



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Ανάλυση Σ.Η.Ε

Ενότητα 6: Συμμετρικές συνιστώσες και ακολουθιακά κυκλώματα

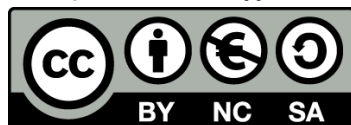
Νικόλαος Βοβός, Γαβριήλ Γιαννακόπουλος
Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και τεχνολογίας Υπολογιστών



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

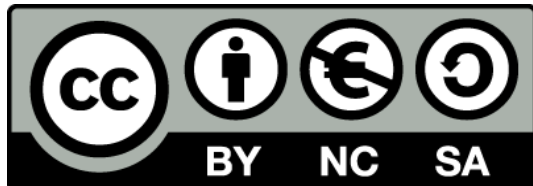
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκεινται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Εισαγωγή

- Ένα σύστημα με πλήρη φασική συμμετρία είναι δυνατόν να το μελετήσουμε εξετάζοντας μια μόνο φάση.
- Ένα όμως συμμετρικό σύστημα, ασύμμετρα βραχυκυκλωμένο ή φορτισμένο, δεν μπορεί να αναλυθεί με τη μελέτη μιας μόνο φάσης, γιατί κάθε φάση συμπεριφέρεται διαφορετικά. Πρέπει να ακολουθήσουμε μια διαφορετική μέθοδο ανάλυσης.

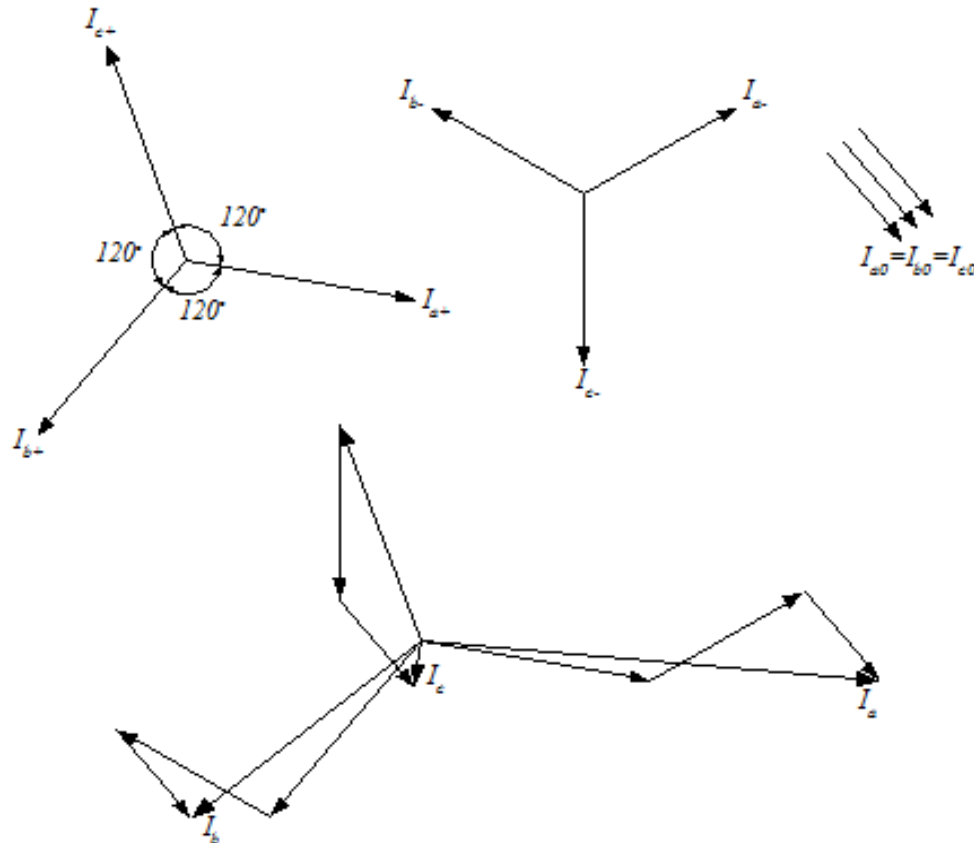


Μετασχηματισμός συμμετρικών συνιστωσών(1)

- Το 1918 ο C.L.Fortescue πρότεινε τη μέθοδο των συμμετρικών συνιστωσών, για την ανάλυση ασύμμετρων συστημάτων.
- Ο Fortescue απέδειξε ότι ένα ασύμμετρο σύστημα με n συσχετιζόμενα ασύμμετρα διανύσματα, μπορεί να αναλυθεί σε n συστήματα, με n συμμετρικά διανύσματα το καθένα, που ονομάζονται **συμμετρικές συνιστώσες (ΣΣ)** των αρχικών διανυσμάτων, ενώ τα επιμέρους συστήματα ονομάζονται **ακολουθιακά**.



Μετασχηματισμός συμμετρικών συνιστωσών(2)



Γραφική ανάλυση ασύμμετρου συστήματος διανυσμάτων στις συμμετρικές τους συνιστώσες.



Μετασχηματισμός συμμετρικών συνιστωσών(3)

- Επειδή κάθε ένα από τα αρχικά ασύμμετρα διανύσματα ισούται με το άθροισμα των συνιστωσών του, μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$I_a = I_{a+} + I_{a-} + I_{a0}$$

$$I_b = I_{b+} + I_{b-} + I_{b0}$$

$$I_c = I_{c+} + I_{c-} + I_{c0}$$

- Σε όλη την ανάλυσή μας θα θεωρούμε ημιτονοειδής μεταβλητές, που μας επιτρέπουν τη μιγαδική παράστασή τους και θα χρησιμοποιήσουμε το σύμβολο:

$$a = e^{j120^\circ} = \cos(120^\circ) + j \sin(120^\circ) = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} = -0.5 + j0.866$$

οπότε:

$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} = -0.5 - j0.866$$

$$a^3 = 1$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

$$a^* = a^2$$

$$(a^2)^* = a$$



Μετασχηματισμός συμμετρικών συνιστωσών(4)

- Τώρα, μπορούμε να γράψουμε:

$$I_{b+} = a^2 I_{a+} \quad I_{c+} = a I_{a+}$$

$$I_{b-} = a I_{a-} \quad I_{c-} = a^2 I_{a-}$$

$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0}$$

- Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$I_a = I_{a+} + I_{a-} + I_{a0}$$

$$I_b = a^2 I_{a+} + a I_{a-} + I_{a0}$$

$$I_c = a I_{a+} + a^2 I_{a-} + I_{a0}$$

- Με τη χρήση μητρών έχουμε:

$$I_p = T I_s$$

όπου:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad I_p = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad I_s = \begin{bmatrix} I_{a+} \\ I_{a-} \\ I_{a0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_+ \\ I_- \\ I_0 \end{bmatrix}$$





Μετασχηματισμός συμμετρικών συνιστωσών(5)

- Με αντιστροφή της προηγούμενης εξίσωσης παίρνουμε:

$$I_s = T^{-1} I_p$$

όπου:

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Είναι προφανές, ότι παρόμοιες σχέσεις ισχύουν και για τις τάσεις, δηλαδή:

$$V_p = T V_s$$

$$V_s = T^{-1} V_p$$

όπου:

$$V_p = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \text{ και } V_s = \begin{bmatrix} V_{a+} \\ V_{a-} \\ V_{a0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \\ V_0 \end{bmatrix}$$

Τα πολλά πλεονεκτήματα της ανάλυσης συστημάτων με τη μέθοδο μετασχηματισμού συμμετρικών συνιστωσών (ΜΣΣ) θα φανούν στην εφαρμογή της μεθόδου στη μελέτη ασύμμετρων βραχυκυκλωμάτων.

Ρεύμα ουδετέρου(1)

- Σε ένα τριφασικό σύστημα το άθροισμα των ρευμάτων γραμμής είναι ίσο με το ρεύμα επιστροφής ουδετέρου I_n , δηλαδή:

$$I_n = I_a + I_b + I_c$$

- Επίσης έχουμε:

$$I_{a0} = \frac{1}{3} (I_a + I_b + I_c)$$

- Με σύγκριση των προηγούμενων εξισώσεων παίρνουμε:

$$I_n = 3I_{a0}$$

δηλαδή το ρεύμα ουδετέρου ισούται με το τριπλάσιο του ρεύματος μηδενικής ακολουθίας.



Ρεύμα ουδετέρου(2)

- Όταν δεν υπάρχει δρόμος επιστροφής σε ένα τριφασικό σύστημα, το I_n είναι μηδέν και άρα δεν υπάρχει ρεύμα μηδενικής ακολουθίας στα ρεύματα γραμμής.
- Επίσης, ένα φορτίο συνδεδεμένο σε τρίγωνο δεν παρέχει δρόμο επιστροφής και άρα τα ρεύματα γραμμής, που ρέουν στο φορτίο, δεν μπορούν να έχουν συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας.
- Επειδή το άθροισμα των πολικών τάσεων σε ένα τριφασικό σύστημα είναι πάντοτε μηδέν, οι συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας των πολικών τάσεων είναι πάντοτε μηδέν.



Τριφασική ισχύς συναρτήσει συμμετρικών συνιστωσών

- Η τριφασική ισχύς συναρτήσει των φασικών μεγεθών γράφεται:

$$S = P + jQ = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = \mathbf{V}^T \mathbf{I}^* \text{ VA}$$

- Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$S = P + jQ = (\mathbf{T} \mathbf{V}_s)^T (\mathbf{T} \mathbf{I}_s)^* = \mathbf{V}_s^T \mathbf{T}^T \mathbf{T}^* \mathbf{I}_s^*$$

- Το γινόμενο των μητρών $\mathbf{T}^T \mathbf{T}^*$ είναι ίσο με:

$$\mathbf{T}^T \mathbf{T}^* = \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & a & a \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 3\mathbf{I}$$

- Μετά από αυτό το αποτέλεσμα παίρνουμε:

$$S = P + jQ = 3\mathbf{V}_s^T \mathbf{I}_s^* = 3V_+ I_+^* + 3V_- I_-^* + 3V_0 I_0^* \text{ VA}$$

- Δηλαδή, η ολική ισχύς σε ένα ασύμμετρο σύστημα ισούται με το άθροισμα των ισχύων των συμμετρικών συνιστωσών του. Αν χρησιμοποιηθούν ρι τιμές, το 3 δεν υπάρχει στην τελευταία εξίσωση.





Διαμήκεις σύνθετες αντιστάσεις ασύμμετρες(1)

- Ένα παθητικό στοιχείο δικτύου (μετασχηματιστής ή γραμμή μεταφοράς), που λειτουργεί σε ασύμμετρες συνθήκες, μπορεί να περιγραφεί από μια από τις παρακάτω διανυσματικές εξισώσεις:

$$V_p = Z I_p$$

$$I_p = Y V_p$$

όπου Z και Y είναι μήτρες διαστάσεων 3×3 .

- Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$V_s = T^{-1} Z T I_s = Z_s I_s$$

$$I_s = T^{-1} Y T V_s = Y_s V_s$$

- Οι νέες μήτρες συνθέτων αντιστάσεων και αγωγιμοτήτων, δηλαδή:

$$Z_s = T^{-1} Z T$$

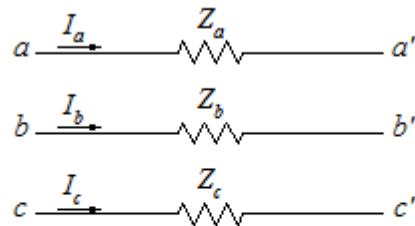
$$Y_s = T^{-1} Y T$$

ονομάζονται **ακολουθιακές** ή **μετασχηματισμένες συμμετρικών συνιστωσών**. Αυτές συνδέουν τις ΣΣ τάσεων V_s και ρευμάτων I_s , για το συγκεκριμένο παθητικό στοιχείο του δικτύου.



Διαμήκεις σύνθετες αντιστάσεις ασύμμετρες(2)

- Θα εφαρμόσουμε τις προηγούμενες εξισώσεις στο ασύμμετρο δίκτυο του Σχήματος, με τις άνισες κατά μήκος σύνθετες αντιστάσεις Z_a, Z_b, Z_c για να οδηγηθούμε σε ένα βασικό συμπέρασμα για την ανάλυση συμμετρικών συνιστωσών.



Τριφασικό δίκτυο με άνισες αντιστάσεις.

- Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει αμοιβαία σύζευξη μεταξύ των συνθέτων αντιστάσεων, η πτώση τάσης κατά μήκος του δικτύου είναι:

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Διαμήκεις σύνθετες αντιστάσεις ασύμμετρες(3)

- Η ακολουθιακή μήτρα αντιστάσεων, που συνδέει τα V_s και I_s , γράφεται:

$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{T} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c & \mathbf{Z}_a + a^2\mathbf{Z}_b + a\mathbf{Z}_c & \mathbf{Z}_a + a\mathbf{Z}_b + a^2\mathbf{Z}_c \\ \mathbf{Z}_a + a\mathbf{Z}_b + a^2\mathbf{Z}_c & \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c & \mathbf{Z}_a + a^2\mathbf{Z}_b + a\mathbf{Z}_c \\ \mathbf{Z}_a + a^2\mathbf{Z}_b + a\mathbf{Z}_c & \mathbf{Z}_a + a\mathbf{Z}_b + a^2\mathbf{Z}_c & \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c \end{bmatrix}$$

- Με αντικατάσταση παίρνουμε τελικά:

$$V_{aa'+} = \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c)I_{a+} + \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + a^2\mathbf{Z}_b + a\mathbf{Z}_c)I_{a-} + \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + a\mathbf{Z}_b + a^2\mathbf{Z}_c)I_{a0}$$

$$V_{aa'-} = \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + a\mathbf{Z}_b + a^2\mathbf{Z}_c)I_{a+} + \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c)I_{a-} + \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + a^2\mathbf{Z}_b + a\mathbf{Z}_c)I_{a0}$$

$$V_{aa'0} = \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + a^2\mathbf{Z}_b + a\mathbf{Z}_c)I_{a+} + \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + a\mathbf{Z}_b + a^2\mathbf{Z}_c)I_{a-} + \frac{1}{3}(\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c)I_{a0}$$



Διαμήκεις σύνθετες αντιστάσεις ασύμμετρες(4)

- Αν οι σύνθετες αντιστάσεις είναι ίσες, δηλ. $Z_a = Z_b = Z_c$, οι εξισώσεις παίρνουν την απλή μορφή:

$$V_{aa'+} = Z_a I_{a+}$$

$$V_{aa'-} = Z_a I_{a-}$$

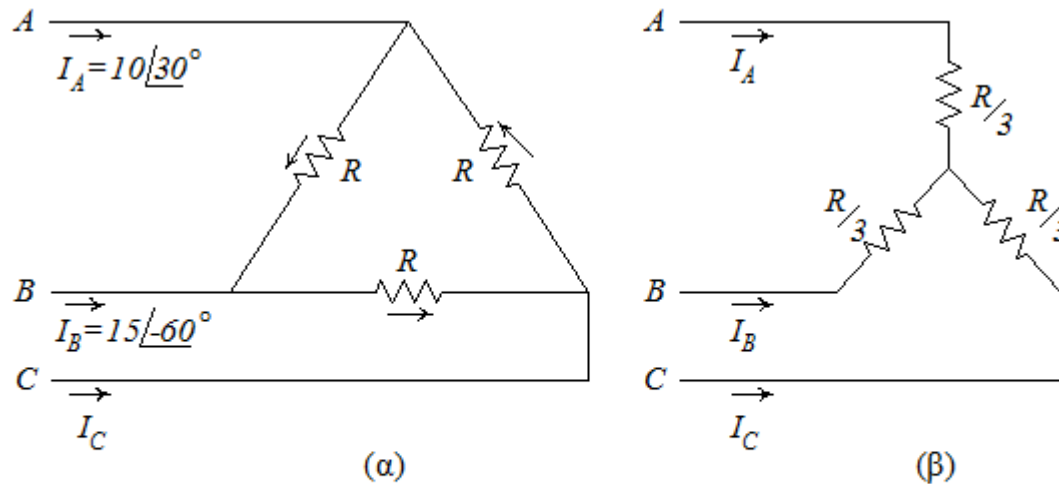
$$V_{aa'0} = Z_a I_{a0}$$

- Αυτές οι εξισώσεις μας οδηγούν στο χρήσιμο συμπέρασμα , ότι οι συμμετρικές συνιστώσες των ασύμμετρων ρευμάτων, που διαρρέουν συμμετρικά Υ-φορτία ή κατά μήκος συμμετρικές αντιστάσεις, δημιουργούν πτώσεις τάσης της ίδιας ακολουθίας μόνο, με τις προϋποθέσεις ότι :
- **α)** Το υπό μελέτη σύστημα να έχει συμμετρική δομή και να γίνεται ασύμμετρο με την εφαρμογή ασύμμετρου βραχυκυκλώματος.
- **β)** Να μην υπάρχει σύζευξη μεταξύ των φάσεων του συστήματος.
- Αν όμως έχουμε ασύμμετρα δίκτυα, οι πτώσεις τάσης κάθε ακολουθίας είναι το αποτέλεσμα των επιδράσεων και των τριών ακολουθιακών ρευμάτων.



Παράδειγμα

Ένα συμμετρικό τριφασικό ωμικό φορτίο συνδεδεμένο σε τρίγωνο, τροφοδοτείται ασύμμετρα με τα ρεύματα γραμμών που φαίνονται στο Σχήμα. Υπολογίστε τις συμμετρικές συνιστώσες των ρευμάτων γραμμής και των ρευμάτων στο τρίγωνο. Παρατηρείται κάποια σχέση μεταξύ των συμμετρικών συνιστωσών των ρευμάτων γραμμής και του τριγώνου;



- α) Συμμετρικό ωμικό φορτίο συνδεδεμένο σε τρίγωνο, τροφοδοτούμενο ασύμμετρα.
β) Ισοδύναμο φορτίο συνδεδεμένο σε αστέρα.



Λύση(1)

$$I_A + I_B + I_C = 0 \text{ ή } 10 \angle 30^\circ + 15 \angle -60^\circ + I_C = 0$$

$$\text{Άρα: } I_C = -16.2 + j8 = 18 \angle 154^\circ$$

Άρα έχουμε:

$$I_{A1} = \frac{1}{3}(10 \angle 30^\circ + 15 \angle -60^\circ + 120^\circ + 18 \angle 154^\circ + 240^\circ = 10.35 + j9.3 = 14 \angle 42^\circ \text{ A} \quad (3.37)$$

$$I_{A2} = \frac{1}{3}(10 \angle 30^\circ + 15 \angle -60^\circ + 240^\circ + 18 \angle 154^\circ + 120^\circ = -1.7 + j4.3 = 4.65 \angle 248^\circ \text{ A} \quad (3.38)$$

$$I_{A0} = \frac{1}{3}(I_A + I_B + I_C) = 0$$

Με εφαρμογή των εξισώσεων ΣΣ, παίρνουμε:

$$I_{B1} = 14 \angle 282^\circ \text{ A} \quad I_{C1} = 14 \angle 162^\circ \text{ A}$$

$$I_{B2} = 4.65 \angle 8^\circ \text{ A} \quad I_{C2} = 4.65 \angle 128^\circ \text{ A}$$

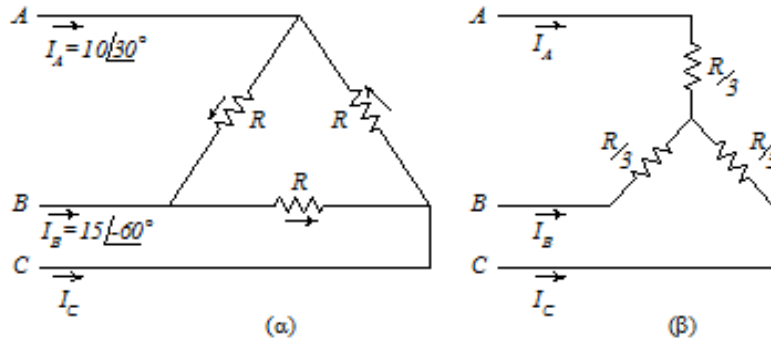
$$I_{B0} = 0 \text{ A} \quad I_{C0} = 0 \text{ A}$$

Για επαλήθευση έχουμε:

$$I_A = I_{A1} + I_{A2} + I_{A0} = 8.65 + j5 = 10 \angle 30^\circ \text{ A}$$



Λύση(2)



- α) Συμμετρικό ωμικό φορτίο συνδεδεμένο σε τρίγωνο, τροφοδοτούμενο ασύμμετρα.
 β) Ισοδύναμο φορτίο συνδεδεμένο σε αστέρα.

Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό τριγώνου σε αστέρα, κατασκευάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος. Τα ρεύματα στο τρίγωνο υπολογίζονται ως εξής:

$$V_{AB} = \frac{1}{3}R(I_A - I_B) \quad \text{και} \quad I_{AB} = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{1}{3}(I_A - I_B)$$

$$\text{Όμοια: } I_{BC} = \frac{1}{3}(I_B - I_C) \quad \text{και} \quad I_{CA} = \frac{1}{3}(I_C - I_A)$$

Με αντικατάσταση των τιμών των I_A , I_B και I_C , έχουμε:

$$I_{AB} = \frac{1}{3}(10\angle 30^\circ - 15\angle -60^\circ) = 6\angle 86^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{1}{3}(15\angle -60^\circ - 18\angle 154^\circ) = 10.5\angle -41.5^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{1}{3}(18\angle 154^\circ - 10\angle 30^\circ) = 8.3\angle 173^\circ \text{ A}$$



Λύση(3)

Οι συμμετρικές συνιστώσες των ρευμάτων τριγώνου υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$I_{AB1} = \frac{1}{3} (6 \angle 86^\circ + 10.5 \angle -41.5^\circ + 120^\circ + 8.3 \angle 173^\circ + 240^\circ) = 8 \angle 72^\circ A$$

$$I_{AB2} = \frac{1}{3} (6 \angle 86^\circ + 10.5 \angle -41.5^\circ + 240^\circ + 8.3 \angle 173^\circ + 120^\circ) = 2.7 \angle 218^\circ A$$

Οι συμμετρικές συνιστώσες I_{BC1} , I_{BC2} , I_{BC0} , I_{CA1} , I_{CA2} και I_{CA0} υπολογίζονται από τις γνωστές σχέσεις.

Με σύγκριση προκύπτει η ακόλουθη σχέση μεταξύ των συμμετρικών συνιστωσών των ρευμάτων γραμμής και τριγώνου:

$$I_{AB1} = \frac{I_{A1}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ$$

$$I_{AB2} = \frac{I_{A2}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ$$



Ακολουθιακές σύνθετες αντιστάσεις και ακολουθιακά κυκλώματα

- Η πτώση τάσης που προκαλείται σε ένα τμήμα δικτύου από κάποιο ακολουθιακό ρεύμα, εξαρτάται από τη σύνθετη αντίσταση που εμφανίζει αυτό το τμήμα δικτύου στο συγκεκριμένο ακολουθιακό ρεύμα.
- Η σύνθετη αντίσταση που παρουσιάζει ένα στοιχείο δικτύου, όταν διαρρέεται από ρεύμα θετικής ακολουθίας μόνο, ονομάζεται **σύνθετη αντίσταση στο ρεύμα θετικής ακολουθίας ή σύνθετη αντίσταση θετικής ακολουθίας Z_+** .
- Όμοια ορίζεται και η **σύνθετη αντίσταση στο ρεύμα αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας**.
- Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα ρεύματα κάθε ακολουθίας διαρρέουν ένα ανεξάρτητο δίκτυο, που σχηματίζεται από τις ακολουθιακές αντιστάσεις των στοιχείων του δικτύου στη συγκεκριμένη ακολουθία μόνο.
- Το δίκτυο αυτό ονομάζεται **ακολουθιακό δίκτυο της συγκεκριμένης ακολουθίας**. Το ακολουθιακό δίκτυο περιλαμβάνει και κάθε παραγόμενη ΗΕΔ της ίδιας ακολουθίας.
- Ο τύπος του ασύμμετρου βραχυκυκλώματος καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται μεταξύ τους τα ακολουθιακά δίκτυα.



