Ανάλυση Σ.Η.Ε

Ενότητα 3: Μοντέλο σύνθετης αγωγιμότητας συστήματος

Νικόλαος Βοβός, Γαβριήλ Γιαννακόπουλος
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και τεχνολογίας Υπολογιστών

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Άδειες χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκεινται σε άλλου τύπου άδεις χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

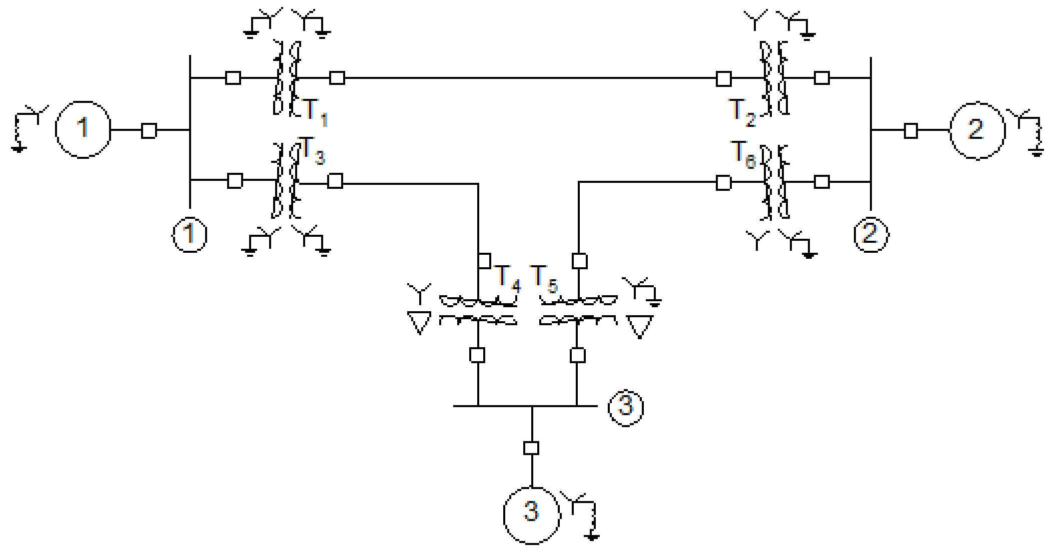
Μοντέλο σύνθετης αγωγιμότητας συστήματος

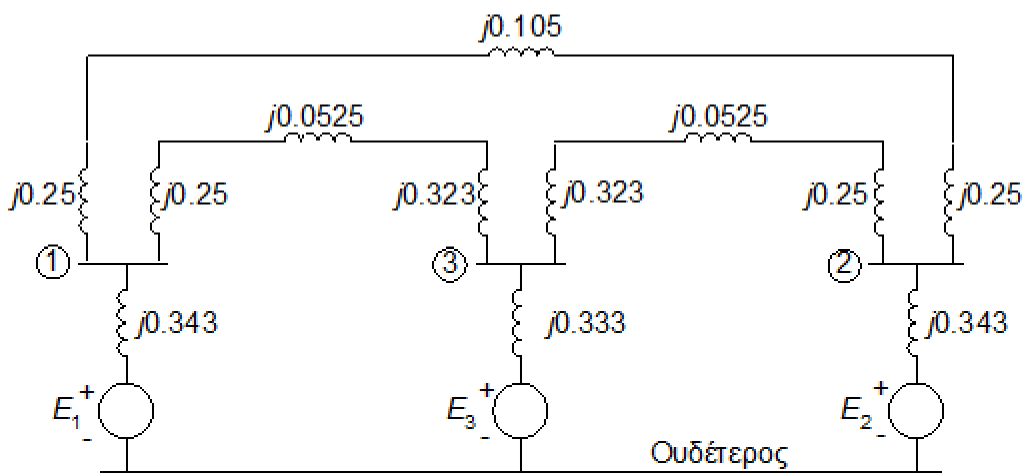
- ***Σχηματισμός μονοφασικού ισοδυνάμου κυκλώματος.***

