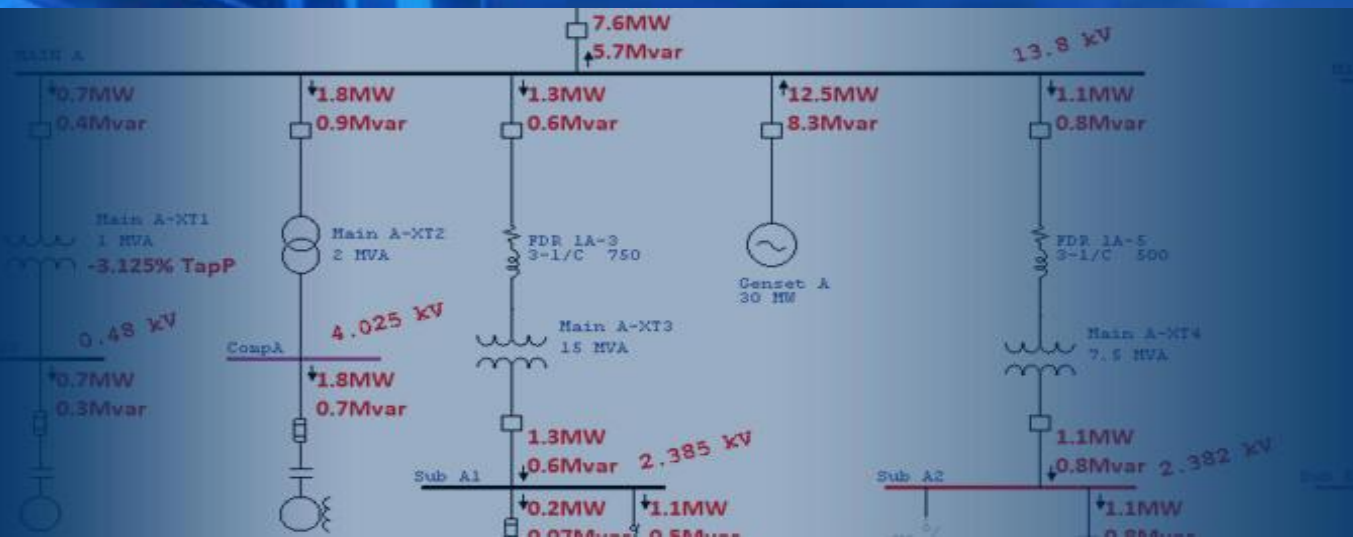


Ανάλυση Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας (4^η ενότητα)

Παναγής Βοβός
Επικ. Καθηγητής

Ανάλυση Ροής Φορτίου Μέρος II : η επίλυση



Γιατί είναι δύσκολη η επίλυση της APΦ

- Οι Στατικές Εξισώσεις Ροής Φορτίου (ΣΕΡΦ) είναι μη γραμμικές.
- Δεν είναι δυνατό να έχουμε αναλυτικές λύσεις.
- Καταφεύγουμε σε αριθμητικές λύσεις.
- Η μέθοδος εύρεσης των λύσεων αυτών καλό είναι να ταιριάζει στους Η/Υ.
- Η μέθοδος επίλυσης θα πρέπει:
 - να μπορεί να χειρίζεται μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις,
 - να μπορεί να χειρίζεται μεγάλα ενεργειακά συστήματα (πολλούς ζυγούς και γραμμές),
 - να έχει ακρίβεια,
 - να είναι γρήγορη, γιατί συνήθως η APΦ είναι εσωτερικός βρόχος μίας πολύ μεγαλύτερης διαδικασίας επίλυσης (π.χ. Βέλτιστη Ροή Ισχύος).

Διαδικασία επίλυσης των ΣΕΡΦ

Η διαδικασία επίλυσης των 2n ΣΕΡΦ ενός συστήματος n ζυγών είναι επαναληπτική, τριών βασικών βημάτων:

1. κάνουμε μια αρχική εκτίμηση των 2n αγνώστων.
2. Βάσει της εκτίμησης και με τη βοήθεια των ΣΕΡΦ βρίσκουμε μία καλύτερη εκτίμηση των 2n αγνώστων.
3. Εάν η νέα εκτίμηση δεν απέχει πολύ από την προηγούμενη, τότε έχουμε σύγκλιση (δηλαδή τη δεχόμαστε ως λύση). Διαφορετικά επιστρέφουμε στο 2^ο βήμα.

Διαφορά μεθόδων : χρησιμοποιούν διαφορετικούς αλγόριθμους για τον υπολογισμό των νέων εκτιμήσεων.

Ποιότητα αλγόριθμων: ταχύτητα με την οποία γίνεται η σύγκλιση (κατά το δυνατόν λιγότερες επαναλήψεις).

Γενικά, ταχύτητα και πολυπλοκότητα ανάλογα.

Αρχική εκτίμηση

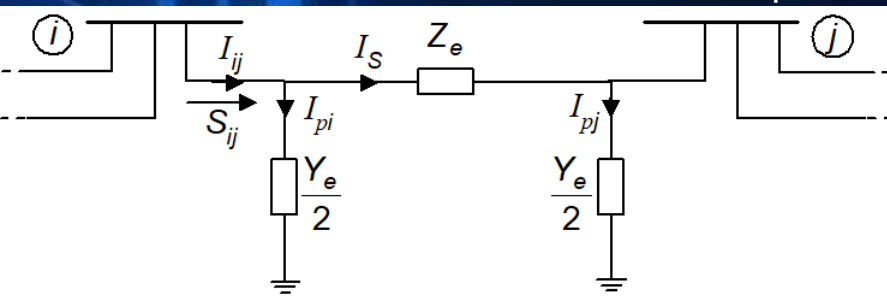
Για να ξεκινήσει η επαναληπτική διαδικασία χρειάζεται μια αρχική εκτίμηση των τάσεων:

- Γνωρίζουμε την τάση του ζυγού αναφοράς (π.χ. $1/\underline{0}$)
- Γνωρίζουμε το μέτρο των τάσεων σε ζυγούς ελέγχου τάσης.
- Τα υπόλοιπα μέτρα τάσεων που δεν γνωρίζουμε τα θέτουμε 1 ρυ, αφού στη τελική λύση περιμένουμε λίγο να αποκλίνουν από τις ονομαστικές τους τιμές.
- Τις υπόλοιπες γωνίες των τάσεων τις θέτουμε ίσες με 0° επειδή είναι συνήθως πολύ μικρές (βλ. «γραμμικοποίηση» \sin στο προηγούμενο μάθημα).

Προσδιορισμός καλύτερης εκτίμησης και υπολογισμός υπόλοιπων ζητούμενων ΔΡΦ

- Για όλους τους ζυγούς, πλην του ζυγού αναφοράς: υπολογίζουμε βάσει του επιλεγμένου αλγόριθμου τις νέες τιμές που μας δίνουν οι ΣΕΡΦ.
- Η φύση των υπολογισμών εξαρτάται από τον τύπο των ζυγών (θα το δούμε αργότερα πως).
- Η επαναληπτική διαδικασία προσδιορίζει καλύτερες εκτιμήσεις έως ότου συγκλίνει.
- **Η τελική λύση περιέχει:** α) τις τάσεις όλων των ζυγών και β) τις παραγωγές άεργου ισχύος.
- **Δεν περιέχει** α) την ισχύ του ζυγού αναφοράς και β) τις ροές ισχύος στις γραμμές.
- Οι ΣΕΡΦ για τον ζυγό αναφοράς (No.1) έχουν μοναδικούς αγνώστους τα P_{G1} και Q_{G1} .
- Τα ρεύματα των γραμμών είναι συνάρτηση των γνωστών τάσεων στα άκρα τους:

$$I_{ij} = I_s + I_{pi} = (V_i - V_j) \frac{1}{Z_e} + V_i \frac{Y_e}{2}$$



- Επομένως, και η μιγαδική ισχύς που τις διαρρέει είναι συνάρτηση γνωστών τάσεων:

$$S_{ij} = V_i I_{ij}^* = V_i (V_i^* - V_j^*) \frac{1}{Z_e^*} + |V_i|^2 \frac{Y_e^*}{2}$$

ΑΡΦ με τη μέθοδο Gauss-Seidel (G-S)

- Μία από τις απλούστερες επαναληπτικές μεθόδους: έχει παιδαγωγική αξία.
- Χρησιμοποιείται ακόμα στην ΑΡΦ μικρών και απλών ΣΗΕ.
- Χρησιμοποιείται όμως και στην αρχική εκτίμηση της λύσης ΑΡΦ μεγάλων και πολύπλοκων ΣΗΕ.
- Μετά αναλαμβάνουν την επαναληπτική διαδικασία πιο πολύπλοκοι (ταχύτεροι στη σύγκλιση) αλγόριθμοι, όπως ο Newton-Raphson.

Τι είναι η μέθοδος Gauss

- Έστω η συνάρτηση των μεταβλητών x ίση με το 0:

$$f(x) = 0$$

- Φέρνουμε τις μεταβλητές x στο αριστερό μέλος μίας νέας εξίσωσης (υπάρχουν και στο δεξιό):

$$x = F(x)$$

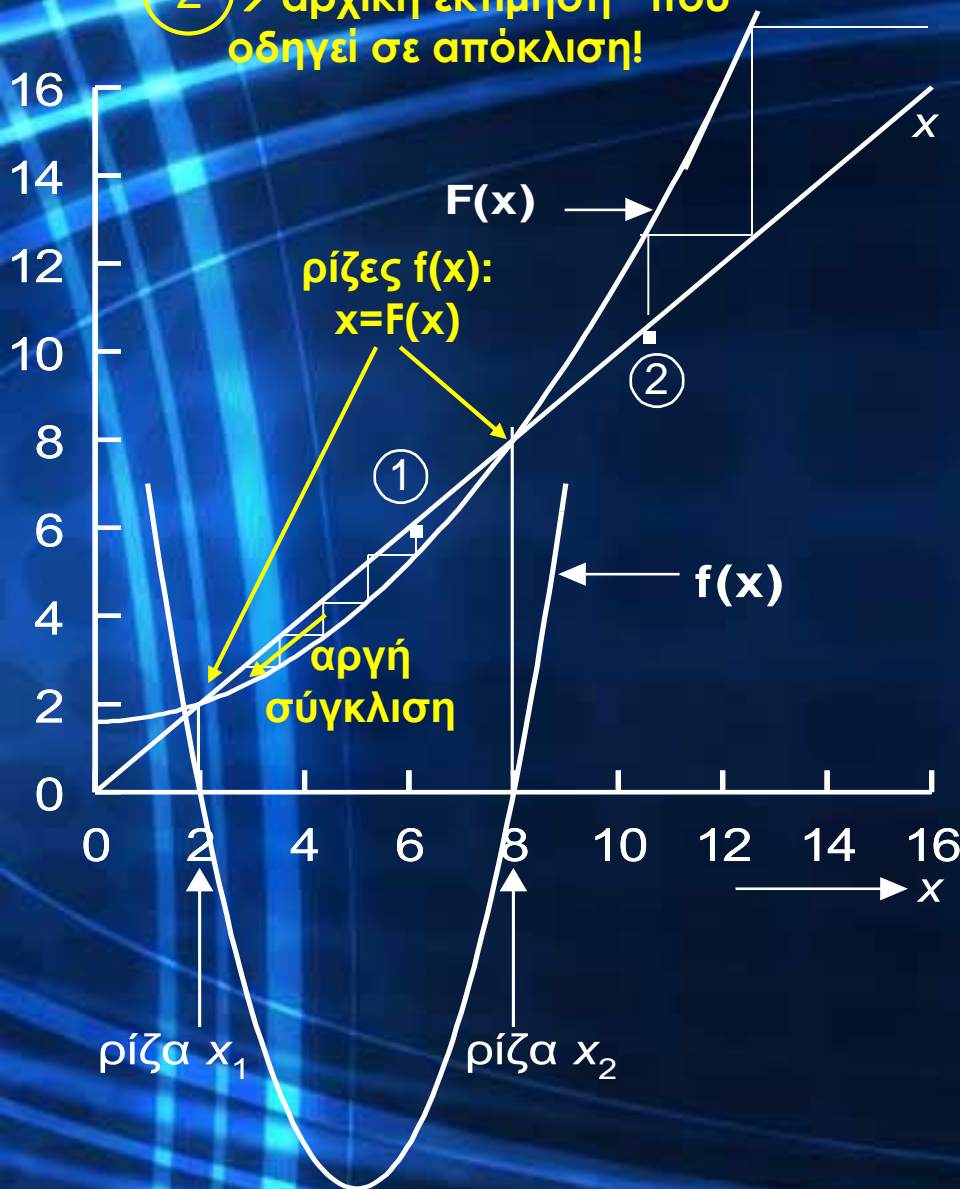
- Εκτελούμε τη παρακάτω διαδικασία επαναληπτικά