Ακολουθιακά δίκτυα αφόρτιστων γεννητριών(1)

- Το δίκτυο θετικής ακολουθίας μιας γεννήτριας αποτελείται από μια ΗΕΔ σε σειρά με τη σύνθετη αντίσταση θετικής ακολουθίας της γεννήτριας.
- Επειδή ουσιαστικά το κύκλωμα θετικής ακολουθίας της γεννήτριας δεν είναι άλλο από το κύκλωμα της γεννήτριας σε συμμετρικές συνθήκες λειτουργίας, η αντίσταση θετικής ακολουθίας της γεννήτριας ταυτίζεται με τις επαγωγικές αντιστάσεις στον άξονα-d των σύγχρονων μηχανών. Συνεπώς, αν μελετάμε το βραχυκύκλωμα στη μόνιμη κατάσταση θα έχουμε:

$$Z_+ = jX_d$$

- Αν μελετάμε το βραχυκύκλωμα 3-4 κύκλους μετά την έναρξή του, τότε:

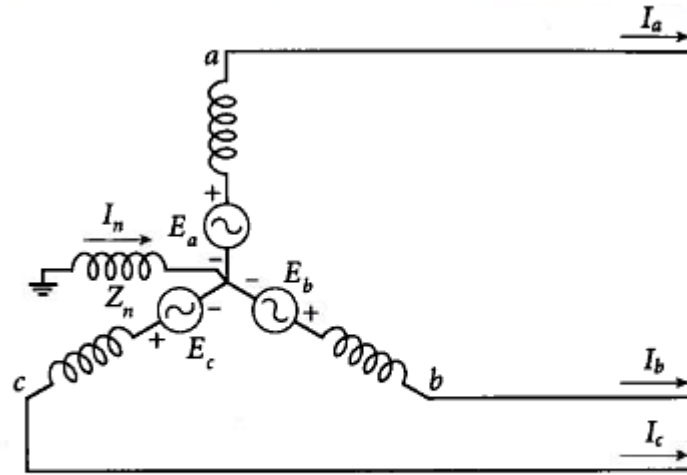
$$Z_+ = jX'_d$$

- Αν μελετάμε το βραχυκύκλωμα αμέσως μετά την έναρξή του, τότε:

$$Z_+ = jX''_d$$



Ακολουθιακά δίκτυα αφόρτιστων γεννητριών(2)



Κυκλωματική παράσταση μιας αφόρτιστης γεννήτριας.

- Τα δίκτυα αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας δεν περιλαμβάνουν ΗΕΔ, αλλά μόνο τις σύνθετες αντιστάσεις αρνητικής και μηδενικής ακολουθίας της γεννήτριας, αντίστοιχα.
- Ο θεωρητικός υπολογισμός αυτών των αντιστάσεων είναι πολύπλοκος και δεν εμπίπτει στους σκοπούς μας. Συνοψίζουμε απλώς τα αποτελέσματα:

$$Z_- = j \frac{X_q + X'_d}{2}$$



Ακολουθιακά δίκτυα αφόρτιστων γεννητριών(3)

αν αμελήσουμε την επίδραση των πηνίων απόσβεσης,

$$Z_- = j \frac{X''_q + X''_d}{2}$$

αν λάβουμε υπόψη μας την επίδραση των πηνίων απόσβεσης.

$$Z_0 = j\omega L_0 = jX_0$$

- Σε όλες τις περιπτώσεις λάβαμε υπόψη μας μόνο την επαγωγική αντίσταση και αμελήσαμε την ωμική αντίσταση.



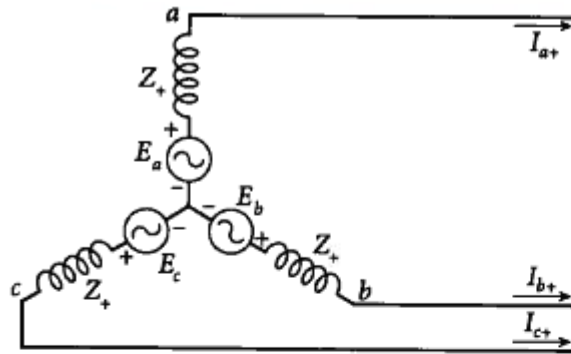
Ακολουθιακά δίκτυα αφόρτιστων γεννητριών(4)

Πίνακας: Επαγωγικές συνιστώσες σύγχρονων μηχανών (p_u)

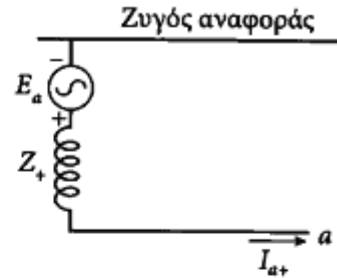
Επαγωγικές αντιστάσεις	Σύγχρονοι κινητήρες		Σύγχρονοι αντισταθμιστές	Υδρογεννήτριες	Στροβιλογεννήτριες
	Μεγάλης ταχύτητας	Μικρής ταχύτητας			
X_d	0.80	1.10	1.60	1.00	1.15
X_q	0.65	0.80	1.00	0.65	1.00
X_d'	0.30	0.35	0.40	0.30	0.15
X_d''	0.18	0.20	0.25	0.20	0.10
X_{-}	0.19	0.35	0.25	0.20	0.13
X_0	0.05	0.07	0.08	0.07	0.04



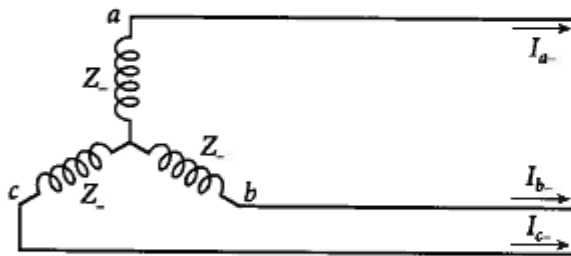
Ακολουθιακά δίκτυα αφόρτιστων γεννητριών(5)



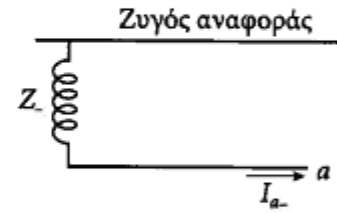
(α) Ρεύματα + ακολουθίας



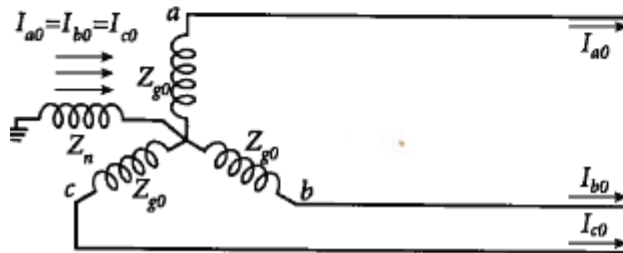
(β) Δίκτυο + ακολουθίας



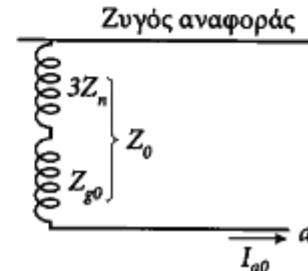
(γ) Ρεύματα - ακολουθίας



(δ) Δίκτυο - ακολουθίας



(ε) Ρεύματα 0 ακολουθίας



(στ) Δίκτυο 0 ακολουθίας



Ακολουθιακά δίκτυα αφόρτιστων γεννητριών(6)

- Αναφερόμενοι στο προηγούμενο Σχήμα, βλέπουμε ότι η πτώση τάσης μηδενικής ακολουθίας από το σημείο a στη γη είναι $-3I_{a0}Z_n - I_{a0}Z_{g0}$.
- Το δίκτυο μηδενικής ακολουθίας, που είναι ένα μονοφασικό κύκλωμα, υποθέτουμε ότι διαρρέεται μόνο από ρεύμα μηδενικής ακολουθίας μιας φάσης, γι' αυτό πρέπει να έχει μια σύνθετη αντίσταση, ώστε να παίρνουμε τη σωστή πτώση τάσης μηδενικής ακολουθίας.
- Οι ακολουθιακές πτώσεις τάσης, μεταξύ του σημείου a και του ζυγού αναφοράς, δίνονται από τις εξισώσεις:

$$V_{a+} = E_a - I_{a+}Z_+ \quad \text{ή} \quad V_+ = E_a - I_+Z_+$$

$$V_{a-} = -I_{a-}Z_- \quad \text{ή} \quad V_- = -I_-Z_-$$

$$V_{a0} = -I_{a0}Z_0 \quad \text{ή} \quad V_0 = -I_0Z_0$$



Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις μετασχηματιστών(1)

- Επειδή ο μετασχηματιστής είναι μια στατική συσκευή, οι σύνθετες αντιστάσεις θετικής και αρνητικής ακολουθίας είναι ταυτοτικές, δηλαδή:

$$Z_+ = Z_- = Z_{σκ}$$

- Σημειώνουμε ότι στην ανάλυση βραχυκυκλωμάτων αμελούμε πάντοτε τα ρεύματα μαγνήτισης του μετασχηματιστή
- Η σύνθετη αντίσταση μηδενικής ακολουθίας ενός μετασχηματιστή εξαρτάται από τον τρόπο σύνδεσης των τυλιγμάτων του (Δ ή Y) και από το αν ο ουδέτερος του αστέρα είναι γειωμένος ή όχι.
- Επίσης η τιμή της έχει πολύ διαφορετικές τιμές, όταν την εξετάζουμε από το πρωτεύον ή το δευτερεύον.
- Για την κατανόηση των κυκλωμάτων μηδενικής ακολουθίας, για τους διάφορους τύπους σύνδεσης των μετασχηματιστών, πρέπει να λάβουμε υπόψη τις ακόλουθες παρατηρήσεις:



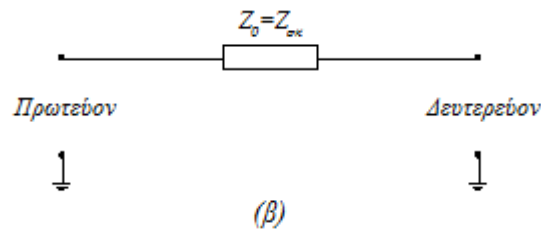
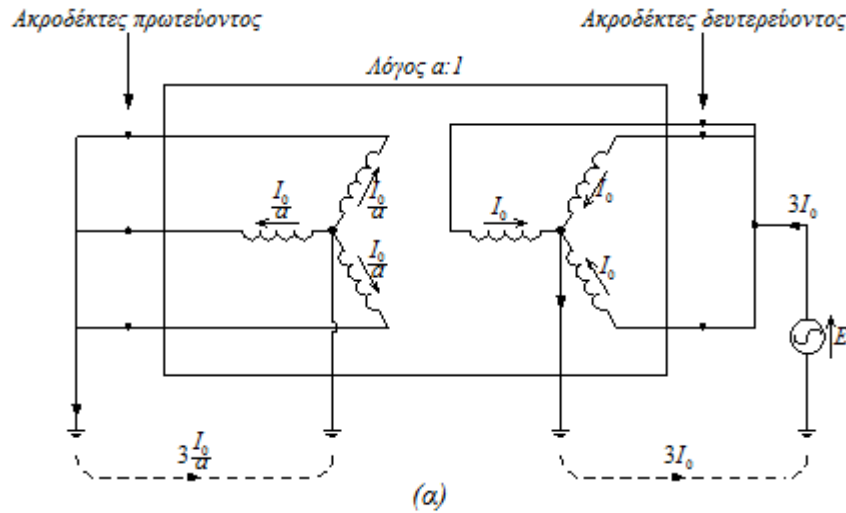
Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις μετασχηματιστών(2)

- **1.** Επειδή αμελούμε τα ρεύματα μαγνήτισης, ρεύμα υπάρχει στο πρωτεύον του μετασχηματιστή μόνο εφ' όσον είναι δυνατόν να υπάρξει και στο δευτερεύον.
- **2.** Ρεύματα μηδενικής ακολουθίας μπορούν να ρέουν στα σκέλη του αστέρα μόνο αν αυτός είναι γειωμένος.
- **3.** Ρεύματα μηδενικής ακολουθίας δεν μπορούν να ρέουν στις γραμμές, που συνδέονται στο τρίγωνο του μετασχηματιστή, γιατί δεν υπάρχει δρόμος επιστροφής για αυτά τα ρεύματα. Εν τούτοις ρεύματα μηδενικής ακολουθίας μπορούν να ρέουν στα σκέλη του τριγώνου, προκαλούμενα από τις τάσεις μηδενικής ακολουθίας στα σκέλη του τριγώνου.
- Θα εξετάσουμε τις τρεις πιο σημαντικές συνδέσεις.



Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις μετασχηματιστών(3)

Περίπτωση Α. Μετασχηματιστής συνδεδεμένος ΥΥ με τους δύο ουδέτερους γειωμένους



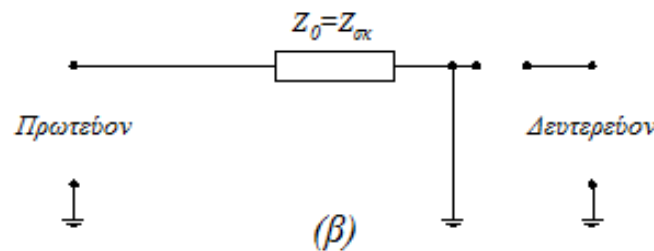
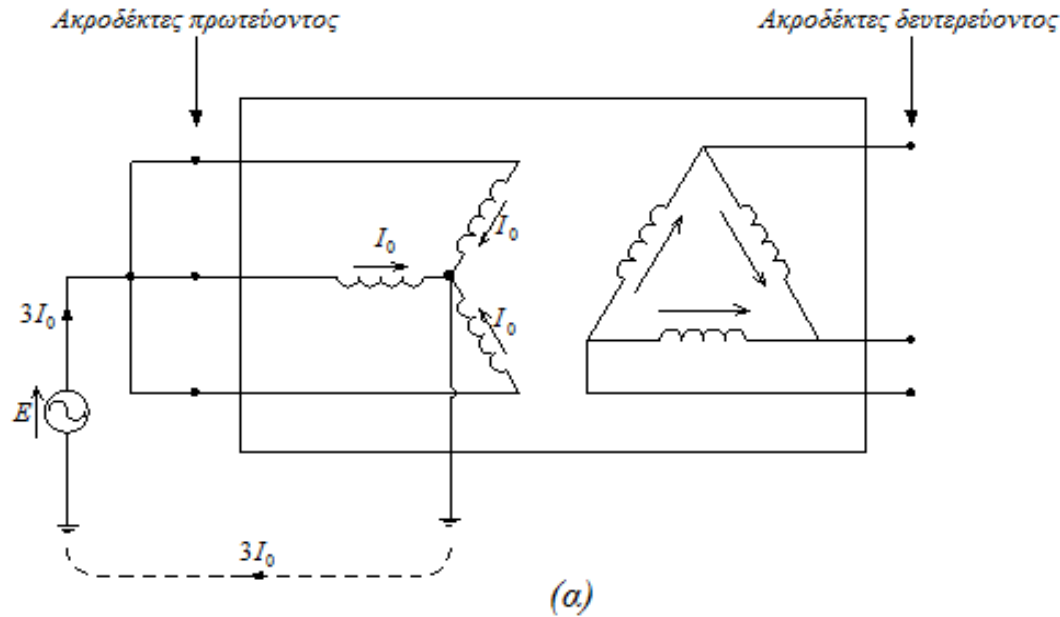
Μετασχηματιστής ΥΥ με γειωμένους ουδέτερους και το δίκτυο ακολουθίας του.

μηδενικής



Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις μετασχηματιστών(4)

Περίπτωση Β. Μετασχηματιστής συνδεδεμένος ΥΔ με γειωμένο ουδέτερο.



Μετασχηματιστής ΥΔ με γειωμένο ουδέτερο και το δίκτυο μηδενικής ακολουθίας του.

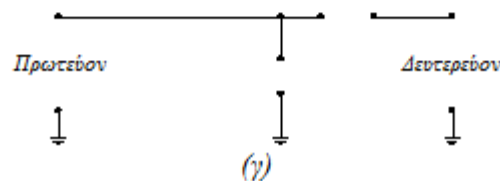
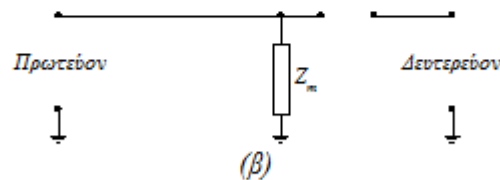
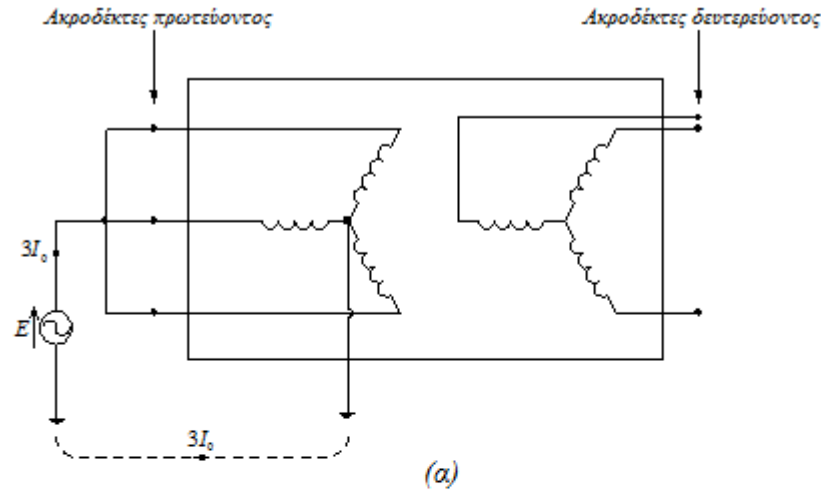




Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις

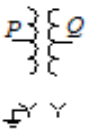
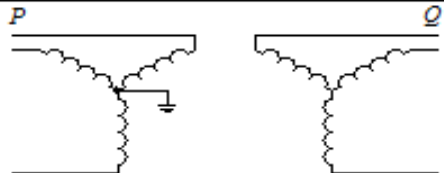
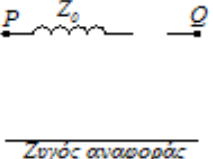
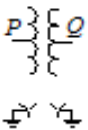
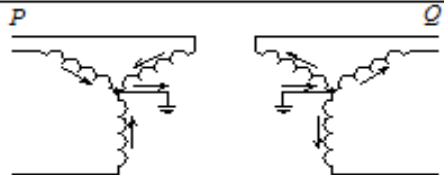
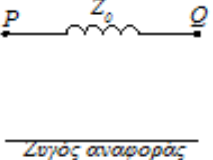
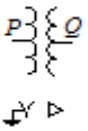
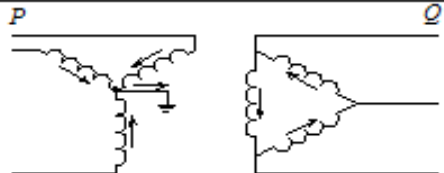
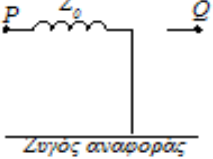
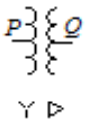
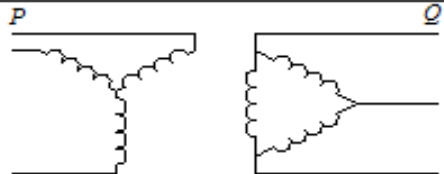
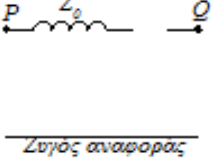
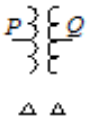
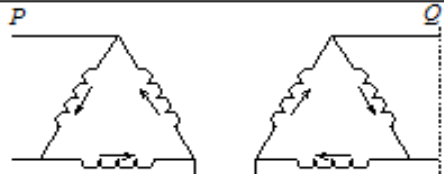

μετασχηματιστών(5)

Περίπτωση Γ. Μετασχηματιστής συνδεδεμένος ΥΥ με ένα μόνο ουδέτερο γειωμένο.



Μετασχηματιστής ΥΥ με ένα ουδέτερο γειωμένο και το δίκτυο μηδενικής ακολουθίας του.

Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις μετασχηματιστών(6)

Τύπος	Διάγραμμα Σύνδεσης	Κύκλωμα 0 ακολουθίας
 $\Upsilon \text{---} \Upsilon$		 Ζητός αναφοράς
 $\Upsilon \text{---} \Upsilon$		 Ζητός αναφοράς
 $\Upsilon \text{---} \Delta$		 Ζητός αναφοράς
 $\Upsilon \text{---} \Upsilon$		 Ζητός αναφοράς
 $\Delta \text{---} \Delta$		 Ζητός αναφοράς

Δίκτυα μηδενικής ακολουθίας για διάφορες συνδέσεις τριφασικών μετασχηματιστών δύο τυλιγμάτων.





Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις γραμμών μεταφοράς(1)

- **Σύνθετες αντιστάσεις θετικής και αρνητικής ακολουθίας:** Οι γραμμές μεταφοράς, όπως και οι μετασχηματιστές, είναι στατικές συσκευές, γι' αυτό έχουν ταυτοτικές αντιστάσεις θετικής και αρνητικής ακολουθίας.
- **Σύνθετη αντίσταση μηδενικής ακολουθίας:** Όταν τα ρεύματα μηδενικής ακολουθίας ρέουν σε μια γραμμή μεταφοράς, μπορούν να επιλέξουν για επιστροφή οποιοδήποτε διαθέσιμο δρόμο. Μερικά επιστρέφουν μέσω γης και άλλα μέσω των εναέριων γραμμών γείωσης.
- Για τους παραπάνω λόγους, η σύνθετη αντίσταση μηδενικής ακολουθίας έχει διάφορες τιμές, ανάλογα με τον πραγματικό δρόμο επιστροφής.
- Όταν δεν υπάρχουν πιο λεπτομερείς πληροφορίες, χρησιμοποιούμε τις παρακάτω εμπειρικές τιμές Z_0 :

Σύνθετες ακολουθιακές αντιστάσεις γραμμών μεταφοράς(2)

- 1. Για γραμμή απλού κυκλώματος:

$$\frac{Z_0}{Z_+} = 3.5 \quad \text{αν δεν υπάρχει αγωγός γείωσης}$$

$$\frac{Z_0}{Z_+} = 2 \quad \text{αν υπάρχει αγωγός γείωσης}$$

- 2. Για γραμμή διπλού κυκλώματος:

$$\frac{Z_0}{Z_+} = 5.5 \quad \text{αν δεν υπάρχει αγωγός γείωσης}$$

$$\frac{Z_0}{Z_+} = 3 \quad \text{αν υπάρχει αγωγός γείωσης}$$

- 3. Για υπόγεια καλώδια:

$$\frac{Z_0}{Z_+} = 1 \text{ έως } 1.25 \quad \text{για απλό πυρήνα}$$

$$\frac{Z_0}{Z_+} = 3 \text{ έως } 5 \quad \text{για τριπλό πυρήνα}$$



Παράδειγμα

Μια τριφασική γεννήτρια **25 MVA, 11 KV** έχει υπομεταβατική σύνθετη αντίσταση **20%**. Η γεννήτρια τροφοδοτεί δύο κινητήρες με μια γραμμή μεταφοράς, που έχει μετασχηματιστές και στα δύο άκρα, όπως φαίνεται στο μονογραμμικό διάγραμμα του Σχήματος. Οι κινητήρες **15 MVA** και **7.5 MVA** αντίστοιχα, **10 KV** έχουν υπομεταβατική σύνθετη αντίσταση **25 %**. Οι τριφασικοί μετασχηματιστές **30 MVA, 10.8 Δ/121 Υ KV** έχουν επαγωγική αντίσταση σκέδασης **10%** ο καθένας. Η κατά μήκος της γραμμής επαγωγική αντίσταση είναι **100 Ω**. Να σχεδιάσετε τα ακολουθιακά δίκτυα θετικής και αρνητικής ακολουθίας με τις αντιστάσεις στο ανά μονάδα σύστημα. Υποθέτουμε ότι οι επαγωγικές αντιστάσεις αρνητικής ακολουθίας των μηχανών είναι ίσες με τις υπομεταβατικές επαγωγικές αντιστάσεις. Επιλέξτε τα ονομαστικά μεγέθη της γεννήτριας σαν βάση.





