



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Ηλεκτρικές Μηχανές Ι

Ενότητα 2: Μετασχηματιστές

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Τεχνολογίας Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Περιεχόμενα

Μετασχηματιστές

- *Βασική κατασκευή*
- *Εξισώσεις τάσεων και ισοδύναμα κυκλώματα μονοφασικού μετασχηματιστή*
- *Τριφασικός μετασχηματιστές*
- *Μεταβατικά φαινόμενα*
- *Θόρυβος μετασχηματιστών*
- *Υπολογισμός σκέδασης*
- *Θέρμανση μετασχηματιστή*

Σκοπός

Μετασχηματιστών

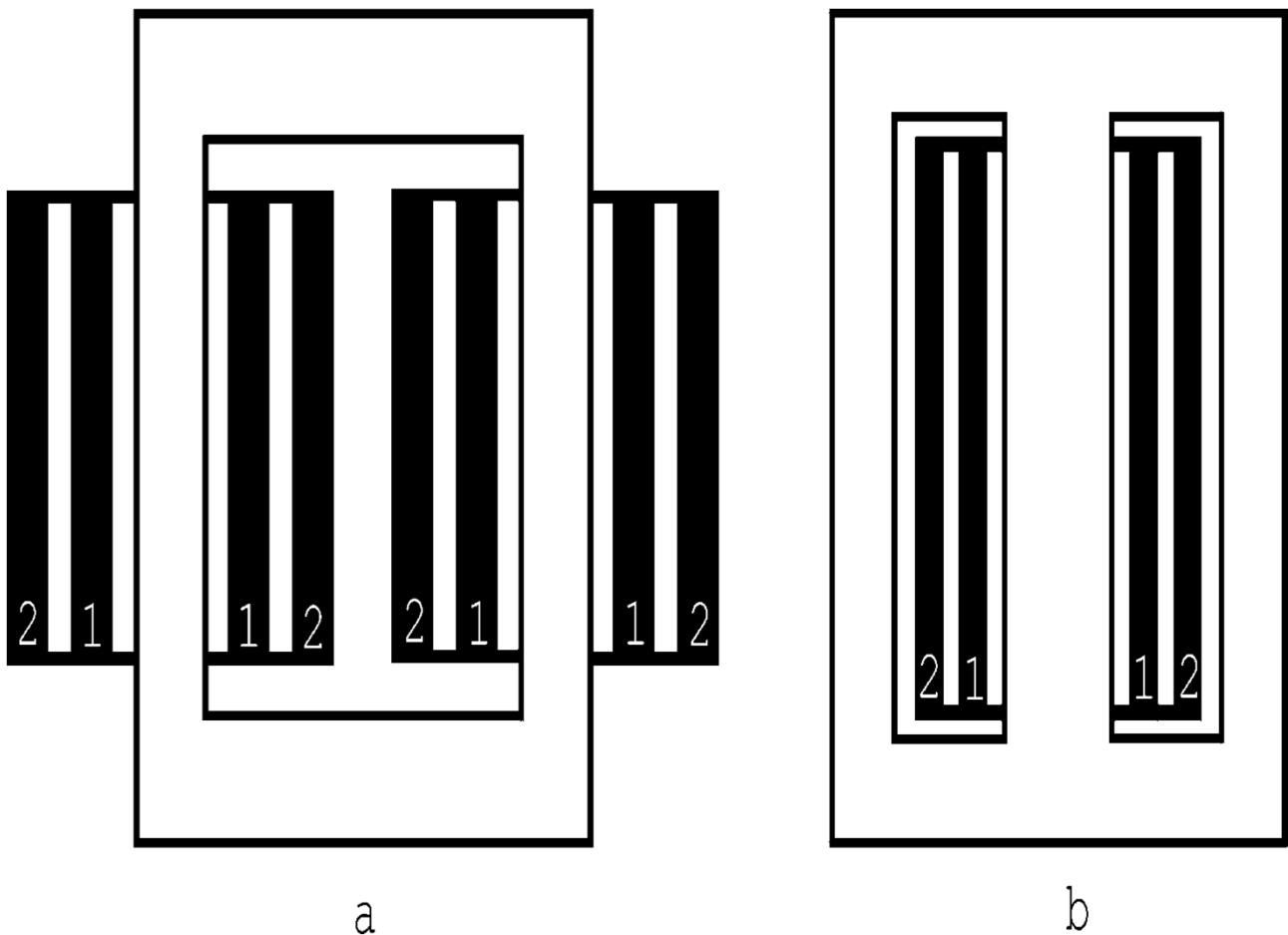
- Μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας με προσαρμογή στην εκάστοτε τάση.
- Ανύψωση εναλλασσόμενης τάσης.
- Λιγότερες απώλειες κατά την μεταφορά ενέργειας μέσω ηλεκτρικών γραμμών.

2.2 Βασική κατασκευή των μετα- σηματιστών

- Πυρήνας σιδήρου, σχηματιζόμενος από λεπτά ελάσματα
- Τα ελάσματα φέρουν στη μια πλευρά λεπτό στρώμα μονωτικού υλικού και έτσι εξασφαλίζεται η μεταξύ τους μόνωση.
- Το πρωτεύον και το δευτερεύον τύλιγμα είναι τυλιγμένα γύρω από τον πυρήνα.
- Ως πρωτεύον χαρακτηρίζεται το τύλιγμα το οποίο προσλαμβάνει ενέργεια, ως δευτερεύων εκείνο το οποίο αποδίδει ενέργεια.
- Ο πυρήνας είναι ο φορέας της εναλλασσόμενης μαγνητικής ροής, η οποία διαρρέει και τα δύο τυλίγματα και επάγει σ' αυτά τάσεις ανάλογες προς τον αριθμό των σπειρών.

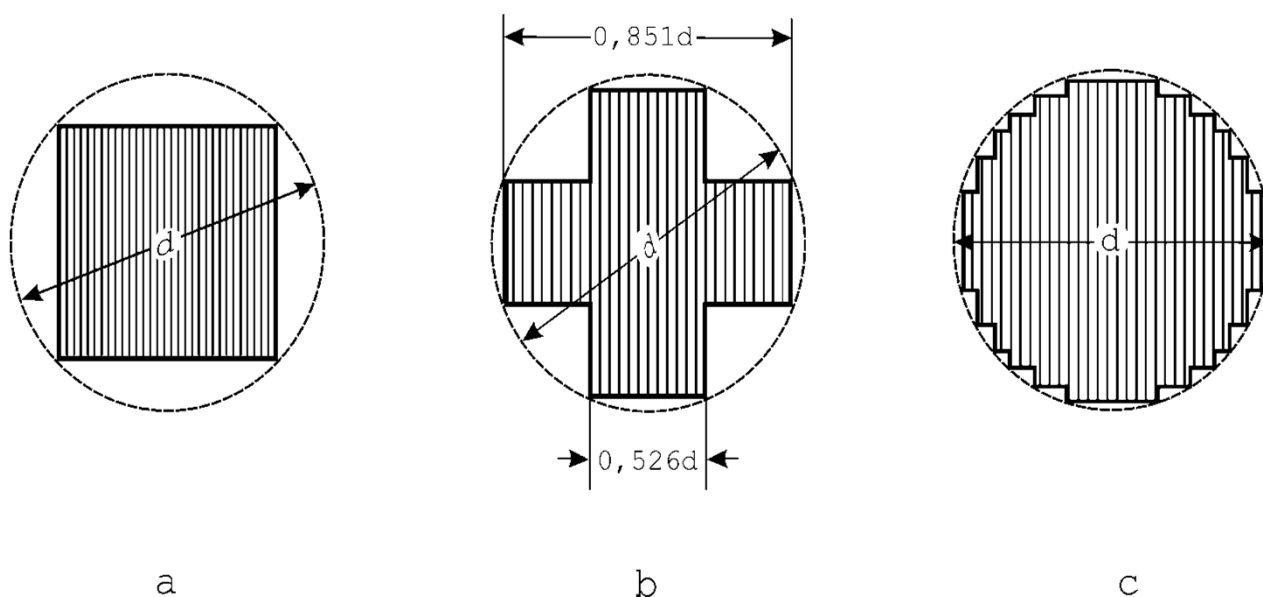
2.2.1 Πυρήνας μονοφασικού μετασχηματιστή

Υπάρχουν δύο είδη κατασκευής: Ο μετασχηματιστής τύπου πυρήνα (σχήμα 2.1.a) και ο μετασχηματιστής τύπου μανδύα (σχήμα 2.1.b).



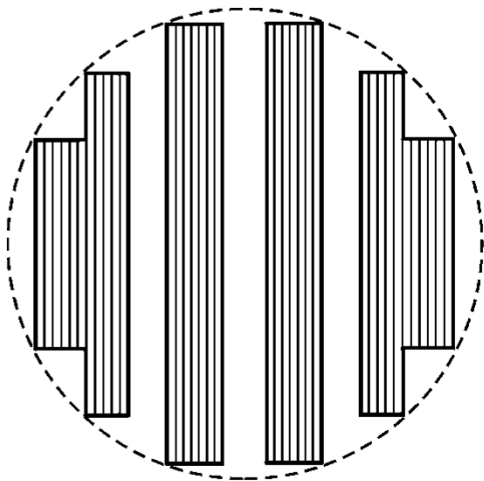
Σχήμα 2.1. Τοποθέτηση τυλιγμάτων γύρω από τον πυρήνα.
1. Τύλιγμα χαμηλής τάσεως.
2. Τύλιγμα υψηλής τάσεως.

Στους μετασχηματιστές μικρής ή μεσαίας ισχύος η διατομή του πυρήνα είναι τετραγωνική ή σταυροειδής, όπως δείχνουν τα σχήματα (2.2a) και (2.2b). Στους μετασχηματιστές υψηλής ισχύος χρησιμοποιείται ο πυρήνας του σχήματος (2.2c).

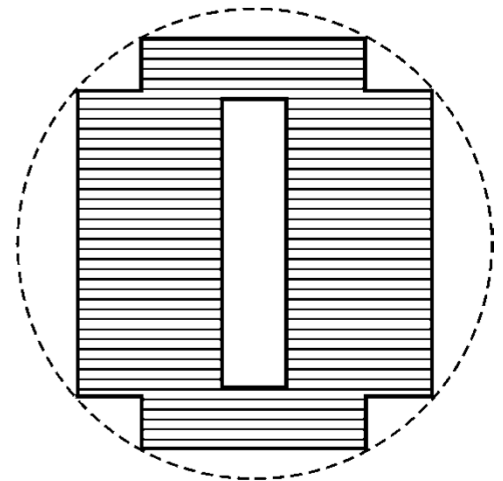


Σχήμα 2.2. Διάφορες μορφές του πυρήνα ενός μετασχηματιστή (a) και (b) για μετασχηματιστές μικρής και μέσης ισχύος (c) για μετασχηματιστές υψηλής ισχύος

Εάν η διατομή του πυρήνα είναι πολύ μεγάλη, τότε αυτός φέρει κανάλια εξαερισμού, τα οποία μπορούν να είναι παράλληλα ή κάθετα προς το επίπεδο των ελασμάτων, όπως φαίνεται στο σχήμα (2.3).



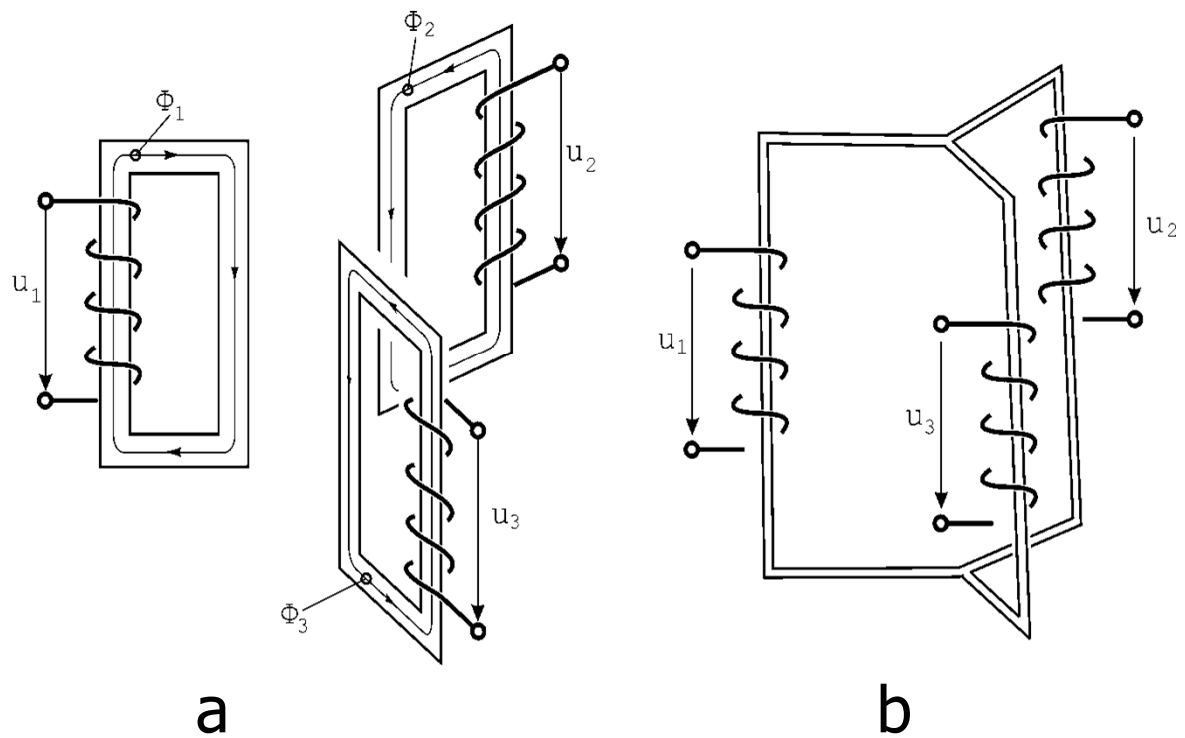
a



b

Σχήμα 2.3. *Πυρήνας με κανάλια εξαερισμού.*

2.2.2 Πυρήνας τριφασικού μετασχηματιστή.

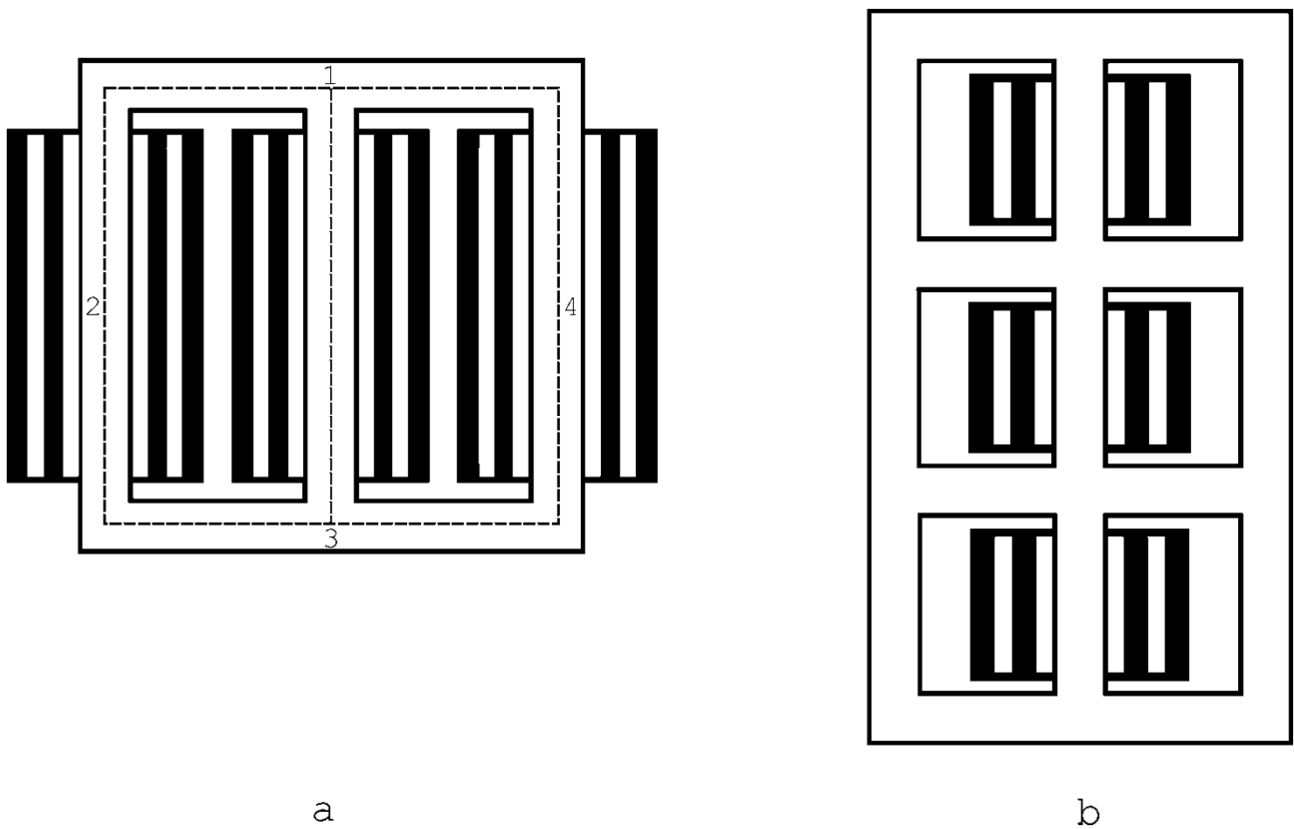


Σχήμα 2.4. Πυρήνας συμμετρικού τριφασικού μετασχηματιστή.

2.2.2 Πυρήνας τριφασικού μετασχηματιστή (1)

- Εάν οι τρεις τάσεις u_1 , u_2 και u_3 είναι συμμετρικές, τότε η συνολική ροή $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$ είναι μηδέν.
- Το κοινό στέλεχος μπορεί να παραληφθεί και έτσι η διάταξη (2.4a) γίνεται ισοδύναμη με τη διάταξη (2.4b).
- Λόγω μειονεκτημάτων της διάταξης (2.4b), έχει επικρατήσει η κατασκευή του ασύμμετρου πυρήνα, στον οποίο τα τρία στελέχη βρίσκονται επί ενός επιπέδου, σχήμα (2.5a).
- Η μαγνητική ροή στα τρία στελέχη είναι ίδια επειδή οι τάσεις είναι ίδιες και επειδή ισχύει η σχέση:

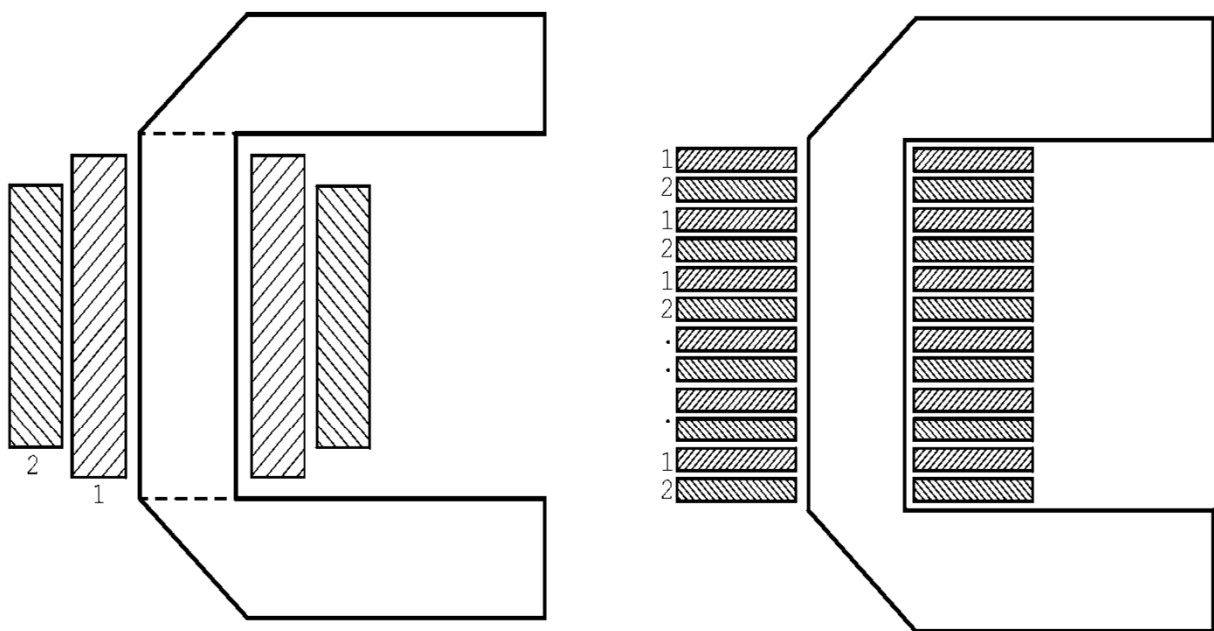
$$\Theta = R_m \Phi \sim i_\mu \quad (2.1)_{11}$$



Σχήμα 2.5. Πυρήνες τριφασικού μετασχηματιστή
(a) Μετασχηματιστής τύπου πυρήνα .
(b) Μετασχηματιστής τύπου μανδύα .

2.2.3 Τυλίγματα μετασχηματιστών.

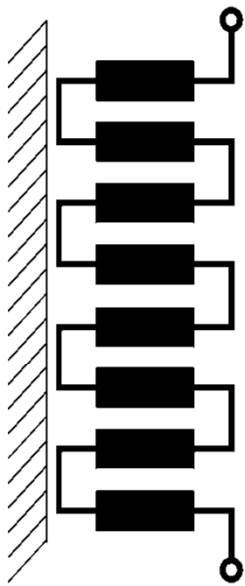
Όσον αφορά την κατασκευή των τυλιγμάτων των ΜΤ διακρίνουμε δύο τύπους: Τα κυλινδρικά και τα δισκοειδή τυλίγματα, όπως βλέπουμε στο σχήμα 2.6.



(a) κυλινδρικό

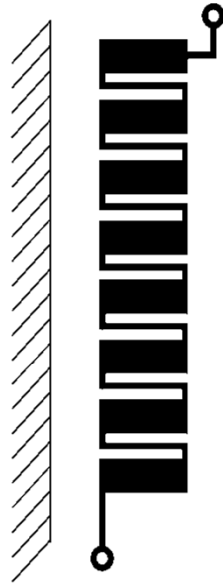
(b) δισκοειδές

Σχήμα 2.6. Τύποι τυλιγμάτων μετασχηματιστών.



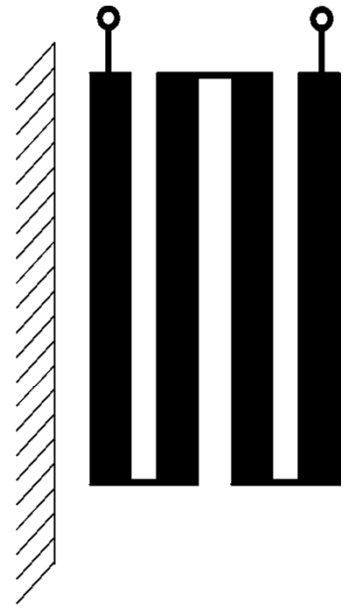
(a)

Σχήμα 2.7.



(b)

Διάφορες μορφές τυλιγμάτων.



(c)

2.2.4 Ψύξη μετασχηματιστών.

Τα μέσα ψύξεως είναι ο αέρας και το λάδι, Έτσι διακρίνουμε ξηρούς μετασχηματιστές και μετασχηματιστές λαδιού. Τα πλεονεκτήματα του λαδιού συγκριτικά προς τον αέρα είναι τα εξής :

- Μεγαλύτερο ειδικό βάρος, μεγαλύτερη ειδική θερμότητα και μεγαλύτερη θερμική αγωγιμότητα
- Το λάδι έχει καλύτερες μονωτικές ικανότητες, επειδή η τάση διάσπασης είναι 6 φορές μεγαλύτερη εκείνης του αέρα.

Το λάδι όμως πρέπει να συντηρείται με μεγάλη επιμέλεια, επειδή προσβάλλεται από τον αέρα και την υγρασία. Η προστασία του λαδιού από τον αέρα και την υγρασία εξασφαλίζεται με την βοήθεια ενός δοχείου προστασίας λαδιού, το οποίο τοποθετείται στο επάνω μέρος του μετασχηματιστή, (λέγεται και δοχείο διαστολής).

2.3 Εξισώσεις τάσεων και ισοδύναμα κυκλώματα του μονοφασικού μετασχηματιστή

Η ηλεκτρομαγνητική συμπεριφορά ενός μετασχηματιστή σε οποιαδήποτε κατάσταση λειτουργίας (μόνιμη και μεταβατική) περιγράφεται μέσω των επόμενων εξισώσεων:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (2.2)$$

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (2.3)$$

2.3 Εξισώσεις τάσεων και ισοδύναμα κυκλώματα του μονοφασικού μετασχηματιστή (1)

- Ο δείκτης 1 χαρακτηρίζει τα μεγέθη του πρωτεύοντος, ενώ ο δείκτης 2 αναφέρεται στα μεγέθη του δευτερεύοντος.
- Οι δύο παραπάνω εξισώσεις ισχύουν υπό την προϋπόθεση ότι οι συντελεστές L_1 , L_2 και M είναι ανεξάρτητοι του ρεύματος και οι απώλειες σιδήρου (υστέρηση, δινορεύματα) δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- Σταθεροί συντελεστές αυτεπαγωγής και αλληλεπαγωγής σημαίνει ότι η μαγνητική διαπερατότητα είναι σταθερή δηλαδή το σημείο λειτουργίας βρίσκεται στο γραμμικό μέρος της καμπύλης μαγνητίσεως .

Τροποποιούμε τις αρχικές εξισώσεις (2.2) και (2.3) ως εξής :

$$u_1 = R_1 i_1 + \left(L_1 - \frac{w_1}{w_2} M \right) \frac{di_1}{dt} + M \left(\frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) \quad (2.4)$$

$$u_2 = R_2 i_2 + \left(L_2 - \frac{w_2}{w_1} M \right) \frac{di_2}{dt} + M \left(\frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{di_1}{dt} \right) \quad (2.5)$$

$$L_1 - \frac{w_1}{w_2} M = L_{\sigma 1}$$

αυτεπαγωγimότητα σκεδάσεως
πρωτεύοντος (2.6)

$$L_2 - \frac{w_2}{w_1} M = L_{\sigma 2}$$

αυτεπαγωγimότητα σκεδάσεως
δευτερεύοντος (2.7)

$$L_{h1} = L_1 - L_{\sigma 1}$$

κύρια αυτεπαγωγή πρωτεύοντος (2.8)

$$L_{h2} = L_2 - L_{\sigma 2}$$

κύρια αυτεπαγωγή δευτερεύοντος (2.9)

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν:

$$L_{h1} = \frac{w_1}{w_2} \cdot M \quad (2.10)$$

$$L_{h2} = \frac{w_2}{w_1} \cdot M \quad (2.11)$$

$$M = \frac{w_2}{w_1} L_{h1} = \frac{w_1}{w_2} L_{h2} \quad (2.12)$$

$$L_{h1} L_{h2} = M^2 \quad (2.13)$$

Έτσι οι εξισώσεις (2.4) και (2.5) παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + L_{h1} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (2.14)$$

$$u_2 = R_2 i_2 + L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} + L_{h2} \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (2.15)$$

Στο σύστημα (2.14) και (2.15) φροντίζουμε να παραμένει μόνο μια κύρια αυτεπαγωγή. Συνήθως χρησιμοποιούμε την L_{1h} . Για την L_{2h} ισχύει :

$$L_{h2} = L_{h1} \left(\frac{W_2}{W_1} \right)^2 \quad (2.16)$$

Από την (2.16) προκύπτει η “ανηγμένη” αυτεπαγωγιμότητα L_{2h} .

$$L'_{h2} = L_{h1} = L_{h2} \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^2 \quad (2.17)$$

Από τις σχέσεις (2.13) και (2.16) παίρνουμε τη σχέση:

$$L_{h1} \frac{W_2}{W_1} = M \quad (2.18)$$

χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2.17) και (2.18) το σύστημα (2.14), (2.15) αποκτάει την εξής μορφή:

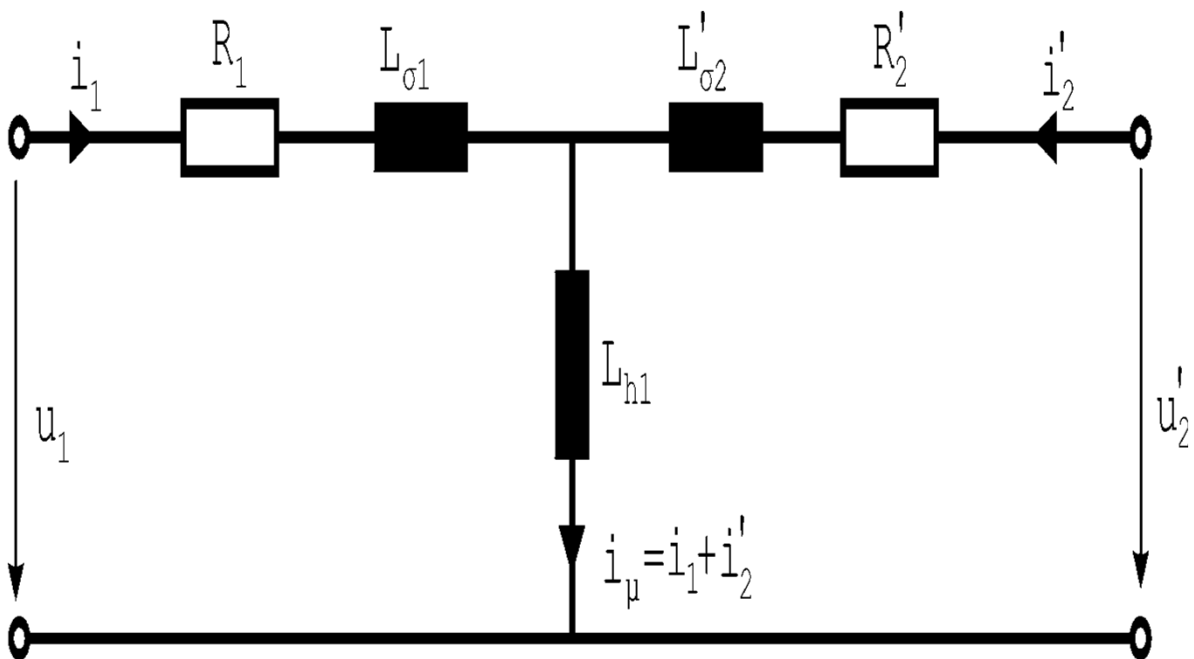
$$u_1 = R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + L_{h1} \frac{d}{dt} (i_1 + i_2') \quad (2.19)$$

$$u_2' = R_2' i_2' + L_{\sigma 2}' \frac{di_2'}{dt} + L_{h1} \frac{d}{dt} (i_1 + i_2') \quad (2.20)$$

Στη σχέση (2.20) τα τονούμενα μεγέθη ονομάζονται *ανηγμένα* μεγέθη και σημαίνουν :

$$\left. \begin{aligned} u_2' &= u_2 \frac{w_1}{w_2} \\ i_2' &= i_2 \frac{w_2}{w_1} \\ R_2' &= R_2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \\ L_{\sigma 2}' &= L_{\sigma 2} \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

- Τα ανηγμένα στο πρωτεύον στοιχεία του δευτερεύοντος τυλίγματος παριστάνουν εκείνες τις τιμές, υπό τις οποίες φαίνονται τα στοιχεία αυτά από το πρωτεύον.
- Οι εξισώσεις (2.19) και (2.20) οδηγούν στο ακόλουθο ισοδύναμο κύκλωμα:



Σχήμα 2.8. Ισοδύναμο κύκλωμα σκεδάσεως.

- Τα μεγέθη $L_{\sigma 1}$ και $L_{\sigma 2}$ αντιπροσωπεύουν τη ροή σκεδάσεως, η οποία δημιουργείται από τα ρεύματα i_1 και i_2 .
- Τα μεγέθη $L_{\sigma 1}$ και $L_{\sigma 2}$ ή προέκυψαν από καθαρώς μαθηματικούς συλλογισμούς και στο ισοδύναμο κύκλωμα έχουν ομοίως μαθηματικό (υπολογιστικό) χαρακτήρα.
- Το μέγεθος L_{1h} προέκυψε ομοίως από μαθηματική επεξεργασία των αρχικών εξισώσεων, αλλά έχει και φυσικό νόημα. Εκφράζει τη ροή η οποία ρέει μέσα στο σίδηρο και δημιουργεί ζεύξη πρωτεύοντος και δευτερεύοντος προς απόλυτη εκμετάλλευσή της, δηλαδή δημιουργία τάσης εξ επαγωγής και στα δύο τυλίγματα.

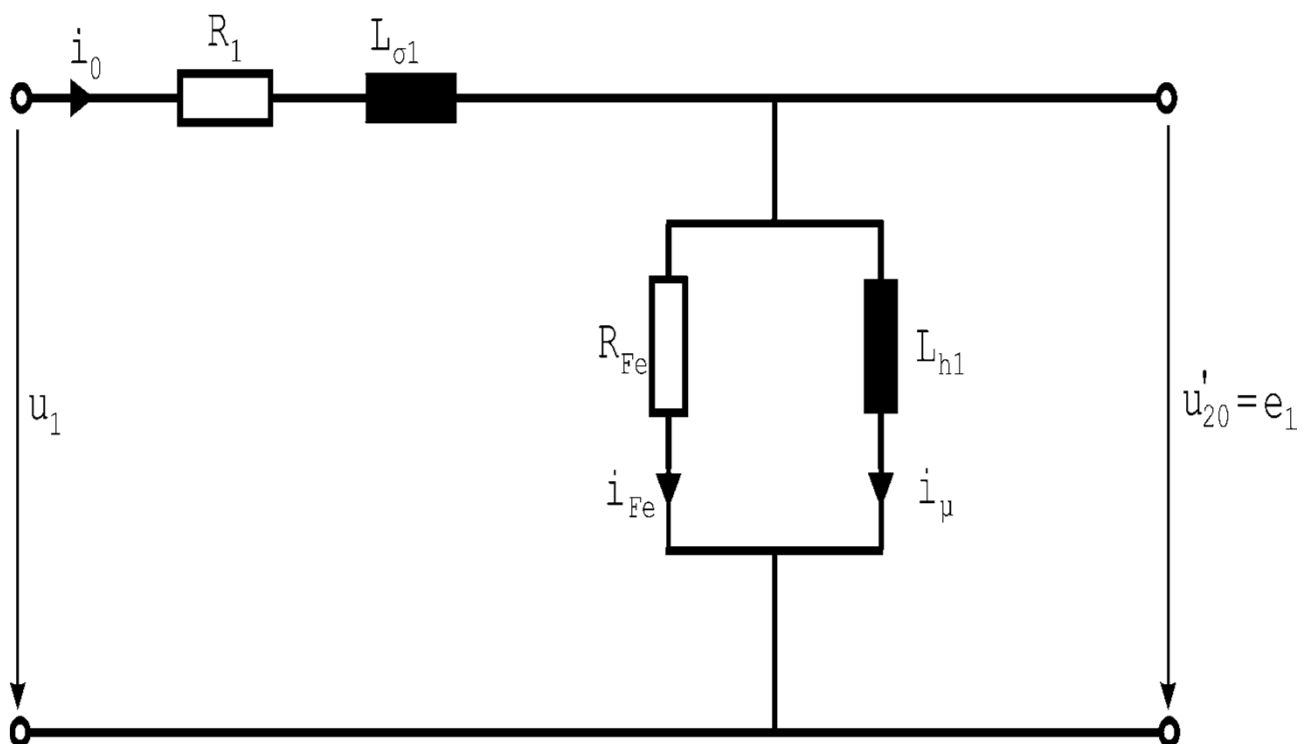
Πρέπει ακόμη να σημειωθεί πως κάθε ισοδύναμο κύκλωμα δεν πρέπει να αλλοιώνει την ισχύ του μετασχηματιστή, δηλαδή πρέπει να ισχύει :

$$\begin{aligned}
 P_2 &= u_2 i_2 \equiv u_2' i_2' \\
 P_{R_2} &= R_2 i_2^2 \equiv R_2' i_2'^2 \\
 P_{L_{\sigma 2}} &= \frac{1}{2} L_{\sigma 2} i_2^2 \equiv \frac{1}{2} L_{\sigma 2}' i_2'^2
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Πράγματι οι εξισώσεις (2.22) επαληθεύονται, εάν χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις (2.21).

2.4 Λειτουργία του μετασχηματιστή

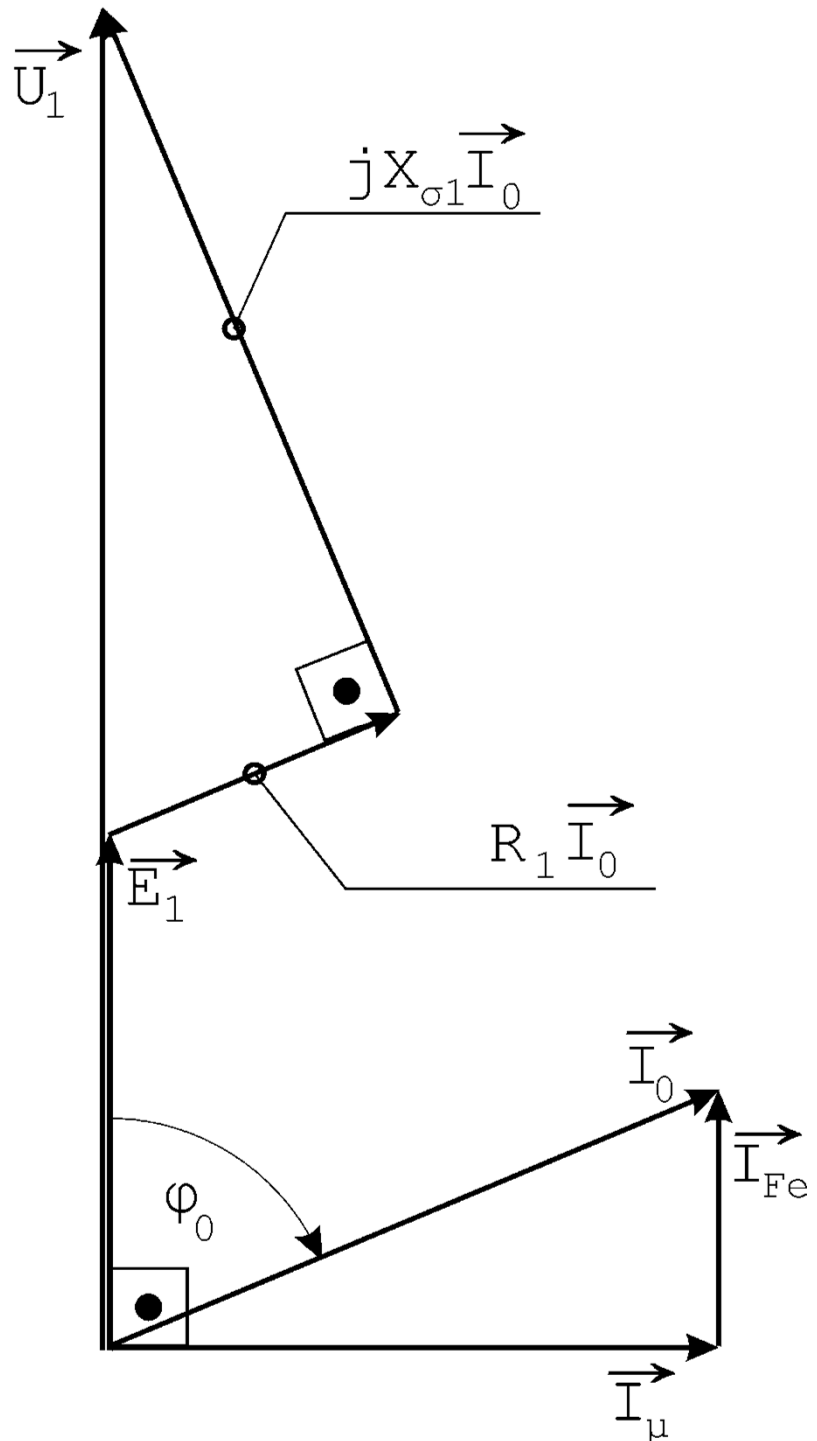
2.4.1 Λειτουργία εν κενώ.



Σχήμα 2.9. Ισοδύναμο κύκλωμα εν κενώ ($i_2=0$).

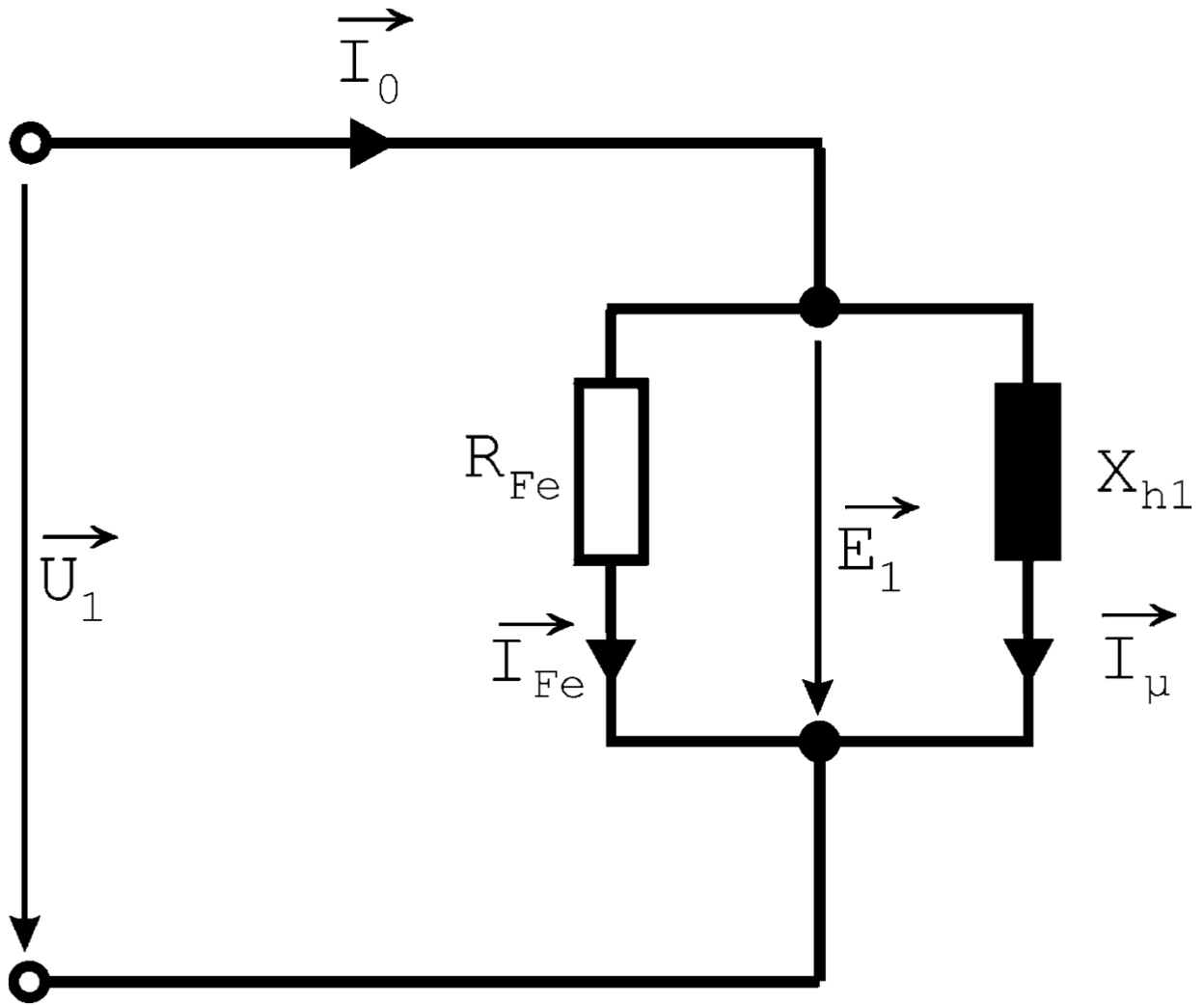
Το ρεύμα i_0 αναλύεται σε δύο συνιστώσες: στο ρεύμα μαγνήτισης i_μ και στο ρεύμα σιδήρου i_{Fe} . Εν κενώ η πτώση τάσης στα στοιχεία R_1 και $X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1}$ είναι μικρή επειδή το i_0 είναι μικρό και έτσι με καλή προσέγγιση μπορούμε να γράψουμε $U_1 = E_1$. Μετρώντας το I_0 , το U_1 και την ισχύ P_0 εν κενώ, μπορούμε να υπολογίσουμε την R_{Fe} και την

$$X_{h1} = \omega L_{h1} \equiv X_h .$$



Σχήμα 2.10. Διανυσματικό διάγραμμα μετασχηματιστή για τη λειτουργία εν κενώ.

Σύμφωνα με το σχήμα (2.8) ισχύει :



Σχήμα 2. 11. Ισοδύναμο κύκλωμα για τον υπολογισμό της αντίστασης σιδήρου R_{Fe} και της αυτεπαγωγής X_{h1}

$$\vec{U}_1 = \vec{U}_{Fe} R_{Fe} = jX_{h1} \vec{I}_{\mu} \quad (2.23)$$

$$P_0 = \frac{U_1^2}{R_{Fe}} = U_1 I_{Fe} \quad (2.24)$$

$$I_0^2 = I_{Fe}^2 + I_{\mu}^2 \quad (2.25)$$

Εν κενώ ισχύει με καλή προσέγγιση

$$u_1 = e_1 = \frac{d\Psi_h}{dt} . \text{ Εάν είναι } u_1 = \sqrt{2}U_1 \cos(\omega t + \varphi),$$

τότε για την χρήσιμη ροή έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_h &= \frac{\sqrt{2}U_1}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) \\ \Phi &= \frac{\Psi_h}{w_1} = \frac{\sqrt{2}U_1}{w_1 \omega} \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \right\} (2.26)$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη τη σχέση $\omega = 2\pi f$ μπορούμε να γράψουμε για την ενεργό τιμή των τάσεων εξ' επαγωγής :

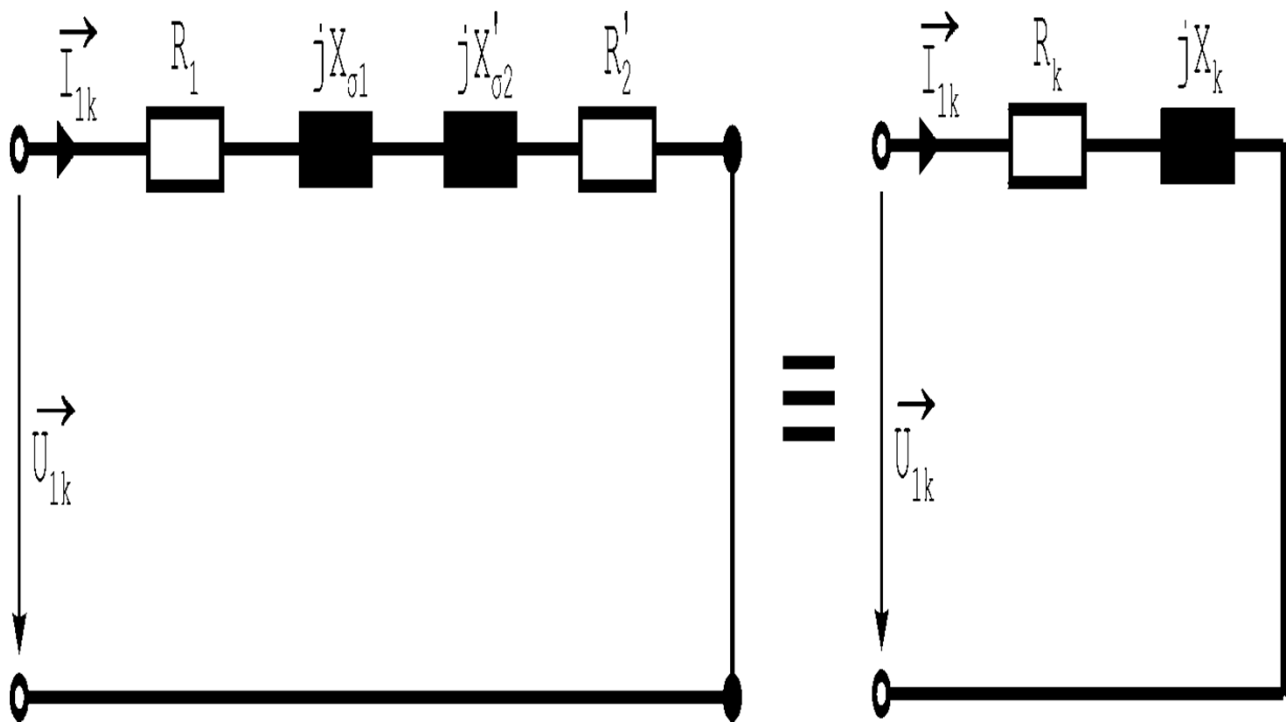
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 4,44 \cdot f w_1 \Phi_{\max}, \\ E_2 &= 4,44 \cdot f w_2 \Phi_{\max} \end{aligned} \right\} (2.27)$$

Επομένως με καλή προσέγγιση μπορούμε να γράψουμε για την ενεργό τιμή των τάσεων:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{W_1}{W_2} \approx \frac{U_1}{U_2} \quad (2.28)$$

Εν κενώ οι τάσεις εξ επαγωγής και οι τάσεις στους ακροδέκτες είναι ανάλογες του αριθμού σπειρών των τυλιγμάτων.

2.4.2 Λειτουργία μετασχηματιστή σε βραχυκύκλωμα.



Σχήμα 2.12. Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή κατά το βραχυκύκλωμα .

Ισχύει για το ολικό διάρρευμα :

$$\Theta = w_{11}i_1 + w_{12}i_2' = w_{11}i_1 + w_{22}i_2 = 0 \quad (2.29)$$

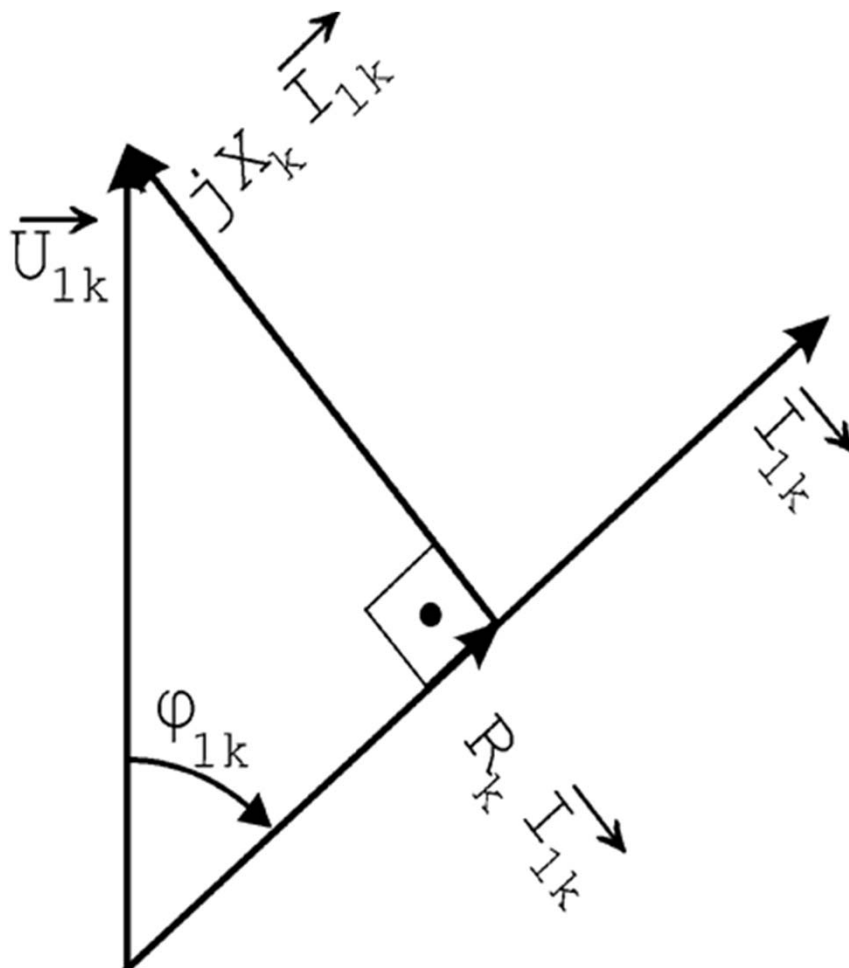
Από τη σχέση (2.29) προκύπτει η σχέση των ρευμάτων κατά το βραχυκύκλωμα:

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{w_{22}}{w_{11}}, \quad i_1 = -i_2' \quad (2.30)$$

Τάση βραχυκύκλωσης U_k ονομάζεται εκείνη η τάση, η οποία πρέπει να εφαρμοσθεί στο πρωτεύων ή στο δευτερεύον για να περάσει στο τύλιγμα αυτό το ονομαστικό ρεύμα.

Εάν πάρουμε ονομαστικές τιμές και διαιρέσουμε δια της ονομαστικής τιμής της τάσης, θα προκύψει η σχέση:

$$u_{1k} = \frac{I_{1k} Z_k}{U_{1N}} = \frac{I_{1N} Z_k}{U_{1N}} * 100 [\%] \quad (2.31)$$



Σχήμα 2.13. Διανυσματικό διάγραμμα μετασχηματιστή κατά το βραχυκύκλωμα .

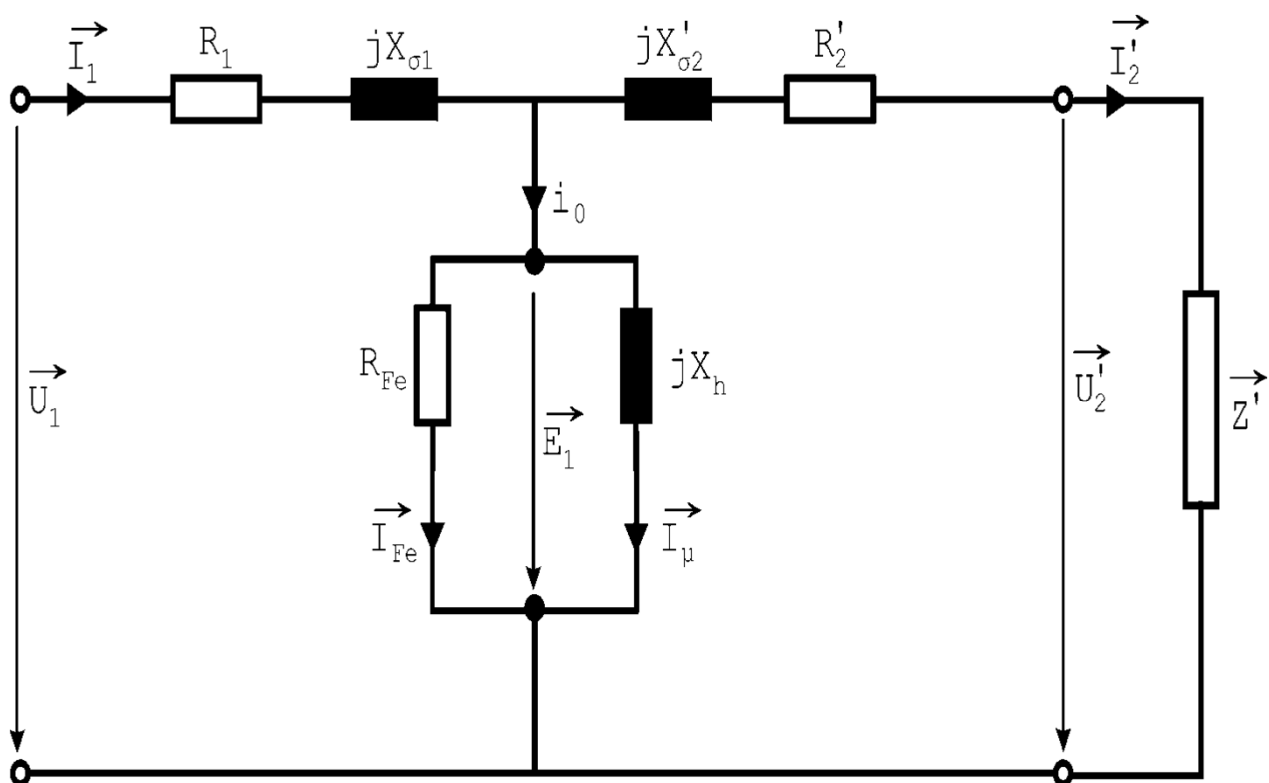
Το ρεύμα βραχυκύκλωσης, όταν εφαρμόζεται ονομαστική τάση, προς το ονομαστικό ρεύμα δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{I_{1k}}{I_{1N}} = \frac{1}{u_{1k}} \quad (2.32)$$

Το μέγεθος u_{1k} ονομάζεται *σχετική τάση βραχυκύκλωσης* και δηλώνει την σχετική πτώση τάσης υπό ονομαστικό ρεύμα.

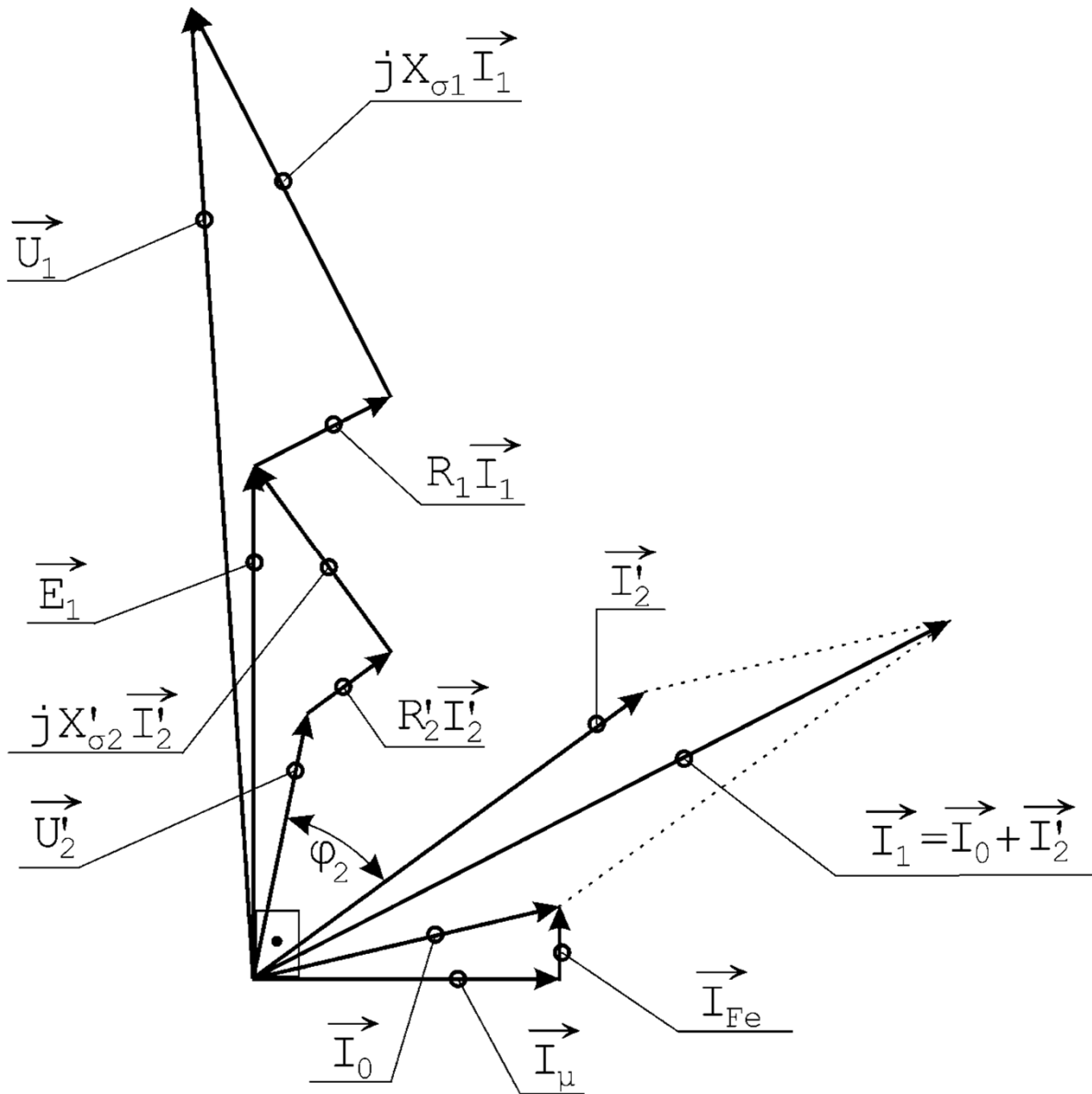
Το ρεύμα βραχυκύκλωσης καθορίζεται από την ωμική αντίσταση και την επαγωγιμότητα σκεδάσεως.

2.4.3 Λειτουργία μετασχηματιστή υπό φορτίο.

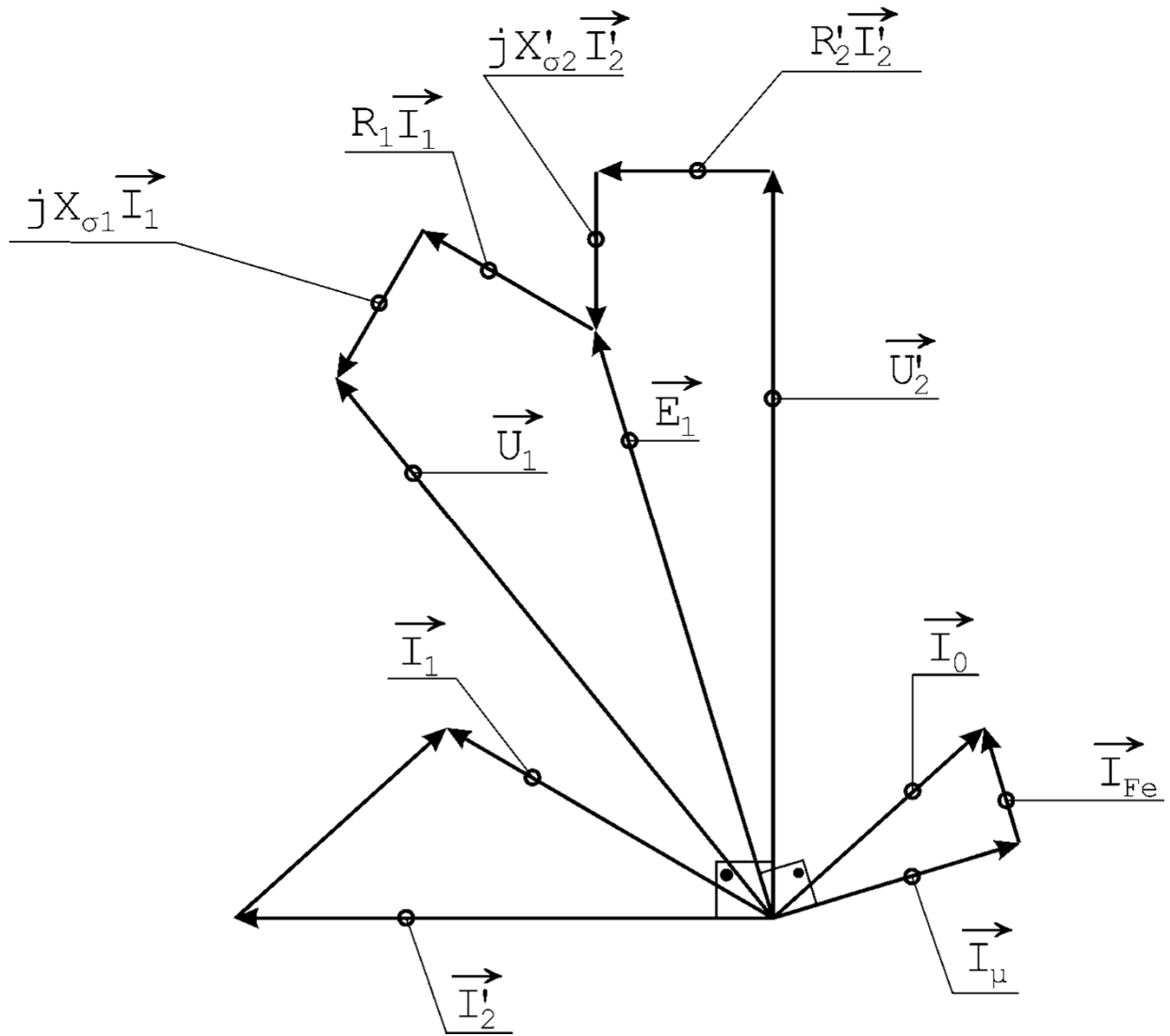


Σχήμα 2.14. Ισοδύναμο κύκλωμα μονοφασικού μετασχηματιστή κατά τη φόρτιση.

Η φαινόμενη αντίσταση \vec{Z}' παριστάνει την ανηγμένη αντίσταση του φορτίου.

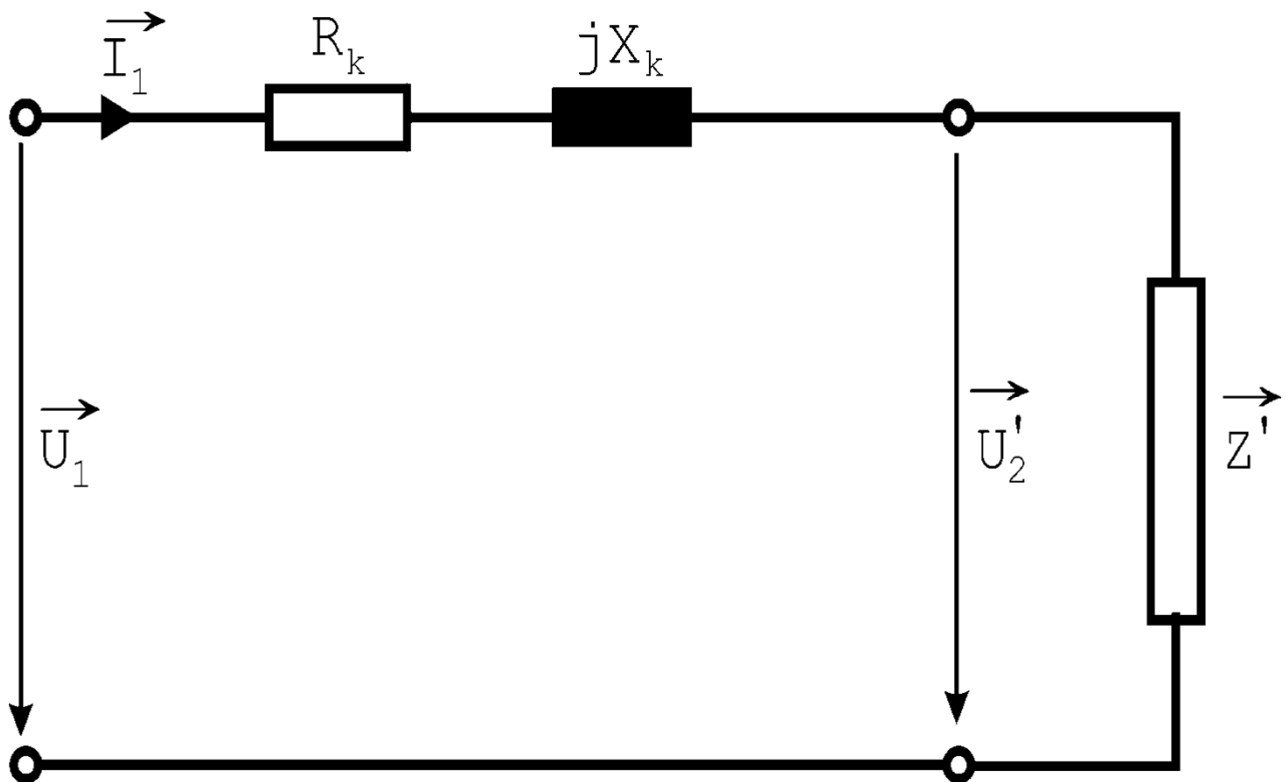


Σχήμα 2.15: Διανυσματικό διάγραμμα μετασχηματιστή κατά τη λειτουργία υπό φορτίο.



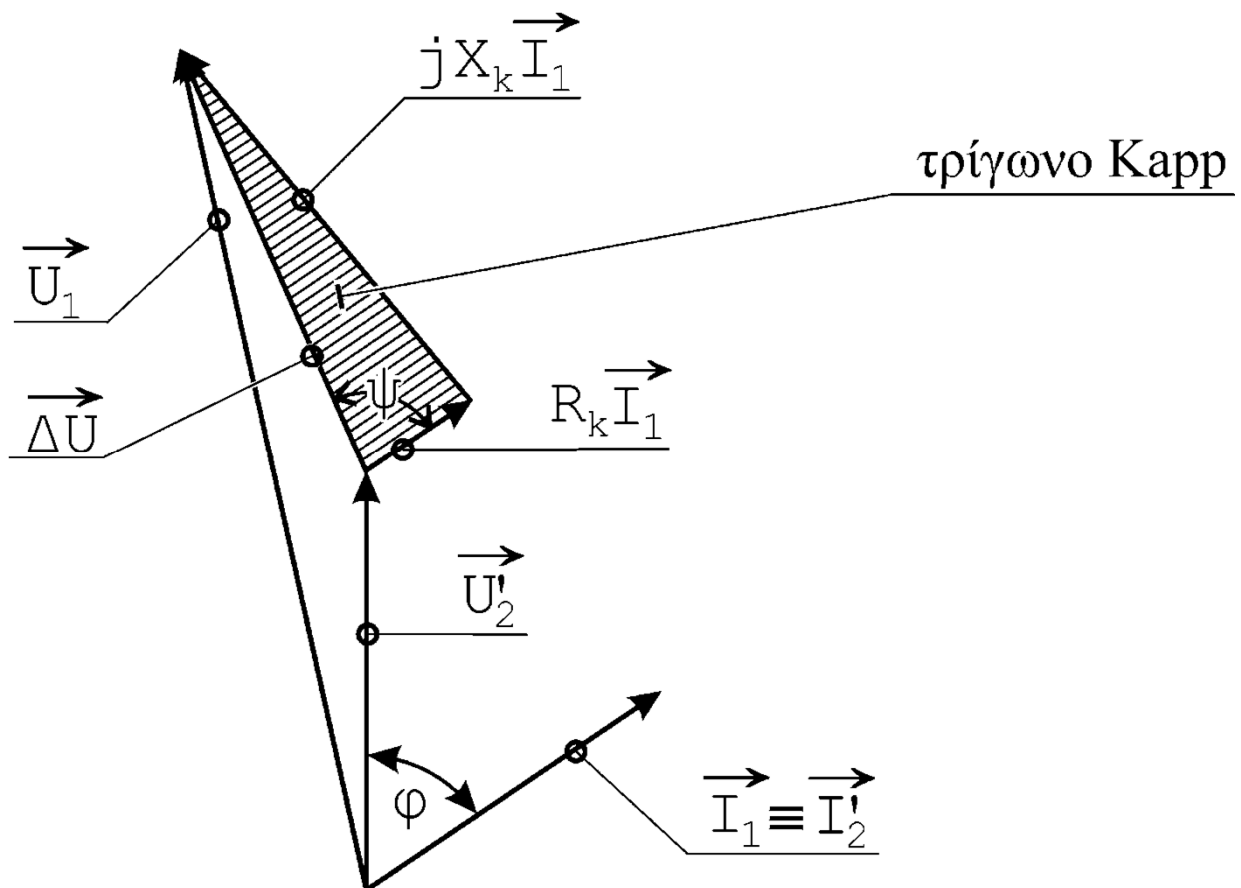
Σχήμα 2.16. Διανυσματικό διάγραμμα μετασχηματιστή για χωρητική φόρτιση.

2.4.4 Μεταβολή της τάσης μετασχηματιστή υπό φορτίο.



Σχήμα 2.17. Ισοδύναμο κύκλωμα για τον **προσεγγιστικό** υπολογισμό της μεταβολής της τάσης υπό φορτίο.

Στο κύκλωμα του σχήματος 2.17 αντιστοιχεί το διανυσματικό διάγραμμα:



Σχήμα 2.18. Διάγραμμα για τον υπολογισμό της διαφοράς $\Delta \vec{U} = \vec{U}_1 - \vec{U}_2'$.

Για κάθε μετασχηματιστή ορίζεται σαν χαρακτηριστικό μέγεθος η εκατοστιαία πτώση τάσης ε :

$$\varepsilon = \frac{U_1 - U_2'}{U_1} \quad [\%] \quad (2.33)$$

Ορίζοντας τη διεύθυνση μιας τάσης \vec{U}_2' ως άξονα πραγματικών αριθμών μπορούμε να γράψουμε σύμφωνα με το σχήμα 2.18 :

$$\vec{U}_1 = \vec{U}_2' + R_k I_1 \cos \varphi + X_k I_1 \sin \varphi + j(X_k I_1 \cos \varphi - R_k I_1 \sin \varphi) \quad (2.34)$$

Στη σχέση (2.34) τα μεγέθη I_1 και U_2' εκφραζόμενα σε Ampere και Volt αντίστοιχα. Εάν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη δια $U_2=|U_2|$ θα προκύψει :

$$\frac{\vec{U}_1}{U_1} = \frac{U_2'}{U_1} + \frac{R_k I_1}{U_1} \cos\varphi + \frac{X_k I_1}{U_1} \sin\varphi + j \left(\frac{X_k I_1}{U_1} \cos\varphi - \frac{R_k I_1}{U_1} \sin\varphi \right) \quad (2.35)$$

Για να γίνει περισσότερο συνοπτική η σχέση αυτή ορίζουμε τα ακόλουθα μεγέθη :

$$\frac{R_k I_1}{U_1} = \varepsilon_R \quad \text{εκατοστιαία ωμική πτώση τάσης.}$$

$$\frac{X_k I_1}{U_1} = \varepsilon_x \quad \text{εκατοστιαία επαγωγική πτώση τάσης.}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_R \cos\varphi + \varepsilon_x \sin\varphi$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon_x \cos\varphi - \varepsilon_R \sin\varphi$$

Επομένως καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$\frac{\vec{U}_1}{U_1} = \frac{U_2'}{U_1} + \varepsilon' + j\varepsilon'' \quad (2.36)$$

Για να υπολογίσουμε το μέγεθος ε σχηματίζουμε την απόλυτη τιμή της σχέσης (2.36).

$$\left| \frac{\vec{U}_1}{U_1} \right| = 1 = \sqrt{\left(\frac{U_2'}{U_1} + \varepsilon' \right)^2 + \varepsilon''^2} \longrightarrow \frac{\vec{U}_1}{U_1} = \sqrt{1 - \varepsilon''^2} - \varepsilon' \quad (2.37)$$

Για να καταλήξουμε στη σχέση (2.33) αφαιρούμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης (2.37) από τη μονάδα:

$$1 - \frac{U_2'}{U_1} = \varepsilon = 1 + \varepsilon' - \sqrt{1 - \varepsilon''^2} \quad (2.38)$$

Ο τύπος (2.38) επιτρέπει τον ακριβή υπολογισμό της εκατοστιαίας πτώσης τάσης. Επειδή τις περισσότερες φορές ισχύει $\varepsilon' \ll 1$, μπορούμε να γράψουμε:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &\approx \varepsilon' - \frac{1}{2}\varepsilon''^2 \\ (\sqrt{1-\varepsilon''^2} &= 1 - \frac{1}{2}\varepsilon''^2 + \dots) \end{aligned} \right\} (2.39)$$

Ακόμη μια απλοποίηση είναι δυνατή. Στην πράξη ισχύει $\varepsilon''^2 \ll \varepsilon'$, οπότε χρησιμοποιούμε τον τύπο :

$$\varepsilon \approx \varepsilon' = \varepsilon_R \cos \varphi + \varepsilon_x \sin \varphi \quad (2.40)$$

2.4.5 Απώλειες και βαθμός απόδοσης μονοφασικού μετασχηματιστή.

2 είδη απωλειών:

- *απώλειες εν κενώ*
- *απώλειες υπό φορτίο.*

Οι απώλειες εν κενώ παραμένουν σχεδόν ίδιες και κατά τη φόρτιση, ενώ οι απώλειες υπό φορτίο εξαρτώνται φυσικά από το ρεύμα.

Οι απώλειες εν κενώ οφείλονται στις απώλειες του σιδήρου (υστέρηση, δινορεύματα).

Οι απώλειες σιδήρου εξαρτώνται από τη συχνότητα f της τάσης και από την επαγωγή B

Την ενεργό ισχύ στην κατάσταση εν κενώ μπορούμε να την υπολογίσουμε με ένα βατόμετρο ή να τα υπολογίσουμε μετρώντας την τάση u , το ρεύμα I_0 και τον συντελεστή ισχύος $\cos\varphi_0$ σύμφωνα με τον τύπο:

$$P_0 = UI\cos\varphi_0 \quad (2.41)$$

Η σχέση (2.41) ισχύει για το μονοφασικό μετασχηματιστή. Εάν έχουμε τριφασικό μετασχηματιστή, τότε θα ισχύει :

$$P_0 = \sqrt{3}UI_0\cos\varphi_0 \quad (2.42)$$

Όπου U και I_0 είναι πολικά μεγέθη.

Στην κατάσταση λειτουργίας υπό φορτίο εμφανίζονται εκτός των απωλειών σιδήρου P_0 ακόμη οι απώλειες στις ωμικές αντιστάσεις των τυλιγμάτων και υπολογίζονται από την σχέση:

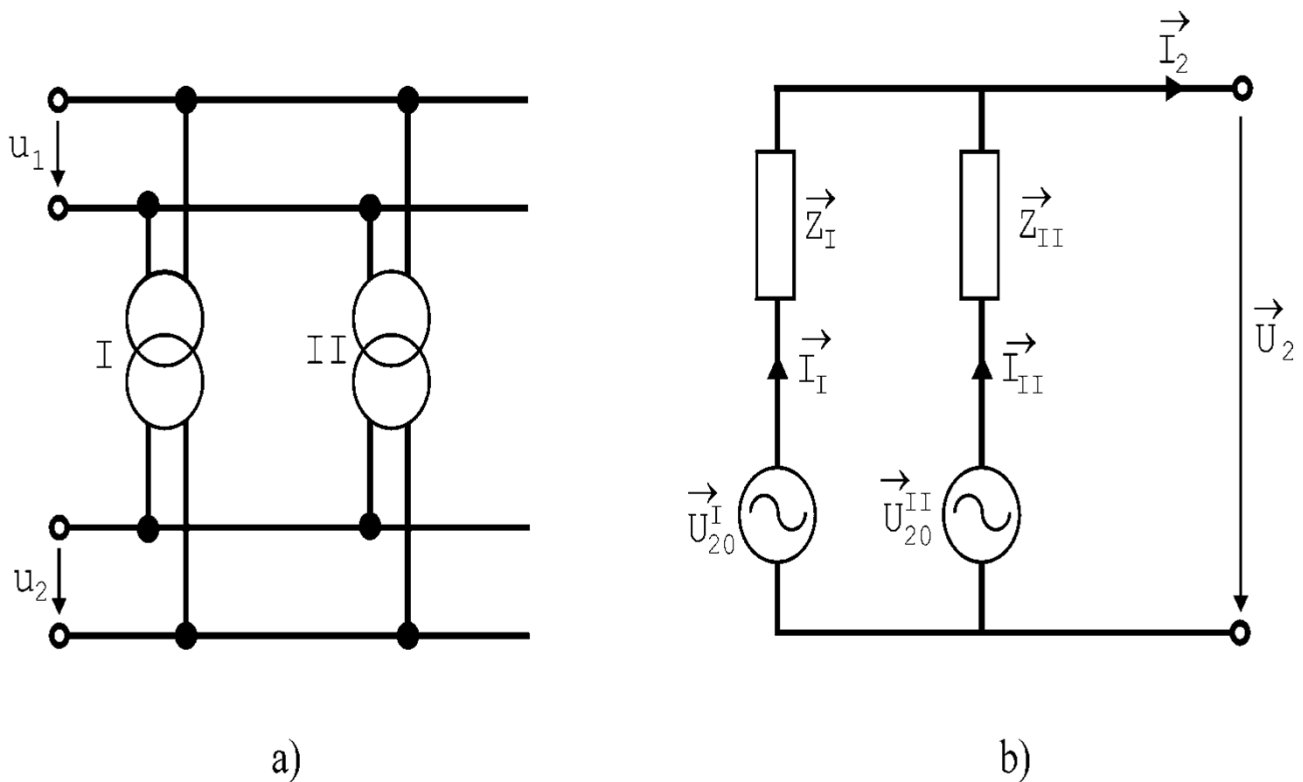
$$P_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 \quad (2.43)$$

Βαθμός Απόδοσης Μ/Σ

Ο βαθμός απόδοσης γενικά ενός μετασχηματιστή ορίζεται ως ο λόγος της αποδιδόμενης ισχύος P_2 δια την προσλαμβανόμενη ισχύ P_1 ή του P_2 δια το άθροισμα του P_2 και των απωλειών. Φυσικά οι ισχείς P_1 και P_2 είναι κάθε μια ενεργός ισχύς.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_v} = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + P_{Cu}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} \quad (2.44)$$

2.4.6 Παράλληλη λειτουργία μετασχηματιστών.



Σχήμα 2.19. Παράλληλη σύνδεση μονοφασικών μετασχηματιστών
 a) Πραγματικό κύκλωμα
 b) Ισοδύναμο κύκλωμα

Στο σχήμα (2.19 b) καθένας μετασχηματιστής παρίσταται με μια πηγή, της οποίας η τάση εν κενώ είναι \vec{U}_{20} και η εσωτερική αντίσταση \vec{Z} . Αυτή ισούται με την αντίσταση βραχυκυκλώσεως

$$\vec{Z} = R_k + j X_k = (R_1 + R_2') + j (X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}')$$

Όταν το ρεύμα \vec{I}_2 ισούται με το μηδέν, για να μην υπάρχει ρεύμα στο σχηματιζόμενο βρόχο, πρέπει να ισχύει :

$$\vec{U}_{20}^I = \vec{U}_{20}^{II} \quad (2.45)$$

Η εξίσωση αυτή σημαίνει ότι πρέπει οι δύο τάσεις να έχουν την ίδια φάση και το ίδιο μέτρο. Τούτο είναι δυνατόν εάν οι μετασχηματιστές έχουν τον ίδιο λόγο μετασχηματισμού.

Όταν πρόκειται για τριφασικούς μετασχηματιστές, πρέπει επί πλέον να έχουν την ίδια συνδεσμολογία τυλιγμάτων.

Είναι δυνατόν οι δύο μετασχηματιστές να έχουν διαφορετικό μέγεθος, οπότε η ισχύς τους θα είναι διαφορετική. Τότε προκύπτει το ερώτημα της σωστής κατανομής της ισχύος στους δύο μετασχηματιστές. Για να μην υπερφορτιστεί κανείς, πρέπει η κατανομή να είναι ανάλογη της ονομαστικής ισχύος. Κατά τη φόρτιση εφ' όσον ισχύει η σχέση (2.45), θα ισχύει και η ακόλουθη σχέση:

$$\vec{Z}_I \vec{I}_I = \vec{Z}_{II} \vec{I}_{II} \quad (2.46)$$

Η σχέση (2.46) δείχνει πως τα ρεύματα είναι αντιστρόφως ανάλογα των αντιστάσεων βραχυκύκλωσης, μπορούμε δε να γράψουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_I}{I_{II}} = \frac{Z_{II}}{Z_I} &\longrightarrow \frac{I_I}{I_{IN}} \cdot \frac{I_{IN}Z_I}{U_N} = \frac{I_{II}}{I_{IIN}} \cdot \frac{I_{IIN}Z_{II}}{U_N} \\ u_{KI} = \frac{I_{IN}Z_I}{U_N} &, \quad u_{KII} = \frac{I_{IIN}Z_{II}}{U_N} \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

Από τη σχέση (2.47) μπορούμε να βρούμε την αναλογία των ρευμάτων σαν συνάρτηση της αναλογίας των ονομαστικών ισχύων:

$$\frac{I_I}{I_{II}} = \frac{u_{KII}}{u_{KI}} \cdot \frac{I_{IN}}{I_{IIN}} = \frac{u_{KII}}{u_{KI}} \cdot \frac{I_{IN}U_N}{I_{IIN}U_N} = \frac{u_{KII}}{u_{KI}} \cdot \frac{P_{IN}}{P_{IIN}} \quad (2.48)$$

Παρατηρούμε ότι ο λόγος των ρευμάτων I_I/I_{II} ισούται με το γινόμενο του λόγου των τάσεων βραχυκύκλωσης u_{kII}/u_{kI} επί τον λόγο των ονομαστικών ισχύων P_{IN}/P_{IIN} . Η ιδανική παράλληλη λειτουργία των μετασχηματιστών επιτυγχάνεται όταν το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων I_I και I_{II} ισούται με το ρεύμα I_2 . Τούτο είναι δυνατό εάν έχουμε $u_{RI}=u_{RII}$ και $u_{XI}=u_{XII}$ οπότε θα ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} u_{kI} &= u_{kII} \\ \cos\varphi_{kI} &= \cos\varphi_{kII} \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Τότε τα ρεύματα αντιστοιχούν προς τη φαινόμενη ισχύ του κάθε μετασχηματιστή.

2.4.7 Ισχύς μετασχηματιστή ως συνάρτηση του όγκου.

Με τον όρο διατομή σιδήρου Q_{Fe} εννοούμε την μαγνητική ενεργό διατομή του πυρήνα. Στον μετασχηματιστή τύπου μανδύα Q_{Fe} είναι η διατομή της μεσαίας στήλης. Με τον όρο διατομή χαλκού Q_{Cu} εννοούμε για πρωτεύον και δευτερεύον τυλίγμα αντίστοιχα:

$$Q_{Cu1} = w_1 q_1, \quad Q_{Cu2} = w_2 q_2 \quad (2.50)$$

Τα μεγέθη q_1 και q_2 είναι οι διατομές των αγωγών του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος τυλίγματος. Ορίζουμε σαν ολική διατομή χαλκού:

$$Q_{Cu} = Q_{Cu1} + Q_{Cu2} \quad (2.51)$$

και υποθέτουμε ότι:

$$Q_{Cu1} = Q_{Cu2} = \frac{1}{2} Q_{Cu} \quad (2.52)$$

Εάν I_{1N} και I_{2N} είναι τα ονομαστικά ρεύματα πρωτεύοντος και δευτερεύοντος αντίστοιχα, τότε οι αντίστοιχες πυκνότητες ρεύματος θα είναι:

$$S_1 = \frac{I_{1N}}{q_1}, \quad S_2 = \frac{I_{2N}}{q_2} \quad (2.53)$$

Μπορούμε να υποθέσουμε ότι $S_1 = S_2 = S$, οπότε προκύπτει:

$$I_{1N} = \frac{S Q_{Cu}}{2 w_1} \quad I_{2N} = \frac{S Q_{Cu}}{2 w_2} \quad (2.54)$$

Μια σπείρα που περιβάλλει τον πυρήνα διαρρέεται από την ροή $\Phi = B Q_{Fe}$, από την οποία υπολογίζουμε την ονομαστική τάση:

$$U_{2N} = U_{20} = \frac{\omega w_2 \Phi}{\sqrt{2}} \quad (2.55)$$

Συμβολικά γράφουμε:

$$P_N \sim l^4 \quad (2.56)$$

όπου l συμβολίζει μια οποιαδήποτε γραμμική διάσταση του πυρήνα.

Με τα παραπάνω στοιχεία παίρνουμε την ονομαστική ισχύ ενός μονοφασικού μετασχηματιστή:

$$P_N = U_{2N} I_{2N} = \frac{\omega}{2\sqrt{2}} \times B S Q_{Fe} Q_{Cu} \quad (2.57)$$

Οι τιμές της επαγωγής B και της πυκνότητας S είναι προκαθορισμένες αφού εξαρτώνται από τα υλικά. Έτσι βλέπουμε ότι η ονομαστική ισχύς είναι ανάλογη της συχνότητας και, της διατομής του σιδήρου και της διατομής του χαλκού. Όταν η συχνότητα είναι σταθερή, η ισχύς είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης των γραμμικών διαστάσεων.

Οι απώλειες των τυλιγμάτων είναι το γινόμενο των ειδικών απωλειών ρS^2 , δηλαδή των απωλειών ανά μονάδα όγκου, επί τον όγκο των τυλιγμάτων $\pi D_m Q_{Cu}$:

$$P_{Cu} = \rho S^2 D_m Q_{Cu} \sim I^3 \quad (2.58)$$

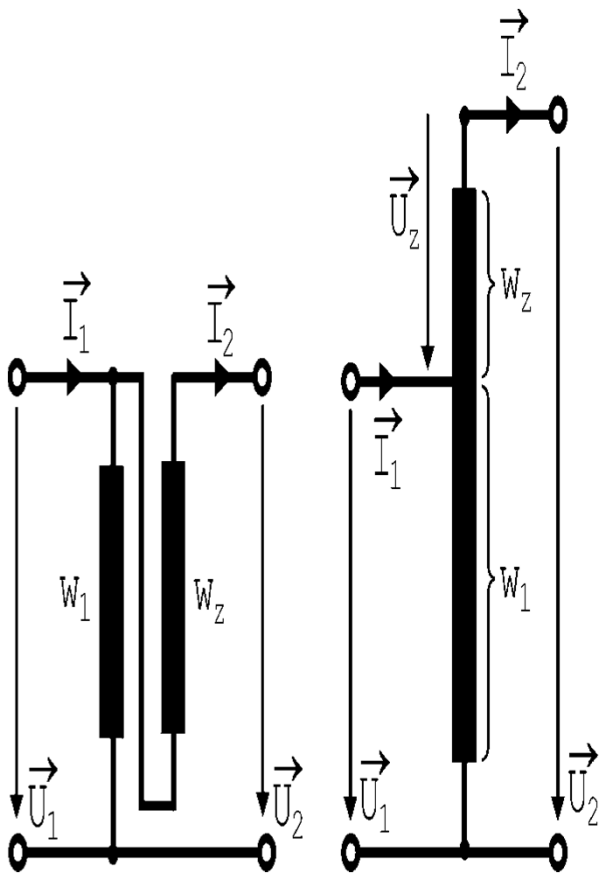
Στον τύπο αυτό ρ είναι η ειδική αντίσταση του χαλκού και D_m η μέση διάμετρος του χάλκινου κυλίνδρου που περιβάλλει τον πυρήνα.

Οι απώλειες στο σίδηρο θα ισούνται με το άθροισμα των απωλειών υστέρησης και δινορευμάτων:

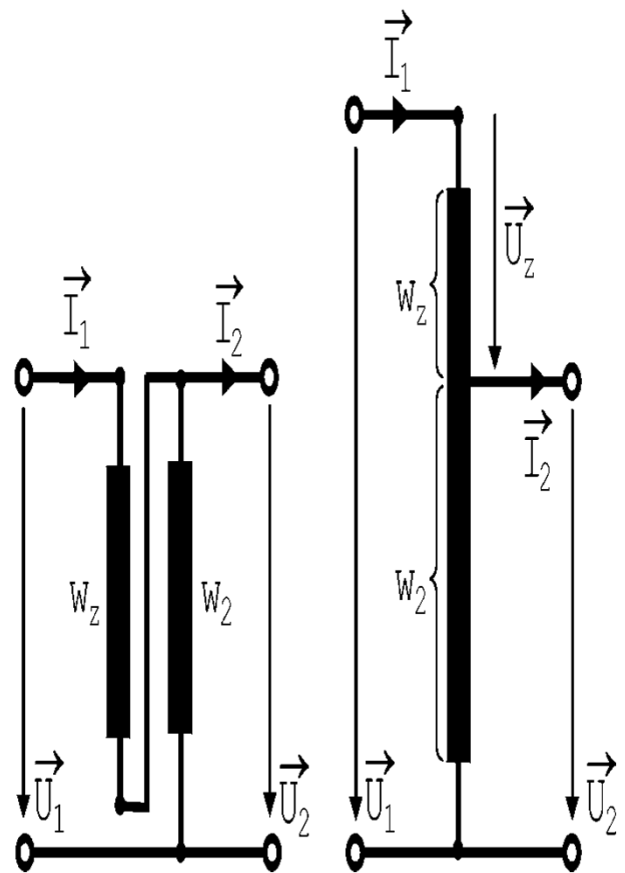
$$P_{Fe} = (c_h f B^2 + c_w f^2 B^2) \gamma V \quad (2.59)$$

Στη σχέση αυτή γ είναι το ειδικό βάρος και V είναι ο όγκος. Επομένως ισχύει $P_{Fe} \sim I^3$ όπως και για τις απώλειες χαλκού.

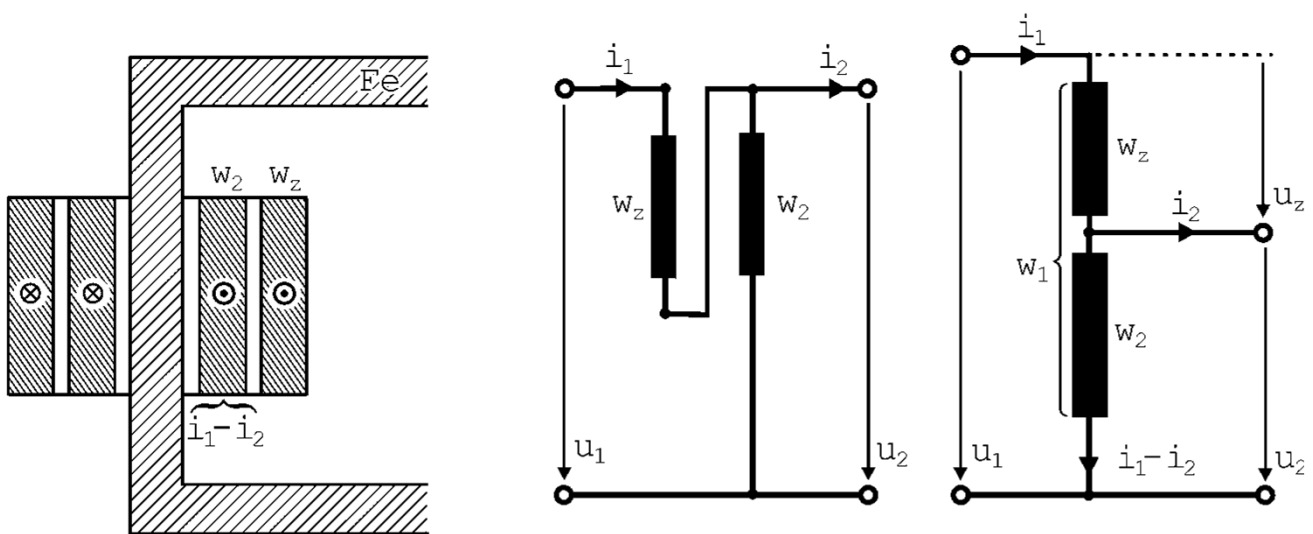
2.4.8 Αυτομετασχηματιστής (A.M.T.)



Σχήμα 2.20.
Αυτομετασχηματιστής
προς ανύψωση τάσης.



Σχήμα 2.21.
Αυτομετασχηματιστής
προς υποβίβαση
τάσης .



Σχήμα 2.22. Αυτομετασχηματιστής προερχόμενος από τον συνηθισμένο μετασχηματιστή.

Θεωρούμε τις ωμικές απώλειες, τη σκέδαση και το ρεύμα μαγνητίσεως αμελητέα μεγέθη, οπότε για τον λόγο των τάσεων σε έναν αυτομετασχηματιστή έχουμε:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{w_z + w_2}{w_2} = 1 + \frac{w_z}{w_2} \quad (2.60)$$

$$w_z i_1 + w_2 (i_1 - i_2) = 0 \quad (2.61)$$

Ισχύς διελεύσεως: Ο αυτομετασχηματιστής προσλαμβάνει από το ένα δίκτυο την ισχύ P_d και την αποδίδει στο άλλο

Ιδιοϊσχύς: Ένα μέρος της ισχύς διελεύσεως που μεταφέρεται επαγωγικά μέσω του τυλίγματος σειράς

$$P_d(t) = u_1 i_1, \quad P_e(t) = u_z i_1 = \frac{w_z}{w_2 + w_z} u_1 i_1 = \frac{u_1 - u_2}{u_1} u_1 i_1 \quad (2.62)$$

Επομένως ο λόγος της ιδιοϊσχύος προς την ισχύ διελεύσεως είναι :

$$\frac{P_e(t)}{P_d(t)} = \frac{u_1 - u_2}{u_1} \quad (2.63)$$

Πλεονεκτήματα

Μικρότερο μέγεθος και επομένως το μικρότερο κόστος καθώς και μικρότερος χώρος εγκατάστασης, οι μικρότερες απώλειες και η μικρότερη πτώση τάσης.

Μειονεκτήματα

Γαλβανική σύνδεση των δικτύων της υψηλής και της χαμηλής τάσης με αποτέλεσμα οι δυσμενείς συνθήκες λειτουργίας του ενός δικτύου να επεκτείνονται στο άλλο δίκτυο. Για το λόγο αυτό πρέπει οι μονώσεις του δικτύου της χαμηλής τάσης να αντέχουν στην υψηλή τάση. Λόγω του μεγάλου ρεύματος βραχυκύκλωσης, πρέπει ο αυτομετασχηματιστής να προστατεύεται με πηνία, εάν η φαινόμενη αντίσταση βραχυκύκλωσης του δικτύου είναι ανεπαρκής.

2.4.9 Μετασχηματιστής ρεύματος.

Οι Μετασχηματιστές ρεύματος χρησιμεύουν κυρίως για τη μέτρηση υψηλών ρευμάτων. Η τάση του πρωτεύοντος εξαρτάται από την αντίσταση εισόδου του μετασχηματιστή και είναι πολύ μικρή, διότι το δευτερεύον συνήθως είναι βραχυκυκλωμένο.

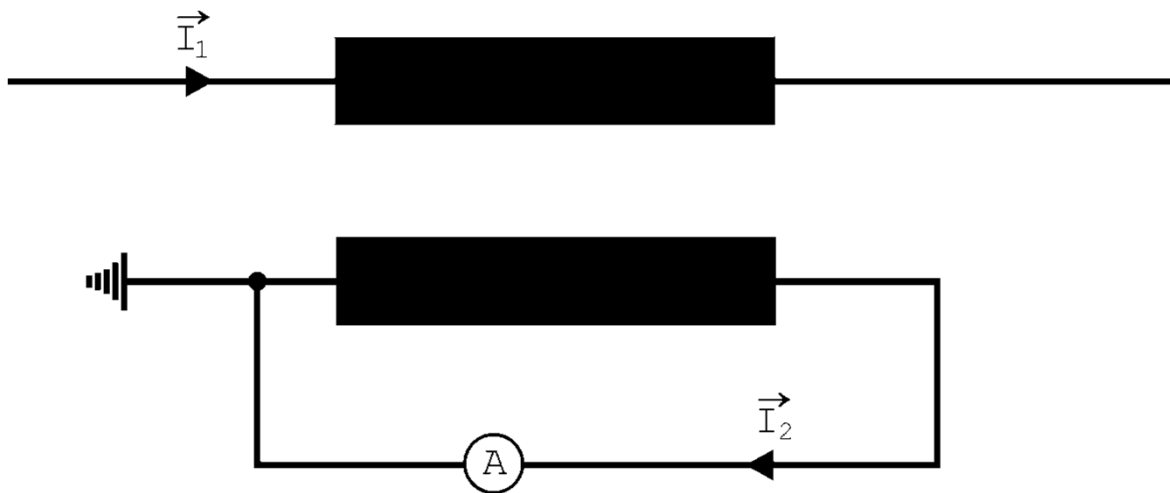
$$I_1 = I'_2 \left(1 + \frac{j\omega L'_2 + R'_2}{j\omega L_{1h}} \right) \quad (2.64)$$

Συνήθως οι μετασχηματιστές κατασκευάζονται έτσι, ώστε $|j\omega L_{1h}| \gg |R'_2 + j\omega L'_2|$.

Τότε ισχύει:

$$I_1 = I'_2 = I'_2 \frac{w_2}{w_1} \quad (2.65)$$

Η συνδεσμολογία ενός τέτοιου μετασχηματιστή φαίνεται στο σχήμα 2.23.



Σχήμα 2.23. Συνδεσμολογία ενός μετασχηματιστή ρεύματος.

Το δευτερεύον πρέπει να είναι γειωμένο για λόγους προστασίας και δεν επιτρέπεται να μείνει ανοιχτό.

Το δευτερεύον κύκλωμα πρέπει να έχει όσο είναι δυνατόν μικρότερη φαινόμενη αντίσταση ώστε να ισχύει με μεγαλύτερη ακρίβεια η σχέση (2.65).

2.5 Τριφασικός μετασχηματιστής

- Για τη θεωρητική μελέτη του τριφασικού μετασχηματιστή απαιτούνται οι εξισώσεις τάσης για το πρωτεύον και το δευτερεύον τύλιγμα των τριών φάσεων.
- Επειδή ο περισσότερο χρησιμοποιούμενος στην πράξη μετασχηματιστής είναι από την κατασκευή του ασύμμετρος, οι συντελεστές αυτεπαγωγής και αμοιβαίας επαγωγής των τριών φάσεων δεν είναι ίσοι και ο υπολογισμός είναι δύσκολος.
- Εξετάζουμε μια φάση μόνο και χρησιμοποιούμε τις βασικές έννοιες του μονοφασικού μετασχηματιστή.
- Ένα από τα βασικά πρακτικά θέματα μελέτης είναι η συνδεσμολογία των τυλιγμάτων τριών φάσεων.

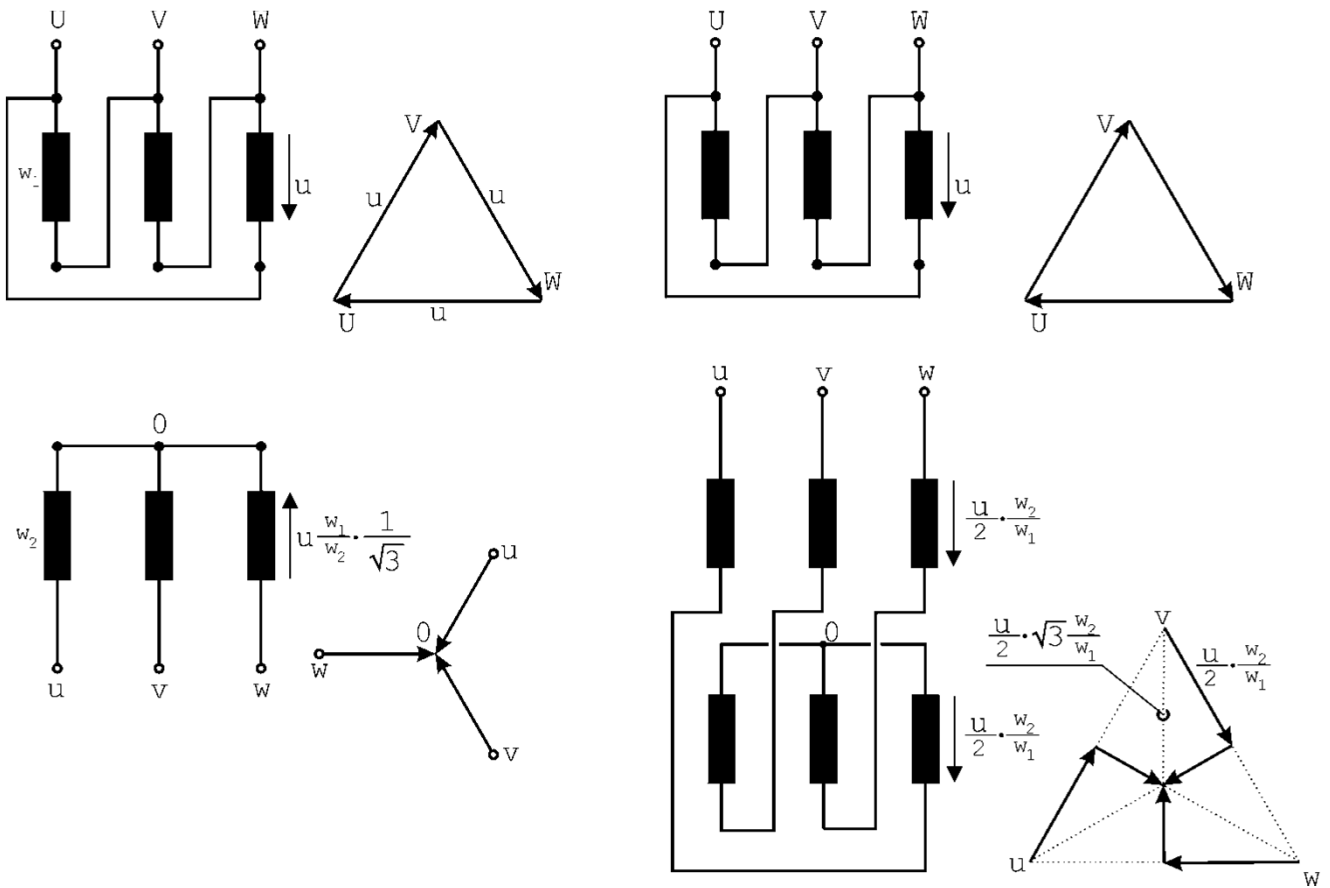
2.5.1 Ομάδες συνδεσμολογίας.

Συνδεσμολογία Τυλίγματος	Υψηλή τάση	Χαμηλή τάση
Τρίγωνο	D	d
Αστέρας	Y	y
Τεθλασμένος αστέρας	Z	z
Μονοφασικός μετασχηματιστής	I	I

Πίνακας 2.1. Συνδεσμολογίες και σύμβολα Μ.Τ.

Χαρακτηρισμός		Διαν. Διάγραμμα		Λόγος Μετο/σμού
Χαρακ. Αρ.	Ομ. Συνδ.	Υψ. Τάση	Χαμ. Τάση	$U_{1\pi} / U_{2\pi}$
0	Dd0			$\frac{w_1}{w_2}$
	Yy0			$\frac{w_1}{w_2}$
	Dz0			$\frac{2 w_1}{3 w_2}$
5	Dy5			$\frac{w_1}{\sqrt{3} w_2}$
	Yd5			$\frac{\sqrt{3} w_1}{w_2}$
	Yz5			$\frac{2 w_1}{\sqrt{3} w_2}$
6	Dd6			$\frac{w_1}{w_2}$
	Yy6			$\frac{w_1}{w_2}$
	Dz6			$\frac{2 w_1}{3 w_2}$
11	Dy11			$\frac{w_1}{\sqrt{3} w_2}$
	Yd11			$\frac{\sqrt{3} w_1}{w_2}$
	Yz11			$\frac{2 w_1}{\sqrt{3} w_2}$

Πίνακας 2.2. Πίνακας δυνατών συνδεσμολογιών τριφασικών μετασχηματιστών σύμφωνα με τους κανονισμούς VDE 1532/8.64, §9, σελίδα 10



Σχήμα 2.24. Συνδεσμολογία φάσεων τριφασικού μετασχηματιστή των ομάδων Dy5 και Dz0 και διανυσματικά διαγράμματα.

2.5.2 Χρησιμοποίηση Συνδεσμολογιών.

Αστέρας

- Η φασική τάση ισούται με το $1/\sqrt{3}$ της πολικής.
- Αριθ. σπειρών ανά φάση μικρότερος από την περίπτωση του τριγώνου για δεδομένη πολική τάση. Εξοικον. Μονωτικ.
- Κατάλληλη για πολύ υψηλές τάσεις.
- Ύπαρξη σημείου μηδενικού δυναμικού. Σύνδεση ουδέτερου αγωγού.
- Επιτρέπει μονοφασική φόρτιση.
- Δεν επιτρέπει την ύπαρξη συμφασικών ανώτερων αρμονικών στα φασικά ρεύματα.

Τρίγωνο

- Δεν επιτρέπει την ύπαρξη συμφασικών ανώτερων αρμονικών σε φασικές τάσεις και ροές.

Τεθλασμένος Αστέρας

- Επιτρέπει μονοφασική φόρτιση στο δευτερεύον, αλλά απαιτεί 15,5% περισσότερο χαλκό για το ίδιο ρεύμα.

Χρήση συνδεσμολογιών

- Σύνδεση γεννήτριας και γραμμής υψηλής τάσης d Y.
- Σύνδεση μεταξύ δικτύου και δικτύου Yy
- Σύνδεση γραμμής υψηλής τάσεως με μικρό καταναλωτή Yz.

2.6 Μεταβατικά φαινόμενα μετασχηματιστή

•Μεταβατικά φαινόμενα στο μετασχηματιστή και γενικά στις ηλεκτρικές μηχανές παρατηρούμε κατά την απότομη αλλαγή της συνδεσμολογίας των τυλιγμάτων ή των παραμέτρων (εσωτερική αλλαγή) κατά την απότομη μεταβολή της φόρτισης (εξωτερική αιτία). Στον μετασχηματιστή ιδιαίτερη σημασία έχει η σύνδεση του πρωτεύοντος με το δίκτυο και το απότομο βραχυκύκλωμα του δευτερεύοντος υπό πλήρη τάση στο πρωτεύον.

•Τα ρεύματα που δημιουργούνται στις περιπτώσεις αυτές μπορούν να προκαλέσουν μεγάλες μηχανικές δυνάμεις επί των τυλιγμάτων. Έτσι η αιχμή του ρεύματος πρέπει να είναι γνωστή για τον προσδιορισμό της σωστής προστατευτικής διάταξης, δεδομένου ότι το ρεύμα βραχυκύκλωσης είναι δυνατόν να προκαλέσει υπερθέρμανση στα τυλίγματα.

2.6.1 Σύνδεση ενός μετασχηματιστή χωρίς φορτίο με το δίκτυο.

Το πρωτεύον ενός μετασχηματιστή συνδέεται κατά τη χρονική στιγμή $t=0$ στο δίκτυο το οποίο έχει την τάση:

$$u_1 = U_1\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \quad , \quad (2.66)$$

ενώ το δευτερεύον είναι ανοικτό δηλαδή ισχύει $i_2=0$. Σύμφωνα με την εξίσωση (2.1) έχουμε:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = R_1 i_1 + w_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.67)$$

Λύνοντας αυτή την διαφορική εξίσωση ως προς τη ροή Φ παίρνουμε την ακόλουθη σχέση:

$$\Phi = \frac{U_1\sqrt{2}}{\omega w_1} \sin(\omega t + \varphi) - \frac{R_1}{w_1} \int i_1 dt + C \quad (2.68)$$

Κατά τη χρονική στιγμή $t=0$, το ρεύμα i_1 είναι ίσο με μηδέν και η ροή Φ ισούται με την παραμένουσα ροή Φ_r λόγω παραμένουστος μαγνητισμού στον πυρήνα.

Επομένως για την σταθερά C ισχύει:

$$C = \Phi_r - \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1} \sin \varphi \quad (2.69)$$

Αντικαθιστώντας την C στη σχέση 2.68 προκύπτει:

$$\Phi = \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1} [\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi] + \Phi_r - \frac{R_1}{w_1} \int i_1 dt \quad (2.70)$$

Η μέγιστη δυνατή τιμή της ροής εμφανίζεται όταν Φ_r είναι θετική, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ και $\sin(\omega t + \varphi) = 1$

δηλαδή όταν $\omega t = \frac{\pi}{2} - \varphi = \pi$.

Τούτο σημαίνει ότι, εάν ο μετασχηματιστής συνδεθεί με το δίκτυο την στιγμή $\omega t = -\frac{\pi}{2}$ με τιμή τάσης $u_1=0$, η μέγιστη τιμή της ροής Φ θα εμφανισθεί μετά από $\omega t = \pi$ δηλαδή μετά από μια ημιπερίοδο, οπότε η τάση έχει την τιμή μηδέν. Η μέγιστη αυτή τιμή είναι:

$$\Phi_{\max} = \frac{2 U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1} + \Phi_r - \frac{R_1}{w_1} \left[\int i_1 dt \right]_{t=\frac{\pi}{\omega}} \quad (2.71)$$

Η αντίσταση R_1 γενικά είναι μικρή, ενώ w_1 είναι μεγάλος αριθμός, έτσι ο λόγος R_1/w_1 είναι μια πολύ μικρή ποσότητα και η σχέση 2.70 μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$\Phi(\omega t) = \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1} \cdot [\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi] + \Phi_r \quad (2.72)$$

Γνωρίζοντας την σχέση του ρεύματος και της ροής από την μαγνητική χαρακτηριστική, μπορούμε τώρα με την βοήθεια της εξίσωσης 2.72 να υπολογίσουμε το ρεύμα ως συνάρτηση του χρόνου.

2.6.2 Ρεύμα βραχυκύκλωσης.

Θεωρούμε την τάση του δικτύου ημιτονοειδή και στις παραπάνω εξισώσεις αντικαθιστούμε: $u_1 = U_1\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ και $u_2 = 0$ οπότε προκύπτει από τις εξισώσεις 2.1 και 2.2. :

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ 0 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} (2.73)$$

Από το ομογενές σύστημα παίρνουμε για το ρεύμα i_{2h} την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$\sigma T_1 T_2 \frac{d^2 i_{2h}}{d t^2} + (T_1 + T_2) \frac{d i_{2h}}{d t} + i_{2h} = 0 \quad (2.74)$$

$$\text{με τις σταθερές } T_1 = \frac{L_1}{R_1} \text{ και } T_2 = \frac{L_2}{R_2} \text{ και τον}$$

$$\text{συντελεστή ολικής σκεδάσεως } \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

Η γενική μορφή της λύσης της διαφορικής εξίσωσης (2.74) είναι:

$$i_{2h} = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t} , \quad (2.75)$$

όπου K_1 και K_2 είναι σταθερές ολοκληρώσεως και λ_1 και λ_2 οι λύσεις της χαρακτηριστικής εξίσωσης:

$$\sigma T_1 T_2 \lambda^2 + (T_1 + T_2) \lambda + 1 = 0 \quad (2.76)$$

Τα μόνιμα ρεύματα βραχυκύκλωσης i_{1k} και i_{2k} υπολογίζονται από το σύστημα:

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_1 = \vec{U}_1 \sqrt{2} e^{j\varphi} &= (\mathbf{R}_1 + j\omega \mathbf{L}_1) \vec{I}_{1k} + \mathbf{M} \vec{I}_{2k} \\ 0 &= (\mathbf{R}_2 + j\omega \mathbf{L}_2) \vec{I}_{2k} + \mathbf{M} \vec{I}_{1k} \end{aligned} \right\} \quad (2.77)$$

Από το σύστημα αυτό υπολογίζουμε τα μιγαδικά εύρη I_{1k} και I_{2k} , οπότε οι χρονικές συναρτήσεις θα έχουν τη μορφή:

$$\left. \begin{aligned} i_{1k} &= I_{1k} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{k1}) \\ i_{k2} &= I_{2k} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{k2}) \end{aligned} \right\} \quad (2.78)$$

Τα συνολικά ρεύματα πρωτεύοντος και δευτερεύοντος είναι το άθροισμα των μονίμων και μεταβατικών ρευμάτων.

$$\begin{aligned}
 i_1(t) &= i_{1k} + i_{1h} = I_{1k} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{k1}) - K_1 \frac{L_2 \lambda_1 + R_2}{M} e^{\lambda_1 t} - K_2 \frac{L_2 \lambda_2 + R_2}{M} e^{\lambda_2 t} + K_3 \\
 i_2(t) &= i_{2k} + i_{2h} = I_{2k} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{k2}) + K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}
 \end{aligned}
 \tag{2.79}$$

Οι σταθερές k_1 και k_2 υπολογίζονται από τις αρχικές συνθήκες $i_{1(t=0)} = i_{10}$ και $i_{2(t=0)} = i_{20}$, οι οποίες πρέπει να είναι γνωστές κατά την χρονική στιγμή $t=0$ όπου συμβαίνει το βραχυκύκλωμα.

Η σταθερά k_3 ισούται με μηδέν, διότι το ρεύμα i_2 για $t \rightarrow \infty$ τείνει στο i_{2k} ήτοι $i_{2h}(t \rightarrow \infty) = 0$.

Το ρεύμα βραχυκύκλωσης αποτελείται από ένα ταλαντευόμενο μέρος με σταθερό εύρος και ένα εκθετικά εξασθενούμενο.

2.7 Θόρυβος μετασχηματιστών

- Ο θόρυβος των μετασχηματιστών οφείλεται στο φαινόμενο της «μαγνητοσυστολής», δηλαδή στη μεταβολή των διαστάσεων των σιδερένιων ελασμάτων του πυρήνα στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου υπό την επίδραση του πεδίου. Αυτή η μαγνητική επιμήκυνση παρατηρείται σε ελάσματα που περιέχουν πυρίτιο, είναι δε περίπου ανάλογη της μαγνητικής επαγωγής και εξαρτάται από τον τρόπο επεξεργασίας του υλικού. Ελάσματα εξηλασθέντα σε ψυχρή κατάσταση παρουσιάζουν μικρότερη επιμήκυνση από τα εξηλασθέντα σε θερμή κατάσταση.
- Οι ταλαντώσεις του πυρήνα μεταδίδονται μέσω του λαδιού στο λέβητα και κατόπιν στον αέρα και έτσι προκαλείται ο θόρυβος. Ο ισχυρός θόρυβος προκαλείται συνήθως από τη βασική αρμονική των μηχανικών ταλαντώσεων των 100Hz και δημιουργείται στο μέσο των εξωτερικών στελεχών του πυρήνα ενός τριφασικού μετασχηματιστή.

Η μείωση του θορύβου των μετασχηματιστών στηρίζεται πρωταρχικά στη μείωση της μαγνητοσυστολής. Αυτό επιτυγχάνεται με τα εξής:

- Βελτιώνοντας την ποιότητα των ελασμάτων.
- Προσεκτική κατασκευή του πυρήνα όσον αφορά την τοποθέτηση των ελασμάτων και τη σύνδεση των στελεχών με τα ζυγώματα.
- Αποφυγή των κρίσιμων συντονισμών, δεδομένου ότι η ιδιοσυχνότητα ενός πυρήνα με κυκλική διατομή είναι ανάλογη της διαμέτρου του πυρήνα και του τετραγώνου του μήκους των στελεχών.

Οι λύσεις αυτές αν και επιδρούν στην πηγή παραγωγής του θορύβου συνήθως δεν χρησιμοποιούνται. Ως επί τω πλείστων γίνονται προσπάθειες να μειωθεί η εκπομπή του ήχου από το λέβητα, ο οποίος αποτελεί το μέσον σύνδεσης του αέρα και του πυρήνα. Έτσι τα εξωτερικά τοιχώματα του λέβητα καλύπτονται από ειδικά τοιχώματα απορροφήσεως ήχου.

2.10 Θέρμανση μετασχηματιστή

- Η φόρτιση του μετασχηματιστή περιορίζεται σημαντικά λόγω της θέρμανσης που προκαλείται από τις απώλειες. Το ευαίσθητο μέρος των διατάξεων μετατροπής ηλεκτρικής ενέργειας είναι η μόνωση των τυλιγμάτων, διότι τα μέχρι σήμερα χρησιμοποιούμενα μονωτικά υλικά έχουν περιορισμένη θερμική αντοχή και σε σχετικά χαμηλές θερμοκρασίες μπορούν να υποστούν βλάβη.
- Για την περίπτωση της ψύξης μέσω αέρα ως μέγιστη επιτρεπόμενη θερμοκρασία του μέσου ψύξης έχει καθοριστεί η τιμή 40°C και λαμβάνεται υπ' όψη μία διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της περισσότερο θερμής περιοχής και της μέσης θερμοκρασίας ενός τυλίγματος της τάξεως $5^{\circ}\text{C} \dots 10^{\circ}\text{C}$.

Μεταξύ θερμοκρασίας και διάρκειας ζωής ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$L = L_0 \cdot 2^{-(\vartheta - \vartheta_0) / \Delta\vartheta} \quad (2.80)$$

Τα διάφορα μεγέθη έχουν την εξής σημασία:

L_0 = διάρκεια ζωής στη θερμοκρασία ϑ_0 .

$\Delta\vartheta$ = διαφορά θερμοκρασίας λόγω της

οποίας η διάρκεια ζωής μειώνεται κατά το

μισό εάν η θερμοκρασία αυξηθεί κατά $\Delta\vartheta$,

ή αντίστοιχα αυξάνεται κατά το διπλάσιο

εάν η θερμοκρασία μειωθεί κατά $\Delta\vartheta$. Η $\Delta\vartheta$

κυμαίνεται μεταξύ 5°C και 10°C . Τις

περισσότερες φορές υπολογίζουμε $\Delta\vartheta=8^\circ\text{C}$.

L = διάρκεια ζωής στη θερμοκρασία ϑ .

Τα μεγέθη που προσδιορίζουν την θερμική κατάσταση των τυλιγμάτων είναι:

- Βάρος : G (kp)
- Επιφάνεια ψύξης : A (cm²)
- Ειδική θερμότητα : c $\left(\frac{Ws}{kp^{\circ}C} \right)$
- Συντελεστής μετάδοσης θερμότητας:
$$\alpha \left(\frac{W}{cm^2 \text{ } ^{\circ}C} \right)$$
- Θερμοκρασία πάνω από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος δηλ. του ψυκτικού μέσου:
 $\vartheta(^{\circ}C)$
- Χρόνος από την έναρξη της υπερθέρμανσης:
 $t(sec)$

Λόγω της ωμικής αντίστασης το ηλεκτρικό ρεύμα διερχόμενο από τα τυλίγματα δημιουργεί απώλειες P υπό μορφή θερμότητας. Σε χρόνο dt στο τύλιγμα καταναλώνεται η ενέργεια Pdt , ενώ η θερμοκρασία ανεβαίνει κατά $d\Theta$ και αποθηκεύεται η θερμότητα $Gcd\Theta$. Συγχρόνως όμως εκπέμπεται θερμότητα $A\alpha\Theta d\Theta$, όπου Θ είναι η αύξηση της θερμοκρασίας πάνω από την θερμοκρασία του περιβάλλοντος δηλ. του ψυκτικού μέσου. Η μετατροπή αυτή ενέργειας εκφράζεται με την εξίσωση:

$$Pdt = Gcd\Theta + A\alpha\Theta dt \quad (2.81)$$

Διαιρώντας δια $Gc dt$ παίρνουμε τη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d\Theta}{dt} + \frac{A\alpha}{Gc} \Theta = \frac{P}{Gc} \quad (2.82)$$

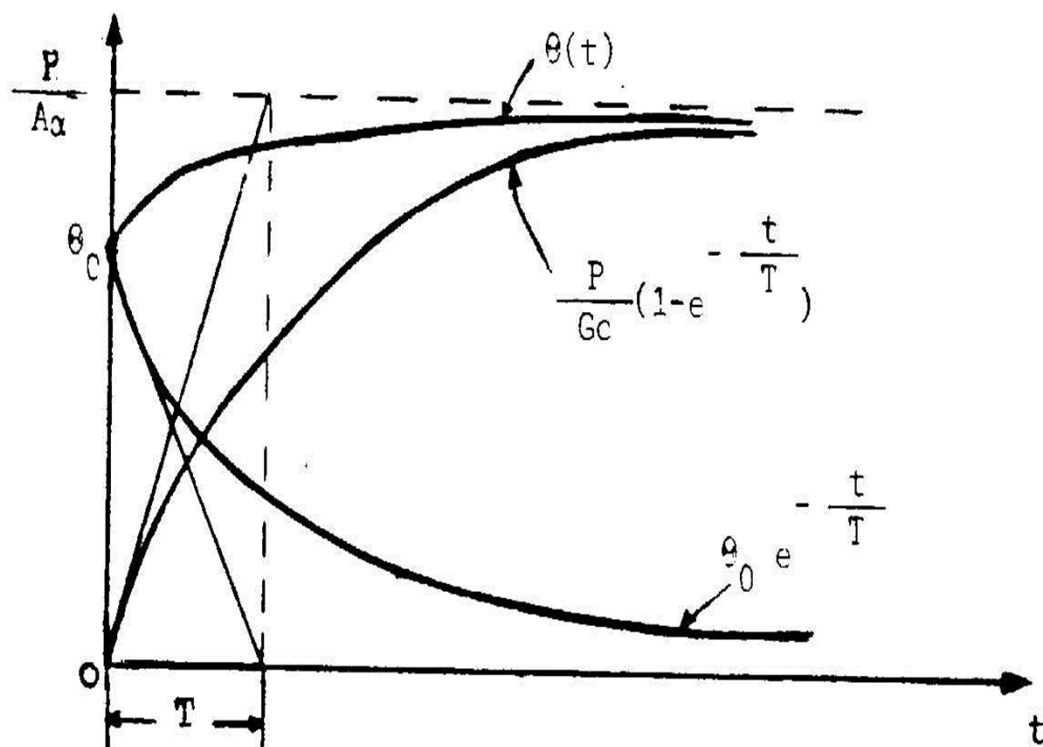
Με την αρχική συνθήκη $\Theta_{(t=0)} = \Theta_0$ η λύση της διαφορικής εξίσωσης αποκτά τη μορφή:

$$\Theta(t) = \frac{P}{A\alpha} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) + \Theta_0 e^{-\frac{t}{T}} \quad (2.83)$$

Όπου T είναι η σταθερά χρόνου.

$$T = \frac{Gc}{A\alpha} \quad (2.84)$$

Η συνάρτηση (2.83) μπορεί να θεωρηθεί ότι περιέχει δύο συναρτήσεις με φυσικό νόημα, δηλαδή την συνάρτηση της θερμοκρασίας από το χρόνο όταν η αρχική υπερθερμοκρασία είναι μηδέν ($\Theta_0=0$) και τη συνάρτηση πτώσεως της θερμοκρασίας, εάν κατά τη στιγμή $t=0$ διακοπεί το ηλεκτρικό ρεύμα και η ισχύς μηδενιστεί ($P=0$). Στο σχήμα απεικονίζονται οι δύο αυτές συναρτήσεις και το άθροισμά τους.



Σχήμα 2.25. Μεταβολή της θερμοκρασίας ενός τυλίγματος λόγω ηλεκτρικών απωλειών.

Πηγές

Οι πηγές των Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:

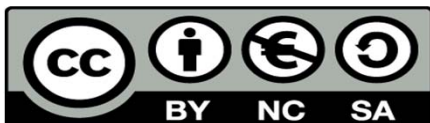
[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Εξομοιώσεις Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