$$x^{(v+1)} = F(x^{(v)})$$

- έως τη σύγκλιση, δηλαδή: $|x^{(v+1)} - x^{(v)}| < \varepsilon$

Γραφική πορεία σύγκλισης Gauss

② → αρχική εκτίμηση που οδηγεί σε απόκλιση!



$$f(x) = x^2 - 10x + 16 = 0 \text{ μη γραμμική}$$

$$x = \frac{x^2 + 16}{10}$$

$F(x)$ δεν είναι η μοναδική !

$$x^{(v+1)} = \frac{(x^{(v)})^2 + 16}{10}$$

$$v = 0 : x^{(0)} = 6 \rightarrow \text{αρχική εκτίμηση } \textcircled{1}$$

$$v = 1 : x^{(1)} = F(x^{(0)}) \\ = \frac{6^2 + 16}{10} = 5.2$$

$$v = 2 : x^{(2)} = F(x^{(1)}) \\ = \frac{5.2^2 + 16}{10} = 4.3$$

$$v = 3 : x^{(3)} = F(x^{(2)}) \\ = \frac{4.3^2 + 16}{10} = 3.45$$

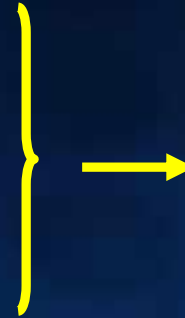
Η μέθοδος Gauss για n εξισώσεις

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

.....

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$



$$x_1 = F_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_2 = F_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

.....

$$x_n = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_1^{(v+1)} = F_1(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)})$$


$$x_2^{(v+1)} = F_2(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)})$$

.....

$$x_n^{(v+1)} = F_n(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)})$$

Η τροποποίηση επιτάχυνσης Gauss-Seidel

$$x_1^{(\nu+1)} = F_1(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \dots, x_n^{(\nu)})$$


$$x_2^{(\nu+1)} = F_2(x_1^{(\nu+1)}, x_2^{(\nu)}, \dots, x_n^{(\nu)})$$

.....

από τις βελτιωμένες τιμές

$$x_i^{(\nu+1)} = F_i(x_1^{(\nu+1)}, \dots, x_{i-1}^{(\nu+1)}, x_i^{(\nu)}, \dots, x_n^{(\nu)})$$

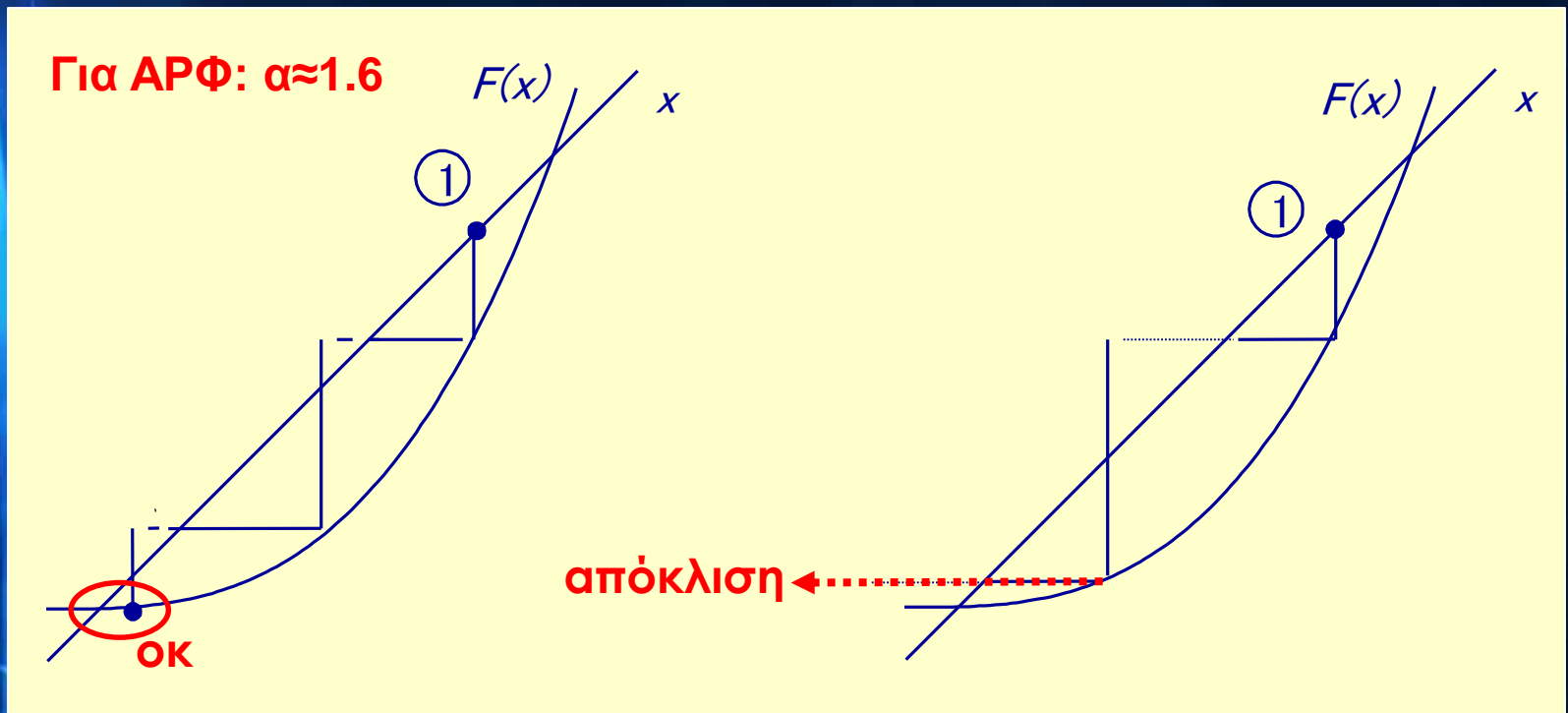
.....

από τις βελτιωμένες τιμές

$$x_n^{(\nu+1)} = F_n(x_1^{(\nu+1)}, x_2^{(\nu+1)}, \dots, x_{n-1}^{(\nu+1)}, x_n^{(\nu)})$$

Συντελεστές επιτάχυνσης σύγκλισης

$$x_{i,acc}^{(v+1)} = x_{i,acc}^{(v)} + \alpha(x_i^{(v+1)} - x_i^{(v)})$$



Επιτάχυνση σύγκλισης με καλό συντελεστή επιτάχυνσης

Απόκλιση λόγω μεγάλου συντελεστή επιτάχυνσης

Εφαρμογή G-S στην ΑΡΦ

- ΣΕΡΦ σε μιγαδική μορφή.
- Τις μετατρέπουμε στη μορφή $x=F(x)$:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = y_{ii}V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij}V_j \quad \rightarrow \quad V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij}V_j \right]$$

- Ο αλγόριθμος G-S σε κάθε επανάληψή του υπολογίζει καλύτερες εκτιμήσεις τάσεων για όλους τους ζυγούς:

Επιτάχυνση: καλύτερες εκτιμήσεις τάσεων που έχουν ήδη υπολογιστεί στη τρέχουσα επανάληψη ($j < i$)

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} V_j^{(v)} \right] \quad (\text{GS})$$

- Ο ζυγός αναφοράς έχει δεδομένη τάση (π.χ. $1/\underline{0}\text{pu}$) και δεν υπολογίζεται από την (GS).

Εφαρμογή αλγόριθμου σε ζυγό φορτίου

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} V_j^{(v)} \right] \quad (\text{GS})$$

- Η καθαρή ισχύς του ζυγού είναι γνωστή, αφού δεν υπάρχει παραγωγή: $P_i = -P_{Li}$ και $Q_i = -Q_{Li}$.
- Το δεύτερο μέρος της (GS) ορίζεται πλήρως, μόνο συναρτήσει των τάσεων :

$$V_i^{(v+1)} = f(V_2^{(v+1)}, \dots, V_{i-1}^{(v+1)}, V_i^{(v)}, \dots, V_n^{(v)})$$

Η τάση του ζυγού αναφοράς (1), είναι σταθερά.

Εφαρμογή αλγόριθμου σε ζυγό με ελεγχόμενη τάση

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} V_j^{(v)} \right] \quad (\text{GS})$$

- Η Q_{Gi} είναι ζητούμενο σε αυτό τον τύπο ζυγού. Άρα η $Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li}$ είναι άγνωστη.
- Όμως, η Q_{Gi} είναι η μεταβλητή ελέγχου που χρησιμοποιούμε για να ελέγχουμε το μέτρο της τάσης του συγκεκριμένου ζυγού στη τιμή $|V_i|_{spec}$.
- Επομένως, μπορούμε να προσδιορίσουμε το Q_i που θα μας δώσει $|V_i|_{spec}$, λύνοντας την (GS) ως προς Q_i :

$$Q_i^{(v+1)} = -|V_i|_{spec} \left[\sum_{j=1}^{i-1} |V_j|^{(v+1)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v+1)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) + \sum_{j=i}^n |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) \right]$$

Επιτάχυνση: καλύτερες εκτιμήσεις τάσεων που έχουν ήδη υπολογιστεί στη τρέχουσα επανάληψη ($j < i$)

(EQ)

Έλεγχος επάρκειας πηγής άεργου ισχύος να κρατήσει τη τάση στην προκαθορισμένη τιμή

- Θα πρέπει όμως η γεννήτρια να μπορεί να δώσει το $Q_i^{(v+1)}$ που υπολογίζει η (EQ). Δηλαδή, αν $Q_{Gi,min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi,max} \Rightarrow Q_{i,min} = Q_{Gi,min} - Q_{Li} \leq Q_i^{(v+1)} \leq Q_{Gi,max} - Q_{Li} = Q_{i,max}$. Τότε:
 $V_i^{(v+1)} = |V_i|_{spec} / \delta_i^{(v+1)}$ **Κρατάω μόνο τη γωνία, γιατί το μέτρο είναι $|V_i|_{spec}$: την υπολογίζω από την (GS).**

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} V_j^{(v)} \right] \quad (GS)$$

- Αν η (EQ) υπολογίσει άεργο ισχύ πέραν των δυνατοτήτων της γεννήτριας, τότε ανάλογα με το όριο που παραβιάζεται θέτουμε είτε $Q_i = Q_{i,min}$ είτε $Q_i = Q_{i,max}$.
- Η τάση δεν μπορεί να κρατηθεί $|V_i| = |V_i|_{spec}$.
- Ο ζυγός γίνεται ουσιαστικά ζυγός φορτίου (δεδομένα P_i, Q_i) και η (GS) υπολογίζει κανονικά τόσο το μέτρο όσο και τη φάση της $V_i^{(v+1)}$.