Λύση(1)

Η βάση ισχύος 25 MVA είναι η ίδια σε όλα τα μέρη του δικτύου. Οι βάσεις τάσης είναι:

Στη γεννήτρια : **11KV**

Στη γραμμή μεταφοράς : $11 \frac{121}{10.8} = \mathbf{123.2 KV}$

Στον κινητήρα : $123.2 \frac{10.8}{121} = \mathbf{11KV}$

Οι επαγωγικές αντιστάσεις στο σύστημα βάσεων που ορίσαμε είναι:

$$\text{Μετασχηματιστών} = 0.1 * \left(\frac{10.8}{11}\right)^2 \left(\frac{25}{30}\right) = \mathbf{0.0805 pu}$$

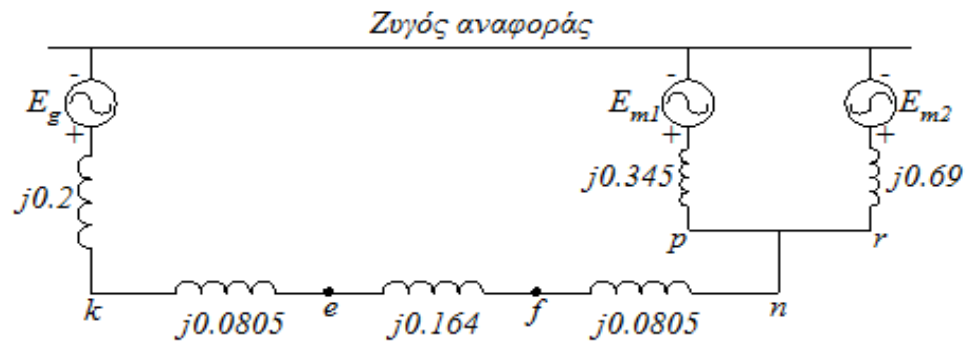
$$\text{Κινητήρα 1} = 0.25 * \left(\frac{10}{11}\right)^2 \left(\frac{25}{15}\right) = \mathbf{0.345 pu}$$

$$\text{Κινητήρα 2} = 0.25 * \left(\frac{10}{11}\right)^2 \left(\frac{25}{7.5}\right) = \mathbf{0.690 pu}$$

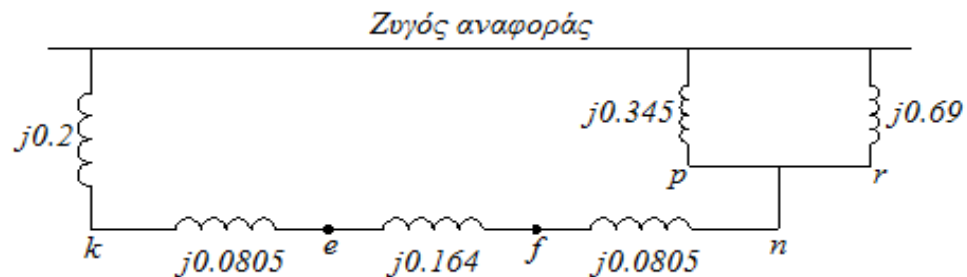
$$\text{Η βάση αντίστασης στη γραμμή μεταφοράς: } \frac{123.2^2}{25} = \mathbf{607.13 \Omega}$$

$$\text{Επαγωγική αντίσταση γραμμής: } \frac{100}{607.13} = \mathbf{0.164 pu}$$

Λύση(2)



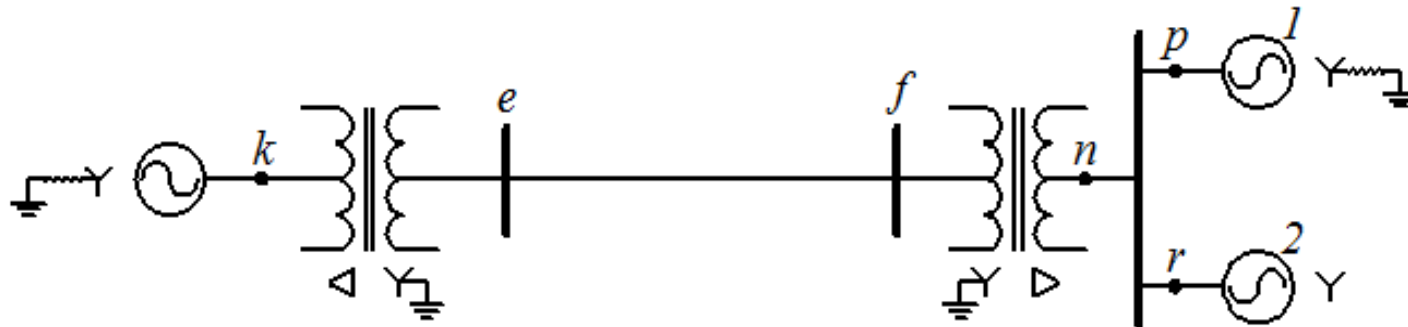
Σχ. 3.11 Δίκτυο θετικής ακολουθίας του συστήματος.



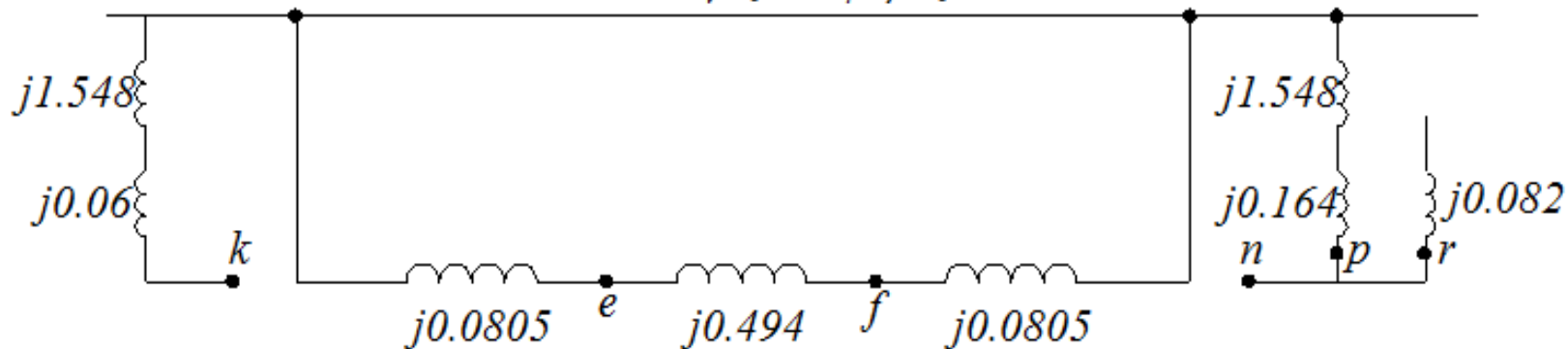
Δίκτυο αρνητικής ακολουθίας του συστήματος.



Λύση(3)



Ζυγός αναφοράς

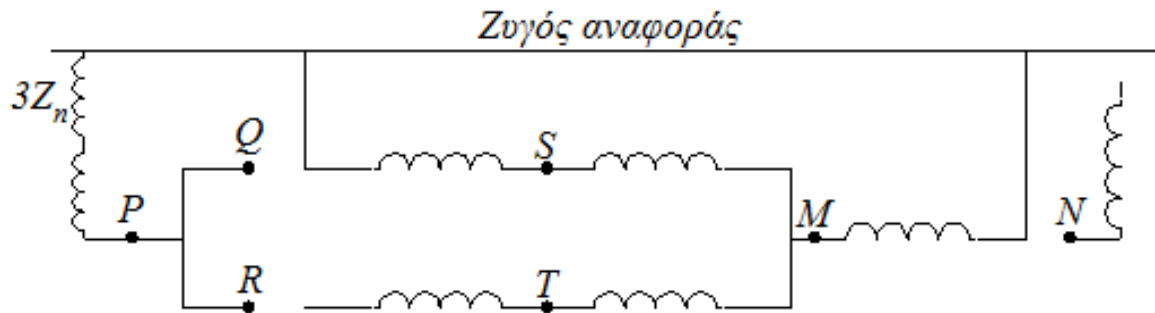
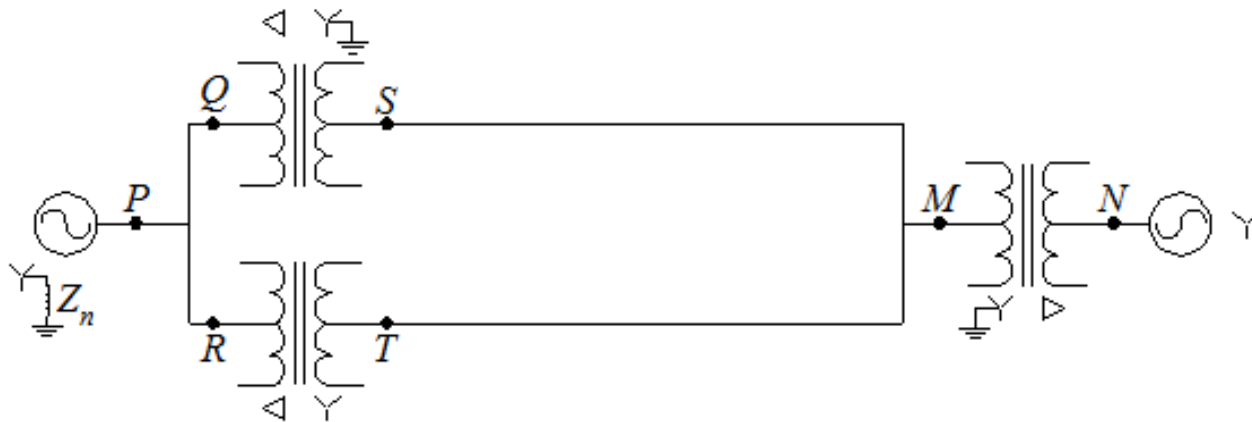


Δίκτυο μηδενικής ακολουθίας του συστήματος.



Παράδειγμα(1)

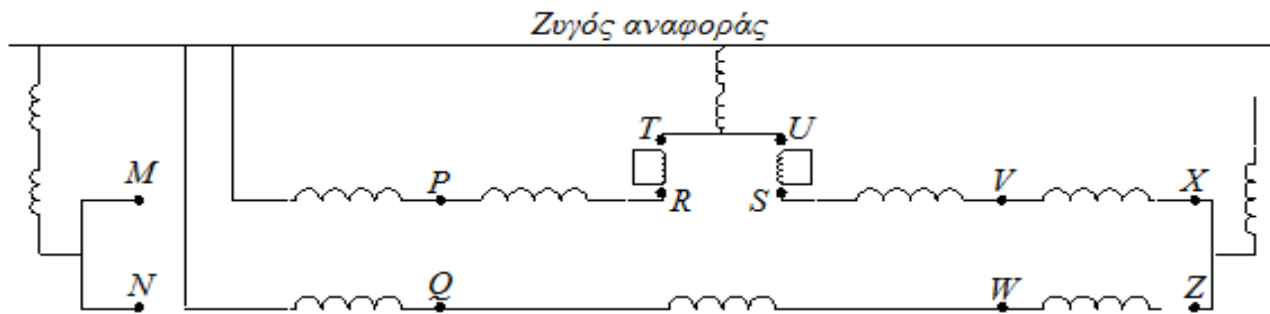
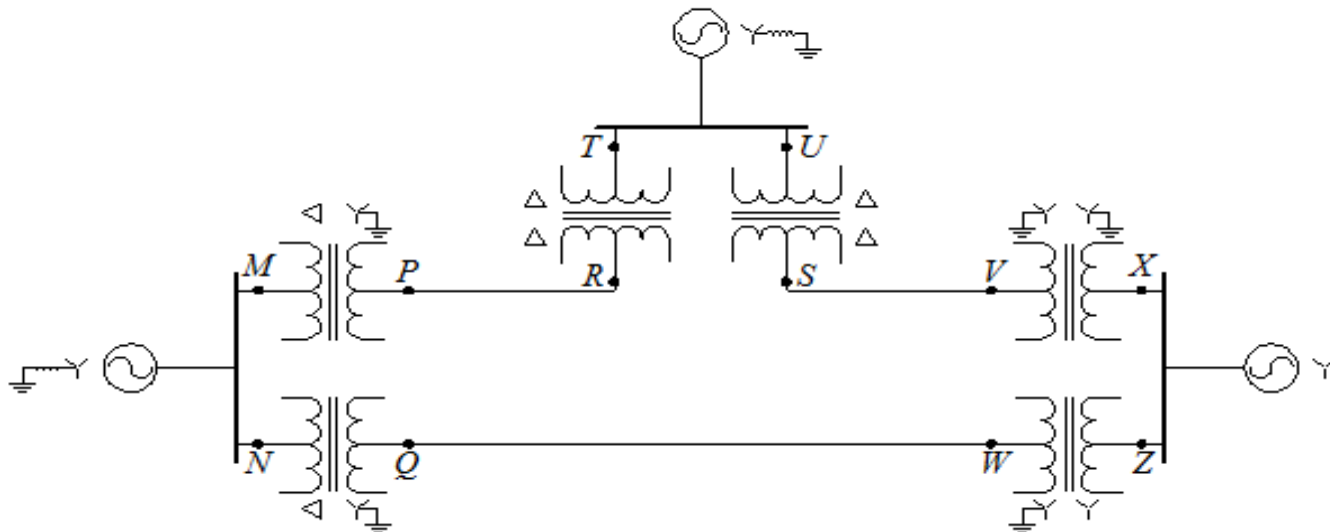
- Εξοικείωση των σπουδαστών με την κατασκευή των δικτύων μηδενικής ακολουθίας.



Μονογραμμικό διάγραμμα συστήματος και το αντίστοιχο του δίκτυο μηδενικής ακολουθίας.



Παράδειγμα(2)



Μονογραμμικό διάγραμμα συστήματος και το αντίστοιχό του δίκτυο μηδενικής ακολουθίας.

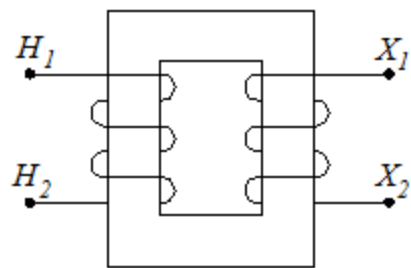


Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(1)

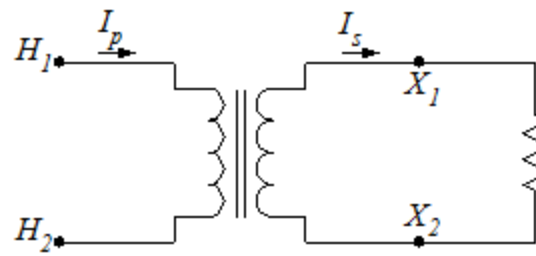
- Σε συμμετρικές συνθήκες σε ένα μετασχηματιστή Υ/Δ οι πολικές και φασικές τάσεις καθώς και τα ρεύματα γραμμής στο πρωτεύον δεν είναι σε φάση με τις αντίστοιχες τάσεις και τα ρεύματα στο δευτερεύον.
- Άρα περιμένουμε μια φασική μετατόπιση και στις συνιστώσες θετικής και αρνητικής ακολουθίας στις δύο πλευρές ενός Υ/Δ μετασχηματιστή.
- Το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα ενός τέτοιου μετασχηματιστή δεν λαμβάνει υπόψη την προηγούμενη φασική μετατόπιση, παρά μόνο τη φασική μετατόπιση, που οφείλεται στις σύνθετες αντιστάσεις του μετασχηματιστή.
- Συνήθως, υπολογίζουμε τα ρεύματα και τις τάσεις χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη τη φασική μετατόπιση, την οποία υπολογίζουμε κατόπιν με τον τρόπο που θα αναπτύξουμε στη συνέχεια, αμελώντας τις σύνθετες αντιστάσεις.



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(2)



(α)

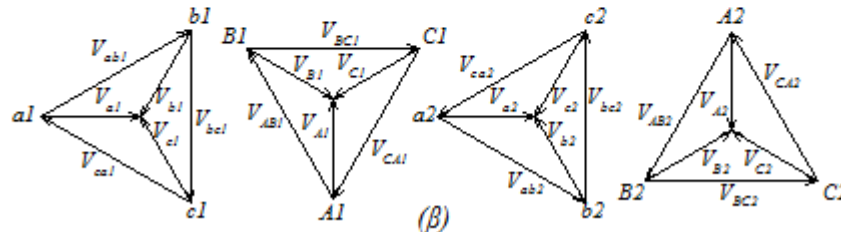
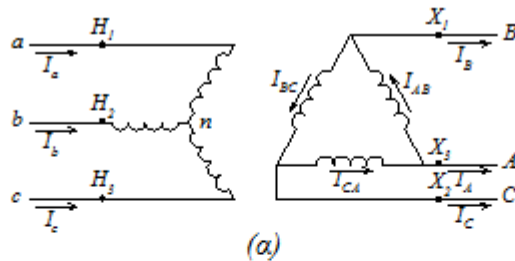


(β)

- Τα ρεύματα που ρέουν από το H_1 στο H_2 και από το X_1 στο X_2 παράγουν ροή στην ίδια διεύθυνση στον κοινό πυρήνα. Άρα όταν ένα ρεύμα εισέρχεται στο H_1 τότε ένα ρεύμα εξέρχεται από το X_1 , αμελώντας το ρεύμα μαγνήτισης.
- Οι ακροδέκτες H_1 και X_1 είναι θετικοί, το ίδιο χρονικό διάστημα, ως προς τους H_2 και X_2 .
- Με αυτό τον πρότυπο συμβολισμό γνωρίζουμε ότι τα ρεύματα I_s και I_p είναι συμφασικά, ενώ διαφορετικά δεν γνωρίζουμε αν έχουν φασική γωνία 0° ή 180° . Αν η διεύθυνση του βέλους του αντιστραφεί, τότε η φασική γωνία των θα είναι 180° .



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(3)



Το διάγραμμα και τα ανόσματα τάσεων για τον τριφασικό Υ/Δ μετασχηματιστή.

- Για ένα τριφασικό μετασχηματιστή σχεδιάζουμε παράλληλα τα τυλίγματα που είναι μαγνητικά συζευγμένα, γιατί τυλίγονται στον ίδιο πυρήνα. Έτσι το τύλιγμα a_n είναι μαγνητικά συζευγμένο με το BC .
- Μικρά γράμματα χρησιμοποιούμε για τις φάσεις που συνδέονται στην Υ πλευρά του μετασχηματιστή και κεφαλαία για τη Δ πλευρά.
- Σύμφωνα με το Αμερικάνικο Ινστιτούτο Εθνικών Προτύπων (ANSI) η πτώση τάσης θετικής ακολουθίας από το H_1 στον ουδέτερο (τάση V_{a1}) πρέπει να προηγείται της πτώσης τάσης θετικής ακολουθίας από το X_1 στον ουδέτερο (τάση V_{B1}) κατά 30° , ανεξάρτητα από το αν το Υ ή το Δ τύλιγμα είναι στη πλευρά υψηλής τάσης.
- Από το διανυσματικό διάγραμμα προκύπτει ότι η V_{A1} προηγείται της V_{a1} κατά 90° και ότι η V_{A2} καθυστερεί της V_{a2} κατά 90° .

Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(4)

- Εν τούτοις, δεν έχουν υιοθετηθεί πρότυπα για τη σύνδεση των γραμμών στους ακροδέκτες του μετασχηματιστή, που μπορούν να συνδεθούν και όπως δείχνεται στο Σχήμα



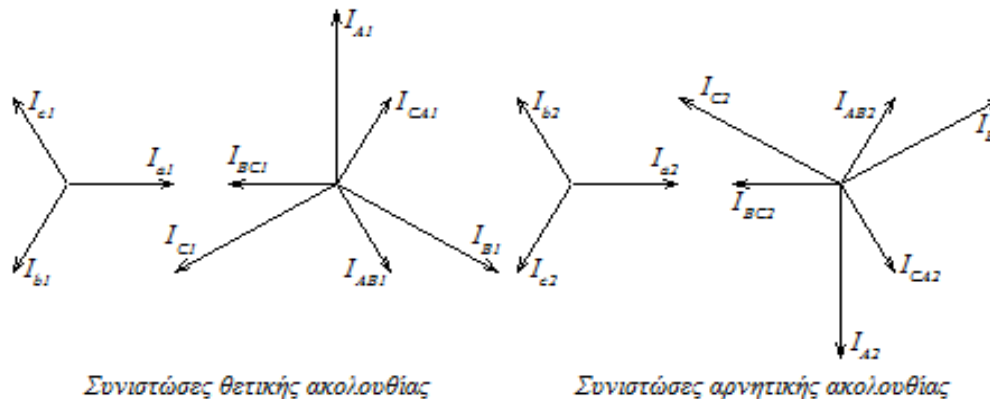
Εναλλακτικός τρόπος σύνδεσης γραμμών στους ακροδέκτες Υ/Δ μετασχηματιστή.

- Σε αυτή την περίπτωση όμως V_{a1} προηγείται της V_{A1} κατά 30° . Το ίδιο ισχύει και μεταξύ των τάσεων V_{b1} και V_{B1} και μεταξύ των τάσεων V_{c1} και V_{C1} .
- Στην αρνητική ακολουθία η τάση V_{a2} καθυστερεί της V_{A2} κατά 30° και το ίδιο ισχύει και για τις άλλες φάσεις.



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(5)

- Επίσης από τη θεωρία του μετασχηματιστή γνωρίζουμε ότι το I_a και το I_{BC} έχουν διαφορά 180° , αν η V_a και V_{BC} είναι συμφασικές. Έτσι, η φασική σχέση των ακολουθιακών ρευμάτων στη Υ και Δ πλευρά φαίνεται στο Σχήμα.



Διανυσματικό διάγραμμα ακολουθιακών ρευμάτων για Υ/Δ μετασχηματιστή.

- Από αυτό το σχήμα παρατηρούμε ότι το I_{A1} προηγείται του I_{a1} κατά 90° και το I_{A2} καθυστερεί του I_{a2} κατά 90° .
- Αντίστοιχα με την ανάλυση των τάσεων, για την ίδια σύνδεση, το ρεύμα I_{a1} προηγείται του I_{A1} κατά 30° και το I_{a2} καθυστερεί του I_{A2} κατά 30° .



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(6)

- Αν συνοψίσουμε τις σχέσεις, μεταξύ των συμμετρικών συνιστωσών των φασικών τάσεων και μεταξύ των ρευμάτων γραμμής στις δύο πλευρές του Υ/Δ μετασχηματιστή, για το αρχικό Σχήμα έχουμε:

$$V_{A+} = +jV_{a+} \quad I_{A+} = +jI_{a+}$$

$$V_{A-} = -jV_{a-} \quad I_{A-} = -jI_{a-}$$

όπου οι τάσεις και τα ρεύματα είναι στο ανά μονάδα σύστημα και οι σύνθετες αντιστάσεις των μετασχηματιστών έχουν αμεληθεί.

- Αντίστοιχα, για το δεύτερο Σχήμα, οι σχέσεις μεταξύ των συμμετρικών συνιστωσών είναι:

$$V_{a+} = V_{A+} e^{j30^\circ} \quad I_{a+} = I_{A+} e^{j30^\circ}$$

$$V_{a-} = V_{A-} e^{-j30^\circ} \quad I_{a-} = I_{A-} e^{-j30^\circ}$$



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(7)

- Αν στο αρχικό Σχήμα, εναλλάξουμε τις φάσεις **a** και **c** στη **Υ** πλευρά και ταυτόχρονα τις φάσεις **A** και **C** στη **Δ** πλευρά, τότε οι τάσεις και θα έχουν φασική διαφορά 180° και για τις συμμετρικές συνιστώσες θα ισχύουν οι σχέσεις:

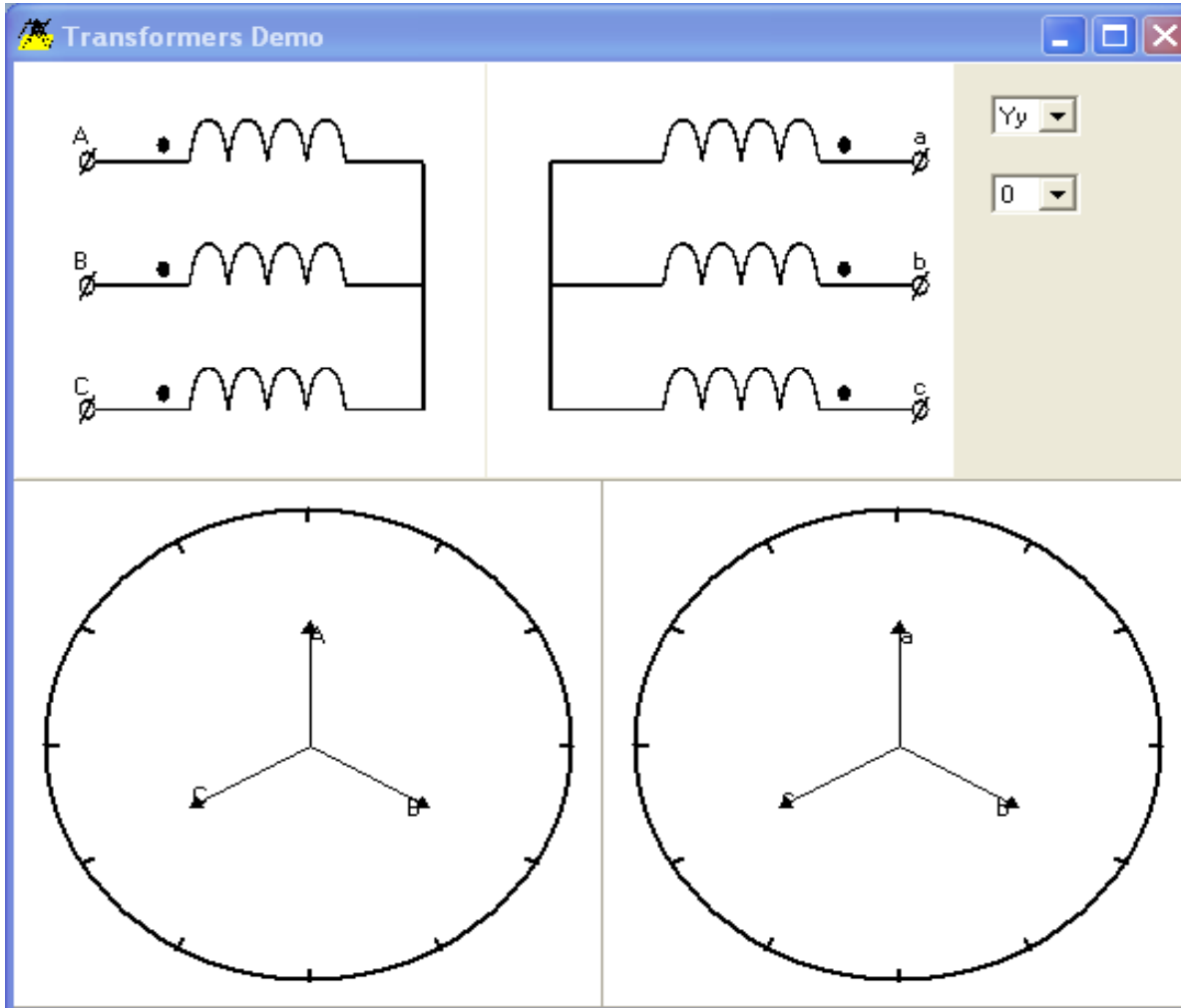
$$V_{A+} = -jV_{a+} \quad I_{A+} = -jI_{a+}$$

$$V_{A-} = +jV_{a-} \quad I_{A-} = +jI_{a-}$$

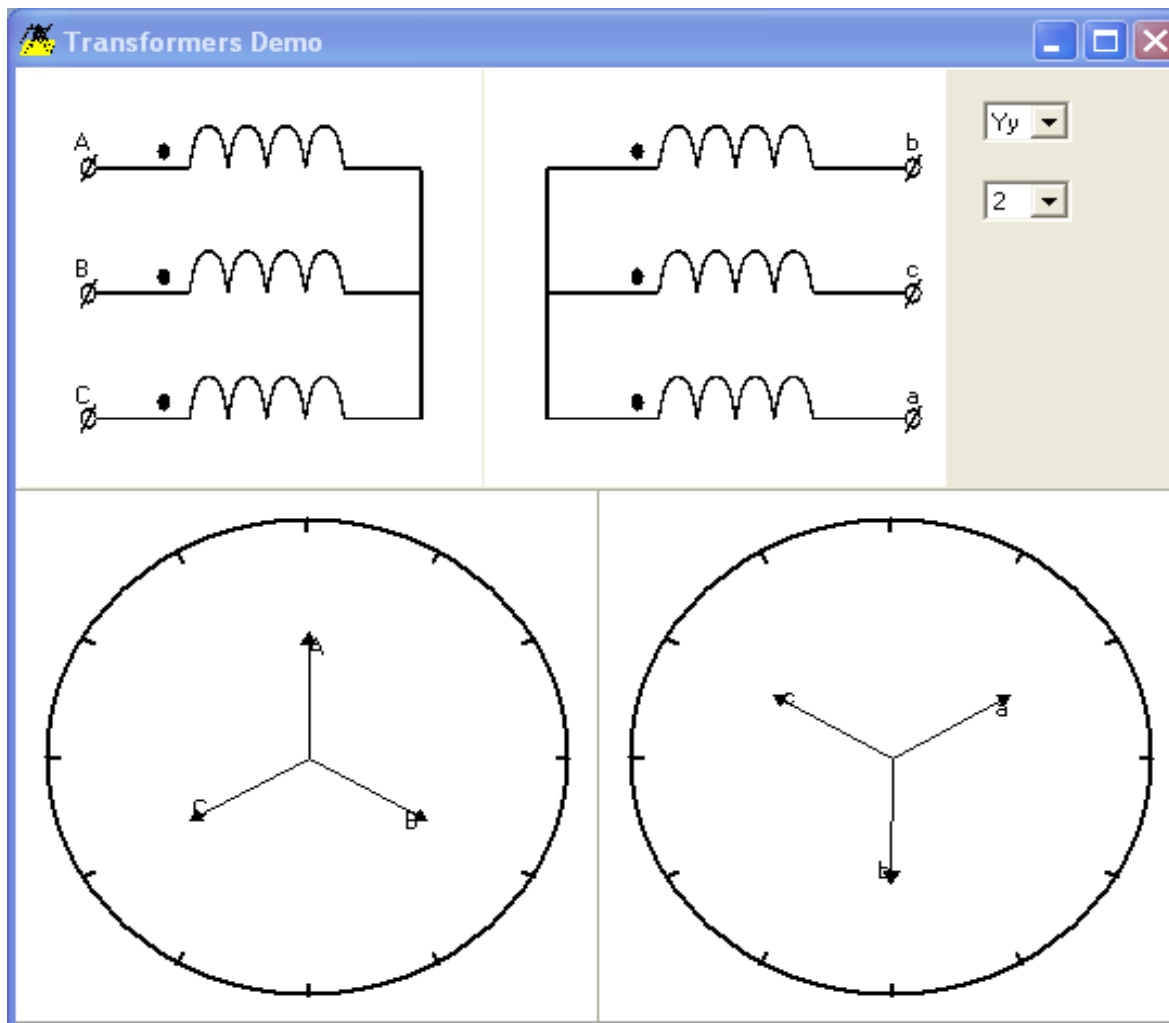
- Όταν λοιπόν χρειαζόμαστε τη φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή, θα ονομάζουμε τις φάσεις έτσι ώστε να ισχύει ένα από τα δύο σύνολα εξ. που αναφέραμε.
- Υ/Υ και Δ/Δ μετασχηματιστές συνδέονται έτσι ώστε η φασική μετατόπιση για τα ρεύματα και τις τάσεις να είναι 0° ή 180° .



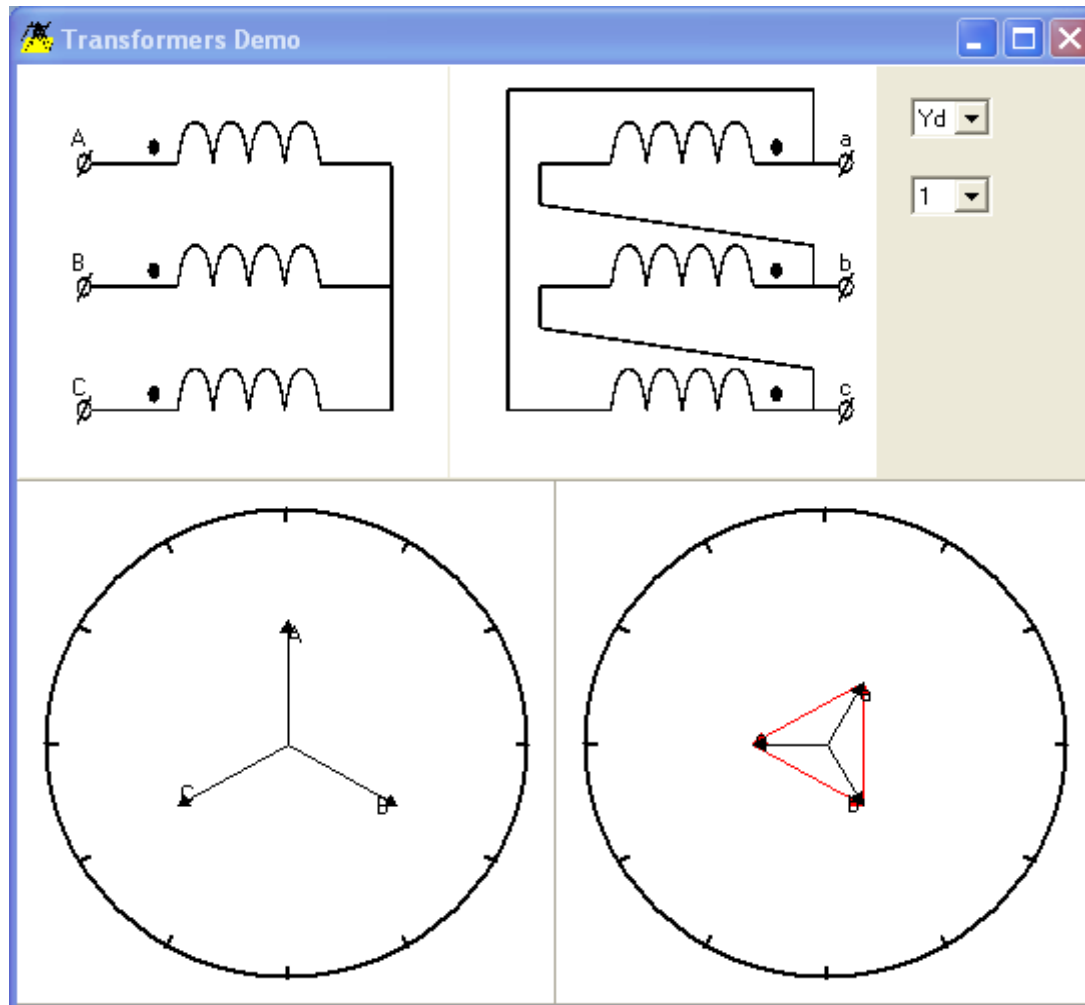
Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(8)



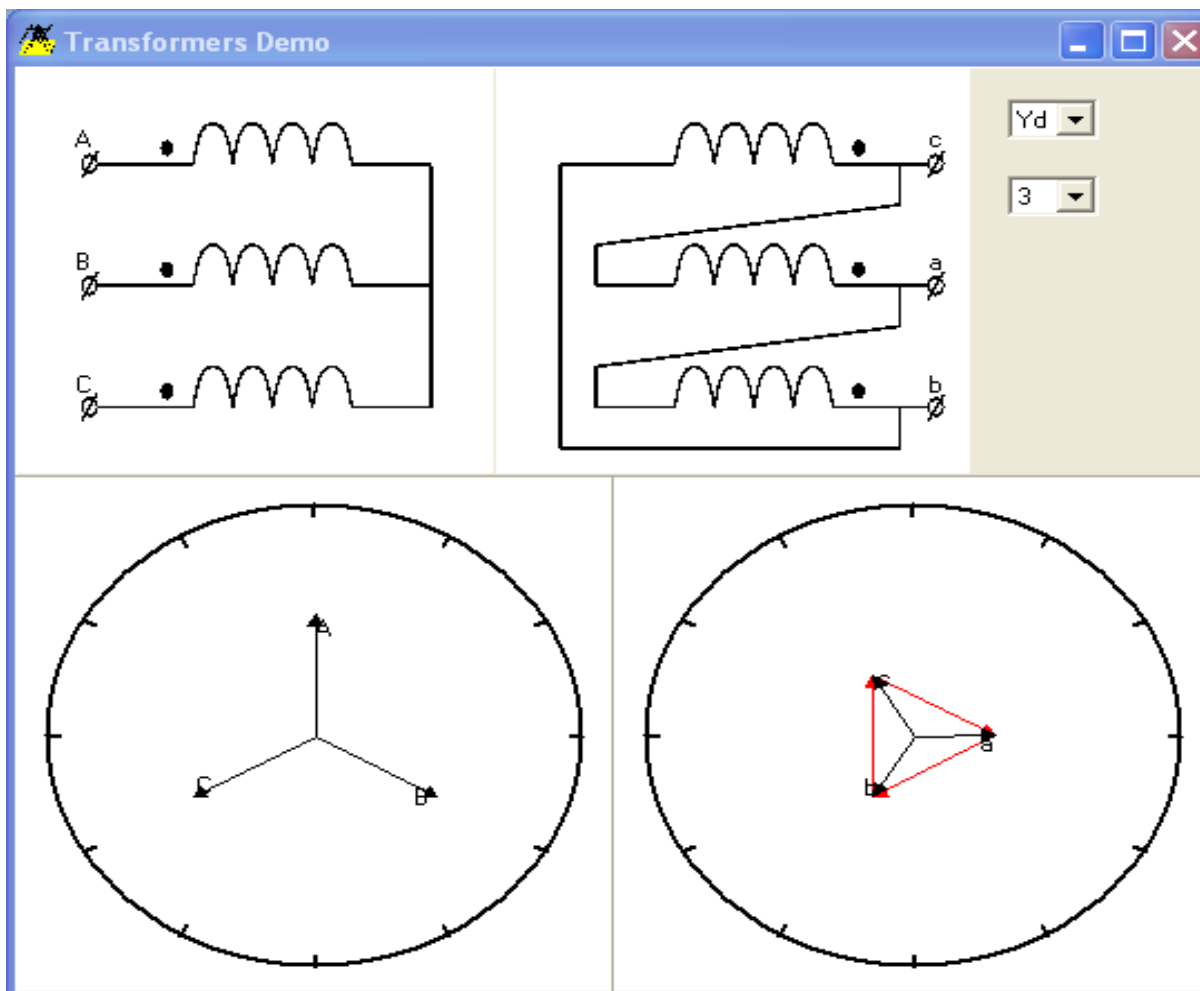
Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(9)



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(10)



Φασική μετατόπιση σε ένα Υ/Δ μετασχηματιστή(11)



Παράδειγμα

Τρεις ίδιες ωμικές αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες σε αστέρα, με ονομαστικές τιμές **2300 V**, **500 KVA** και σχηματίζουν μια τριφασική μονάδα. Οι αντιστάσεις συνδέονται στη Υ πλευρά ενός Δ/Υ μετασχηματιστή. Οι τάσεις στις αντιστάσεις είναι:

$$|V_{ab}| = 1840 \text{ V} \quad |V_{bc}| = 2760 \text{ V} \quad V_{ca} = 2300 \angle 180^\circ \text{ V}$$

Χρησιμοποιήστε για βάση τα 2300 V, 500 KVA και βρείτε τις πολικές τάσεις και τα ρεύματα γραμμής σε ρυ στη Δ πλευρά του μετασχηματιστή. Υποθέτουμε ότι τα ουδέτερα σημεία των αντιστάσεων και του μετασχηματιστή δεν συνδέονται.



Λύση(1)

Πρώτα εκφράζουμε τα δεδομένα των τάσεων σε pu.

$$|V_{ab}| = \frac{1840}{2300} = \mathbf{0.8 \text{ pu}}$$

$$|V_{bc}| = \frac{2760}{2300} = \mathbf{1.2 \text{ pu}}$$

$$|V_{ca}| = \frac{2300}{2300} = \mathbf{1 \text{ pu}}$$

Με το νόμο των συνημιτόνων βρίσκουμε τις γωνίες των πολικών τάσεων και έχουμε:

$$V_{ab} = \mathbf{0.8 \angle 82.8^\circ \text{ pu}}$$

$$V_{bc} = \mathbf{1.2 \angle -41.4^\circ \text{ pu}}$$

$$V_{ca} = \mathbf{1 \angle 180^\circ \text{ pu}}$$



Λύση(2)

Οι συμμετρικές συνιστώσες των πολικών τάσεων είναι:

$$V_{ab+} = \frac{1}{3} (0.8 \angle 82.8^\circ + 1.2 \angle 120^\circ - 41.4^\circ + 1.0 \angle 240^\circ + 180^\circ)$$

$$= 0.279 + j0.946 = 0.985 \angle 73.6^\circ \text{ pu}$$

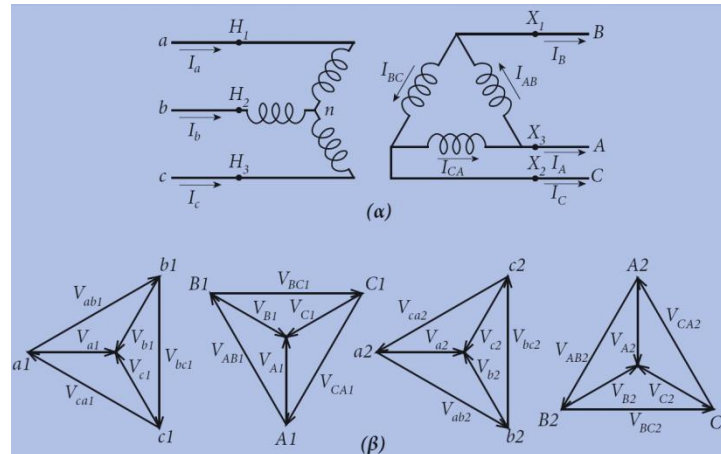
$$V_{ab-} = \frac{1}{3} (0.8 \angle 82.8^\circ + 1.2 \angle 240^\circ - 41.4^\circ + 1.0 \angle 120^\circ + 180^\circ) =$$

$$= -0.179 + j0.152 = 0.235 \angle 220.3^\circ \text{ pu}$$

Επειδή οι φασικές μετατοπίσεις ισχύουν για τις φασικές συμμετρικές συνιστώσες, γι' αυτό πρέπει να υπολογίζουμε τις φασικές ΣΣ από τις πολικές για να προχωρήσουμε. Έχουμε ότι:

$$V_{a+} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab+} e^{-j30^\circ}$$

$$V_{a-} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab-} e^{j30^\circ}$$



$$V_{ab} = 0.8 \angle 82.8^\circ \text{ pu}$$

$$V_{bc} = 1.2 \angle -41.4^\circ \text{ pu}$$

$$V_{ca} = 1.0 \angle 180^\circ \text{ pu}$$





Λύση(3)

Αν οι φασικές τάσεις είναι ανά μονάδα με αναφορά τη φασική βάση τάσης και οι πολικές τάσεις είναι ανά μονάδα με αναφορά την πολική βάση τάσης, τότε ο συντελεστής $\frac{1}{\sqrt{3}}$ στις προηγούμενες εξισώσεις δεν χρειάζεται. Αν όμως οι τάσεις αναφέρονται στην ίδια βάση ή σε πραγματικές τιμές, αυτές οι εξισώσεις είναι ακριβείς.

Επειδή δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ των ουδετέρων, δεν είναι δυνατή η κυκλοφορία των ρευμάτων μηδενικής ακολουθίας, γι' αυτό οι συνιστώσες μηδενικής ακολουθίας τάσεων και ρευμάτων είναι μηδέν.

Έτσι έχουμε:

$$V_{a+} = 0.985 \angle 73.6^\circ - 30^\circ = 0.985 \angle 43.6^\circ$$

$$V_{a-} = 0.235 \angle 220.3^\circ + 30^\circ = 0.235 \angle 250.3^\circ$$

Επειδή κάθε ωμική αντίσταση είναι $1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$, παίρνουμε:

$$I_{a+} = \frac{V_{a+}}{1.0 \angle 0^\circ} = 0.985 \angle 43.6^\circ \text{ pu}$$

$$I_{a-} = \frac{V_{a-}}{1.0 \angle 0^\circ} = 0.235 \angle 250.3^\circ \text{ pu}$$

$$V_{ab+} = 0.985 \angle 73.6^\circ \text{ pu}$$

$$V_{ab-} = 0.235 \angle 220.3^\circ \text{ pu}$$

$$V_{a+} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab+} e^{-j30^\circ}$$

$$V_{a-} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab-} e^{j30^\circ}$$

Λύση(4)

Υποθέτουμε ότι η θετική διεύθυνση των ρευμάτων είναι από την τροφοδοσία στο Δ πρωτεύον του μετασχηματιστή και από το Υ δευτερεύον προς το φορτίο και ότι έχουμε τη σύνδεση του αρχικού Σχήματος, οπότε ισχύουν οι εξισώσεις:

$$V_{A+} = jV_{a+} = 0.985 \angle 133.6^\circ = -0.680 + j0.713$$

$$V_{A-} = jV_{a-} = 0.235 \angle 160.3^\circ = -0.221 + j0.079$$

$$V_A = V_{A+} + V_{A-} = -0.901 + j0.792 = 1.2 \angle 138.6^\circ \text{ pu}$$

$$V_{B+} = a^2 V_{a+} = 0.985 \angle 373.6^\circ = 0.958 + j0.232$$

$$V_{B-} = a V_{a-} = 0.235 \angle 280.3^\circ = 0.042 - j0.232$$

$$V_B = V_{B+} + V_{B-} = 1.00 + j0 = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$V_{C+} = a V_{a+} = 0.985 \angle 253.6^\circ = -0.278 - j0.944$$

$$V_{C-} = a^2 V_{a-} = 0.235 \angle 400.3^\circ = 0.179 + j0.152$$

$$V_C = V_{C+} + V_{C-} = -0.099 - j0.792 = 0.8 \angle 262.8^\circ \text{ pu}$$

$$V_{a+} = 0.985 / 43.6^\circ$$
$$V_{a-} = 0.235 / 250.3^\circ$$



Λύση(5)

$$\begin{aligned}V_A &= -0.901 + j0.792 \\V_B &= 1.00 + j0 \\V_C &= -0.099 - j0.792\end{aligned}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = -0.901 + j0.792 - 1.0 = -1.901 + j0.792 =$$

2.06∠157.3° pu με φασική βάση τάσης.

και $\frac{2.06}{\sqrt{3}} \angle 157.3^\circ = \mathbf{1.19 \angle 157.3^\circ pu}$ με πολική βάση τάσης.

$$V_{BC} = V_B - V_C = 1.0 + 0.099 + j0.792 = 1.099 + j0.792 = \mathbf{1.355 \angle 35.8^\circ}$$

pu με φασική βάση τάσης

και $\frac{1.355}{\sqrt{3}} \angle 35.8^\circ = \mathbf{0.783 \angle 35.8^\circ pu}$ με πολική βάση τάσης.

$$V_{CA} = V_C - V_A = -0.099 - j0.792 + 0.901 - j0.792 = -0.802 - j1.584 =$$

1.78∠296.8° pu με φασική βάση τάσης

και $\frac{1.78}{\sqrt{3}} \angle 296.8^\circ = \mathbf{1.027 \angle 296.8^\circ pu}$ με πολική βάση τάσης.



Λύση(6)

Επειδή το φορτίο είναι ωμικό $1.0\angle 0^\circ$ pu σε κάθε φάση, τα I_{a+} και V_{a+} βρέθηκαν ότι είναι ίσα σε pu. Για τον ίδιο λόγο είναι ίσα τα I_{a-} και V_{a+} και συνεπώς και I_A το είναι ίσο με το V_A και έχουμε για τα ρεύματα:

$$I_A = 1.20\angle 136.8^\circ \text{ pu}$$

$$I_B = 1.0\angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$I_C = 0.80\angle 262.8^\circ \text{ pu}$$



Περίληψη

- Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύχθηκε η μέθοδος μετασχηματισμού συμμετρικών συνιστωσών, που είναι χρήσιμη για την ανάλυση ασύμμετρων βραχυκυκλωμάτων, όπως θα αναπτυχθεί στο επόμενο κεφάλαιο.
- Με τη μέθοδο αυτή ένα ασύμμετρο δίκτυο αναλύεται σε τρία συμμετρικά δίκτυα, που ονομάζονται ακολουθιακά και συνήθως είναι αποσυζευγμένα μεταξύ τους, δηλαδή τα ρεύματα μιας ακολουθίας προκαλούν πτώσεις τάσεων της ίδιας ακολουθίας μόνο.
- Η κατασκευή του κυκλώματος μηδενικής ακολουθίας απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή, γιατί είναι δυνατόν να διαφέρει σημαντικά από τα άλλα δύο ακολουθιακά κυκλώματα.



Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα είναι από το βιβλίο «Ανάλυση Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας», Ν. Α. Βοβός, Γ. Β. Γιαννακόπουλος, Εκδόσεις Ζήτη.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