- ***Δημιουργία των εξισώσεων που το περιγράφουν.***

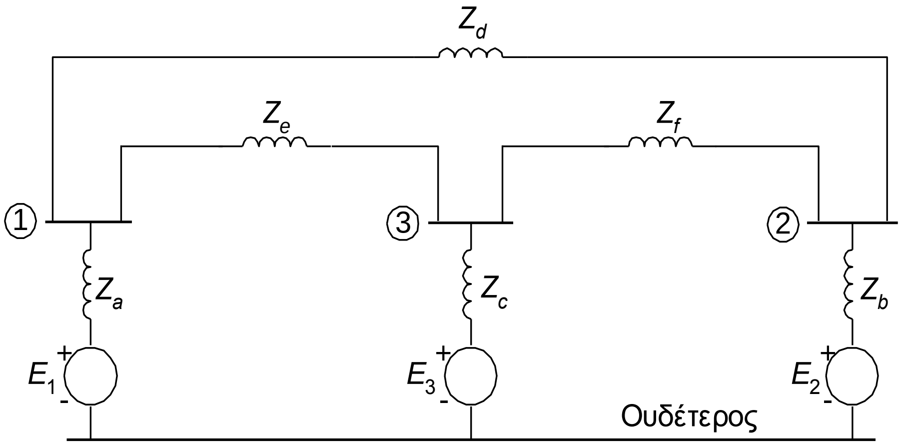
- ***Επίλυση των εξισώσεων.***

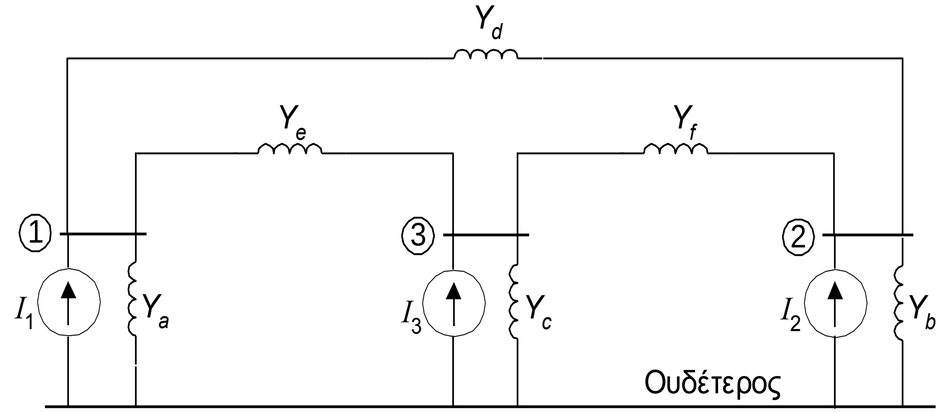
Σχηματισμός μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος





Εξισώσεις κόμβων





$$\mathbf{I_1 = V_1Y_a + (V_1 - V_2)Y_d + (V_1 - V_3)Y_e = (Y_a + Y_d + Y_e)V_1 - Y_dV_2 - Y_eV_3}$$

$$\mathbf{I_2 = V_2Y_b + (V_2 - V_1)Y_d + (V_2 - V_3)Y_f = -Y_dV_1 + (Y_b + Y_d + Y_f)V_2 - Y_fV_3}$$

$$\mathbf{I_3 = V_3Y_c + (V_3 - V_1)Y_e + (V_3 - V_2)Y_f = -Y_eV_1 - Y_fV_2 + (Y_c + Y_e + Y_f)V_3}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I_1} \\ \mathbf{I_2} \\ \mathbf{I_3} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{array} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Y_a + Y_d + Y_e} & \mathbf{-Y_d} & \mathbf{-Y_e} \\ \mathbf{-Y_d} & \mathbf{Y_b + Y_d + Y_f} & \mathbf{-Y_f} \\ \mathbf{-Y_e} & \mathbf{-Y_f} & \mathbf{Y_c + Y_e + Y_f} \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{V_1} \\ \mathbf{V_2} \\ \mathbf{V_3} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{I_{bus} = Y_{bus}V_{bus}}}$$

Σχηματισμός του πίνακα Y_{bus}

- *Με παρατήρηση (όταν δεν υπάρχουν συζεύξεις)*

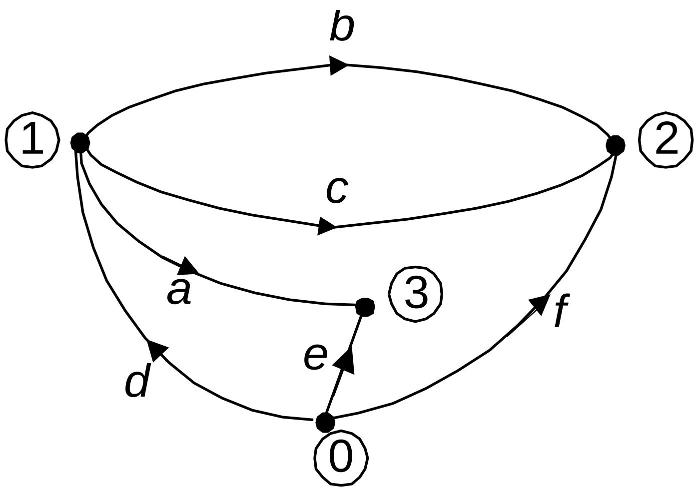
  - *Κάθε διαγώνιο στοιχείο* Y_{ii} *ισούται με το άθροισμα των αγωγιμοτήτων που συνδέονται στον κόμβο i.*

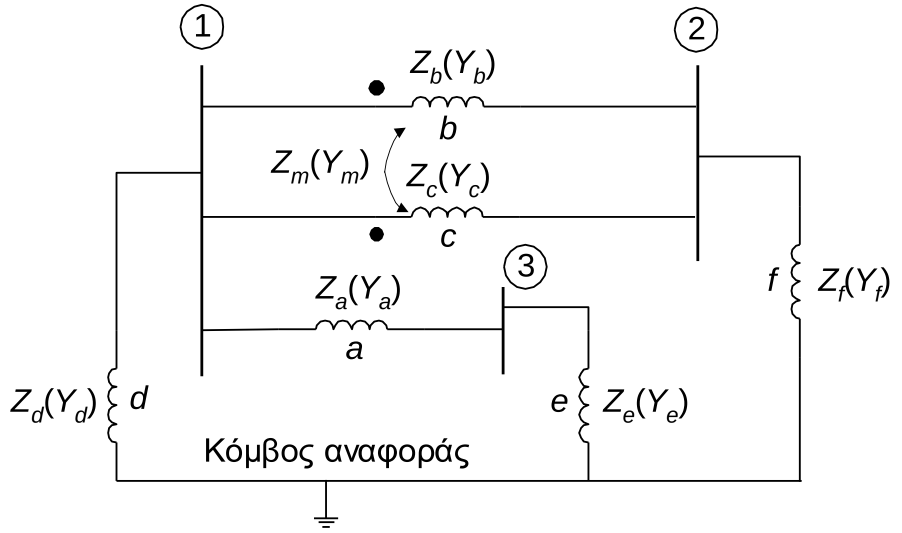
  - *Κάθε μη διαγώνιο στοιχείο* Y_{ij} *ισούται με το αρνητικό της αγωγιμότητας που συνδέεται μεταξύ των κόμβων i και j.*

- *Με χρήση του πίνακα πρόσπτωσης ζυγών*

- *Με αλγοριθμική μέθοδο*

Σχηματισμός του πίνακα Y_{bus} με χρήση του πίνακα πρόσπτωσης ζυγών(1)





$$
\mathbf{A}= \begin{array}{c} \\ a\\ b\\ c\\ d\\ e\\ f \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$

$$
\mathbf{Y}_\alpha = \begin{array}{c} \\ a\\ b\\ c\\ d\\ e\\ f \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ \begin{bmatrix} Y_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_b & Y_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_m & Y_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_f \end{bmatrix} \end{array}
$$

$$
\boxed{\mathbf{Y_{bus} = A^T Y_\alpha A}}
$$

Σχηματισμός του πίνακα Y_{bus} με χρήση του πίνακα πρόσπτωσης ζυγών(2)

$$\mathbf{Y_{bus}} = \mathbf{A}^T\mathbf{Y_a}\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \quad\quad\quad 1 \quad\quad\quad & \quad\quad\quad 2 \quad\quad\quad & \quad 3 \quad \end{array} \\ \begin{bmatrix} Y_a + Y_b + Y_c + Y_d + 2Y_m & -Y_b - Y_c - 2Y_m & -Y_a \\ -Y_b - Y_c - 2Y_m & Y_b + Y_c + Y_f + 2Y_m & 0 \\ -Y_a & 0 & Y_a + Y_e \end{bmatrix} \end{array}$$

Σχηματισμός του Y_{bus} με αλγοριθμική μέθοδο(1)

- *Κλάδος χωρίς αμοιβαία σύζευξη*

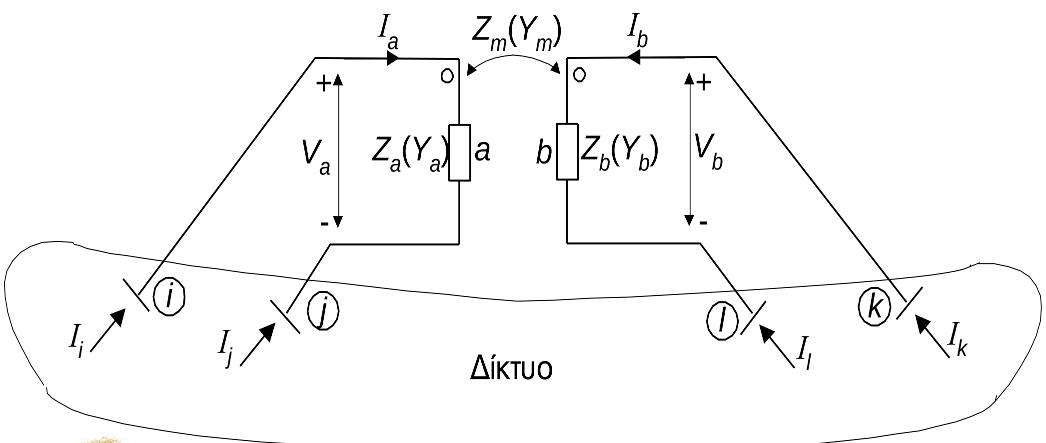
$$y_{ii,new} = y_{ii,old} + Y_k$$

$$y_{jj,new} = y_{jj,old} + Y_k$$

$$y_{ij,new} = y_{ij,old} - Y_k$$

$$y_{ji,new} = y_{ji,old} - Y_k$$

- **Αμοιβαία συζευγμένοι κλάδοι**



$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \\ \hline I_k \\ I_l \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ i \\ j \\ k \\ l \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \quad i \quad & \quad j \quad & \quad k \quad & \quad l \quad \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|cc} Y_a & -Y_a & Y_m & -Y_m \\ -Y_a & Y_a & -Y_m & Y_m \\ \hline Y_m & -Y_m & Y_b & -Y_b \\ -Y_m & Y_m & -Y_b & Y_b \end{array}\right] \end{array} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \\ \hline V_k \\ V_l \end{bmatrix}$$

Σχηματισμός του Y_{bus} με αλγοριθμική μέθοδο(2)

$$y_{ii,new} = y_{ii,old} + Y_a$$

$$y_{jj,new} = y_{jj,old} + Y_a$$

$$y_{ij,new} = y_{ji,new} = y_{ij,old} - Y_a$$

$$y_{kk,new} = y_{kk,old} + Y_b$$

$$y_{ll,new} = y_{ll,old} + Y_b$$

$$y_{kl,new} = y_{lk,new} = y_{kl,old} - Y_b$$

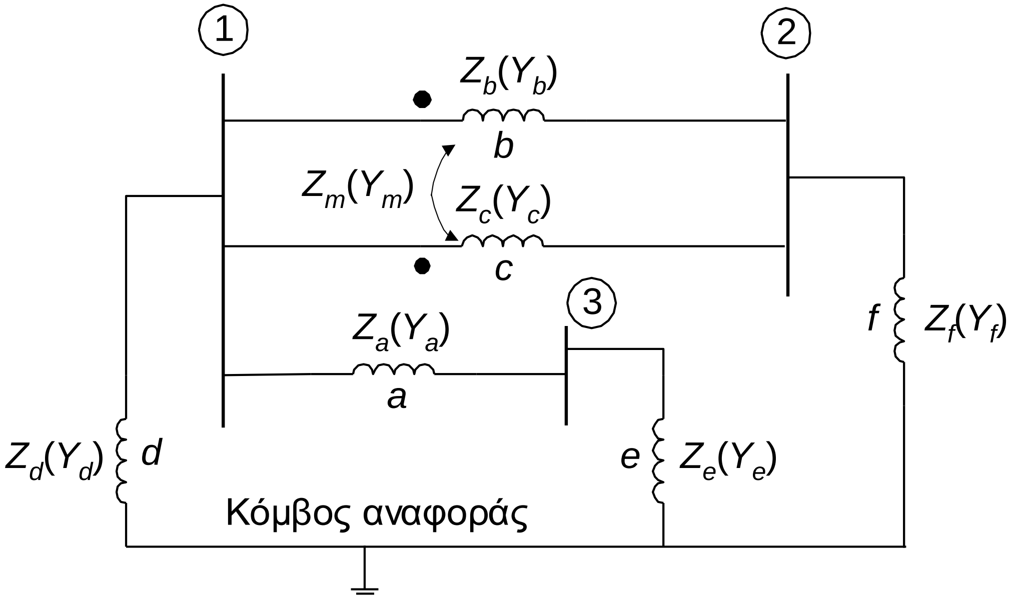
$$y_{ik,new} = y_{ki,new} = y_{ik,old} + Y_m$$

$$y_{il,new} = y_{li,new} = y_{il,old} - Y_m$$

$$y_{jl,new} = y_{lj,new} = y_{jl,old} + Y_m$$

$$y_{jk,new} = y_{kj,new} = y_{jk,old} - Y_m$$

Παράδειγμα



$$
\begin{array}{c}
 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 1 & 2 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cc|cc}
Y_b & -Y_b & Y_m & -Y_m \\
-Y_b & Y_b & -Y_m & Y_m \\
\hline
Y_m & -Y_m & Y_c & -Y_c \\
-Y_m & Y_m & -Y_c & Y_c
\end{array}\right]
\end{array}
$$

$$
Y_{bus} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
Y_a + Y_b + Y_c + Y_d + 2Y_m & -Y_b - Y_c - 2Y_m & -Y_a \\
-Y_b - Y_c - 2Y_m & Y_b + Y_c + Y_f + 2Y_m & 0 \\
-Y_a & 0 & Y_a + Y_e
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Μέθοδος διαδοχικής απαλοιφής(1)

$$V_1 + u_{12}^{(1)} V_2 + u_{13}^{(1)} V_3 + u_{14}^{(1)} V_4 = V_1'^{(1)}$$

$$V_2 + u_{23}^{(2)} V_3 + u_{24}^{(2)} V_4 = V_2'^{(2)}$$

$$V_3 + u_{34}^{(3)} V_4 = V_3'^{(3)}$$

$$V_4 = V_4'^{(4)}$$

Μέθοδος διαδοχικής απαλοιφής(2)

$$\begin{bmatrix} 1 & u_{12}^{(1)} & u_{13}^{(1)} & u_{14}^{(1)} \\ 0 & 1 & u_{23}^{(2)} & u_{24}^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {V_1'}^{(1)} \\ {V_2'}^{(2)} \\ {V_3'}^{(3)} \\ {V_4'}^{(4)} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\boldsymbol{U}\mathbf{V}_{bus} = \mathbf{V}'}$$

Απαλοιφή κόμβων-Δίκτυα μειωμένα κατά KRON

$$\mathbf{Y_{bus}V_{bus} = I_{bus}}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y_A} & \mathbf{Y_B} \\ \mathbf{Y_C} & \mathbf{Y_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V_{bus(r)}} \\ \mathbf{V_{bus(el)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I_{bus(r)}} \\ \mathbf{I_{bus(el)}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y_A V_{bus(r)} + Y_B V_{bus(el)} = I_{bus(r)}} \longrightarrow \mathbf{(Y_A - Y_B Y_D^{-1} Y_C) V_{bus(r)} = I_{bus(r)}}$$

$$\mathbf{Y_C V_{bus(r)} + Y_D V_{bus(el)} = I_{bus(el)} = 0} \longrightarrow \mathbf{V_{bus(el)} = - Y_D^{-1} Y_C V_{bus(r)}}$$

$$\boxed{\mathbf{Y_{bus(r)} V_{bus(r)} = I_{bus(r)}}}$$

$$\boxed{\mathbf{Y_{bus(r)} = Y_A - Y_B Y_D^{-1} Y_C}}$$

Τριγωνική παραγοντοποίηση(1)

$$y_{11}^{(0)} {V'}_1^{(1)} = I_1^{(0)}$$

$$y_{22}^{(1)} {V'}_2^{(2)} = I_2^{(1)} = I_2^{(0)} - y_{21}^{(0)} {V'}_1^{(1)}$$

$$y_{33}^{(2)} {V'}_3^{(3)} = I_3^{(2)} = I_3^{(1)} - y_{32}^{(1)} {V'}_2^{(2)} = I_3^{(0)} - y_{31}^{(0)} {V'}_1^{(1)} - y_{32}^{(1)} {V'}_2^{(2)}$$

$$y_{44}^{(3)} {V'}_4^{(4)} = I_4^{(3)} = I_4^{(2)} - y_{43}^{(2)} {V'}_3^{(3)}$$

$$= I_4^{(1)} - y_{42}^{(1)} {V'}_2^{(2)} - y_{43}^{(2)} {V'}_3^{(3)}$$

$$= I_4^{(0)} - y_{41}^{(0)} {V'}_1^{(1)} - y_{42}^{(1)} {V'}_2^{(2)} - y_{43}^{(2)} {V'}_3^{(3)}$$

Τριγωνική παραγοντοποίηση(2)

$$\begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & 0 & 0 & 0 \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(1)} & 0 & 0 \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(2)} & 0 \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(2)} & y_{44}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1'^{(1)} \\ V_2'^{(2)} \\ V_3'^{(3)} \\ V_4'^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^{(0)} \\ I_2^{(0)} \\ I_3^{(0)} \\ I_4^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\boldsymbol{LV}' = \boldsymbol{I}_{bus}}$$

Τριγωνική παραγοντοποίηση(3)

$$\boldsymbol{L}\boldsymbol{V}' = \boldsymbol{I}_{bus}$$

$$\boldsymbol{U}\boldsymbol{V}_{bus} = \boldsymbol{V}'$$

$$\boldsymbol{L}\boldsymbol{U}\boldsymbol{V}_{bus} = \boldsymbol{I}_{bus}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Y}_{bus} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{U}}$$

Πίνακας παραγόντων

$$L = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & 0 & 0 & 0 \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(1)} & 0 & 0 \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(2)} & 0 \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(2)} & y_{44}^{(3)} \end{bmatrix} \qquad U = \begin{bmatrix} 1 & u_{12}^{(1)} & u_{13}^{(1)} & u_{14}^{(1)} \\ 0 & 1 & u_{23}^{(2)} & u_{24}^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & u_{12}^{(1)} & u_{13}^{(1)} & u_{14}^{(1)} \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(1)} & u_{23}^{(2)} & u_{24}^{(2)} \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(2)} & u_{34}^{(3)} \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(2)} & y_{44}^{(3)} \end{bmatrix}$$

Σχηματισμός του F από τον Y_{bus}

$$F^{(0)} = Y_{bus} = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & y_{12}^{(0)} & y_{13}^{(0)} & y_{14}^{(0)} \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(0)} & y_{23}^{(0)} & y_{24}^{(0)} \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(0)} & y_{33}^{(0)} & y_{34}^{(0)} \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(0)} & y_{43}^{(0)} & y_{44}^{(0)} \end{bmatrix}$$

Βήμα 1 (k=1)

$$u_{1j}^{(1)} = \frac{y_{1j}^{(0)}}{y_{11}^{(0)}} \quad j = 2,3,4$$

$$y_{ij}^{(1)} = y_{ij}^{(0)} - y_{i1}^{(0)} u_{1j}^{(1)} \quad i, j = 2,3,4$$

$$F^{(1)} = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & u_{12}^{(1)} & \boxed{u_{13}^{(1)}} & u_{14}^{(1)} \\ \boxed{y_{21}^{(0)}} & y_{22}^{(1)} & y_{23}^{(1)} & y_{24}^{(1)} \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(1)} & y_{34}^{(1)} \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(1)} & y_{44}^{(1)} \end{bmatrix}$$

Βήμα 2 (k=2)

$$u_{2j}^{(2)} = \frac{y_{2j}^{(1)}}{y_{22}^{(1)}} \quad j = 3,4$$

$$y_{ij}^{(2)} = y_{ij}^{(1)} - y_{i2}^{(1)} u_{2j}^{(2)} \quad i, j = 3,4$$

$$F^{(2)} = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & u_{12}^{(1)} & u_{13}^{(1)} & u_{14}^{(1)} \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(1)} & u_{23}^{(2)} & u_{24}^{(2)} \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(2)} & y_{34}^{(2)} \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(2)} & y_{44}^{(2)} \end{bmatrix}$$

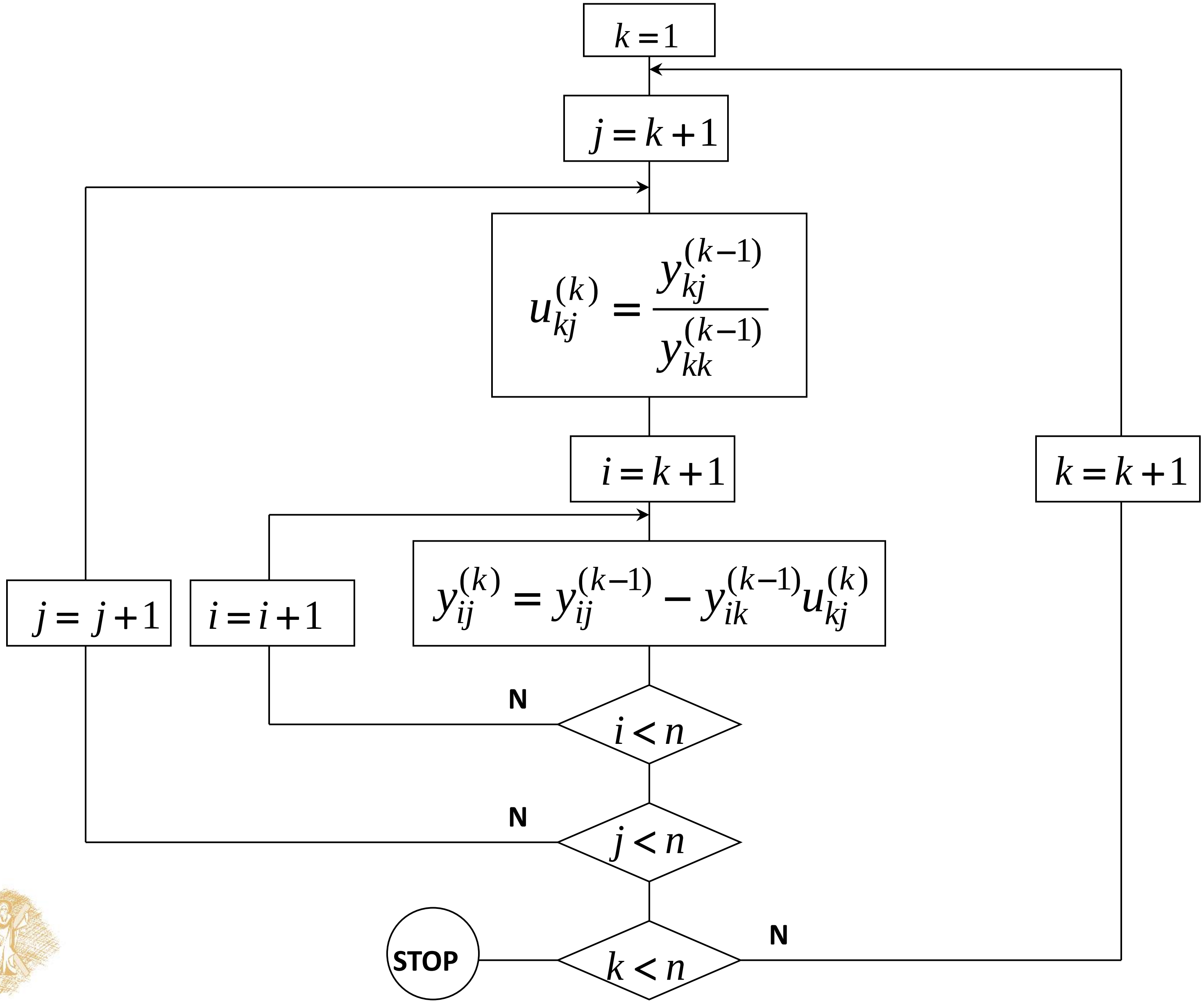
Βήμα 3 (k=3)

$$u_{3j}^{(3)} = \frac{y_{3j}^{(2)}}{y_{33}^{(2)}} \quad j = 4$$

$$y_{ij}^{(3)} = y_{ij}^{(2)} - y_{i3}^{(2)} u_{3j}^{(3)} \quad i, j = 4$$

$$F^{(3)} = F = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & u_{12}^{(1)} & u_{13}^{(1)} & u_{14}^{(1)} \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(1)} & u_{23}^{(2)} & u_{24}^{(2)} \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(2)} & u_{34}^{(3)} \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(2)} & y_{44}^{(3)} \end{bmatrix} \longrightarrow L = \begin{bmatrix} y_{11}^{(0)} & 0 & 0 & 0 \\ y_{21}^{(0)} & y_{22}^{(1)} & 0 & 0 \\ y_{31}^{(0)} & y_{32}^{(1)} & y_{33}^{(2)} & 0 \\ y_{41}^{(0)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(2)} & y_{44}^{(3)} \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & u_{12}^{(1)} & u_{13}^{(1)} & u_{14}^{(1)} \\ 0 & 1 & u_{23}^{(2)} & u_{24}^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Αλγόριθμος σχηματισμού του $\boldsymbol{F}$



Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα είναι από το βιβλίο «Ανάλυση Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας», Ν. Α. Βοβός, Γ. Β. Γιαννακόπουλος, Εκδόσεις Ζήτη.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης