αν ο ουδέτερος δεν γειώνεται ($I_n = 0$), τότε όπως προκύπτει από την σχέση (1.11) δεν υπάρχουν ρεύματα μηδενικής ακολουθίας, δηλαδή $I_{\alpha 0} = 0$. Στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα μηδενικής ακολουθίας παρίσταται σαν ανοικτό κύκλωμα.

Σε Δ συνδεδεμένο συμμετρικό φορτίο (**Σχ. 1.4**(**β**)) οι πολικές τάσεις $\boldsymbol{V_L}$ συσχετίζονται με τα Δ ρεύματα $\boldsymbol{I_L}$ ως εξής:

$$\boldsymbol{V_L} = \boldsymbol{Z_L I_L} = \ diag(\ Z_\Delta, Z_\Delta, Z_\Delta)\, \boldsymbol{I_L} \tag{1.27}$$

οπότε εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό συμμετρικών συνιστωσών λαμβάνουμε:

$$\boldsymbol{V_{Ls}} = \boldsymbol{Z_{Ls} I_{Ls}} \tag{1.28}$$

όπου:

$$\boldsymbol{V_{Ls}} = [V_{ab0}\ \ V_{ab1}\ \ V_{ab2}]^T$$

$$\boldsymbol{I_{Ls}} = [I_{ab0}\ \ I_{ab1}\ \ I_{ab2}]^T$$

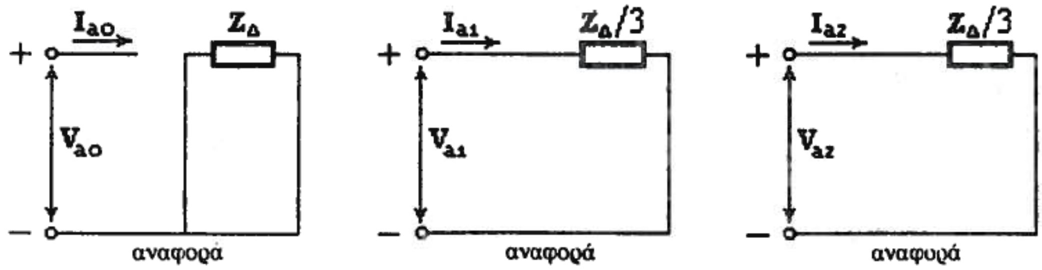
$\boldsymbol{Z_{Ls}} = \boldsymbol{T^{-1}Z_LT} = diag(\ Z_\Delta, Z_\Delta, Z_\Delta)$

Επειδή το ‘άθροισμα των πολικών τάσεων είναι πάντοτε μηδέν δεν υπάρχουν συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας για τις πολικές τάσεις και συνεπώς δεν υπάρχουν και συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας για τα Δ ρεύματα. Το κύκλωμα, λοιπόν, μηδενικής ακολουθίας είναι ανοικτό κύκλωμα. Τα κυκλώματα θετικής και αρνητικής ακολουθίας έχουν ανά φάση αντιστάσεις που προκύπτουν, λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (1.15), (1.16) και (1.28), ως εξής:

$$Z_1 = \frac{V_{an1}}{I_{a1}} = \frac{V_{ab1}\angle{-30°}/\sqrt{3}}{\sqrt{3}I_{ab2}\angle{-30°}} = \frac{1}{3}\frac{V_{ab1}}{I_{ab1}} = \frac{1}{3}Z_\Delta$$

$$Z_1 = \frac{V_{an2}}{I_{a2}} = \frac{V_{ab2}\angle 30°/\sqrt{3}}{\sqrt{3}I_{ab2}\angle 30°} = \frac{1}{3}\frac{V_{ab2}}{I_{ab2}} = \frac{1}{3}Z_\Delta \tag{1.29}$$

Τα ακολουθιακά κυκλώματα για Δ συνδεδεμένο συμμετρικό φορτίο φαίνονται στο **Σχ. 1.5.** Η αντίσταση στο κύκλωμα μηδενικής ακολουθίας έχει σημασία μόνος στην περίπτωση που υπάρχει εσωτερική πηγή στο αρχικό Δ κύκλωμα.



Σχήμα 1.5 Ακολουθιακά κυκλώματα Δ συνδεδεμένου συμμετρικού φορτίου

3.2 Υ συνδεδεμένο ασύμμετρο φορτίο

Σε Υ συνδεδεμένο ασύμμετρο φορτίο (αντιστάσεων ανά φάση Z_α, Z_b και Z_c) με ουδέτερο γειωμένο μέσω μηδενικής αντίστασης, η μήτρα $\boldsymbol{Z}$ που συσχετίζει φασικές τάσεις με φασικά ρεύματα, έχει τη μορφή:

$$\boldsymbol{Z} = diag(Z_\alpha, Z_b\,, Z_c) \tag{1.30}$$

Εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό συμμετρικών συνιστωσών λαμβάνουμε:

$$\boldsymbol{Z_s} = \boldsymbol{T^{-1}ZT} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{3}}\begin{bmatrix} Z_i & Z_j & Z_k \\ Z_k & Z_i & Z_j \\ Z_j & Z_k & Z_i \end{bmatrix} \tag{1.31}$$

όπου:

$$Z_i = Z_\alpha + Z_b + Z_c$$

$$Z_j = Z_\alpha + \alpha^2 Z_b + \alpha Z_c \tag{1.32}$$

$$Z_k = Z_\alpha + \alpha Z_b + \alpha^2 Z_c$$

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η μήτρα $\boldsymbol{Z_s}$ δεν είναι πλέον διαγώνια. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει μια απλή διασύνδεση μεταξύ των διαφόρων ακολουθιακών ποσοτήτων. Στην περίπτωση αυτή η θεωρία των συμμετρικών συνιστωσών δεν προσφέρει καμία ουσιαστική βοήθεια στην απλοποίηση των υπολογισμών και ως εκ τούτου δεν χρησιμοποιείται.

4. Χρησιμοποιούμενα όργανα

1. Ρυθμιστής φασικής γωνίας (Phase Shift Unit)

   Το όργανο αυτό δέχεται στην είσοδό του τριφασική τροφοδότηση(380-440 V, 50 Hz) και μας δίδει στην έξοδο μονοφασική τάση (220-250 V), τη φασική γωνία της οποίας μπορούμε να μεταβάλλουμε (ως προς μια τάση αναφοράς) κατά ένα πλήρη κύκλο, δηλαδή από 0° έως 360°.

   Η δυνατότητα αυτή επιτυγχάνεται με τη βοήθεια δύο διακοπτών (“+”/“-” και “inner”/ “outer”) με κατάλληλο συνδυασμό των οποίων μπορούμε να καθορίσουμε το τεταρτημόριο στο οποίο επιθυμούμε να βρίσκεται η φασική γωνία της μονοφασικής τάσης εξόδου. Η συγκεκριμένη τιμή της φασικής γωνίας καθορίζεται με τη βοήθεια δύο στρεφόμενων επιλογέων ο ένας εκ των οποίων κινείται σε βήματα των 10° και ο άλλος σε βήματα της 1°. Θα πρέπει να τονισθεί ότι η φασική γωνία της τάσης εξόδου μετράται με αναφορά την red φάση(R) της τριφασικής τροφοδοσίας. Ο πίνακας που ακολουθεί εξηγεί πλήρως τον τρόπο λήψης της ζητούμενης φασικής τάσης.

Θέση διακοπτών	Πεδίο φασικής γωνίας
+, inner	0° έως 90°
+, outer	90° έως 180°
-, outer	180° έως 270° (-180°έως -90°)
-, inner	270° έως 360° (-90°έως 0°)

2. Αναλυτής συμμετρικών συνιστωσών (Symmetrical Component Analyzer)

   Με το όργανο αυτό μπορούμε:
   - Να αναλύσουμε ένα ασύμμετρο σύστημα ρευμάτων (ή τάσεων) στις συμμετρικές του συνιστώσες, σύμφωνα με τις σχέσεις (1.5).
   - Να συνθέσουμε ένα ασύμμετρο σύστημα ρευμάτων (ή τάσεων) από τις συμμετρικές του συνιστώσες σύμφωνα με τις σχέσεις (1.8).

   Οι είσοδοι του αναλυτή μπορεί να είναι τάσεις μέχρι 440 V ή ρεύματα μέχρι 10 A. Ανάλογα με το εάν εργαζόμαστε με τάσεις ή ρεύματα, ο διακόπτης άνω αριστερά τοποθετείται στην κατάλληλη θέση.

   Τόσο οι ποσότητες εισόδου, όσο και οι παραγόμενες από τον αναλυτή ποσότητες, είναι διαθέσιμες σαν τάσεις στη έξοδο MONITOR αυτού με κλίμακα τέτοια ώστε τάση εξόδου 1 V να παριστά στην είσοδο 10 A αν πρόκειται για ρεύμα ή 100 V αν πρόκειται για τάση. Το ποια ποσότητα εμφανίζεται στη θέση MONITOR του αναλυτή καθορίζεται από τον περιστροφικό επιλογέα που βρίσκεται άνω δεξιά του οργάνου.

   Η μέτρηση της τάσης στην έξοδο του αναλυτή συμμετρικών συνιστωσών γίνεται με τη βοήθεια ενός παλμογράφου διπλής δέσμης και ενός ρυθμιστή φασικής γωνίας. Η έξοδος του αναλυτή συνδέεται στη μία δέσμη και η έξοδος του ρυθμιστή φασικής γωνίας στην άλλη δέσμη του παλμογράφου. Το μέτρο της τάσης εξόδου του αναλυτή (μέγιστη ή rms τιμή, ανάλογα με το τι είναι επιθυμητό) προκύπτει απευθείας από την εμφανιζόμενη στον παλμογράφο κυματομορφή της και υπό την κατάλληλη κλίμακα μας δίδει και το μέτρο της μετρούμενης ποσότητας. Αν το μέτρο ζητείται σε rms τιμή, αυτή προκύπτει από τη μέγιστη διαιρούμενη δια $\sqrt{2}$. Η φασική γωνία της τάσης εξόδου του αναλυτή (ως προς την red φάση της τριφασικής τροφοδοσίας που λαμβάνεται σαν τάση αναφοράς) προκύπτει ως εξής: μεταβάλλουμε την έξοδο του ρυθμιστή φασικής γωνία μέχρι που οι δύο κυματομορφές να συμπέσουν. Στην κατάσταση αυτή αμφότερες οι κυματομορφές έχουν την ίδια φασική γωνία ως προς την τάση αναφοράς και συνεπώς η φασική γωνία της τάσης εξόδου του αναλυτή είναι εκείνη που δείχνουν οι στρεφόμενοι επιλογείς του ρυθμιστή φασικής γωνίας. Με τον τρόπο που γίνονται οι προαναφερθείσες μετρήσεις τα σφάλματα μέτρησης είναι ±5% για το μέτρο και ±5° για τη φασική γωνία της τάσης.

3. Στοιχεία ωμικών αντιστάσεων
4. Τριφασικός μετασχηματιστής
5. Αυτομετασχηματιστές
6. Παλμογράφος

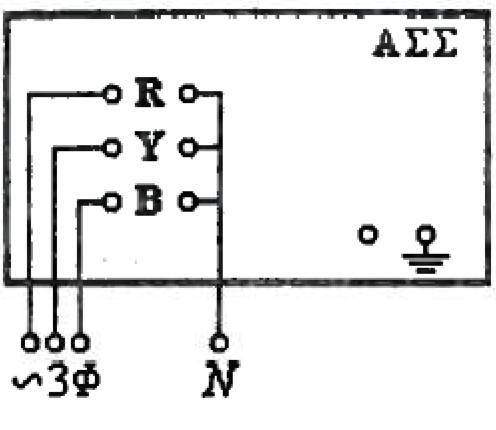
5. Πειραματικό μέρος

5.1 Ανάλυση τριφασικών τάσεων σε συμμετρικές συνιστώσες

Π1.1 Τροφοδοτείστε τις εισόδους τάσεων R,Y και B του αναλυτή συμμετρικών συνιστωσών (ΑΣΣ) με συμμετρικές τάσεις κατευθείαν από το δίκτυο, όπως φαίνεται στο **Σχ. 1.6**. Ο διακόπτης " τάση/ρεύμα " στο άνω αριστερό μέρος του οργάνου να τεθεί στη θέση " τάση ".

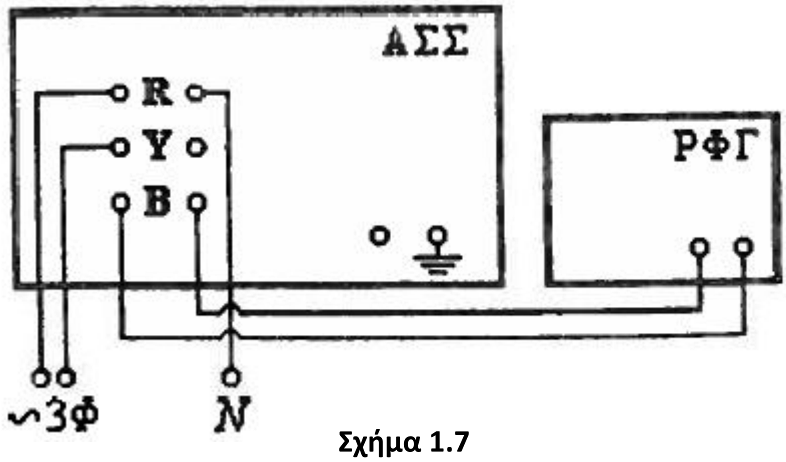
Μετρείστε με τη βοήθεια του παλμογράφου τα μέτρα (rms τιμές) και τις φασικές γωνίες των κυματομορφών εισόδου και των κυματομορφών θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας, όπως ακριβώς περιγράφεται για τον αναλυτή συμμετρικών συνιστωσών στην ενότητα 1.4.

Επαναλάβατε τις προηγούμενες μετρήσεις αφού εναλλάξετε τις φάσεις Y, B.
Εξηγείστε για ποιο λόγο λαμβάνονται αυτά τα αποτελέσματα.



Σχήμα 1.6

Π1.2 Τροφοδοτείστε τις εισόδους R και Y του αναλυτή συμμετρικών συνιστωσών από το δίκτυο και την είσοδο B από την έξοδο ενός ρυθμιστή φασικής γωνίας (ΡΦΓ), επιλέγοντας φασική μετατόπιση 30° (**Σχ. 1.7**).



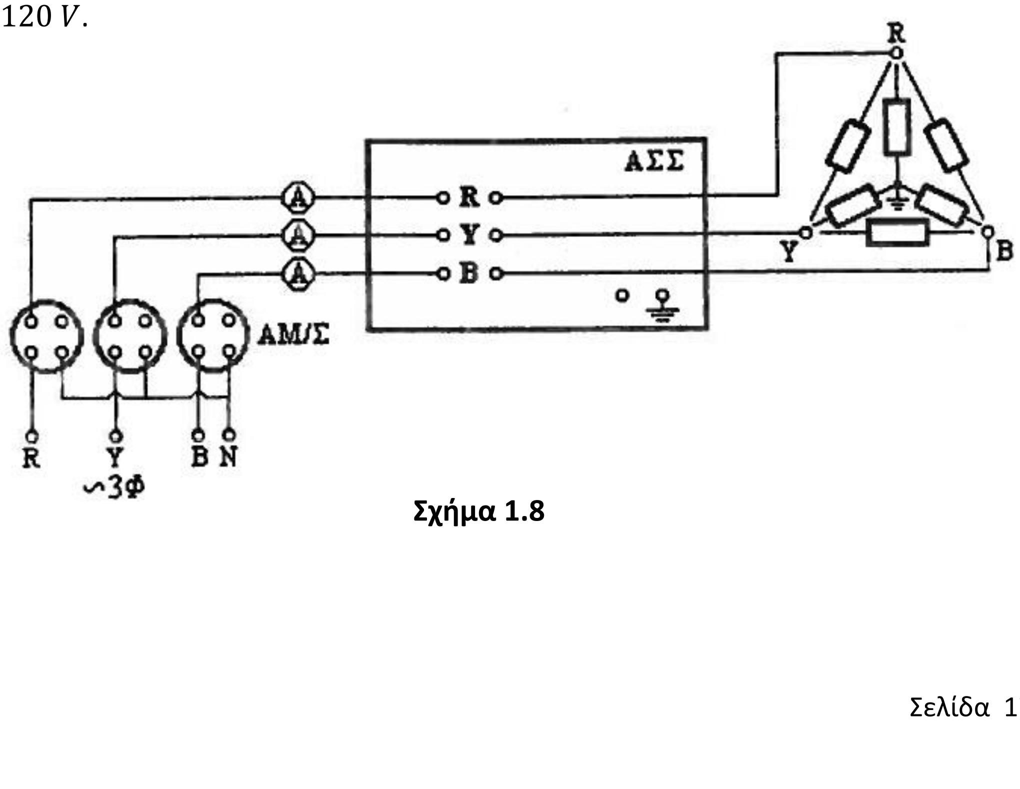
Σχήμα 1.7

Μετρείστε με τη βοήθεια του παλμογράφου τα μέτρα (rms τιμές) και τις φασικές γωνίες των κυματομορφών εισόδου και των κυματομορφών θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας.

Κατασκευάστε το διανυσματικό διάγραμμα του ασύμμετρου συστήματος τάσεων και δείξτε τον τρόπο ανάλυσης σε συμμετρικές συνιστώσες. Συγκρίνατε τα γραφικά αποτελέσματα με αυτά που προέκυψαν από τις μετρήσεις.

5.2 Τροφοδότηση συμμετρικών φορτίων σε ασύμμετρες τάσεις

Π1.3 κατασκευάστε το κύκλωμα του σχήματος **Σχ. 1.8.** Ο διακόπτης “ τάση/ρεύμα ” στο άνω άκρο του αναλυτή συμμετρικών συνιστωσών να τεθεί στη θέση “ ρεύμα ”. Τροφοδοτείστε με ασύμμετρη ως προς το πλάτος τροφοδότηση συμμετρικό φορτίο από αντιστάσεις 100 Ω συνδεδεμένες κατά αστέρα με ή χωρίς γειωμένο τον ουδέτερο. Η ασύμμετρη τροφοδότηση να προκύψει λαμβάνοντας από τους αυτομετασχηματιστές (ΑΜ/Σ) τάσεις με μέτρα $V_R = 20V$, $V_Y = 80\,V$ και $V_B = 120\,V$.



Σχήμα 1.8

Να μετρήσετε με τη βοήθεια του παλμογράφου τα μέτρα (rms τιμές) και τις φασικές γωνίες των φασικών ρευμάτων και των ρευμάτων θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας.

Να υπολογίσετε αναλυτικά τα ρεύματα θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας χρησιμοποιώντας τα ακολουθιακά κυκλώματα θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας. Από τα ακολουθιακά ρεύματα να υπολογίσετε τα φασικά ρεύματα και να συγκρίνετε με αυτά που βρήκατε από τις μετρήσεις.

Π1.4 Να επαναλάβετε το πείραμα **Π1.3** με φορτίο από αντιστάσεις 100 Ω συνδεδεμένες κατά τρίγωνο. Η ασύμμετρη τροφοδότηση να προκύψει λαμβάνοντας από τους αυτομετασχηματιστές (ΑΜ/Σ) τάσεις με μέτρα $V_R = 20V$, $V_Y = 60\ V$ και $V_B = 40\ V$.

5.3 Τροφοδότηση ασύμμετρου φορτίου με συμμετρική τάση

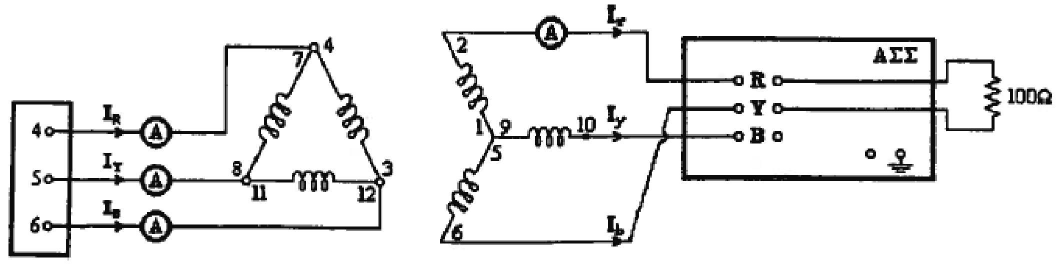
Π1.5 Να επαναλάβετε το πείραμα **Π1.3** σχηματίζοντας ένα ασύμμετρο φορτίο συνδεδεμένο κατά αστέρα ($Z_R = 100\ \Omega$, $V_Y = 200\ \Omega$ και $Z_B = 240\ \Omega$) με γειωμένο τον ουδέτερο που τροφοδοτείται με συμμετρική τροφοδότηση $V_R = V_Y = V_B = 120\ V$.

Να μετρήσετε με τη βοήθεια του παλμογράφου τα μέτρα (rms τιμές) και τις φασικές γωνίες των φασικών ρευμάτων και των ρευμάτων θετικής, αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας.

Εξηγείστε πως είναι δυνατόν να εμφανίζονται ρεύματα αρνητικής ή/και μηδενικής ακολουθίας τη στιγμή που οι τάσεις είναι συμμετρικές και ως εκ τούτου υπάρχει μόνο η συνιστώσα θετικής ακολουθίας.

5.4 Φασική μετατόπιση σε Υ-Δ μετασχηματιστή

Π1.6 Συνδέστε τρεις μονοφασικούς μετασχηματιστές ώστε να σχηματίσετε μια ΔΥ σύνδεση, όπως φαίνεται στο **Σχ. 1.9**. Προκαλέστε ένα διφασικό βραχυκύκλωμα στην Υ πλευρά συνδέοντας μεταξύ των φάσεων αντίσταση 100 Ω. Τροφοδοτείστε με συμμετρική τροφοδότηση την Δ πλευρά της σύνδεσης αυξάνοντας την τάση μέχρι το που ρεύμα βραχυκύκλωσης να γίνει 0.2 Α.



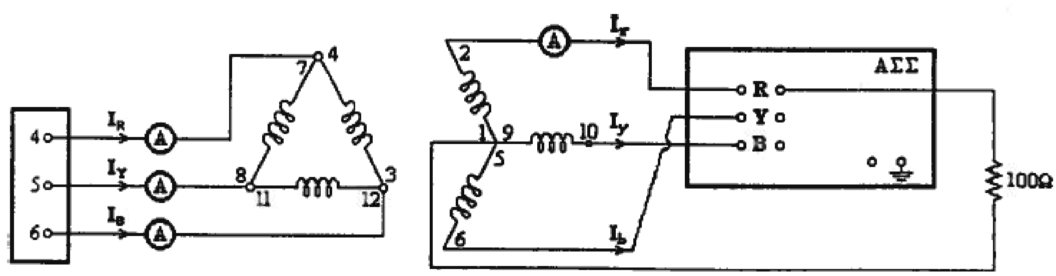
Σχήμα 1.9

Να μετρείστε με την βοήθεια του παλμογράφου τα μέτρα (rms τιμές) και τις φασικές γωνίες των ρευμάτων βραχυκύκλωσης και των συμμετρικών τους συνιστωσών. Μετρείστε επίσης με τα αμπερόμετρα τα ρεύματα γραμμής στην Δ πλευρά του μετασχηματιστή.

Από τα ακολουθιακά ρεύματα βραχυκύκλωσης να υπολογίσετε, λαμβάνοντας υπόψη τη φασική μετατόπιση που εισάγει ένας Δ-Υ μετασχηματιστής, τα ακολουθιακά ρεύματα και εν συνεχεία τα ρεύματα γραμμής στην Δ πλευρά του μετασχηματιστή και να συγκρίνετε με αυτά που βρήκατε από τις μετρήσεις.

Π1.7 Επαναλάβατε το πείραμα **Π1.6**, προκαλώντας όμως ένα μονοφασικό βραχυκύκλωμα ως προς τον ουδέτερο στην Υ πλευρά της σύνδεσης. Το βραχυκύκλωμα να εξομοιωθεί με σύνδεση αντίστασης 100 Ω μεταξύ της φάσης R και του ουδετέρου, όπως φαίνεται στο **Σχ. 1.10**.

Να μετρήσετε και να υπολογίσετε τις ίδιες ποσότητες όπως στο πείραμα **Π1.6**.



Σχήμα 1.10

6. Σημειώματα

6.1 Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων/Εργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση Χ.ΥΖ.

6.2 Σημείωμα Αναφοράς

6.3 Σημείωμα Αδειοδότησης

6.4 Διατήρηση Σημειωμάτων

7. Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης