# Ηλεκτρικές Μηχανές Ι

**Ενότητα 1:** Εισαγωγή –Βασικές Έννοιες

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

# Άδειες Χρήσης

# Χρηματοδότηση


- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Περιεχόμενα

*Θεμελιώδεις έννοιες του μαγνητικού πεδίου*

*Ηλεκτρομαγνητικές Δυνάμεις*

*Απώλειες ενέργειας στον σίδηρο*

*Σκέδαση ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων*

## 1.1 Θεμελιώδεις έννοιες του μαγνητικού πεδίου

- ***Μαγνητικό πεδίο*** λέγεται ο χώρος μέσα στον οποίο αναπτύσσονται μαγνητικές δυνάμεις και παρατηρούνται ηλεκτρικά φαινόμενα.
- Ο συνολικός αριθμός των δυναμικών γραμμών ονομάζεται μαγνητική ροή Φ.
- Η ποσότητα των δυναμικών γραμμών που διαπερνούν τη μονάδα επιφάνειας λέγεται μαγνητική επαγωγή ή πυκνότητα μαγνητικής ροής **B**.

$$\Phi = \int_{\vec{A}} \vec{B} \cdot d\vec{A} \qquad (1.1)$$

- όταν το διάνυσμα **B** είναι κάθετο στην επιφάνεια, μπορούμε να γράψουμε :

$$\Phi = BA \qquad (1.2)$$

- Η μαγνητική ροή **Φ** μετράται σε $Vs = 10^8$ Maxwell, και η επαγωγή B σε $Vs/cm^2 = 10^8$ Gauss.
- Κάθε σημείο του μαγνητικού πεδίου χαρακτηρίζεται από την ένταση **H**, η οποία είναι διανυσματικό μέγεθος και συμπίπτει με την εφαπτομένη της δυναμικής γραμμής στο υπό συζήτηση σημείο.
- Η μαγνητική ένταση μετράται σε A/cm = 0.4π Oersted.

$$\vec{B} = \mu \vec{\mathrm{H}} \qquad (1.3)$$

- **μ** συμβολίζει την απόλυτη μαγνητική διαπερατότητα του μαγνητικού χώρου.

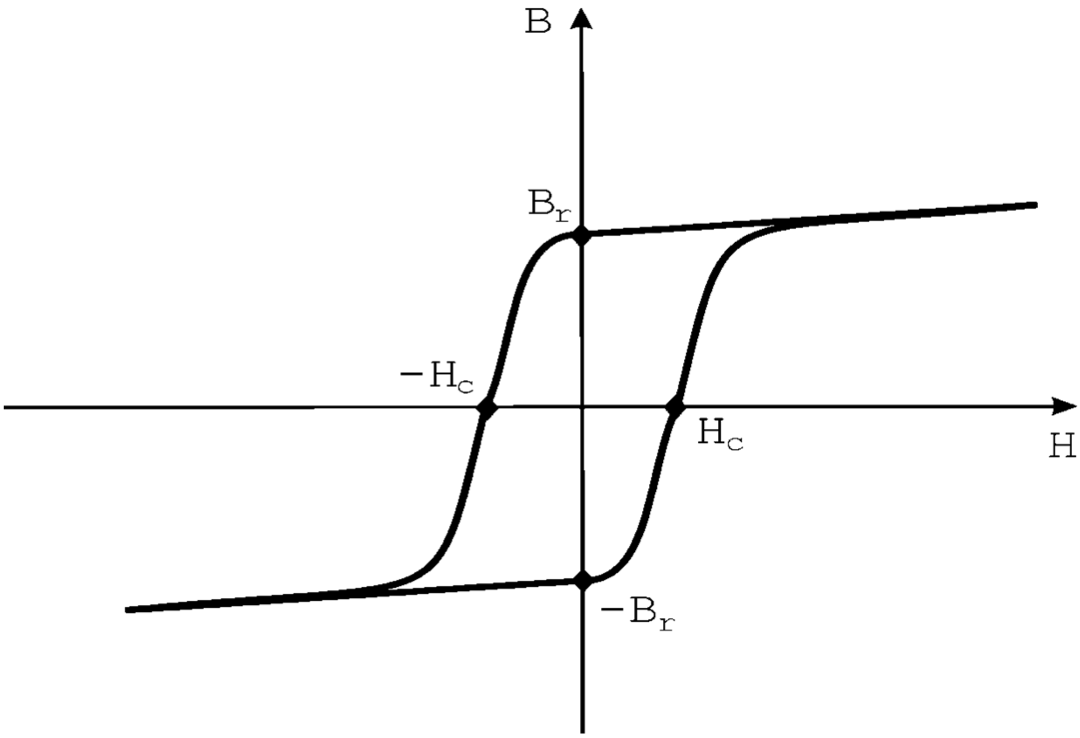
- Η διαπερατότητα είναι διαφορετική για τα διάφορα υλικά. Διακρίνουμε δύο κατηγορίες, δηλαδή τα μαγνητικά ή σιδηρομαγνητικά υλικά και τα μη μαγνητικά, των οποίων η διαπερατότητα είναι σχεδόν ίση με την διαπερατότητα του αέρα ή του κενού.

- Τα αντιπροσωπευτικότερα μαγνητικά υλικά είναι ο σίδηρος, το νικέλιο και το κοβάλτιο καθώς και τα κράματα αυτών.

- Στις ηλεκτρικές μηχανές χρησιμοποιούμε, αποκλειστικά σίδηρο και διάφορα κράματα αυτού. Τα μαγνητικά υλικά χαρακτηρίζονται από τη σχετική μαγνητική διαπερατότητα, η οποία ορίζεται ως το πηλίκο:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

- Δηλώνει πόσες φορές είναι μεγαλύτερη η διαπερατότητα ενός υλικού σχετικά προς τη διαπερατότητα του κενού.




***Βρόχος υστέρησης Β(Η).***

Αντίστοιχα προς την τάση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζουμε στο μαγνητικό πεδίο την μαγνητική τάση:

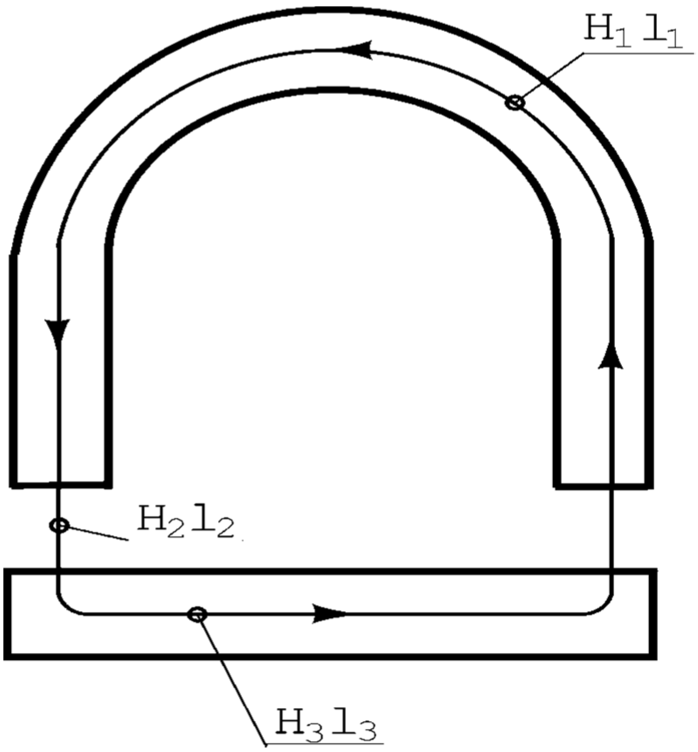
$$V_{12} = H\,l_{12} \qquad (1.4)$$

όπου $l_{12}$ είναι το μήκος της δυναμικής γραμμής μεταξύ δύο σημείων, επί της οποίας επικρατεί το πεδίο Η. Εάν η ένταση του πεδίου κατά μήκος της διαδρομής, που θέλουμε να υπολογίσουμε την μαγνητική τάση, δεν είναι σταθερή, τότε πρέπει να σχηματίσουμε το ολοκλήρωμα :

$$V = \int_{\vec{l}} \vec{H}\, d\vec{l} \qquad (1.5)$$

Η μαγνητική τάση κατά μήκος μιας κλειστής γραμμής ονομάζεται μαγνητική τάση περιφοράς και συμβολίζεται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$V_0 = \sum V = \oint_{\vec{l}} \vec{H} d\vec{l} \qquad (1.6)$$

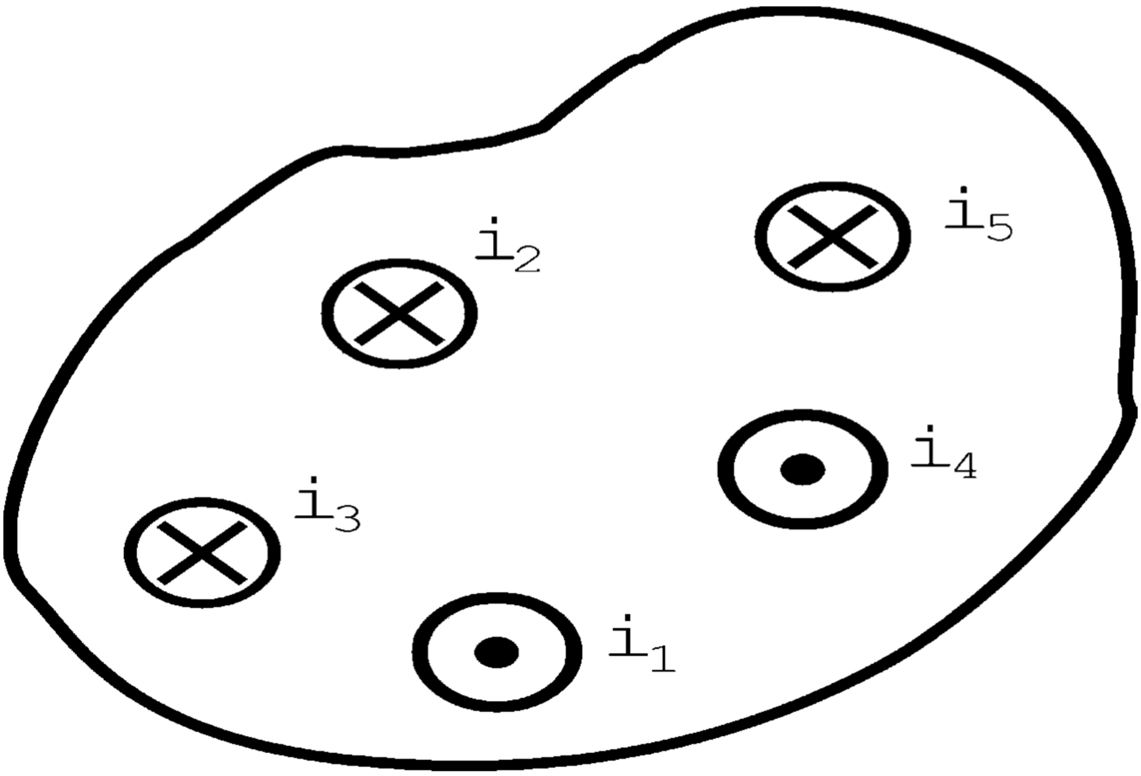



Εφαρμόζοντας τη σχέση 1.6 για τη διάταξη του σχήματος προκύπτει:

$$V_0 = H_1 l_1 + 2H_2 l_2 + H_3 l_3$$

## *1.4 Ο νόμος του διαρρεύματος*

Με τον όρο διάρρευμα εννοούμε το συνολικό ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει μια μαγνητική γραμμή ή γενικά μια κλειστή επιφάνεια .



Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων λέγεται διάρρευμα.

$$\theta = \sum_{\nu} i_{\nu} \qquad (1.7)$$

Το διάρρευμα δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο. Μεταξύ της εντάσεως του πεδίου αυτού και του διαρρεύματος θ υπάρχει η σχέση:

$$\Theta = \oint_{\vec{l}} \vec{H} \mathrm{d}\vec{l} = V_0 \qquad (1.8)$$

**Νόμος διαρρεύματος.**

Ο υπολογισμός των μαγνητικών κυκλωμάτων των ηλεκτρικών μηχανών στηρίζεται σε αυτόν το νόμο.

Μεταξύ διαρρεύματος **Θ** και μαγνητικής ροής **Φ** υπάρχει η σχέση:

$$\Phi = \Lambda\Theta \qquad (1.9)$$

όπου **Λ** η μαγνητική αγωγιμότητα. Το αντίστροφο του Λ λέγεται μαγνητική αντίσταση.

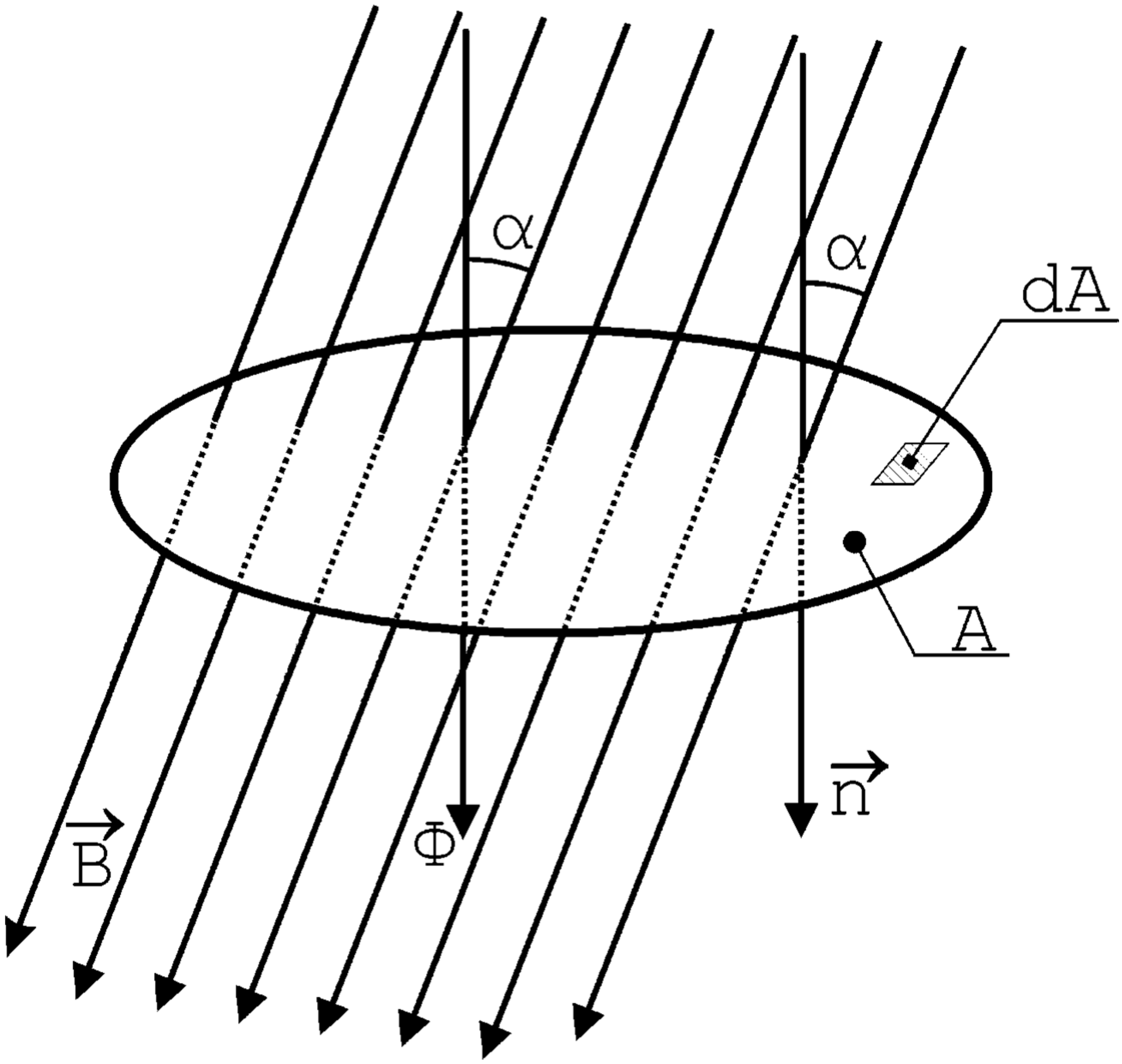
$$R_m = \frac{1}{\Lambda} \qquad (1.10)$$

Ανάλογα προς το νόμο του Ohm: ***U=RI***, ισχύει στο μαγνητισμό η σχέση:

$$\Theta = R_m\Phi \qquad (1.11)$$

# 1.5 Μαγνητική ροή,επαγωγιμότητα

Με τον όρο μαγνητική ροή εννοούμε, όπως δηλώνει η σχέση, το ολοκλήρωμα της μαγνητικής επαγωγής $\vec{B}$ επάνω στην επιφάνεια $\vec{A}$. Αυτά τα δύο μεγέθη είναι διανυσματικά .




***Για τον ορισμό της μαγνητικής ροής.***

- Η ροή Φ είναι μονόμετρο μέγεθος, όπως και το ηλεκτρικό ρεύμα, αλλά σε ένα μαγνητικό κύκλωμα πρέπει να το συμβολίσουμε με ένα βέλος που να δείχνει τη φορά της ροής και αναγκαστικά θα αποκτήσει ένα πρόσημο.

- Η φορά και η διεύθυνση του Φ καθορίζονται από το μοναδιαίο διάνυσμα της επιφάνειας .

- Εάν το μαγνητικό πεδίο διαπερνά πολλές σπείρες ενός πηνίου,w σπείρες, από τις οποίες κάθε μία έχει επιφάνεια Α , τότε μιλάμε για την ολική ροή Ψ ενός πηνίου, η οποία λέγεται πεπλεγμένη ροή και δίνεται από τη σχέση :

$$\Psi = w\Phi \qquad (1.12)$$

Η ολική ροή ισούται με το άθροισμα των ροών των σπειρών. Αυξάνοντας τον αριθμό των σπειρών μεγαλώνουμε την επιφάνεια που διαρρέεται από το πεδίο B και συνεπώς η συνολική ροή Ψ μεγαλώνει.

Η ολική μαγνητική ροή Ψ δημιουργείται από ένα ηλεκτρικό ρεύμα i που διαρρέει το πηνίο. Η σχέση του Ψ ως προς το i καθορίζεται από ένα συντελεστή L σύμφωνα με τον τύπο:

$$\Psi = Li \qquad (1.13)$$

- Το μέγεθος L λέγεται επαγωγιμότητα ή για να γίνει διάκριση από έναν άλλο συντελεστή, λέγεται και αυτεπαγωγιμότητα μερικές φορές δε συναντάται και ο όρος αυτεπαγωγή.
- Η μονάδα μέτρησης της επαγωγιμότητας είναι Vs/A=H.
- Γενικά ο υπολογισμός του συντελεστή επαγωγιμότητας είναι δύσκολος, διότι εξαρτάται από τη δυνατότητα που έχουμε να βρούμε την ολική ροή Ψ μιας διάταξης.

Για το σκοπό αυτό, εκτός από τις απλές γεωμετρικές διατάξεις (ευθύγραμμος αγωγός, σωληνοειδές, κλπ), γενικά πρέπει να υπολογίσουμε ένα ολοκλήρωμα της μορφής :

$$\Psi = \int_{\vec{A}} \vec{B}\, d\vec{A} \qquad (1.14)$$

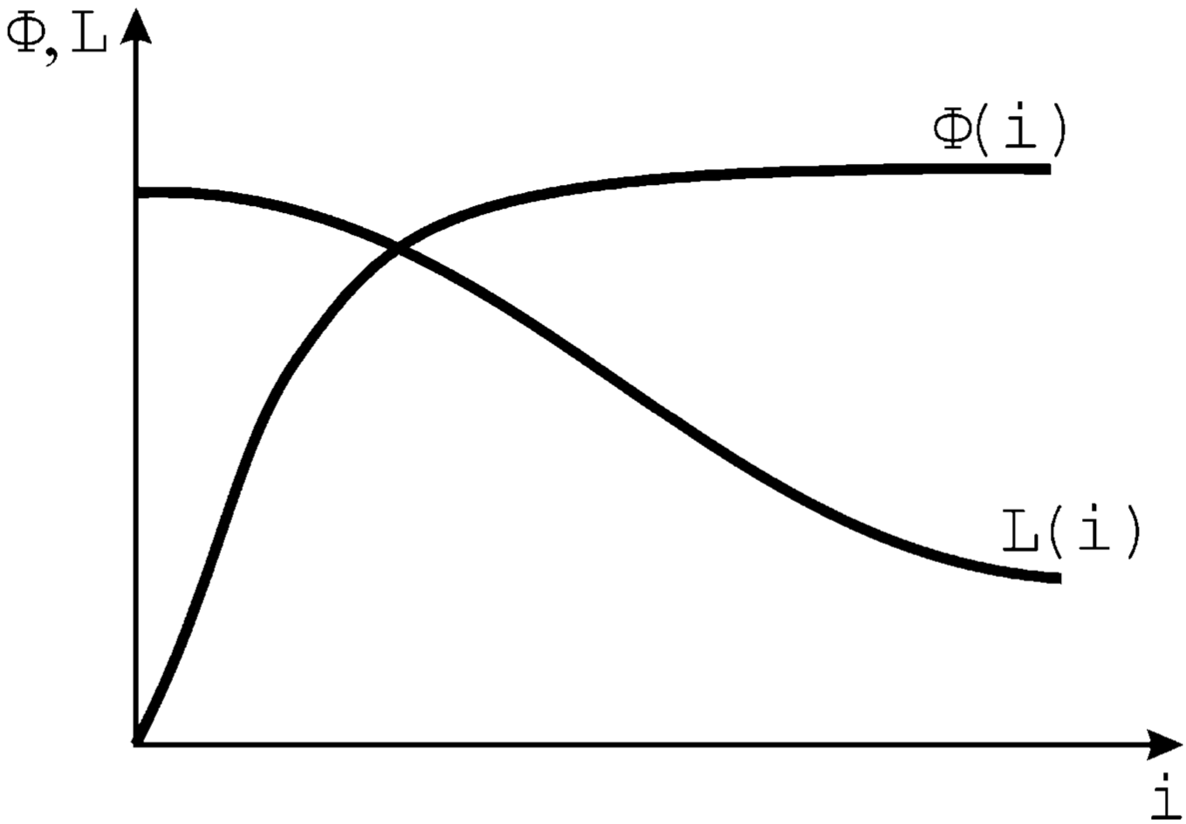
- Σε πολλές περιπτώσεις στην πράξη θεωρούμε το L σταθερό σε σχέση προς το ρεύμα που είναι το μεταβλητό μέγεθος.

- Τούτο προϋποθέτει ένα γραμμικό στοιχείο.

- Όμως σε αρκετές περιπτώσεις το L είναι και το ίδιο μια συνάρτηση του ρεύματος i.

Σαν τυπικό παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε τη μαγνητική χαρακτηριστική του σιδήρου, η οποία δεν είναι γραμμική. Στα μη γραμμικά στοιχεία το L ορίζεται ως εξής:

$$L = \frac{\partial \Psi}{\partial i} \qquad (1.15)$$




***Συνάρτηση της μαγνητικής ροής Φ και της αυτεπαγωγιμότητας L από το ρεύμα i σε ένα πηνίο με πυρήνα από σίδηρο***

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται η χαρακτηριστική του σιδήρου, δηλαδή η εξάρτηση της δημιουργούμενης ροής Φ από το ρεύμα i. Όπως ξέρουμε, ο σίδηρος χαρακτηρίζεται από τον μαγνητικό κορεσμό, ο οποίος προκαλεί τη μη γραμμικότητα . Εάν σχηματίσουμε την παράγωγο $\frac{d\Phi}{di}$ θα πάρουμε την καμπύλη **L(i)** του σχήματος. Στις ηλεκτρικές μηχανές προσπαθούμε να εκμεταλλευτούμε μόνο τη γραμμική περιοχή της σχέσης **Φ(i)**.

Ο συντελεστής L μιας διάταξης εξαρτάται από τη γεωμετρική μορφή αυτής. Από τις σχέσεις **Ψ=Φ** και **Φ=ΛΘ=Λ** παίρνουμε την εξίσωση:

$$L = w^2 \Lambda \qquad (1.16)$$

η οποία δηλώνει ότι η αυτεπαγωγιμότητα ενός πηνίου μεταβάλλεται ανάλογα προς το τετράγωνο του αριθμού των σπειρών, όταν το Λ παραμένει σταθερό. Το πηνίο είναι πολύ σημαντική επαγωγική διάταξη και ένα σπουδαίο στοιχείο των ηλεκτρικών μηχανών.

Είναι δυνατό ένα μέρος, $\mathbf{\Psi_{12}}$ της ροής $\Psi$ που δημιουργείται σε ένα πηνίο 1, να διαρρέει και ένα δεύτερο πηνίο 2. Μεταξύ του $\mathbf{\Psi_{12}}$ και του ρεύματος $i_1$ του πηνίου 1 υπάρχει η σχέση:

$$\Psi_{12} = M_{12} i_1 \quad (1.17)$$

Ο συντελεστής $\mathbf{M_{12}}$ λέγεται **αμοιβαία επαγωγιμότητα** ή αμοιβαία αλληλεπαγωγιμότητα. Εάν τροφοδοτήσουμε το πηνίο 2 με ρεύμα $\mathbf{i_2}$ τότε μια ροή $\mathbf{\Psi_{21}}$ θα διαρρέει το πηνίο 1 και θα έχουμε τη σχέση:

$$\Psi_{21} = M_{21} i_2 \quad (1.18)$$

Η θεωρία του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου αποδεικνύει ότι ισχύει

$$M_{12} = M_{21} = M = \frac{\Psi_{12}}{i_1} = \frac{\Psi_{21}}{i_2} \quad (1.19)$$

εάν η μαγνητική διαπερατότητα μ του χώρου μέσα στον οποίο βρίσκονται τα πηνία 1 και 2 είναι σταθερή. Αυτό σημαίνει ότι, όταν έχουμε τυλίγματα τοποθετημένα επάνω σε σιδερένιο σώμα, πρέπει να είμαστε προσεκτικοί σχετικά με την ισχύ της.

$$M = w_1 w_2 \Lambda_{12} \quad (1.20)$$

Εάν η ροή $\Psi_{12}$ από το πηνίο 1 διαρρέει ομοιόμορφα τις σπείρες του πηνίου 2, τότε γράφουμε $\Psi_{12}=w_2\Phi_{12}$ , ορίζοντας δε και μια αγωγιμότητα $\Lambda_{12} = \frac{\Phi_{12}}{w_1 i_1}$ παίρνουμε τη σχέση

$$M=w_1 w_2 \Lambda_{12} \tag{1.21}$$

η οποία σημαίνει ότι η αλληλεπαγωγημότητα είναι ανάλογη του γινομένου του αριθμού των σπειρών. Εάν τόσο το πηνίο 1 όσο και το πηνίο 2 διαρρέονται από ρεύματα, τότε η ροή καθενός πηνίου προκύπτει από το άθροισμα της ίδιας ροής και της ξένης σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1 &= L_1 i_1 + M i_2 \\ \Psi_2 &= L_2 i_2 + M i_1 \end{aligned}\right\} \tag{1.22}$$

Πρέπει να τονιστεί ότι το M μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό. Τούτο εξαρτάται από το εάν ή ξένη ροή έχει την αυτή φορά όπως και η ιδία ροή ή φορά αντίθετη προς αυτή.

# 1.6 Μαγνητική ενέργεια

Όπως είναι γνωστό το μαγνητικό πεδίο είναι ένας αποθηκευτής ενέργειας. Η πυκνότητα της μαγνητικής ενέργειας όταν η μαγνητική διαπερατότητα $\mu$ είναι σταθερή, υπολογίζεται από τον τύπο:

$$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}BH \qquad (1.23)$$

Επομένως, η συνολική μαγνητική ενέργεια του πεδίου θα υπολογιστεί ολοκληρώνοντας την πυκνότητα της μαγνητικής ενέργειας $w_m$ εντός του χώρου, όπου επικρατεί η ένταση $H$.

$$\mathrm{W_m} = \int_{\tau} w_m \mathrm{d}\tau \qquad (1.24)$$

Σε πολλές επαγωγικές διατάξεις, όπως σε ένα συνηθισμένο πηνίο, θεωρούμε το πεδίο σταθερό, οπότε και η πυκνότητα ενέργειας θα είναι σταθερή. Στην περίπτωση αυτή η ολική μαγνητική ενέργεια προκύπτει από το γινόμενο του όγκου επί την πυκνότητα. Εάν δεν έχουμε ομογενές πεδίο και η διάταξή αποτελείται από μια ή περισσότερες ρευματοφόρες σπείρες, το ολοκλήρωμα υπολογίζεται ως εξής:

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{\tau} \vec{H}\vec{B}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}\int_{\tau}\left(\vec{H}\vec{B}\right)\left(\mathrm{d}\vec{A}\mathrm{d}\vec{l}\,\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\tau}\left(\vec{H}\mathrm{d}\vec{l}\,\right)\left(\vec{B}\mathrm{d}\vec{A}\right) = \frac{1}{2}\oint_{\vec{l}}\vec{H}\mathrm{d}\vec{l}\;\oint_{\vec{A}}\vec{B}\mathrm{d}\vec{A}$$

(1.25)

$$W_m = \frac{1}{2} i\Psi = \frac{1}{2} L i^2 \qquad (1.26)$$

Όταν έχουμε δύο πηνία, η ολική μαγνητική ενέργεια είναι το άθροισμα των ενεργειών των δύο πηνίων, υπό την προϋπόθεση ότι η μαγνητική ροή κάθε πηνίου είναι ανάλογη του ρεύματος ( L= σταθερό ) .

$$W_m = \frac{1}{2}\left( i_1 \Psi_1 + i_2 \Psi_2 \right) \qquad (1.27)$$

Εάν αντικαταστήσουμε τα $\Psi_1$ και $\Psi_2$ από τη σχέση (1.22), θα πάρουμε:

$$W_m = \frac{1}{2}\left(L_1 i_1^2 + 2M i_1 i_2 + L_2 i_2^2\right) \qquad (1.28)$$

Παρατηρούμε ότι, όταν τα δύο πεδία υπάρχουν συγχρόνως και αλληλεπιδρούν, η ολική μαγνητική ενέργεια αυξάνεται ή ελαττώνεται κατά το ποσό $M_1 i_1 i_2$ ανάλογα με το πρόσημο του $M$.

Εάν μπορούμε να υπολογίσουμε τη μαγνητική ενέργεια σύμφωνα με τη σχέση (1.25), τότε έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε τον συντελεστή $L$ μιας διάταξης χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.26) και απαλείφοντας το ρεύμα $i$.

# 1.7 Ο νόμος της επαγωγής

**Ο νόμος της επαγωγής**, εκφράζει τη σχέση της ηλεκτρικής τάσεως και της μαγνητικής ροής.

Ο νόμος της επαγωγής διατυπώθηκε από τον **Maxwell** στη δεύτερη θεμελιώδη εξίσωσή του, η οποία έχει τη γενική μορφή:

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}+\nabla\times\left(\vec{u}\times\vec{B}\right) \quad , \quad \nabla\times\vec{E}= rot\ \vec{E} \qquad (1.29)$$

Η σχέση αυτή κατ' αρχάς συνδέει το ηλεκτρικό πεδίο, το μαγνητικό πεδίο και τη μηχανική κίνηση. Μας λεει δε ότι έχουμε χωρική μεταβολή του πεδίου $\vec{\mathbf{E}}$, όταν έχουμε χρονική μεταβολή του μαγνητικού πεδίου και κίνηση εντός αυτού. Στην ειδική περίπτωση που δεν υπάρχει κίνηση αλλά χρονική μεταβολή του $\vec{\mathbf{B}}$, η εξίσωση παίρνει τη μορφή:

$$\nabla\times\vec{\mathrm{E}}=-\frac{\partial\vec{\mathrm{B}}}{\partial t} \qquad (1.30)$$

Εάν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης αυτής με την στοιχειώδη μεταβολή της επιφάνειας $\mathbf{d\vec{A}}$, την οποία διαπερνά το διάνυσμα $\vec{\mathbf{B}}$ και ολοκληρώσουμε, θα πάρουμε τη μαγνητική ροή Φ.

$$\int_{\vec{A}} \nabla \times \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_{\vec{A}} \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \qquad (1.31)$$

Σύμφωνα με τον νόμο του **Stokes ισχύει**:

$$\int_{\vec{A}} \nabla \times \vec{E} \quad \mathrm{d}\vec{A} = \oint_{\vec{l}} \vec{E} \ \mathrm{d}\vec{l} \qquad (1.32)$$

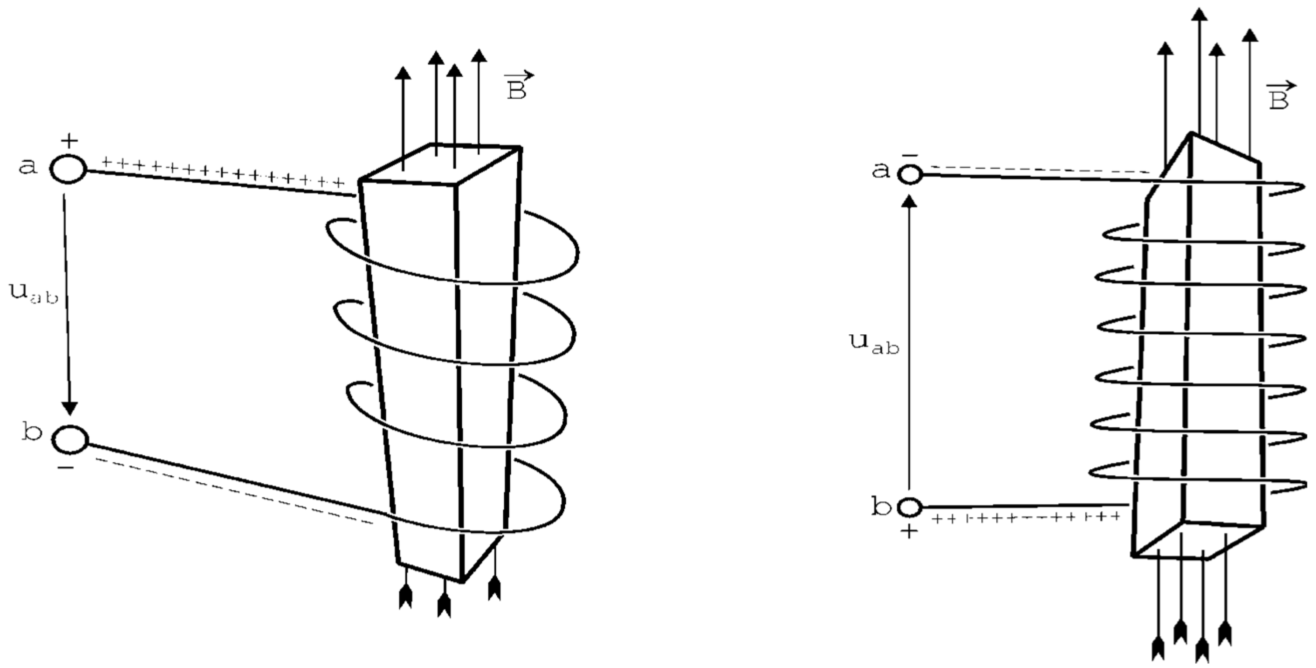
και με τη σχέση (1.31) μπορούμε να γράψουμε:

$$U_0 = \oint_{\vec{l}} \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \qquad (1.33)$$

Εδώ η διαδρομή $\vec{l}$ είναι η περίμετρος της επιφάνειας $\vec{A}$, την οποία διαπερνά το πεδίο $\vec{B}$. Η σπουδαία αυτή σχέση λεει ότι, *η τάση περιφοράς* ***U*$_\Theta$** *μιας κλειστής επιφάνειας είναι ίση με την αρνητική χρονική μεταβολή της μαγνητικής ροής, η οποία διαπερνά την επιφάνεια αυτή*.

Η απλούστερη περίπτωση εμφανίζεται στο μετασχηματιστή, όπου το μαγνητικό πεδίο προέρχεται από ένα εναλλασσόμενο ρεύμα, με αποτέλεσμα η ροή να αλλάζει φορά μέσα στον πυρήνα σύμφωνα με τη συχνότητα του ρεύματος .

**Το πρόσημο της τάσης αυτής αλλάζει, όταν αλλάζουμε την φορά περιέλιξης των σπειρών, όπως βλέπουμε στο σχήμα.**




***Διάταξη μαγνητικού και ηλεκτρικού πεδίου σε ένα πυρήνα από σίδηρο.***

Εάν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα, τότε η τάση εξ' επαγωγής ισούται με το άθροισμα της τάσης $U_{ab}$ στους ακροδέκτες και της τάσης στην ωμική αντίσταση του πηνίου.

$$U_0 = -w\frac{d\Phi}{dt} = u_{ab} + iR \qquad (1.34)$$

Η μαγνητική ροή Φ τώρα αποτελείται από την αρχική ροή και από εκείνη τη ροή που προέρχεται από το ρεύμα i . Η εξίσωση είναι θεμελιώδης για τη δημιουργία των ηλεκτρικών μηχανών και των μετασχηματιστών.

Η δεύτερη δυνατότητα να παράγουμε ένα $-\frac{d\Phi}{dt}$ δίνεται, όταν έχουμε ένα χρονικά σταθερό μαγνητικό πεδίο και μεταβάλλουμε την επιφάνεια που διαρρέεται από αυτό.

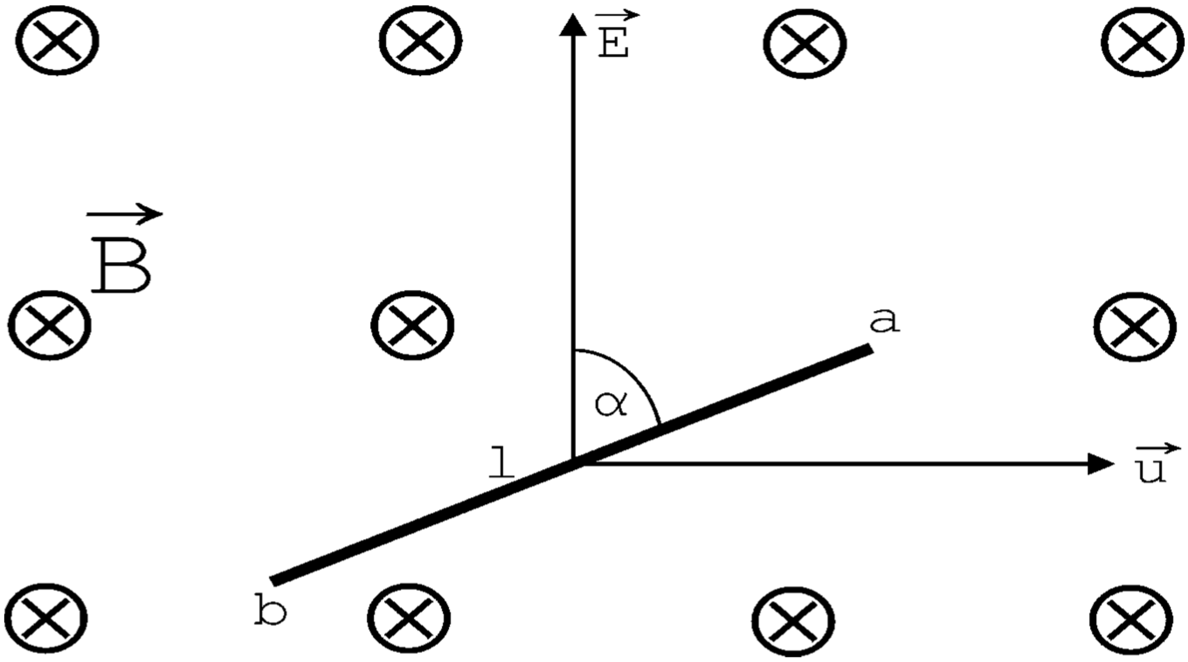
Ως παράδειγμα αναφέρουμε την περίπτωση που μια σπείρα απομακρύνεται από το πεδίο και έτσι έχουμε μεταβολή της ροής από μια μέγιστη τιμή έως την τιμή μηδέν.

Εάν αποκλείσουμε τη χρονική μεταβολή του πεδίου $\frac{\partial B}{\partial t}=0$, τότε είναι δυνατό να έχουμε δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου εάν υπάρχει κίνηση εντός του πεδίου $\vec{B}$ σύμφωνα με τη σχέση:

$$\nabla\times\vec{E}=\nabla\times\left[\vec{v}\times\vec{B}\right] \Rightarrow \vec{E}=\vec{v}\times\vec{B} \qquad (1.35)$$

Η σχέση αυτή δεν προσδιορίζει τη φύση του κινούμενου υλικού, μπορεί δηλαδή να κινείται ένας αγωγός ή ένας μονωτής, ένα σημείο ή ένα τεμάχιο σύρματος, ένα έλασμα ή μια σπείρα κ.ο.κ.

Αυτό που καθορίζει την δημιουργία του $\vec{\mathbf{E}}$ είναι η ύπαρξη του $\vec{\mathbf{B}}$ και του διανύσματος ταχύτητας $\vec{\mathbf{V}}$. Στο σχήμα έχουμε ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ και ένα αγωγό μήκους l κινούμενο με την ταχύτητα $\vec{\mathbf{V}}$.



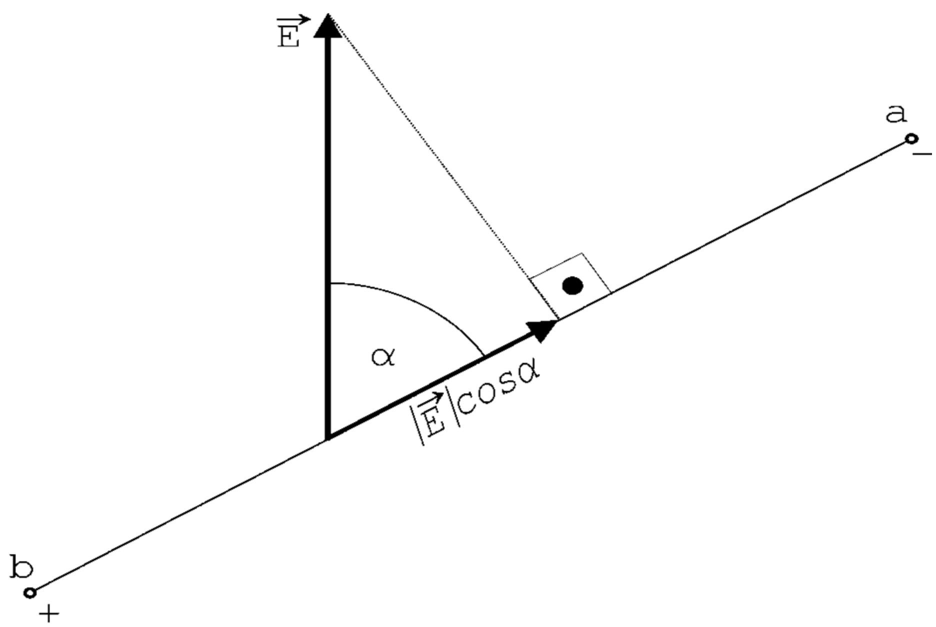

***Δημιουργία πεδίου*** $\vec{\mathbf{E}}$ ***δια κινήσεως του αγωγού l εντός του πεδίου*** $\vec{\mathbf{B}}$**.**

Εφ' όσον υπάρχει ένα πεδίο $\vec{E}$ , μπορούμε να υπολογίσουμε την τάση εξ επαγωγής μεταξύ τυχαίων σημείων.

$$U_{ab} = \int_{\vec{l}} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.36)$$

Επειδή το διάνυσμα $\vec{l}$ σχηματίζει την γωνία α με το $\vec{E}$ και το $\vec{E}$ είναι σταθερό σε όλα τα σημεία, έπεται ότι :

$$U_{ab} = El\cos\alpha = vBl\cos\alpha \qquad (1.37)$$




***Για τον υπολογισμό της τάσης $U_{ab}$.***

Στις ηλεκτρικές μηχανές οι αγωγοί βρίσκονται εντός αυλακώσεων χαραγμένων εντός του σιδήρου.

Στις αυλακώσεις το μαγνητικό πεδίο είναι σχεδόν μηδέν, διότι οι μαγνητικές γραμμές προτιμούν τον σίδηρο που έχει μικρή μαγνητική αντίσταση.

Επειδή όμως υφίσταται μια ταχύτητα π.χ. η ταχύτητα των σημείων της εξωτερικής επιφάνειας του δρομέα, καθώς και το μαγνητικό πεδίο, που διαρρέει τον σίδηρο του στάτη και του δρομέα, θα έχουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο.

Εκτείνεται και στην περιοχή των αυλακώσεων και επάγει στους αγωγούς μια τάση.

Αν και ισχύει αυστηρά για έναν αγωγό ενεργού μήκους l που βρίσκεται άμεσα μέσα στο μαγνητικό πεδίο, εν τούτοις χρησιμοποιείται ως γενικός τύπος στις ηλεκτρικές μηχανές, στις οποίες οι αγωγοί βρίσκονται εντός των αυλακώσεων θεωρώντας έτσι αυτούς τοποθετημένους στην επιφάνεια.

Μέχρι τώρα διακρίναμε ξεχωριστά τις δύο περιπτώσεις δηλαδή την χρονική μεταβολή του πεδίου και την κίνηση εντός του πεδίου. Είναι δυνατόν να εκφράσουμε και τις δύο περιπτώσεις δημιουργίας τάσεως εξ επαγωγής συγχρόνως ξεκινώντας από την εξίσωση (1.36) και χρησιμοποιώντας τον κανόνα του **Stokes:**

$$U_0 = \oint_{\vec{l}} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = -\oint_{\vec{A}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,\mathrm{d}\vec{A} + \oint_{\vec{l}} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\mathrm{d}\vec{l} \qquad (1.38)$$

**Η επιφάνεια ολοκλήρωσης $\vec{A}$ έχει τυχαία θέση ως προς το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ και ή τροχιά ολοκληρώσεως $\vec{l}$ είναι η περίμετρος της επιφάνειας $\vec{A}$. Το πρώτο ολοκλήρωμα του δεξιού μέρους της εξίσωσης ισούται με ένα μέρος της ολικής τάσης εξ επαγωγής που προέρχεται αποκλειστικά από την χρονική μεταβολή του $\vec{B}$.**

Η μορφή του ολοκληρώματος είναι τέτοια, ώστε να σημαίνει την αρνητική ταχύτητα της χρονικής μεταβολής της ολικής ροής $\Phi$, που διαρρέει την επιφάνεια $\vec{A}$. Το δεύτερο ολοκλήρωμα ισούται με μια τάση εξ επαγωγής, που προέρχεται από την κίνηση της τροχιάς $\vec{l}$ εντός του πεδίου $\vec{B}$. Ανάλογα με την περίπτωση που θα έχουμε, η χρήση της σχέσης (1.38) είναι περισσότερο ή λιγότερο εύκολη.

Τις περιπτώσεις δημιουργίας επαγωγικών φαινομένων στις ηλεκτρικές μηχανές μπορούμε να συνοψίσουμε ως εξής :

α) Σταθερή επιφάνεια διαρρεόμενη από χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο B(t), παράδειγμα: Μετασχηματιστής.

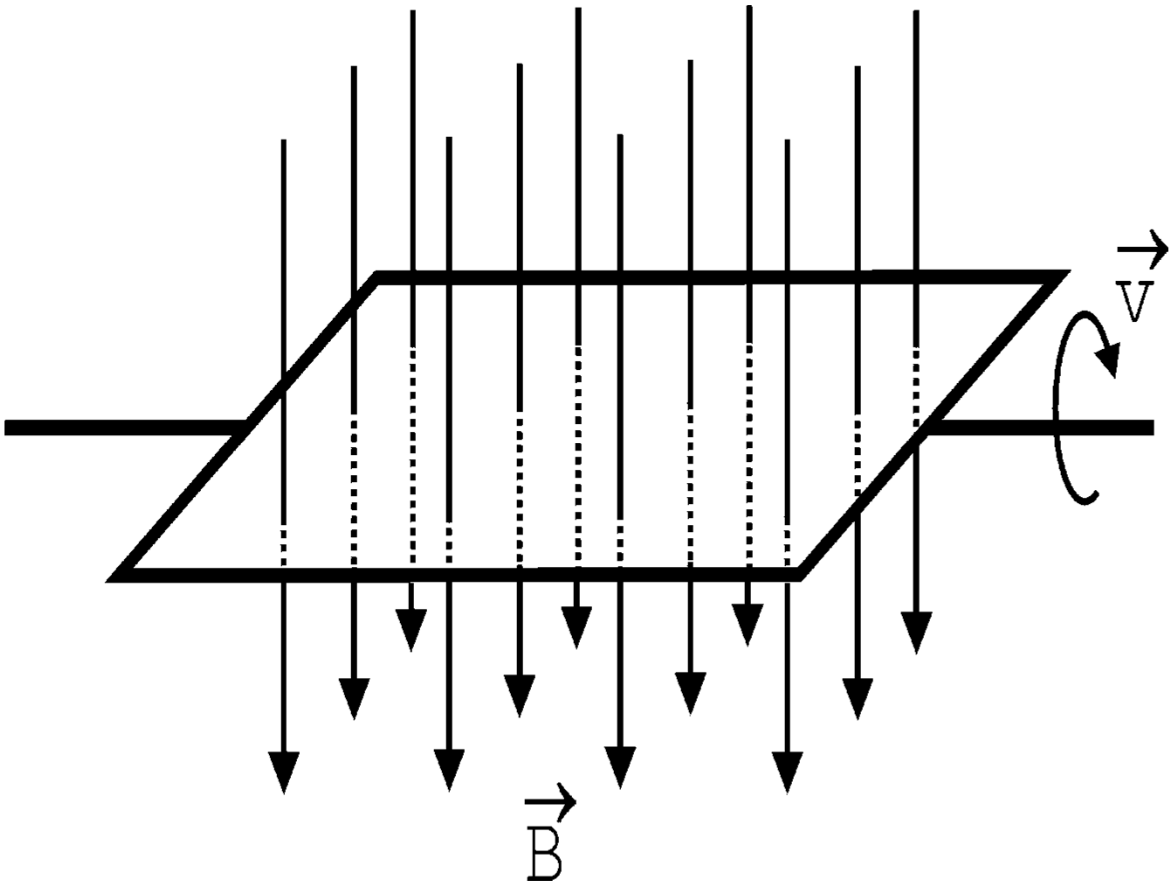
β) Σταθερό μαγνητικό πεδίο και στρεφόμενοι ηλεκτρικοί αγωγοί εντός αυτού, παράδειγμα: Μηχανή συνεχούς ρεύματος.

γ) Σταθερό μαγνητικό πεδίο χρονικά, αλλά στρεφόμενο στο χώρο, και ακίνητοι ηλεκτρικοί αγωγοί. Η περίπτωση αυτή εμφανίζεται στην σύγχρονη μηχανή και είναι η αντίστροφη της περίπτωσης β (μηχανή συνεχούς ρεύματος).Το μαγνητικό φαινόμενο είναι το ίδιο, αδιάφορα εάν κινείται το πεδίο ως προς τους αγωγούς ή το αντίστροφο. Σημασία έχει η σχετική θέση των αγωγών ως προς το πεδίο.

δ) Στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο και συγχρόνως περιστροφή των αγωγών. Για το επαγωγικό φαινόμενο σημασία έχει η σχετική θέση. Η κατάσταση αυτή παρατηρείται στην τριφασική ασύγχρονη μηχανή.

ε) Σταθερό μαγνητικό πεδίο και στρεφόμενος δίσκος εντός αυτού, όπως συμβαίνει στην ηλεκτρική πέδη, τυπική περίπτωση για τη δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου σύμφωνα με τη σχέση $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$.

Πρέπει να τονιστεί ότι, όταν έχουμε μια σπείρα, δεν μπορούμε να ορίσουμε απόλυτα ότι πρόκειται για επαγωγή λόγω χρονικής μεταβολής της ροής ή λόγω κινήσεως. Αυτό εξαρτάται από τη θέση του συστήματος αναφοράς.




***Στρεφόμενη σπείρα εντός πεδίου.***

Εάν το σύστημα αυτό είναι έξω από τη σπείρα, τότε ένας παρατηρητής που βρίσκεται επάνω σε αυτό, έχει την εντύπωση ότι οι πλευρές της σπείρας κινούνται και "κόβουν" τις δυναμικές γραμμές, έχουμε δηλαδή επαγωγή λόγω κινήσεως. Η τάση κατά μήκος των πλευρών είναι:

$$U_0 = \int_{\vec{l}} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = \int_{\vec{l}} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\mathrm{d}\vec{l} \qquad (1.39)$$

Αντίθετα, εάν το σύστημα κινείται μαζί με τη σπείρα, τότε ο παρατηρητής παρατηρεί χρονική μεταβολή του Φ, που διαρρέει την κλειστή επιφάνεια της σπείρας και ισχύει:

$$U_0 = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -A\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = -A\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(B_m \cos\alpha\right) \quad (1.40)$$

όπου α είναι η γωνία μεταξύ του $\vec{\mathbf{B}}$ και του καθέτου επί της επιφανείας διανύσματος $\vec{\mathbf{n}}$. Ασφαλώς και στις δύο περιπτώσεις το αποτέλεσμα είναι το ίδιο.

# *1.8 Ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις*

## 1.8.1 Δύναμη επί ρευματοφόρου αγωγού εντός μαγνητικού πεδίου

Από τη θεωρία των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων είναι γνωστό ότι, επί ενός στοιχειώδους τμήματος ενός ηλεκτρικού αγωγού διαρρεόμενου από ρεύμα με πυκνότητα $\vec{S}$ και ευρισκόμενου εντός του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ ασκείται η στοιχειώδης δύναμη:

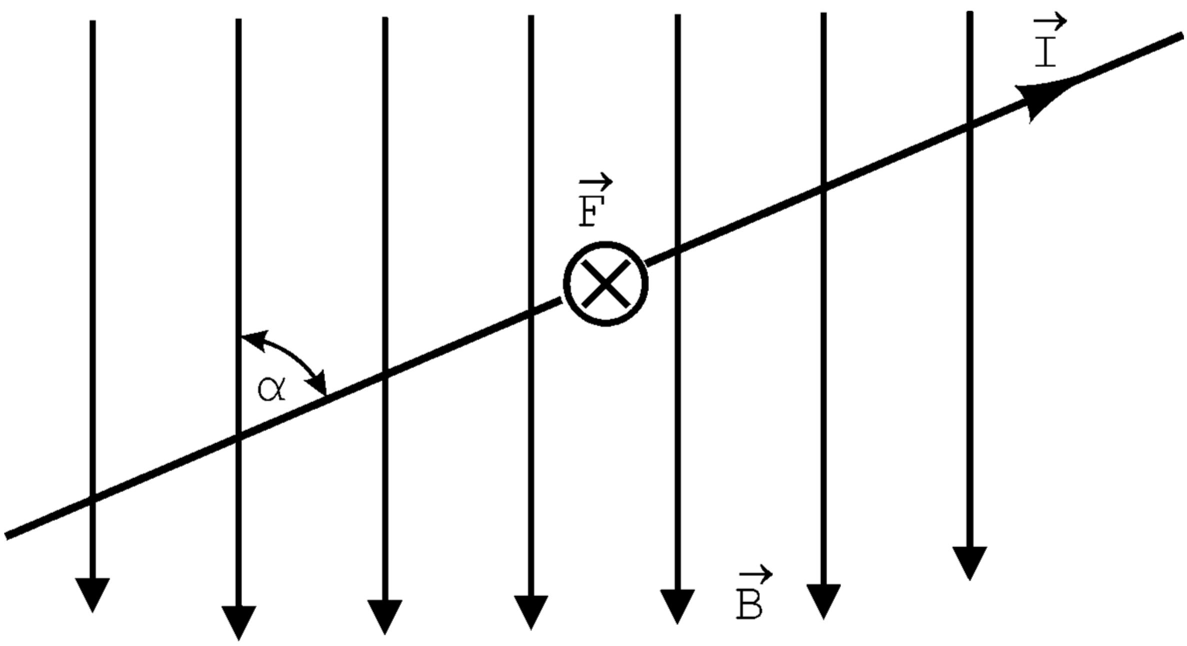
$$\mathrm{d}\vec{F} = \left(\vec{S} \times \vec{B}\right)\mathrm{d}V \qquad (1.41)$$

όπου $\mathrm{d}V$ είναι ο στοιχειώδης όγκος. Το γινόμενο $\vec{S}\times\vec{B}$ παριστάνει την πυκνότητα δύναμης. Η σχέση (1.41) σημαίνει ότι, όπου υπάρχουν δύο διανύσματα $\vec{S}$ και $\vec{B}$, εκεί εμφανίζεται και ένα τρίτο διάνυσμα, δηλαδή το εξωτερικό γινόμενο αυτών, το οποίο εκφράζει την ηλεκτρομαγνητική δύναμη.

Ποια συνολική δύναμη επικρατεί σε μια ηλεκτρομαγνητική διάταξη, θα το μάθουμε, εάν υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα όγκου:

$$\vec{F} = \int_V \mathrm{d}\vec{F} = \int_V \left(\vec{S} \times \vec{B}\right) \mathrm{d}V \qquad (1.42)$$

το οποίο γενικά είναι δύσκολο ή και αδύνατο να υπολογιστεί αναλυτικά.




***Για τον υπολογισμό της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης.***

Στην απλή περίπτωση που έχουμε έναν αγωγό με σταθερή πυκνότητα και διαρρεόμενο από το ρεύμα $I$, που βρίσκεται εντός σταθερού πεδίου $\vec{B}$, η ολοκλήρωση του γινομένου $\vec{S}\times\vec{B}$ σε όλο τον όγκο του ενεργού αγωγού μήκους $l$, είναι απλή και προκύπτει :

$$F = IBl \cdot \sin\alpha \qquad (1.43)$$

Στις ηλεκτρικές μηχανές, που έχουμε μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας σε μηχανική ή και το αντίστροφο, εμφανίζονται ροπές, τις οποίες στις περισσότερες φορές υπολογίζουμε χρησιμοποιώντας τον απλό τύπο.

## 1.8.2 Δυνάμεις επί ενός πηνίου εντός μαγνητικού πεδίου

Εάν οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις προκαλέσουν οποιαδήποτε κίνηση του πηνίου εντός του χρόνου dt, τότε δαπανάται ενέργεια για την παραγωγή του μηχανικού έργου dA και για τη μεταβολή της μαγνητικής ενέργειας κατά dW.

Η μαγνητική ενέργεια θα μεταβληθεί, διότι μεταβάλλεται ο όγκος της διάταξης εντός της οποίας επικρατεί το μαγνητικό πεδίο (πχ. ηλεκτρομαγνήτης) λόγω κινήσεως.

$$\mathrm{d}A + \mathrm{d}W + i^2 R\mathrm{d}t = ui\mathrm{d}t \qquad (1.44)$$

Από το δίκτυο παίρνουμε τη στιγμιαία ισχύ $ui$ και στο διάστημα $dt$ την ενέργεια $uidt$. Οι αγωγοί καταναλώνουν το ποσό $i^2Rdt$ μετατρέποντάς το σε θερμότητα, ενώ $dW$ είναι η μεταβολή της μαγνητικής ενέργειας και $dA$ η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας. Επιπλέον γνωρίζουμε ότι στους ακροδέκτες ενός πηνίου ισχύει η εξίσωση τάσεων :

$$u = iR + \frac{d\Psi}{dt} \qquad (1.45)$$

$$\mathrm{d}A + \mathrm{d}W = i\,\mathrm{d}\Psi \qquad (1.46)$$

Η σχέση σημαίνει ότι το άθροισμα των μεταβολών της μηχανικής και τις μαγνητικής ενέργειας ισούται με το γινόμενο idΨ, το οποίο εκφράζει την προσλαμβανόμενη ενέργεια από το δίκτυο για την αντιμετώπιση της καταστάσεως λόγω της κίνησης .
Το έργο dA ισούται με τη μηχανική ενέργεια που παράγει μια δύναμη F, όταν αυτή μετακινήσει το σώμα, επί του οποίου ενεργεί κατά το μικρό διάστημα dx.

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}x \qquad (1.47)$$

Από τη σχέση:

$$W = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}i\Psi \qquad (1.48)$$

Παίρνουμε την πρώτη παράγωγο

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}i\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Psi\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad (1.49)$$

Από την οποία προκύπτει η στοιχειώδης μεταβολή:

$$\mathrm{d}W = \frac{1}{2}\left(i\,\mathrm{d}\Psi + \Psi\,\mathrm{d}i\right) \qquad (1.50)$$

Η δύναμη F, η οποία παράγει την μηχανική ενέργεια dA:

$$F = \frac{1}{2}\left( i\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}x} - \Psi\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}x} \right) \qquad (1.51)$$

Όταν το ρεύμα i παραμένει σταθερό. Αυτό συμβαίνει στους μαγνήτες συνεχούς ρεύματος, όπου στη μόνιμη κατάσταση το ρεύμα καθορίζεται από την τάση και την ωμική αντίσταση του πηνίου, όχι όμως και από την επαγωγιμότητα αυτού.

Έτσι έχουμε i= σταθερό, θα είναι $\frac{di}{dx}=0$

οπότε η δύναμη θα ισούται με :

$$F=\frac{1}{2}i\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{2}i^2\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} \qquad (1.52)$$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι η δύναμη F τείνει να αυξήσει τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου και επομένως να αυξήσει τη μαγνητική ενέργεια αυτού.

Τούτο σημαίνει ότι παρατηρείται μια τάση να αυξηθεί η επιφάνεια κάθε σπείρας δηλαδή αναπτύσσονται ακτινικές δυνάμεις σε ένα πηνίο συνηθισμένης μορφής.

Επίσης εμφανίζονται αξονικές δυνάμεις με τέτοια φορά, ώστε να μειωθεί το μήκος του πηνίου.

Σε ηλεκτρομαγνήτη εναλλασσόμενου ρεύματος η μαγνητική ροή παραμένει σταθερή, επειδή η τάση του πηνίου είναι σταθερή.

Από τη σχέση $u = \frac{d\Psi}{dt}$ = σταθερή έχουμε

$\Psi$ = σταθερό, οπότε ισχύει $\frac{d\Psi}{dx} = 0$ , και :

$$F = -\frac{1}{2}\Psi\frac{di}{dx} = -\frac{dW}{dx} \qquad (1.53)$$

Η δύναμη F προσπαθεί να μειώσει τη μαγνητική ενέργεια του πηνίου. Το έργο που παράγει η δύναμη κατά την κίνηση, προέρχεται από τη μείωση της μαγνητικής ενέργειας, ενώ από την πηγή τροφοδοσίας δεν παίρνουμε καθόλου ενέργεια για την κάλυψη της μαγνητικής και μηχανικής ενέργειας.

Αντίθετα στην προηγούμενη περίπτωση, όπου i = σταθερό, η δύναμη ήταν ίση με τη θετική μεταβολή της μαγνητικής ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι από το δίκτυο παίρνουμε τόση ενέργεια, όση χρειάζεται για να καλύψουμε την μεταβολή της μαγνητικής ενέργειας και το έργο που παράγει η δύναμη F. Είναι αυτονόητο ότι και στις δύο περιπτώσεις η πηγή προσφέρει την ενέργεια, που μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω ωμικών απωλειών.

## 1.8.3 Δύναμη μεταξύ δύο ηλεκτρικών αγωγών

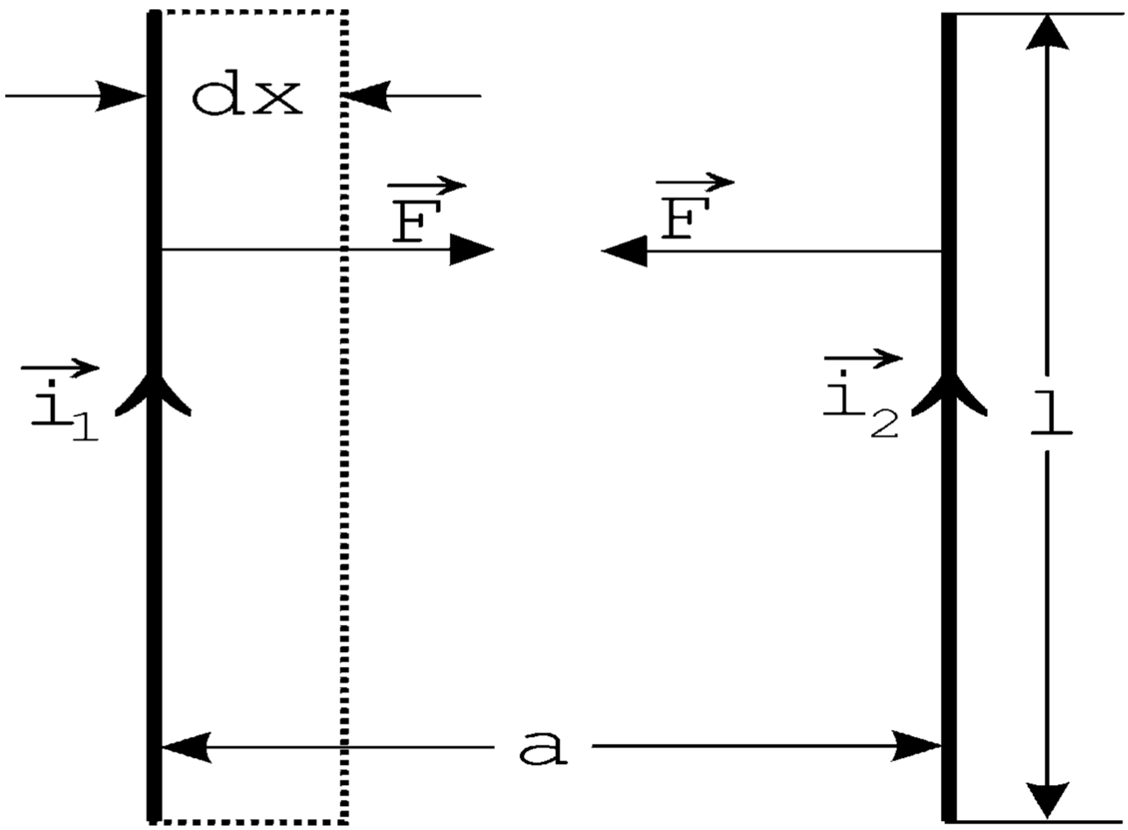
Δύο ηλεκτρικοί αγωγοί που διαρρέονται από ρεύμα και βρίσκονται ο ένας κοντά στον άλλο, είναι δυνατό να έλκονται ή να απωθούνται μεταξύ τους.
Η δύναμη που αναπτύσσεται υπολογίζεται από τη μεταβολή της μαγνητικής ενέργειας που περικλείεται στην απλή αυτή διάταξη των δύο ευθύγραμμων αγωγών, διότι το ρεύμα κάθε αγωγού είναι ανεξάρτητο από οποιαδήποτε μετακίνηση στο χώρο.

Στην περίπτωση αυτή η μαγνητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση :

$$W = \frac{1}{2}\left(L_1 i_1^2 + 2M_1 i_2 + L_2 i_2^2\right) \qquad (1.54)$$

Παραδεχόμαστε ότι η ηλεκτρομαγνητική δύναμη δεν μεταβάλλει τη μορφή των αγωγών. Έτσι οι συντελεστές αυτεπαγωγής $L_1$ και $L_2$ παραμένουν αμετάβλητοι, οπότε η δύναμη F δίνεται από τον τύπο:

$$F = i_1 i_2 \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} \qquad (1.55)$$




***Δύναμη μεταξύ δύο ηλεκτρικών αγωγών.***

Διαπιστώνεται ότι η δύναμη είναι ανάλογη της μεταβολής του συντελεστή αμοιβαίας επαγωγής. Η μεταβολή dM υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathrm{d}M = \frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{i_2} = \frac{B\,l\,\mathrm{d}x}{i_2} \qquad (1.56)$$

Την επαγωγή B παίρνουμε από τη γνωστή σχέση:

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{i_2}{2\pi\alpha} \qquad (1.57)$$

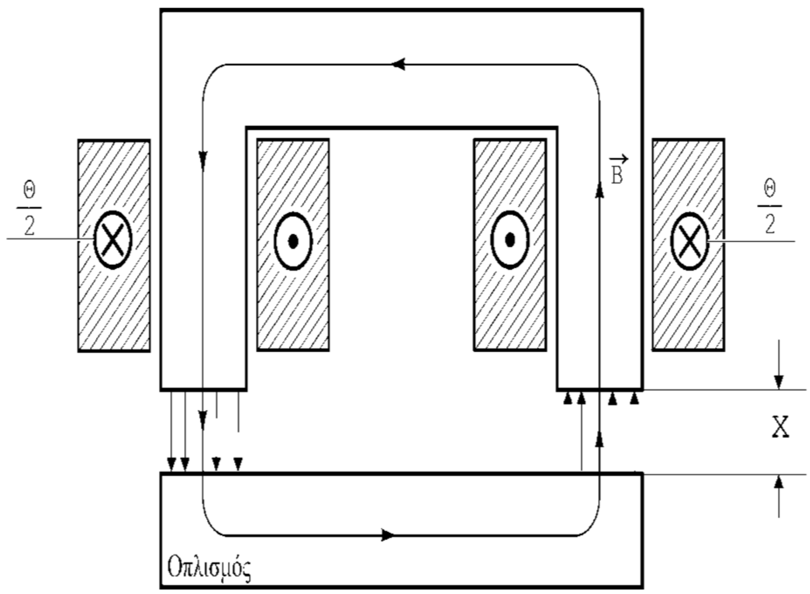
Η μεταβολή της αλληλεπαγωγής M ως προς τη διάσταση x.

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = \frac{\mu_0 l}{2\pi\alpha} \qquad (1.58)$$

Οπότε για τη δύναμη F προκύπτει:

$$F = i_1 i_2 \cdot \frac{\mu_0 l}{2\pi\alpha} \qquad (1.59)$$

Εάν τα ρεύματα $i_1$ και $i_2$ είναι ομόσημα, οι αγωγοί έλκονται, εάν είναι ετερόσημα δηλαδή αντίθετης διεύθυνσης, απωθούνται.




***Βασική διάταξη ηλεκτρομαγνήτη .***

Για τη μαγνητική ενέργεια ισχύει:

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 A x = \frac{B^2 A}{2\mu_0} x \qquad (1.60)$$

Για τη δύναμη F προκύπτει:

$$F = -\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} = -\frac{B^2 A}{2\mu_0} \qquad (1.61)$$

## 1.9 Απώλειες ενέργειας στον σίδηρο

Στο σίδηρο διακρίνουμε δύο είδη απωλειών, τις απώλειες υστέρησης και τις απώλειες δινορευμάτων οι οποίες αναλύονται στη συνέχεια.

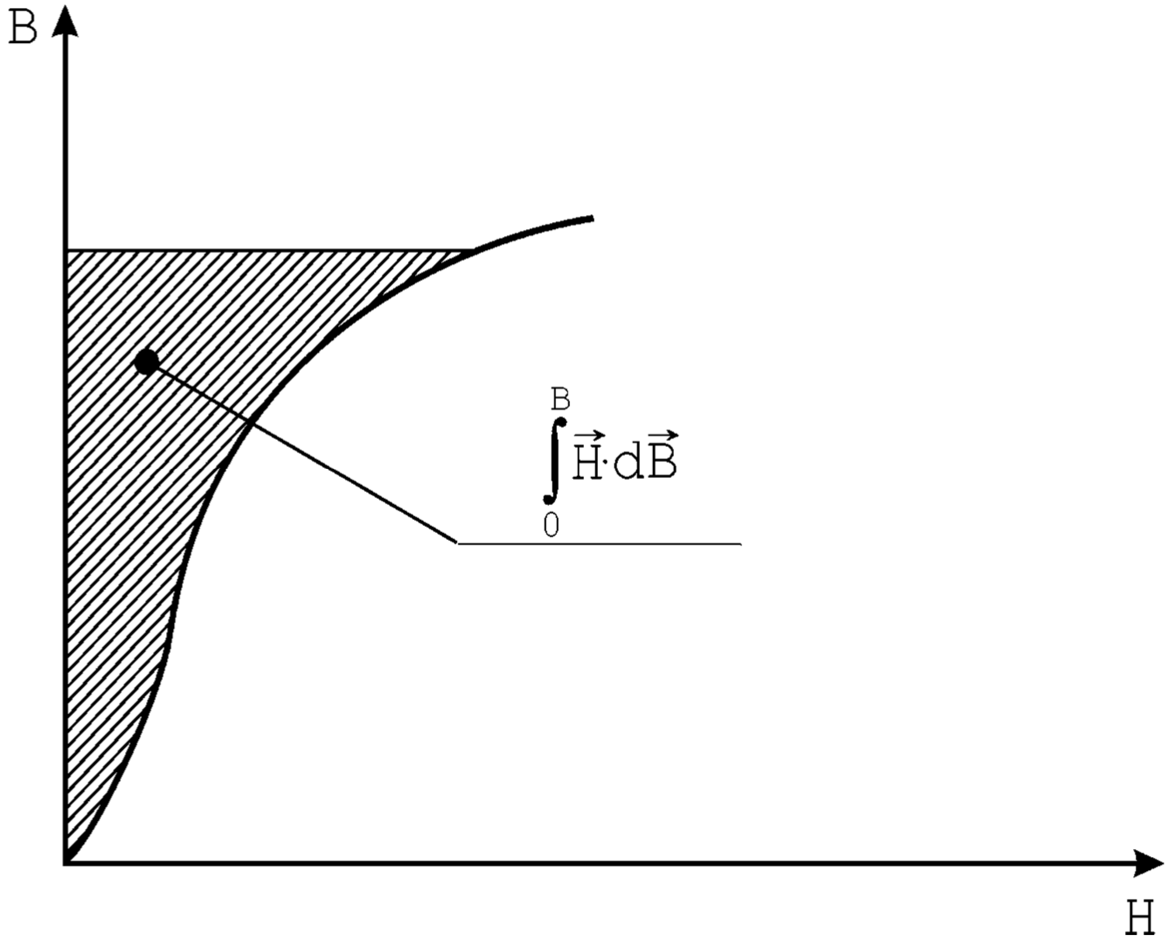
### 1.9.1 Απώλειες υστέρησης.

Εάν το μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται μέσα στον σίδηρο, τότε η μαγνητική διαπερατότητα είναι συνάρτηση της μαγνητικής εντάσεως Η.

Η εξάρτηση αυτή φαίνεται από την χαρακτηριστική μαγνητίσεως του σιδήρου B=f(H), γνωστή ως βρόχος υστέρησης.

Στην περίπτωση των σιδηρομαγνητικών υλικών η πυκνότητα της μαγνητικής ενέργειας, δηλαδή η μαγνητική ενέργεια που περιέχεται μέσα στον στοιχειώδη όγκο dτ, δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{\mathrm{d}\,W}{\mathrm{d}\,\tau} = \int_0^B \vec{H}\,\mathrm{d}\,\vec{B} \qquad (1.62)$$




***Για τον υπολογισμό της πυκνότητας της μαγνητικής ενέργειας στα σιδηρομαγνητικά υλικά.***

Η συνολική μαγνητική ενέργεια είναι:

$$W = \int_0^{\tau} \int_0^{B} \vec{H} \mathrm{d}\vec{B} \mathrm{d}\tau \qquad (1.63)$$

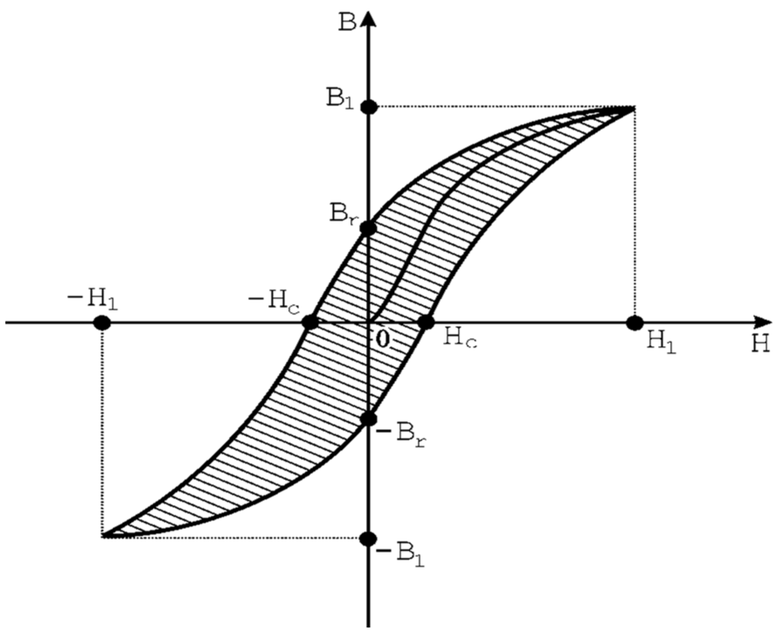
Η καμπύλη διαγράφεται πολλές φορές, όταν έχουμε εναλλασσόμενη μαγνήτιση.

Η πυκνότητα της μαγνητικής ενέργειας τώρα είναι η επιφάνεια του βρόχου.

Στη μονάδα του χρόνου ο βρόχος διαγράφεται τόσες φορές, όση είναι η συχνότητα του εναλλασσόμενου πεδίου B(t).

Η επιφάνεια του βρόχου εξαρτάται από τη φύση του υλικού και από τη μέγιστη τιμή της μαγνητικής επαγωγής, την οποία αποκτάει το πεδίο κατά τη μαγνήτιση.

,




***Βρόχος υστέρησης ενός σιδηρομαγνητικού υλικού .***

Για τα υλικά των μετασχηματιστών και των ηλεκτρικών μηχανών χρησιμοποιούμε ένα μέγεθος το οποίο εκφράζει τις απώλειες υστέρησης ανά μονάδα βάρους.

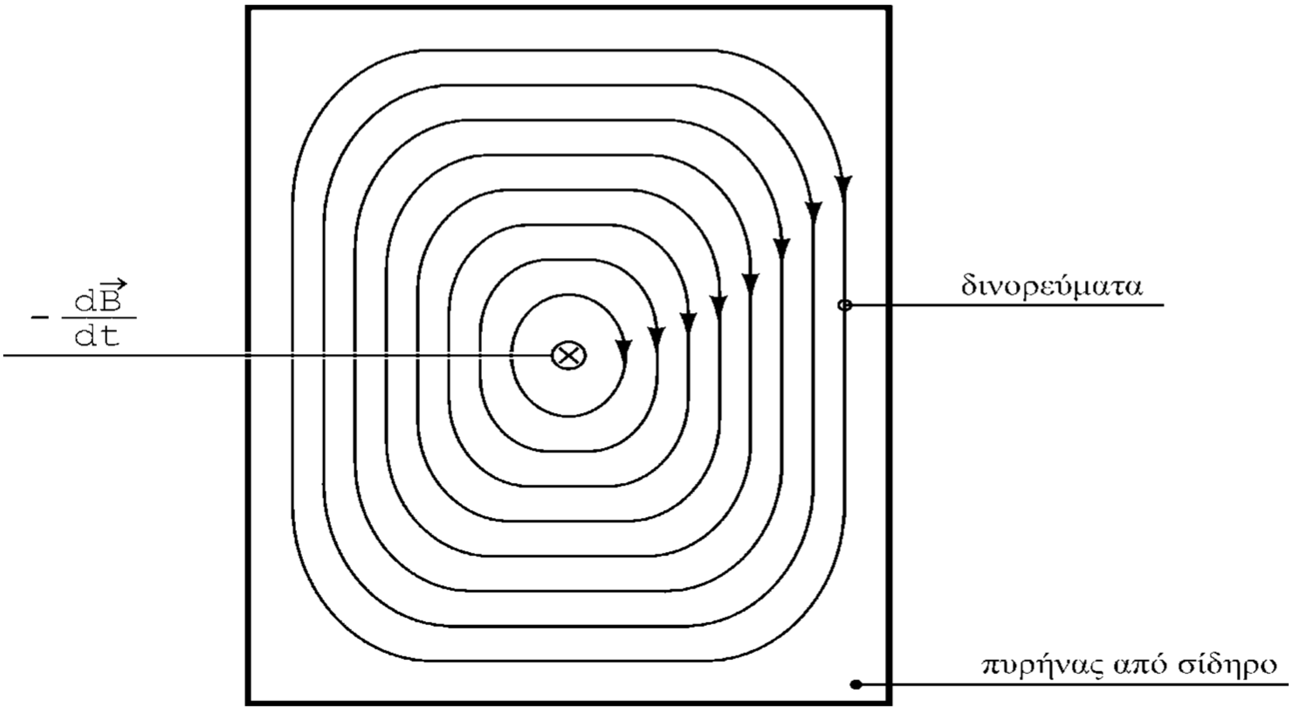
$$q_h = c_h f B_m^2 \qquad (1.64)$$

όπου $c_h$ είναι μια χαρακτηριστική σταθερά του υλικού, f είναι η συχνότητα μαγνήτισης και $B_m$ η μέγιστη τιμή της επαγωγής. Η σταθερά $c_h$ για τα συνήθη υλικά κυμαίνεται στην περιοχή:

$$2............4,4 \cdot 10^{-10} \ \frac{Watt}{kgHzGauss^2}$$

Οι απώλειες υστέρησης είναι ανάλογες της συχνότητας, επειδή εκφράζουν τη χαμένη ενέργεια στη μονάδα του χρόνου και ο βρόχος υστέρησης διανύεται τόσες φορές στη μονάδα του χρόνου, όση είναι η συχνότητα μεταβολής του μαγνητικού πεδίου.

# 1.9.2 Απώλειες δινορευμάτων.




***Τροχιές δινορευμάτων σε σιδηρομαγνητικό πυρήνα.***

- Τα δινορεύματα είναι ανάλογα της τάσης εξ επαγωγής. Επειδή όμως η τάση αυτή που τα προκαλεί είναι ανάλογη της συχνότητας και της έντασης του πεδίου, έπεται ότι οι απώλειες δινορευμάτων είναι ανάλογες του $f^2$ και $B^2$.

$$q_w = c_w f^2 B_m^2 \qquad (1.65)$$

όπου $c_w$ είναι μια χαρακτηριστική σταθερά των υλικών.

Έχει αποδειχθεί ότι για μικρό πάχος ελασμάτων τα δινορεύματα είναι ανάλογα του πάχους. Επομένως μπορούμε να τα μειώσουμε αρκετά, εάν χρησιμοποιήσουμε στενά ελάσματα. Στους μετασχηματιστές και στις μηχανές, όπου έχουμε πυρήνες από σίδηρο οι οποίοι διαρρέονται από εναλλασσόμενα μαγνητικά πεδία, χρησιμοποιούμε ελάσματα, αν και έτσι δυσκολεύεται και συνεπώς ακριβαίνει η κατασκευή.

Εάν χρησιμοποιήσουμε ελάσματα σιδήρου με όσο το δυνατό λιγότερο άνθρακα, τότε για πάχος 0.35mm και συχνότητα f=50Hz έχουμε:

$$B_m=10000 \text{ Gauss} : q_h=2.2 \frac{W}{kgr} , q_w=1.2 \frac{W}{kgr}$$

$$B_m=15000 \text{ Gauss} : q_h=6.3 \frac{W}{kgr} , q_w=2.3 \frac{W}{kgr}$$

Εάν στα ίδια ελάσματα προσθέσουμε πυρίτιο με περιεκτικότητα της τάξεως 4%, θα έχουμε ένα άθροισμα $q_h+q_W=0.9$ W/kgr στα 10 kGauss .

Έτσι για να χαρακτηρίσουμε ένα μαγνητικό υλικό ορίζουμε μια σταθερά απωλειών $V_{10}$, η οποία δηλώνει το άθροισμα των απωλειών υστέρησης και δινορευμάτων ανά μονάδα βάρους.

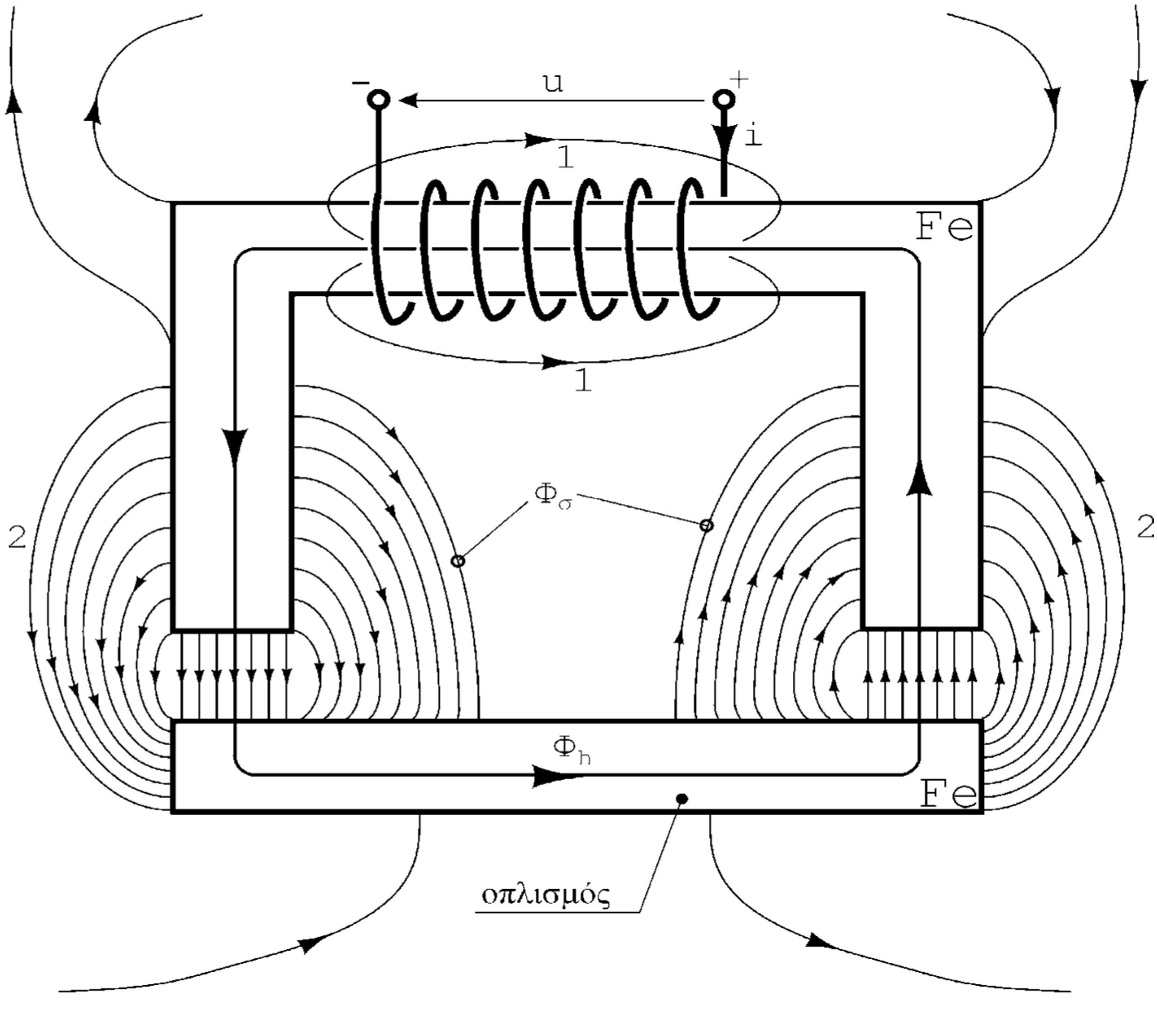
# 1.10 Σκέδαση ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων

## 1.10.1 Ορισμός της ροής σκέδασης.

Κατά ένα ορισμένο τρόπο δημιουργούμε ένα μαγνητικό πεδίο, το οποίο θέλουμε να εκμεταλλευτούμε για τη μετατροπή ενέργειας από μια μορφή σε κάποια άλλη. Εάν εκμεταλλευτούμε το πεδίο αυτό στο σύνολό του, λέμε ότι έχουμε μηδενική σκέδαση. Αυτή η περίπτωση είναι ιδανική, διότι στην πράξη πάντοτε έχουμε μια μικρή ή μεγάλη σκέδαση, δηλαδή έχουμε ένα μέρος του μαγνητικού πεδίου, που δεν μπορούμε να το εκμεταλλευτούμε. Έτσι διακρίνουμε ωφέλιμη ροή $\Phi_h$ και ροή σκέδασης $\Phi_\sigma$. Όταν κατασκευάζουμε τις διάφορες διατάξεις, προσπαθούμε να εξασφαλίσουμε συνθήκες τέτοιες, ώστε το μέγιστο μέρος της μαγνητικής ροής να ακολουθεί μια προκαθορισμένη πορεία. Τούτο είναι δυνατό με τη χρησιμοποίηση μαγνητικών υλικών μεγάλης μαγνητικής διαπερατότητας και με κατάλληλη σχεδίαση των διατάξεων

$$\sigma = \frac{\Phi_\sigma}{\Phi_h} \qquad (1.66)$$

**Τυπικό παράδειγμα, για να διευκρινίσουμε τα παραπάνω, είναι ο ηλεκτρομαγνήτης.**




***Ηλεκτρομαγνήτης για τον ορισμό της σκέδασης .***

## 1.10.2 Σκέδαση δύο τυλιγμάτων

Στο μετασχηματιστή και σε όλες τις ηλεκτρικές μηχανές έχουμε τουλάχιστον δύο τυλίγματα, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους επαγωγικά.

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1 &= L_1 i_1 + M i_2 \\ \Psi_2 &= L_2 i_2 + M i_1 \end{aligned}\right\} \qquad (1.67)$$

Υποθέτουμε ότι το τύλιγμα 2 βραχυκυκλώνεται στους ακροδέκτες του, οπότε ισχύει:

$$u_2 = 0 = R_2 i_2 + \frac{\mathrm{d}\Psi_2}{\mathrm{d}t} \qquad (1.68)$$

Εάν θεωρήσουμε την ωμική αντίσταση πολύ μικρή, όπως συμβαίνει στην πραγματικότητα, θα πάρουμε τη σχέση $\frac{d\psi_2}{dt} = 0$ , η οποία σημαίνει ότι $\Psi_2 = 0$ (παραλείπουμε τυχόν υπάρχουσα συνεχή συνιστώσα).

$$\Psi_1 = L_1 \left( 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right) i_1 = \sigma L_1 i_1 \qquad (1.69)$$

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \qquad (1.70)$$

Τον συντελεστή σ ονομάζουμε συντελεστή σκέδασης.

Το μέγεθος $L_{1k}=\sigma L_1$ λέγεται επαγωγιμότητα σκέδασης, όταν το δευτερεύον τύλιγμα είναι βραχυκυκλωμένο.

Αν και το πεδίο σκέδασης στο σύνολό του από φυσικής πλευράς ορίζεται από τη σχέση

$$\Phi_\sigma = \sigma L_1 i_1 \qquad (1.71)$$

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1 &= \left(L_1 - \lambda_1 M\right) i_1 + M\left(\lambda_1 i_1 + i_2\right) \\ \Psi_2 &= \left(L_2 - \lambda_2 M\right) i_2 + M\left(\lambda_2 i_2 + i_1\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1.72)$$

Οι συντελεστές $\lambda_1$ και $\lambda_2$ μπορούν να έχουν τυχαίες τιμές. Η μορφή των εξισώσεων (1.72) μας επιτρέπει να εισάγουμε νέους ορισμούς. Έτσι ορίζουμε $\Psi_{1h}=M(\lambda_1 i_1+i_2)$ ως ωφέλιμη ροή του πρωτεύοντος τυλίγματος και $\Psi_{2h}=M(\lambda_2 i_2+i_1)$ ως ωφέλιμη ροή του δευτερεύοντος τυλίγματος. Επίσης ορίζουμε τα μεγέθη

$$\left.\begin{array}{l} \Psi_{1\sigma}=(L_1-\lambda_1 M)i_1=L_{1\sigma}i_1 \\ \text{και} \\ \Psi_{2\sigma}=(L_2-\lambda_2 M)i_2=L_{2\sigma}i_2 \end{array}\right\} \quad (1.73)$$

ως ροή σκεδάσεως του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος αντίστοιχα. Στις ροές $\Psi_{1h}$ και $\Psi_{2h}$ αντιστοιχούν οι συντελεστές επαγωγιμότητας ωφέλιμης ροής σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\left.\begin{array}{l} L_{1h}=L_1-L_{1\sigma}=\lambda_1 M \\ L_{2h}=L_2-L_{2\sigma}=\lambda_2 M \end{array}\right\} \quad (1.74)$$

Οι συντελεστές σκέδασης σ1 και σ2, ορίζονται ως εξής:

$$\sigma_1 = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}} = \frac{L_1 - \lambda_1 M}{\lambda_1 M} \quad , \quad \sigma_2 = \frac{L_{2\sigma}}{L_{2h}} = \frac{L_2 - \lambda_2 M}{\lambda_2 M}$$

(1.75)

και ο συντελεστής ολικής σκέδασης σ:

$$\sigma = 1 - \frac{1}{\lambda_1 \lambda_1 \left(1 + \sigma_1\right) \ \left(1 + \sigma_2\right)} \qquad (1.76)$$

Εάν οι δύο ροές σκέδασης $\Psi_{1\sigma}$ και $\Psi_{2\sigma}$ μηδενιστούν, τότε τα $\sigma_1$ και $\sigma_2$ θα γίνουν μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι και η ολική σκέδαση μηδενίζεται, επομένως πρέπει να ισχύει $\sigma$=0. Για να επαληθευτεί αυτή η φυσική αλήθεια πρέπει να ισχύει πάντοτε:

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1 \qquad \text{οπότε} \qquad \sigma = 1 - \frac{1}{\left(1+\sigma_1\right) \left(1+\sigma_2\right)}$$

$$L_{1h} L_{2h} = M^2 \qquad (1.77)$$

Η ολική ροή σκέδασης και μαζί της ο συντελεστής σ είναι εντελώς καθορισμένη για μια δεδομένη ηλεκτρομαγνητική διάταξη, ενώ οι συντελεστές $\lambda_1$ και $\lambda_2$ μπορούν να παίρνουν τυχαίες τιμές, αρκεί όμως το γινόμενό τους να είναι πάντα ίσο με τη μονάδα.

Τα μεγέθη $\Psi_{1h}$, $\Psi_{2h}$, $\Psi_{1\sigma}$ και $\Psi_{2\sigma}$ μπορούν να παίρνουν διάφορες τιμές και έτσι να παρουσιάζουν μόνο υπολογιστικό χαρακτήρα, όχι όμως φυσικό.

Στην περίπτωση του μετασχηματιστή και των ηλεκτρικών μηχανών έχουμε κατασκευαστικές συνθήκες, από τις οποίες προκύπτουν εντελώς καθορισμένες τιμές για τους συντελεστές $\lambda_1$ και $\lambda_2$.

## 1.10.2.1 Μετασχηματιστής

Στον μετασχηματιστή ορίζουμε ως ωφέλιμη ροή, εκείνη που διαρρέει τον σιδερένιο πυρήνα και δημιουργεί πλήρη ζεύξη των δύο τυλιγμάτων. Έτσι για τα $\Psi_{1h}$ και $\Psi_{2h}$ μπορούμε να γράψουμε:

$$\left.\begin{aligned} \Psi_{1h} &= M\left(\lambda_1 i_1 + i_2\right) = w_1 \Phi_h \\ \Psi_{2h} &= M\left(\lambda_2 i_2 + i_1\right) = w_2 \Phi_h \end{aligned}\right\} \qquad (1.78)$$

$$i_1\left(\lambda_1 w_2 - w_1\right) + i_2\left(w_2 - \lambda_2 w_1\right) = 0 \qquad (1.79)$$

**η οποία πρέπει να επαληθεύεται για οποιαδήποτε τιμή των ρευμάτων $i_1$ και $i_2$. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ισχύει πάντοτε:**

$$\lambda_1 w_2 - w_1 = w_2 - \lambda_2 w_1 = 0 \qquad (1.80)$$

$$\lambda_1 = \frac{w_1}{w_2} \quad , \quad \lambda_2 = \frac{w_2}{w_1}$$

# Πηγές

Οι πηγές των **Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:**


[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Εξομοιώσεις Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

# Τέλος Ενότητας