Ζυγός με ελεγχόμενη τάση από μετασχηματιστή

- Αν ο έλεγχος της τάσης γίνεται από μετασχηματιστή, τότε ουσιαστικά έχουμε ζυγό φορτίου αφού δεν υπάρχει παραγωγή.
- **Όμως, πρέπει να προσδιοριστεί ο επιπλέον άγνωστος**

$$c = |c| / \underline{\theta} :$$

- Αν $\|V_i|_{spec} - |V_i| < \varepsilon_1$ τότε $|c|^{(v+1)} = |c|^{(v)}$.
 - Αν $|V_i|_{spec} - |V_i| > \varepsilon_1$ τότε $|c|^{(v+1)} = |c|^{(v)} + \Delta |c|$.
 - Αν $|V_i| - |V_i|_{spec} > \varepsilon_1$ τότε $|c|^{(v+1)} = |c|^{(v)} - \Delta |c|$.
- } **Ρύθμιση μέτρου τάσης**
- Αν $|P_{ij} - P_{ij,spec}| < \varepsilon_2$ τότε $\theta^{(v+1)} = \theta^{(v)}$.
 - Αν $P_{ij,spec} - P_{ij} > \varepsilon_2$ τότε $\theta^{(v+1)} = \theta^{(v)} + \Delta \theta$.
 - Αν $P_{ij} - P_{ij,spec} > \varepsilon_2$ τότε $\theta^{(v+1)} = \theta^{(v)} - \Delta \theta$.
- } **Ρύθμιση πραγματικής ισχύος**

- Αν οι παραπάνω περιπτώσεις υπολογίσουν $|c|^{(v+1)}$ ή/και $\theta^{(v+1)}$ πέρα από τα όρια του μετασχηματιστή, τότε τα αντικαθιστώ με τα όρια: $|c|^{(v+1)} = |c|_{lim}$ και $\theta^{(v+1)} = \theta_{lim}$, όπου $lim = \min$ ή \max .
- Εν πάση περιπτώσει: μεταβολή των $|c|$ ή θ μεταβάλλει το μιγαδικό λόγο c και πρέπει να γίνει υπολογισμός της Y_{bus} εκ νέου (στοιχεία y_{ij}, y_{ij}, y_{ji} : βλέπε προηγ. ενότητα).

Διαδικασία σύγκλισης

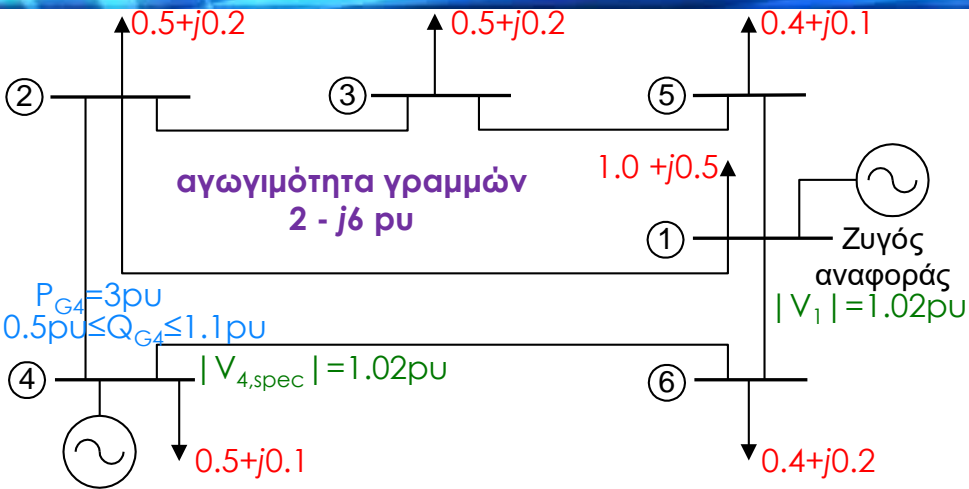
- Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου υπολογίζονται όλες οι τάσεις ζυγών, ανάλογα με τον τύπο τους.
- Η επαναληπτική διαδικασία σταματάει όταν η τάση όλων των ζυγών στην $(v+1)$ επανάληψη δεν διαφέρουν «πολύ» από εκείνες της v επανάληψης.

- Μία τυπική τιμή μέγιστης διαφοράς ε είναι 10^{-4} pu:

$$\left| \Delta V^{(v+1)} \right| = \left| V_i^{(v+1)} - V_i^{(v)} \right| < \varepsilon \quad i=2,3,\dots,n$$

- Προφανώς, ο υπολογισμός και ο έλεγχος δεν γίνεται για την τάση του ζυγού αναφοράς, που έχει προκαθορισμένη και σταθερή τάση.

Παράδειγμα ΑΡΦ με G-S (εξισώσεις αλγόριθμου)



Με απλή παρατήρηση:

$$Y_{bus} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 6-j18 & -2+j6 & 0 & 0 & -2+j6 & -2+j6 \\ -2+j6 & 6-j18 & -2+j6 & -2+j6 & 0 & 0 \\ 0 & -2+j6 & 4-j12 & 0 & -2+j6 & 0 \\ 0 & -2+j6 & 0 & 4-j12 & 0 & -2+j6 \\ -2+j6 & 0 & -2+j6 & 0 & 4-j12 & 0 \\ -2+j6 & 0 & 0 & -2+j6 & 0 & 4-j12 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Ζυγός αναφοράς : $V_1 = 1.02/0$

Ζυγοί φορτίου : P_i και Q_i δεδομένα ($P_G = Q_G = 0$)

$$V_2^{(v+1)} = \frac{1}{y_{22}} \left[\frac{-P_{L2} + jQ_{L2}}{(V_2^{(v)})^*} - y_{21}V_1 - y_{23}V_3^{(v)} - y_{24}V_4^{(v)} \right]$$

$$V_3^{(v+1)} = \frac{1}{y_{33}} \left[\frac{-P_{L3} + jQ_{L3}}{(V_3^{(v)})^*} - y_{32}V_2^{(v+1)} - y_{35}V_5^{(v)} \right]$$

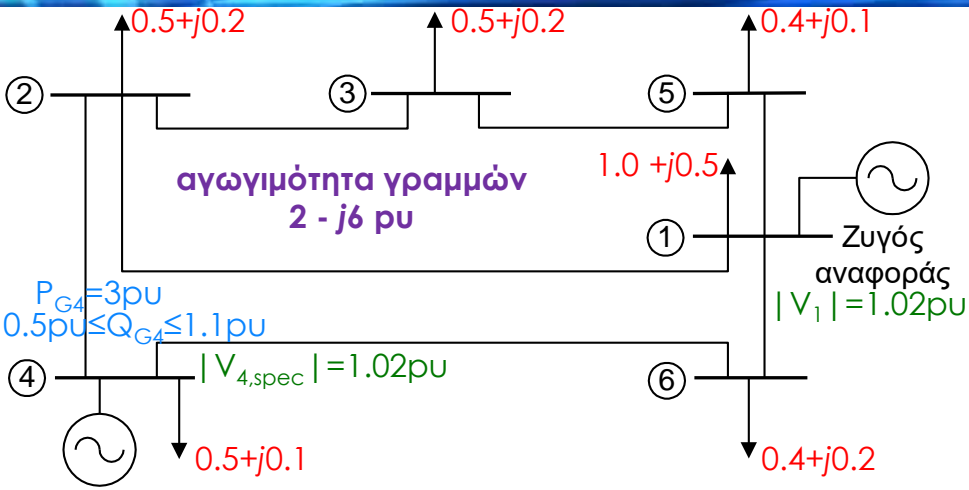
$$V_5^{(v+1)} = \frac{1}{y_{55}} \left[\frac{-P_{L5} + jQ_{L5}}{(V_5^{(v)})^*} - y_{51}V_1 - y_{53}V_3^{(v+1)} \right]$$

$$V_6^{(v+1)} = \frac{1}{y_{66}} \left[\frac{-P_{L6} + jQ_{L6}}{(V_6^{(v)})^*} - y_{61}V_1 - y_{64}V_4^{(v+1)} \right]$$

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij}V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i}^n y_{ij}V_j^{(v)} \right]$$

(GS)

Παράδειγμα ΑΡΦ με G-S (εξισώσεις αλγόριθμου)



Ζυγός παραγωγής (4)

Αρχικά θέτω $|V_4| = |V_{4,spec}|$ και υπολογίζω το απαιτούμενο Q_4 :

$$Q_i^{(v+1)} = -|V_i|_{spec} \left[\sum_{j=1}^{i-1} |V_j|^{(v+1)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v+1)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) + \sum_{j=i}^n |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) \right] \quad (\text{EQ})$$

Αν $Q_{G4} = Q_4 + Q_{L4}$ εντός ορίων γεννήτριας $0.5 \text{ pu} \leq Q_{G4} \leq 1.1 \text{ pu}$, τότε θέτω $|V_4|^{(v)} = 1.02 / \underline{\delta}_4^{(v)} \text{ pu}$ και παίρνω μόνο τη γωνία $\delta_4^{(v+1)}$ από την (GS) για το ζυγό 4. Τελικά δηλαδή: $V_4^{(v+1)} = 1.02 / \underline{\delta}_4^{(v+1)}$.

Αν Q_{G4} εκτός ορίων, τότε ουσιαστικά έχω ζυγό φορτίου με $Q_{G4} = Q_{G4,min}$ ή $Q_{G4} = Q_{G4,max}$, ανάλογα πιο όριο παραβιάζεται. Οπότε από (GS) με $V_4^{(v)} = |V_4|^{(v)} / \underline{\delta}_4^{(v)}$ υπολογίζω την $V_4^{(v+1)} = |V_4|^{(v+1)} / \underline{\delta}_4^{(v+1)}$.

Ζυγοί φορτίου (2,3,5,6)

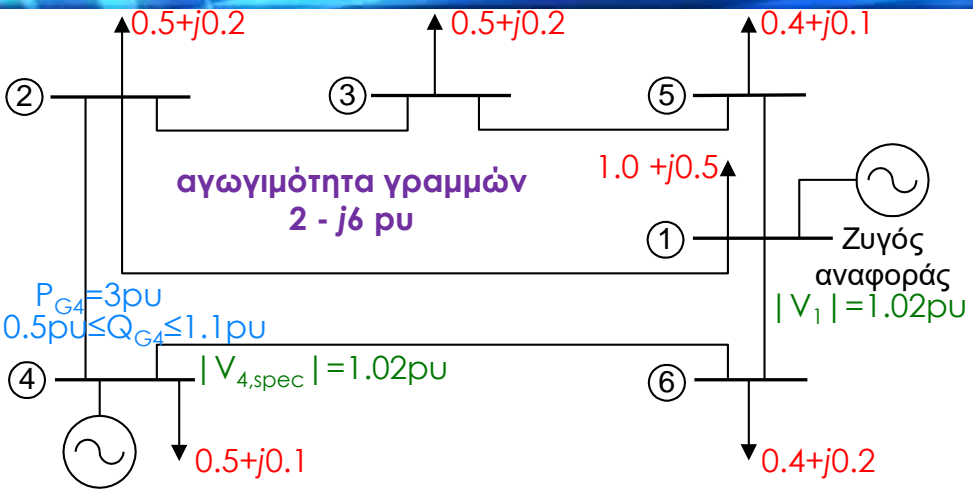
$$V_2^{(v+1)} = \frac{1}{y_{22}} \left[\frac{-P_{L2} + jQ_{L2}}{(V_2^{(v)})^*} - y_{21}V_1 - y_{23}V_3^{(v)} - y_{24}V_4^{(v)} \right]$$

$$V_3^{(v+1)} = \frac{1}{y_{33}} \left[\frac{-P_{L3} + jQ_{L3}}{(V_3^{(v)})^*} - y_{32}V_2^{(v+1)} - y_{35}V_5^{(v)} \right]$$

$$V_5^{(v+1)} = \frac{1}{y_{55}} \left[\frac{-P_{L5} + jQ_{L5}}{(V_5^{(v)})^*} - y_{51}V_1 - y_{53}V_3^{(v+1)} \right]$$

$$V_6^{(v+1)} = \frac{1}{y_{66}} \left[\frac{-P_{L6} + jQ_{L6}}{(V_6^{(v)})^*} - y_{61}V_1 - y_{64}V_4^{(v+1)} \right]$$

Παράδειγμα ΑΡΦ με G-S (1^η επανάληψη)



Τα στοιχεία του Y_{bus} σε πολική μορφή

$$-2 + j6 = 6.32455 / 108.43^\circ$$

$$6 - j18 = 18.97366 / -71.57^\circ$$

$$4 - j12 = 12.64911 / -71.57^\circ$$

Αρχικές συνθήκες

Αναφοράς: $V_1^{(0)} = 1.02 / 0$.

$V_2^{(0)} = V_3^{(0)} = V_5^{(0)} = V_6^{(0)} = 1 / 0$, ενώ $V_4^{(0)} = 1.02 / 0$

Ζυγοί φορτίου 2,3

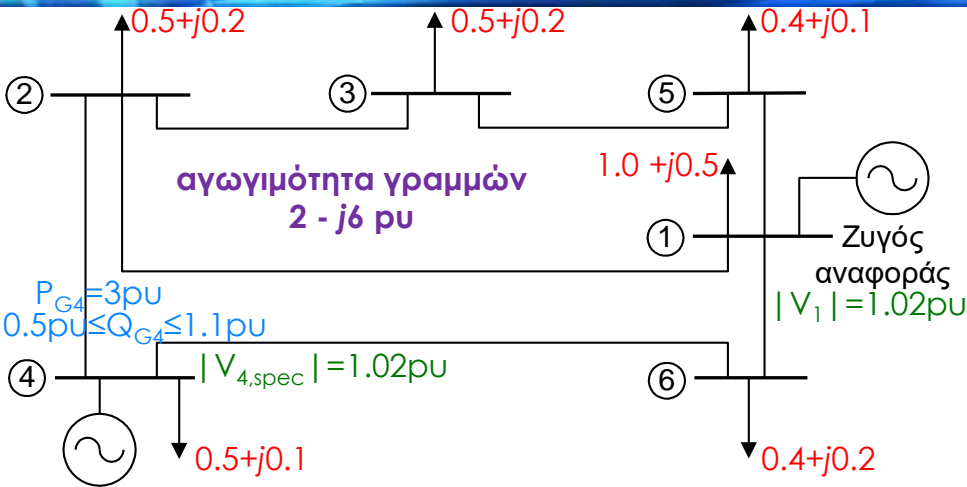
$$V_2^{(v+1)} = \frac{1}{y_{22}} \left[\frac{-P_{L2} + jQ_{L2}}{(V_2^{(v)})^*} - y_{21}V_1 - y_{23}V_3^{(v)} - y_{24}V_4^{(v)} \right]$$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{6 - j18} \left[\frac{-0.5 + j0.2}{1 / 0^\circ} - (-2 + j6) \times 1.02 / 0^\circ - (-2 + j6) \times 1 / 0^\circ - (-2 + j6) \times 1.02 / 0^\circ \right] = \frac{5.58 - j16.24}{6 - j18} = 0.905 / 0.53^\circ$$

$$V_3^{(v+1)} = \frac{1}{y_{33}} \left[\frac{-P_{L3} + jQ_{L3}}{(V_3^{(v)})^*} - y_{32}V_2^{(v+1)} - y_{35}V_5^{(v)} \right]$$

$$V_3^{(1)} = \frac{1}{4 - j12} \left[\frac{-0.5 + j0.2}{1 / 0^\circ} - (-2 + j6) \times 0.905 / 0.53^\circ - (-2 + j6) \times 1 / 0^\circ \right] = \frac{3.36014 - j11.21302}{4 - j12} = 0.92541 / -1.75^\circ$$

Παράδειγμα ΑΡΦ με G-S (1^η επανάληψη)



Ζυγός παραγωγής 4

Τα στοιχεία του Y_{bus} σε πολική μορφή

$$-2 + j6 = 6.32455 / 108.43^\circ$$

$$6 - j18 = 18.97366 / -71.57^\circ$$

$$4 - j12 = 12.64911 / -71.57^\circ$$

Έως τώρα συνθήκες

Αναφοράς: $V_1^{(0)} = 1.02 / 0$.

$V_2^{(1)} = 0.905 / 0.53^\circ$ $V_3^{(1)} = 0.92541 / -1.75^\circ$

$V_5^{(0)} = V_6^{(0)} = 1 / 0$, ενώ $V_4^{(0)} = 1.02 / 0$

$$Q_i^{(v+1)} = -|V_i|_{spec} \left[\sum_{j=1}^{i-1} |V_j|^{(v+1)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v+1)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) + \sum_{j=i}^n |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) \right]$$

$$Q_4^{(1)} = -1.02 \{ 0.905 \times 6.32455 \times \sin(0.53^\circ - 0^\circ + 108.43^\circ) + 1.02 \times 12.64911 \times \sin(-71.57^\circ) + 1 \times 6.32455 \times \sin(108.43^\circ) \} = 0.84354$$

$$Q_{4,max} = Q_{G4,max} - Q_{L4} = 1.1 - 0.1 = 1 \text{ pu}$$

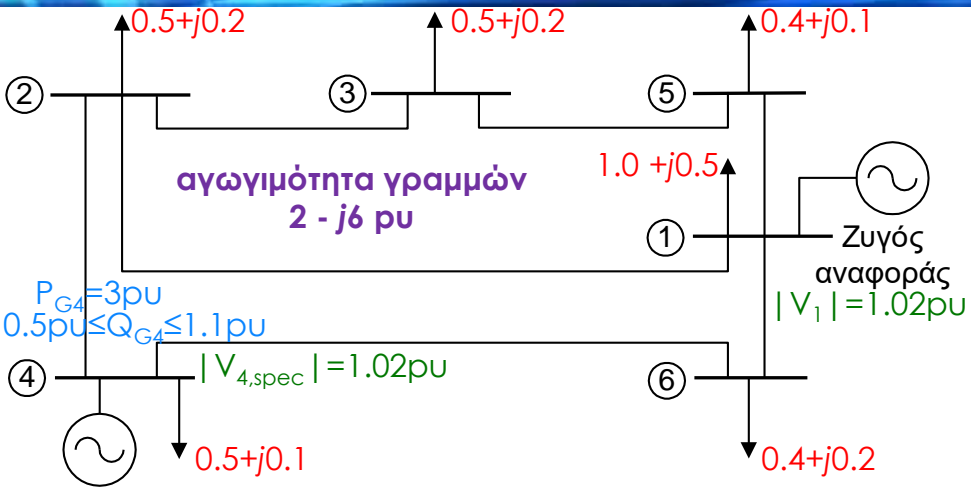
$$Q_{4,min} = Q_{G4,min} - Q_{L4} = 0.5 - 0.1 = 0.4 \text{ pu,}$$

Επειδή ζητούμενο Q_4 είναι εντός ορίων γεννήτριας: $|V_4|^{(v+1)} = |V_4|_{spec} = 1.02$, ενώ το $\delta_4^{(v+1)}$ θα υπολογιστεί από τη γωνία του (GS):

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} V_j^{(v)} \right] = \frac{1}{4 - j12} \left[\frac{(3 - 0.5) - j0.84354}{1.02 / 0^\circ} - (-2 + j6) \times 0.905 / 0.53^\circ - (-2 + j6) \times 1 / 0^\circ \right]$$

$$= \frac{6.31114 - j12.24002}{4 - j12} = \cancel{1.08871 / 8.84^\circ} \rightarrow V_4^{(1)} = 1.02 / 8.84^\circ$$

Παράδειγμα ΑΡΦ με G-S (1^η επανάληψη)



Τα στοιχεία του Y_{bus} σε πολική μορφή

$$-2 + j6 = 6.32455 / 108.43^\circ$$

$$6 - j18 = 18.97366 / -71.57^\circ$$

$$4 - j12 = 12.64911 / -71.57^\circ$$

Έως τώρα συνθήκες

Αναφοράς: $V_1^{(0)} = 1.02 / 0$.

$V_2^{(1)} = 0.905 / 0.53^\circ$ $V_3^{(1)} = 0.92541 / -1.75^\circ$

$V_5^{(0)} = V_6^{(0)} = 1 / 0$, ενώ $V_4^{(0)} = 1.02 / 8.84^\circ$

Ζυγοί φορτίου 5,6

$$V_5^{(v+1)} = \frac{1}{y_{55}} \left[\frac{-P_{L5} + jQ_{L5}}{(V_5^{(v)})^*} - y_{51}V_1 - y_{53}V_3^{(v+1)} \right] \rightarrow V_5^{(1)} = \frac{1}{4 - j12} \left[\frac{-0.4 + j0.1}{1 / 0^\circ} - (-2 + j6) \times 1.02 / 0^\circ - (-2 + j6) \times 0.92541 / -1.57^\circ \right]$$

$$= \frac{3.33802 - j11.72106}{4 - j12} = 0.96347 / -2.53^\circ$$

$$V_6^{(v+1)} = \frac{1}{y_{66}} \left[\frac{-P_{L6} + jQ_{L6}}{(V_6^{(v)})^*} - y_{61}V_1 - y_{64}V_4^{(v+1)} \right] \rightarrow V_6^{(1)} = \frac{1}{4 - j12} \left[\frac{-0.4 + j0.2}{1 / 0^\circ} - (-2 + j6) \times 1.02 / 0^\circ - (-2 + j6) \times 1.02 / 8.84^\circ \right]$$

$$= \frac{4.49626 - j11.65378}{4 - j12} = 0.98750 / 2.66^\circ$$

Παράδειγμα ΑΡΦ με G-S (σύγκλιση)

Στη τις επόμενες επαναλήψεις ($n=2,3,\dots$), επαναλαμβάνω τη διαδικασία υπολογισμού των τάσεων :

- 1) Για τους ζυγούς φορτίου 2,3 από (GS).
- 2) Για το ζυγό παραγωγής 4, ελέγχω πρώτα εάν η ζητούμενη Q_4 ώστε $V_4 = |V_4|_{spec}$ είναι εντός ορίων γεννήτριας. Υπολογίζω είτε μόνο τη γωνία της από (GS) (εντός ορίων), είτε τον θεωρώ ζυγό φορτίου (εκτός ορίων).
- 3) Για τους ζυγούς φορτίου 5,6 από (GS).
- 4) Τσεκάρω εάν η μέγιστη διαφορά των τιμών όλων των τάσεων σε σχέση με τη προηγούμενη επανάληψη είναι αρκετά μικρή για να θεωρήσω σύγκλιση.
- 5) Εάν δεν υπάρχει σύγκλιση, τσεκάρω εάν έχω φτάσει τον ορισμένο αριθμό επαναλήψεων για να σταματήσω την προσπάθεια εύρεσης λύσης.
- 6) Εάν υπάρχει σύγκλιση δέχομαι τις τιμές της τελευταίας επανάληψης ως λύση της ΑΡΦ.

ΑΡΦ με τη μέθοδο Newton-Raphson (N-R) – γιατί όχι G-S ;

- Η μέθοδος G-S είναι πολύ απλή, αλλά συγκλίνει αργά .
- Όσο μεγαλύτερο το σύστημα, τόσο αργότερη η σύγκλιση.
- Η ταχύτητα σύγκλισης της N-R είναι ανεξάρτητη του μεγέθους του συστήματος.
- Συνήθως, λίγες επαναλήψεις (5-7) αρκούν για να συγκλίνει.
- Χρησιμοποιείται από εφαρμογές στην επίλυση μεγάλων ηλεκτρικών δικτύων.
- Κόστος: περισσότεροι και πιο πολύπλοκοι υπολογισμοί από την G-S.

Η μέθοδος N-R

- $f(x) = 0$ είναι η συνάρτηση της οποίας θέλουμε να βρούμε τη ρίζα.
- αν $x^{(0)}$ είναι η αρχική εκτίμηση της ρίζας και
- αν $\Delta x^{(0)}$ είναι η απόστασή της από τη ρίζα, τότε :

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = 0$$

Ανάπτυξη Taylor γύρω από την αρχική εκτίμηση:

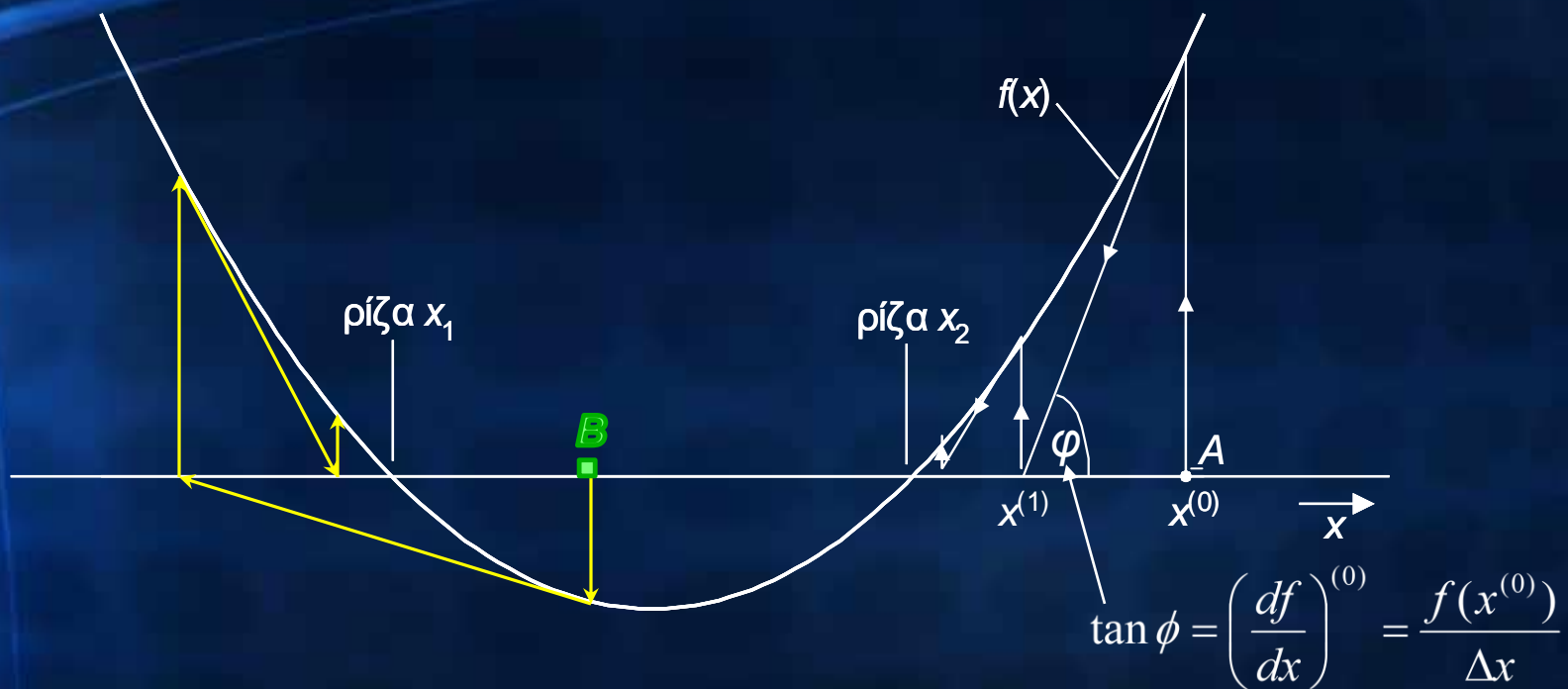
$$f(x^{(0)}) + \Delta x^{(0)} \left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)} + \frac{1}{2} (\Delta x^{(0)})^2 \left(\frac{d^2 f}{dx^2} \right)^{(0)} + \dots = 0 \approx 0$$

$$\Delta x^{(0)} \approx - \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}} \rightarrow x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}}$$

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} - \frac{f(x^{(v)})}{(df/dx)^{(v)}}$$

σύγκλιση όταν $\Delta x \approx 0$.

Γραφική παράσταση μεθόδου N-R



$$\Delta x = x^{(0)} - x^{(1)} = \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}} \Rightarrow x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}}$$

Συγκλίνει ανεξαρτήτως αρχικής εκτίμησης (αφετηρίας) !

Η μέθοδος N-R για σύστημα n εξισώσεων

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = 0 \\ f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = 0 \end{array}$$

$$f_1(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} \approx 0$$

$$f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} \approx 0$$

.....

$$f_n(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} \approx 0$$

Η μέθοδος N-R σε μορφή πινάκων

$$\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1^{(0)}, \dots, \mathbf{x}_n^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}_1^{(0)}, \dots, \mathbf{x}_n^{(0)}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_1}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_1}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{x}_n^{(0)} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})\Delta \mathbf{x}^{(0)} \approx \mathbf{0}$$

$$\Delta \mathbf{x}^{(0)} \approx -[\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})$$

J (ιακωβιανή): μήτρα μερικών παραγώγων όλων των εξισώσεων προς όλες τις μεταβλητές

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta \mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}^{(0)} - [\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})$$

$$\mathbf{x}^{(v+1)} = \mathbf{x}^{(v)} - [\mathbf{J}^{(v)}]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(v)})$$

$J_{i,j}$: μερική παράγωγος της συνάρτησης f_i ως προς την μεταβλητή x_j .

Παράδειγμα εφαρμογής της N-R

$$2x_1^2 - x_1x_2 = 2 \quad \longrightarrow \quad f_1(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_1x_2 - 2$$

$$x_2 + x_1x_2 = 9 \quad \longrightarrow \quad f_2(x_1, x_2) = x_2 + x_1x_2 - 9$$

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x_1 - x_2 & -x_1 \\ x_2 & 1 + x_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^{(v+1)} \\ x_2^{(v+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(v)} \\ x_2^{(v)} \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} 4x_1^{(v)} - x_2^{(v)} & -x_1^{(v)} \\ x_2^{(v)} & 1 + x_1^{(v)} \end{bmatrix}^{-1}} \begin{bmatrix} f_1(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}) \\ f_2(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}) \end{bmatrix}$$

Χρειάζεται να υπολογιστεί ο
ανάστροφος της Ιακωβιανής (J^{-1})

Παράδειγμα εφαρμογής της N-R

$$\begin{bmatrix} x_1^{(v+1)} \\ x_2^{(v+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(v)} \\ x_2^{(v)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4x_1^{(v)} - x_2^{(v)} & -x_1^{(v)} \\ x_2^{(v)} & 1 + x_1^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}) \\ f_2(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}) \end{bmatrix}$$

$$v = 0: \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$v = 1: \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.285 \\ 3.807 \end{bmatrix}$$

$$v = 2: \begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.285 \\ 3.807 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5.283 & -2.285 \\ 3.857 & 3.285 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.37 \\ 3.67 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.012 \\ 3.062 \end{bmatrix}$$

$$v = 3: \begin{bmatrix} x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.012 \\ 3.065 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4.986 & -2.012 \\ 3.062 & 3.012 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.064 \\ 0.222 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0002 \\ 3.0006 \end{bmatrix}$$

Εφαρμογή N-R στην ΑΡΦ

Σε κάθε ζυγό ισχύουν οι ΣΕΡΦ σε πραγματική μορφή

Για τη πραγματική ισχύ: $P_i = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})$

αν $P_{i,spec}$ είναι η καθαρή πραγματική ισχύς της λύσης της ΑΡΦ, ΤΟΤΕ: $P_{i,spec} = P_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|)$

$$P_{i,spec} - P_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|) = 0 \rightarrow \text{μορφή } f(x) = 0$$

Για τη άεργο ισχύ: $Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = -\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})$

αν $Q_{i,spec}$ είναι η καθαρή άεργος ισχύς της λύσης της ΑΡΦ, ΤΟΤΕ: $Q_{i,spec} = Q_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|)$

$$Q_{i,spec} - Q_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|) = 0 \rightarrow \text{μορφή } f(x) = 0$$

Εφαρμογή N-R στην ΑΡΦ

$$\begin{array}{l}
 n-1 \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 P_{2,\text{spec}} - P_2(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 P_{n,\text{spec}} - P_n(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0
 \end{array} \right. \\
 \\
 n-1 \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 Q_{2,\text{spec}} - Q_2(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 Q_{n,\text{spec}} - Q_n(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Δεν γράφονται για το ζυγό αναφοράς $i=1$, αφού $|V_1|$, δ_1 δεδομένα !

Συνοπτικά, για $\mathbf{x} = [\delta_2 \dots \delta_n |V_2| \dots |V_n|]^T$:

$$\begin{array}{l}
 n-1 \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 P_{2,\text{spec}} - P_2(\mathbf{x}) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 P_{n,\text{spec}} - P_n(\mathbf{x}) = 0
 \end{array} \right. \quad n-1 \left\{ \begin{array}{l}
 Q_{2,\text{spec}} - Q_2(\mathbf{x}) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 Q_{n,\text{spec}} - Q_n(\mathbf{x}) = 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Εφαρμογή N-R στην ΑΡΦ

Ο επαναληπτικός αλγόριθμος N-R εφαρμόζεται γενικά :

$$\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_n}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_n}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{x}_n \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \approx - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_n}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_n}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{x}_n \end{bmatrix}$$

Εφαρμογή N-R στην ΑΡΦ

$$\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \approx - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_1} \right) & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}_n} \right) \\ \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_1} \right) & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{x}_n} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{x}_n \end{bmatrix}$$

$$-d(P_{i,\text{spec}} - P_i)/dx_j = d(P_i)/dx_j$$

Στην περίπτωση των δικών μας $f(\mathbf{x})=0$ που φτιάξαμε για την ΑΡΦ:

$$\begin{bmatrix} P_{2,\text{spec}} - P_2 \leftarrow \Delta P_2 \\ \vdots \\ P_{n,\text{spec}} - P_n \leftarrow \Delta P_n \\ \hline Q_{2,\text{spec}} - Q_2 \leftarrow \Delta Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n,\text{spec}} - Q_n \leftarrow \Delta Q_n \end{bmatrix} \begin{matrix} (+) \\ (-) \end{matrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \mathbf{H} & \vdots & \vdots & \mathbf{N} & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \mathbf{M} & \vdots & \vdots & \mathbf{L} & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

Εφαρμογή N-R στην ΑΡΦ

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} + \Delta x^{(v)}$$

$$\begin{bmatrix} \delta^{(v+1)} \\ |V|^{(v+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(v)} \\ |V|^{(v)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(v)} \\ \Delta |V|^{(v)} \end{bmatrix}$$

Το $\Delta x^{(v)}$ υπολογίζεται από εδώ:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta^{(v)} \\ \Delta |V|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{(v)} & N^{(v)} \\ M^{(v)} & L^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(v)} \\ \Delta Q^{(v)} \end{bmatrix} \quad (\text{NR})$$

Εφαρμογή N-R στην ΔΡΦ

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta^{(v)} \\ \Delta|V|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{(v)} & N^{(v)} \\ M^{(v)} & L^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(v)} \\ \Delta Q^{(v)} \end{bmatrix} \quad \text{(NR)}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i^{(v)} &= P_{i,\text{spec}} - P_i^{(v)} \\ \Delta Q_i^{(v)} &= Q_{i,\text{spec}} - Q_i^{(v)} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Σύγκλιση όταν:} \\ |\Delta P_i^{(v)}| < \varepsilon_p \text{ και} \\ |\Delta Q_i^{(v)}| < \varepsilon_Q \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} P_i^{(v)} &= \sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \cos(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) \\ Q_i^{(v)} &= -\sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) \end{aligned} \right\} i = 2, 3, \dots, n$$

Υποπίνακας Η

$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_n}{\partial V_n }$
$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_n }$

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$H_{ij} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right) = - |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned}
 H_{ii} &= \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\
 &= \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - |V_i|^2 |y_{ii}| \sin \gamma_{ii} \\
 &= -Q_i - |V_i|^2 b_{ii}
 \end{aligned}$$

Υποπίνακας M

$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_n}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$M_{ij} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \right) = - |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} M_{ii} &= \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} \right) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - |V_i|^2 |y_{ii}| \cos \gamma_{ii} \\ &= P_i - |V_i|^2 g_{ii} \end{aligned}$$

Υποπίνακας N

$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_n}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots

• Μη διαγώνια στοιχεία:

$$N_{ij} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} \right) = |V_i| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = - \frac{M_{ij}}{|V_j|} \quad i \neq j$$

• Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} N_{ii} &= \left(\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} \right) = 2 |V_i| |y_{ii}| \cos \gamma_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= \sum_{j=1}^n |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) + |V_i| |y_{ii}| \cos \gamma_{ii} \\ &= \frac{P_i}{|V_i|} + |V_i| g_{ii} \end{aligned}$$

Υποπίνακας L

$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial P_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial P_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial P_n}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_2}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2}$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n}$	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_2 }$...	$\frac{\partial Q_n}{\partial V_n }$
\vdots		\vdots	\vdots		\vdots

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$L_{ij} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \right) = - |V_i| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = \frac{H_{ij}}{|V_j|} \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} L_{ii} &= \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \right) = -2 |V_i| |y_{ii}| \sin \gamma_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= - \sum_{j=1}^n |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - |V_i| |y_{ii}| \sin \gamma_{ii} \\ &= \frac{Q_i}{|V_i|} - |V_i| b_{ii} \end{aligned}$$

Αντιμετώπιση ζυγών φορτίου

- Οι ζυγοί φορτίου έχουν δεδομένη $P_{i,spec} = P_{Gi} - P_{Li}$ και $Q_{i,spec} = Q_{Gi} - Q_{Li}$.
- Υπολογίζω απευθείας από τις (NR) τις βελτιώσεις των μεταβλητών $\Delta |V_i|^{(v)}$, $\Delta \delta_i^{(v)}$:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta^{(v)} \\ \Delta |V|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{(v)} & N^{(v)} \\ M^{(v)} & L^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(v)} \\ \Delta Q^{(v)} \end{bmatrix} \quad \text{(NR)}$$

$$\Delta P_i^{(v)} = P_{i,spec} - P_i^{(v)} \quad \text{όπου}$$

$$P_i^{(v)} = \sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \cos(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

$$\Delta Q_i^{(v)} = Q_{i,spec} - Q_i^{(v)} \quad \text{όπου}$$

$$Q_i^{(v)} = -\sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

Αντιμετώπιση ζυγών ελεγχόμενης τάσης

Κάθε ζυγός παραγωγής ελαττώνει την Ιακωβιανή κατά 1 διάσταση, αφού $\Delta |V_i| = 0$ και ΔQ_i άγνωστη.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

Av $Q_{i,\min} < Q_i^{(v)} < Q_{i,\max} \longrightarrow |V_i|^{(v)} = |V_i|_{\text{spec}}$

Av $Q_i^{(v)} > Q_{i,\max} \longrightarrow Q_i^{(v)} = Q_{i,\max}$
Av $Q_i^{(v)} < Q_{i,\min} \longrightarrow Q_i^{(v)} = Q_{i,\min}$ } \longrightarrow Ως ζυγός φορτίου στην επανάληψη

Αντιμετώπιση ζυγών ελεγχόμενης τάσης με μετασχηματιστή μεταβλητής λήψης

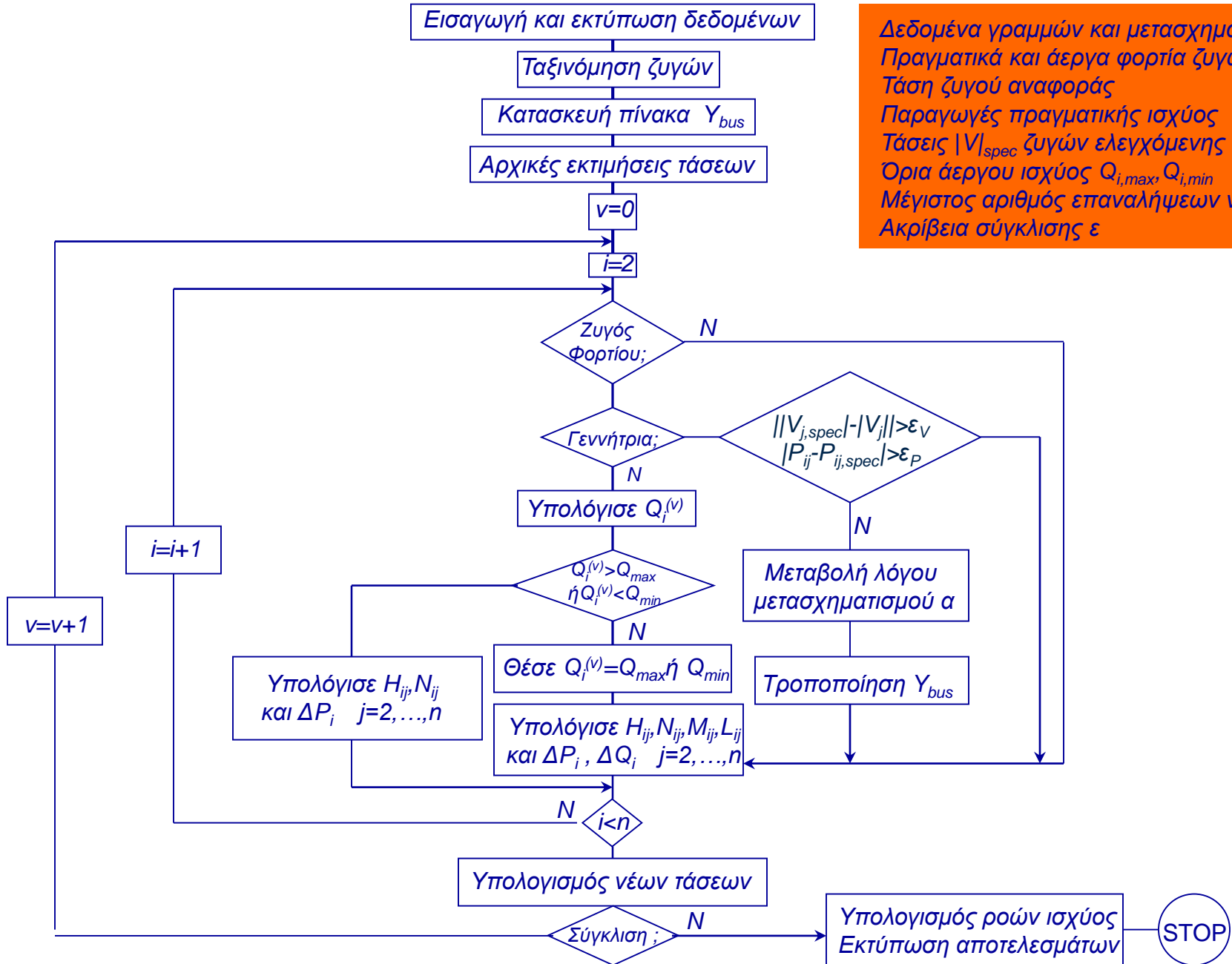
Λόγος μετασχηματισμού: $a = |a|/\theta$

- Αν $\| |V_i|_{\text{spec}} - |V_i| \| \geq \varepsilon_1 \longrightarrow$ Μεταβολή $|a|$
- Αν $|P_{ij} - P_{ij,\text{spec}}| \geq \varepsilon_2 \longrightarrow$ Μεταβολή θ

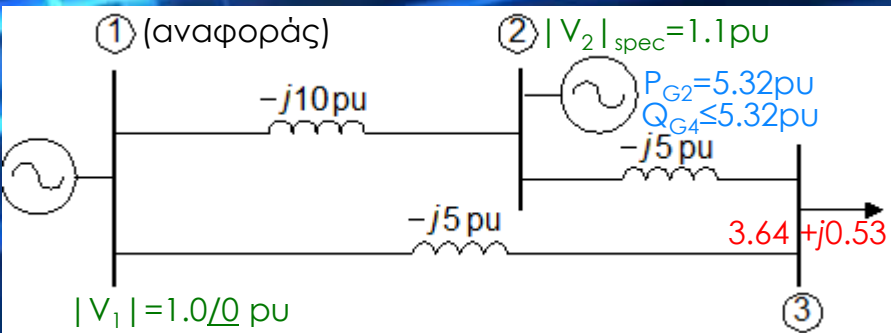
Μεταβολή $|a|$, $\theta \longrightarrow$ Τροποποίηση Y_{bus}

Διάγραμμα ροής μεθόδου N-R

Δεδομένα γραμμών και μετασχηματιστών
 Πραγματικά και άεργα φορτία ζυγών
 Τάση ζυγού αναφοράς
 Παραγωγές πραγματικής ισχύος
 Τάσεις $|V|_{spec}$ ζυγών ελεγχόμενης τάσης
 Όρια άεργου ισχύος $Q_{i,max}, Q_{i,min}$
 Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων v_{max}
 Ακρίβεια σύγκλισης ϵ



Παράδειγμα ΑΡΦ με N-R (αρχικές συνθήκες και διαστάσεις Ιακωβιανής)



Με απλή παρατήρηση:

$$Y_{bus} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j15 & j10 & j5 \\ j10 & -j15 & j5 \\ j5 & j5 & -j10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15/\underline{-90^\circ} & 10/\underline{90^\circ} & 5/\underline{90^\circ} \\ 10/\underline{90^\circ} & 15/\underline{-90^\circ} & 5/\underline{90^\circ} \\ 5/\underline{90^\circ} & 5/\underline{90^\circ} & 10/\underline{-90^\circ} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Αρχικές συνθήκες

Ζυγός 1: ζυγός αναφοράς με $V_1^{(v)} = 1.0/\underline{0}$ πάντα.

Ζυγός 2: ζυγός παραγωγής με $|V_2|_{spec} = 1.1$. Θέτω αρχική εκτίμηση $V_2^{(0)} = 1.1/\underline{0}$.

Ζυγός 3: ζυγός φορτίου. Θέτω $V_3^{(0)} = 1/\underline{0}$.

NR (βήμα 1) : Διαστάσεις Ιακωβιανής μήτρας

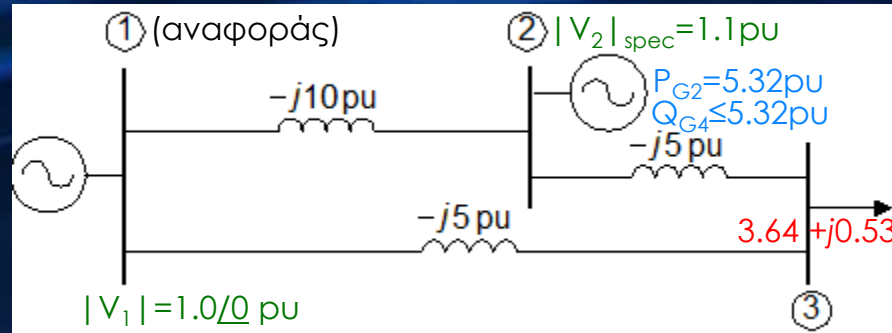
- Οι διαστάσεις της πλήρους Ιακωβιανής μήτρας είναι $2(n-1) \times 2(n-1)$, άρα 4×4 .
- Πρέπει να εξετάσουμε πρώτα εάν οι μονάδες παραγωγής μπορούν να προσφέρουν την απαιτούμενη άεργο ισχύ στο ζυγό τους ώστε: $|V_i| = |V_i|_{spec}$.
- Εάν ξεπερνιούνται τα όριά τους, τότε $Q_i = Q_{lim}$, και ο ζυγός γίνεται «φορτίου».
- Εάν δεν ξεπερνιούνται τα όριά τους, τότε θέτουμε $|V_i| = |V_i|_{spec}$, και μειώνουμε την Ιακωβιανή κατά μία διάσταση.

$$Q_i^{(v)} = -\sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

$$\Rightarrow Q_2^{(0)} = -1.1 \cdot 1.0 \cdot 10 \sin(0 - 0 + 90^\circ) - 1.1 \cdot 1.1 \cdot 15 \sin(0 - 0 - 90^\circ) - 1.1 \cdot 1.0 \cdot 5 \sin(0 - 0 + 90^\circ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_2^{(0)} = 1.65 \text{ pu} < Q_{G2,max} = 5.32 \text{ pu} \quad \text{Άρα, η γεννήτρια μπορεί να στηρίξει την } |V_2| = |V_2|_{spec} = 1.1 \text{ pu}$$

Παράδειγμα ΑΡΦ με N-R (Δημιουργία των εξισώσεων NR)



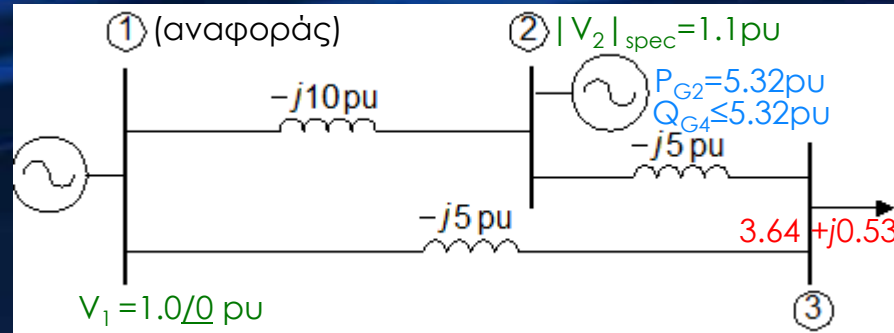
Κάθε ζυγός παραγωγής ελαττώνει την Ιακωβιανή κατά 1 διάσταση (αφού $\Delta |V_i| = 0$ και ΔQ_i άγνωστη)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

Ο ζυγός 2 είναι παραγωγής, οπότε απαλείφεται η στήλη $\Delta |V_2| = 0$ και η γραμμή ΔQ_2

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(v)} \\ \Delta \delta_3^{(v)} \\ \Delta |V_3|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22}^{(v)} & H_{23}^{(v)} & N_{23}^{(v)} \\ H_{32}^{(v)} & H_{33}^{(v)} & N_{33}^{(v)} \\ M_{32}^{(v)} & M_{33}^{(v)} & L_{33}^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2^{(v)} \\ \Delta P_3^{(v)} \\ \Delta Q_3^{(v)} \end{bmatrix} \quad \text{(NR)}$$

Παράδειγμα ΑΡΦ με N-R (προκαθορισμένες τιμές καθαρής ισχύος)



Προκαθορισμένες τιμές ($P_{i,spec}$, $Q_{i,spec}$)

$$(NR) \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(v)} \\ \Delta\delta_3^{(v)} \\ \Delta|V_3|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22}^{(v)} & H_{23}^{(v)} & N_{23}^{(v)} \\ H_{32}^{(v)} & H_{33}^{(v)} & N_{33}^{(v)} \\ M_{32}^{(v)} & M_{33}^{(v)} & L_{33}^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2^{(v)} \\ \Delta P_3^{(v)} \\ \Delta Q_3^{(v)} \end{bmatrix}$$

σταθερές

$P_{2,spec}$	P_2
$P_{3,spec}$	P_3
$Q_{3,spec}$	Q_3

Σύγκλιση όταν:
 $|\Delta P_i^{(v)}| < \epsilon_P$ και
 $|\Delta Q_i^{(v)}| < \epsilon_Q$

Ζυγός 1: Δεν συμμετέχει στον αλγόριθμο NR, αφού η τάση του είναι γνωστή/δεδομένη ($V_1=1\angle 0$).

Ζυγός 2: $P_{2,spec} = P_{G2} - P_{L2} \Rightarrow P_{2,spec} = 5.32 - 0 = 5.32$

Ζυγός 3: $P_{3,spec} = P_{G3} - P_{L3} \Rightarrow P_{3,spec} = 0 - 3.64 = -3.64$

$Q_{3,spec} = Q_{G3} - Q_{L3} \Rightarrow Q_{3,spec} = 0 - 0.53 = -0.53$

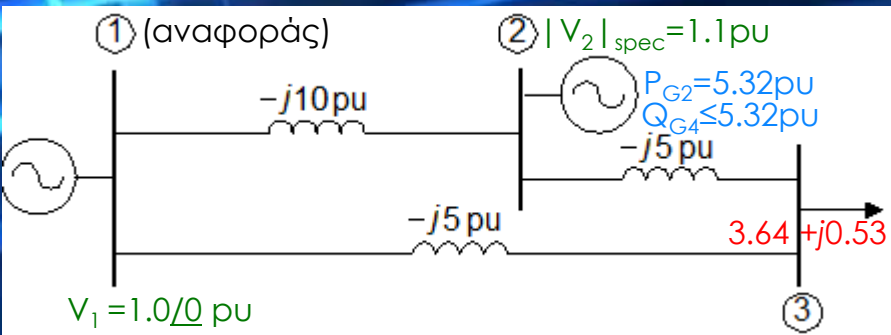
$$P_i^{(v)} = \sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \cos(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

$$Q_i^{(v)} = -\sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

ΣΕΡΦ στο τέλος κάθε επανάληψης (v)

Παράδειγμα ΔΡΦ με N-R (επαναλήψεις)

NR (βήμα 2) : Υπολογισμός αποκλίσεων ΔΡ, ΔQ



$$P_2^{(0)} = |V_2^{(0)}| \left\{ |V_1^{(0)}| |y_{21}| \cos(\delta_1^{(0)} - \delta_2^{(0)} + \gamma_{21}) + |V_2^{(0)}| |y_{22}| \cos(\gamma_{22}) + |V_3^{(0)}| |y_{23}| \cos(\delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)} + \gamma_{23}) \right\}$$

$$= 1.1 \{ 1 \times 10 \times \cos(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) + 1.1 \times 15 \times \cos(-90^\circ) + 1 \times 5 \times \cos(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) \} = 0$$

$$\Delta P_2^{(0)} = P_{2,spec} - P_2^{(0)} = 5.32 - 0 = 5.32$$

$$P_3^{(0)} = |V_3^{(0)}| \left\{ |V_1^{(0)}| |y_{31}| \cos(\delta_1^{(0)} - \delta_3^{(0)} + \gamma_{31}) + |V_2^{(0)}| |y_{32}| \cos(\delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)} + \gamma_{32}) + |V_3^{(0)}| |y_{33}| \cos(\gamma_{33}) \right\}$$

$$= 1 \{ 1 \times 5 \times \cos(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) + 1.1 \times 5 \times \cos(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) + 1 \times 10 \times \cos(-90^\circ) \} = 0$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_{3,spec} - P_3^{(0)} = -3.64 - 0 = -3.64$$

$$Q_3^{(0)} = -|V_3^{(0)}| \left\{ |V_1^{(0)}| |y_{31}| \sin(\delta_1^{(0)} - \delta_3^{(0)} + \gamma_{31}) + |V_2^{(0)}| |y_{32}| \sin(\delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)} + \gamma_{32}) + |V_3^{(0)}| |y_{33}| \sin(\gamma_{33}) \right\}$$

$$= -1 \{ 1 \times 5 \times \sin(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) + 1.1 \times 5 \times \sin(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) + 1 \times 10 \times \sin(-90^\circ) \} = -0.5$$

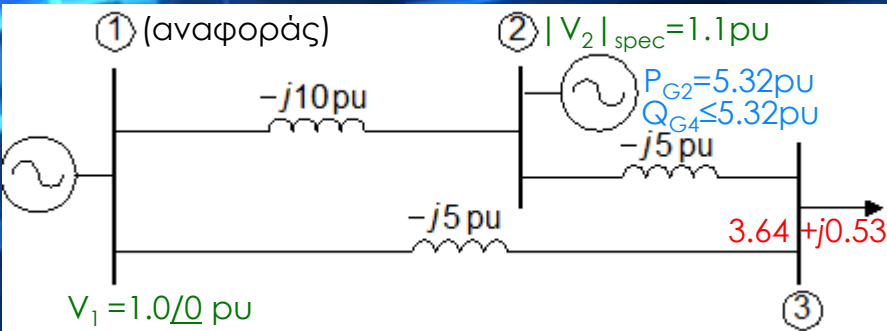
$$\Delta Q_3^{(0)} = Q_{3,spec} - Q_3^{(0)} = -0.53 - (-0.5) = -0.03$$

Υπολογίστηκαν
στην $v=0$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(v)} \\ \Delta \delta_3^{(v)} \\ \Delta |V_3^{(v)}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22}^{(v)} & H_{23}^{(v)} & N_{23}^{(v)} \\ H_{32}^{(v)} & H_{33}^{(v)} & N_{33}^{(v)} \\ M_{32}^{(v)} & M_{33}^{(v)} & L_{33}^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2^{(v)} \\ \Delta P_3^{(v)} \\ \Delta Q_3^{(v)} \end{bmatrix} \quad \text{(NR)}$$

Παράδειγμα ΔΡΦ με N-R (υπολογισμός καλύτερης εκτίμησης)

NR (βήμα 3): Υπολογισμός Ιακωβιανής Μήτρας



$$\begin{aligned}
 H_{22}^{(0)} &= -Q_2^{(0)} - (|V_2|^{(0)})^2 b_{22} \\
 &= |V_2|^{(0)} \left\{ |V_1|^{(0)} |y_{21}| \sin(\delta_1^{(0)} - \delta_2^{(0)} + \gamma_{21}) + |V_2|^{(0)} |y_{22}| \sin(\gamma_{22}) \right. \\
 &\quad \left. + |V_3|^{(0)} |y_{23}| \sin(\delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)} + \gamma_{23}) \right\} - (|V_2|^{(0)})^2 b_{22} \\
 &= 1.1 \{ 1 \times 10 \times \sin(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) + 1.1 \times 15 \times \sin(-90^\circ) \\
 &\quad + 1 \times 5 \times \sin(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) \} - (1.1)^2 \times (-15) = 16.5
 \end{aligned}$$

$$H_{33}^{(0)} = -Q_3^{(0)} - (|V_3|^{(0)})^2 b_{33} = 0.5 - 1^2 \times (-10) = 10.5$$

$$H_{23}^{(0)} = -|V_2|^{(0)} |V_3|^{(0)} |y_{23}| \sin(\delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)} + \gamma_{23}) = -1.1 \times 1 \times 5 \times \sin(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) = -5.5$$

$$H_{32}^{(0)} = -|V_3|^{(0)} |V_2|^{(0)} |y_{32}| \sin(\delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)} + \gamma_{32}) = -5.5$$

$$M_{32}^{(0)} = -|V_3|^{(0)} |V_2|^{(0)} |y_{32}| \cos(\delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)} + \gamma_{32}) = -1 \times 1.1 \times 5 \times \cos(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) = 0$$

$$M_{33}^{(0)} = P_3^{(0)} - |V_3|^{(0)} g_{33} = 0 - 1^2 \times 0 = 0$$

$$N_{23}^{(0)} = |V_2|^{(0)} |V_3|^{(0)} |y_{23}| \cos(\delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)} + \gamma_{23}) = 1.1 \times 5 \times \cos(0^\circ - 0^\circ + 90^\circ) = 0$$

$$N_{33}^{(0)} = \frac{P_3^{(0)}}{|V_3|^{(0)}} + |V_3|^{(0)} g_{33} = \frac{0}{1} + 1 \times 0 = 0$$

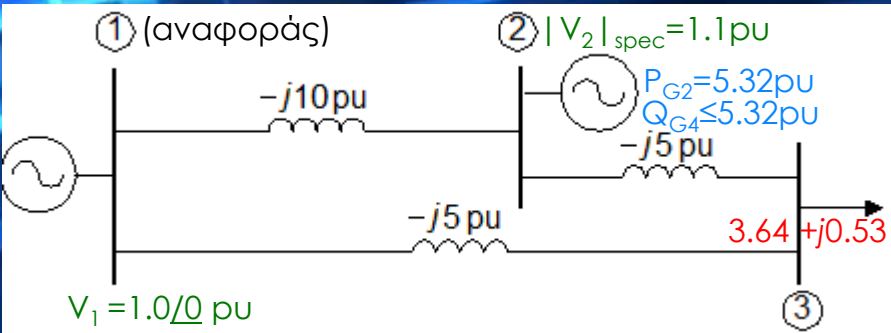
$$L_{33}^{(0)} = \frac{Q_3^{(0)}}{|V_3|^{(0)}} - |V_3|^{(0)} b_{33} = \frac{-0.5}{1} - 1 \times (-10) = 9.5$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(v)} \\ \Delta \delta_3^{(v)} \\ \Delta |V_3|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22}^{(v)} & H_{23}^{(v)} & N_{23}^{(v)} \\ H_{32}^{(v)} & H_{33}^{(v)} & N_{33}^{(v)} \\ M_{32}^{(v)} & M_{33}^{(v)} & L_{33}^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2^{(v)} \\ \Delta P_3^{(v)} \\ \Delta Q_3^{(v)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 16.5 & -5.5 & 0 \\ -5.5 & 10.5 & 0 \\ 0 & 0 & 9.5 \end{bmatrix}^{-1}$$

Παράδειγμα ΔΡΦ με N-R (επαναλήψεις)

NR (βήμα 4): Υπολογισμός διορθώσεων ($\Delta\delta, \Delta|V|$)



$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(v)} \\ \Delta\delta_3^{(v)} \\ \frac{\Delta|V_3|^{(v)}}{|V_3|^{(v)}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} H_{22}^{(v)} & H_{23}^{(v)} & N_{23}^{(v)} \\ H_{32}^{(v)} & H_{33}^{(v)} & N_{33}^{(v)} \\ M_{32}^{(v)} & M_{33}^{(v)} & L_{33}^{(v)} \end{bmatrix}^{-1}}_{\text{Υπολογίστηκαν στην } v=0} \begin{bmatrix} \Delta P_2^{(v)} \\ \Delta P_3^{(v)} \\ \Delta Q_3^{(v)} \end{bmatrix}$$

Υπολογίστηκαν στην $v=0$

$$\begin{bmatrix} 16.5 & -5.5 & 0 \\ -5.5 & 10.5 & 0 \\ 0 & 0 & 9.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5.32 \\ -3.64 \\ -0.03 \end{bmatrix}$$

Αντιστροφή Ιακωβιανής

$$\begin{bmatrix} \delta_2^{(1)} \\ \delta_3^{(1)} \\ |V_3|^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_2^{(0)} \\ \delta_3^{(0)} \\ |V_3|^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \frac{\Delta|V_3|^{(0)}}{|V_3|^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14.364^\circ \\ -12.358^\circ \\ -0.0031 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.364^\circ \\ -12.358^\circ \\ 0.9969 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \frac{\Delta|V_3|^{(0)}}{|V_3|^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.364^\circ \\ -12.358^\circ \\ -0.0031 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2507\text{rad} \\ -0.2157\text{rad} \\ -0.0031 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0734 & 0.0384 & 0 \\ 0.0384 & 0.1154 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1053 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.32 \\ -3.64 \\ -0.03 \end{bmatrix}$$

Need for speed : αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης ΣΕΡΦ

- Η N-R είναι μια γενική επαναληπτική μέθοδος επίλυσης μη γραμμικών εξισώσεων.
- Μπορεί η επίλυση των ΣΕΡΦ με τη N-R να επιταχυνθεί, εάν λάβουμε υπόψη τα φυσικά χαρακτηριστικά των ΣΗΕ:
 1. Μία μεταβολή της δ ενός ζυγού i επηρεάζει κυρίως τη ροή \mathbf{P} στις γραμμές μεταφοράς i - j και αφήνει τη ροή \mathbf{Q} σχετικά αμετάβλητη. Δηλαδή $\partial \mathbf{P}_i / \partial \delta_j \gg \partial \mathbf{Q}_i / \partial \delta_j$.
 2. Μία μεταβολή της $|\mathbf{V}|$ ενός ζυγού i επηρεάζει κυρίως τη ροή \mathbf{Q} στις γραμμές i - j και αφήνει τη ροή \mathbf{P} σχετικά αμετάβλητη. Δηλαδή $\partial \mathbf{Q}_i / \partial |\mathbf{V}_j| \gg \partial \mathbf{P}_i / \partial |\mathbf{V}_j|$.

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{P}_n \\ \hline \Delta \mathbf{Q}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{P}_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial \mathbf{P}_2}{\partial |\mathbf{V}_2|} & \dots & \frac{\partial \mathbf{P}_2}{\partial |\mathbf{V}_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{P}_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{P}_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial \mathbf{P}_n}{\partial |\mathbf{V}_2|} & \dots & \frac{\partial \mathbf{P}_n}{\partial |\mathbf{V}_n|} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{Q}_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{Q}_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial \mathbf{Q}_2}{\partial |\mathbf{V}_2|} & \dots & \frac{\partial \mathbf{Q}_2}{\partial |\mathbf{V}_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{Q}_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{Q}_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial \mathbf{Q}_n}{\partial |\mathbf{V}_2|} & \dots & \frac{\partial \mathbf{Q}_n}{\partial |\mathbf{V}_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |\mathbf{V}_2| \\ \vdots \\ \Delta |\mathbf{V}_n| \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \mathbf{N} \approx 0 \\ \\ \mathbf{M} \approx 0 \end{matrix}$$

Αποζευγμένα συστήματα εξισώσεων ΔΡΦ

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \mathbf{H} & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \mathbf{L} & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

$$\Delta P = H \cdot \Delta \delta \Rightarrow \Delta \delta = H^{-1} \Delta P$$

Αποζευγμένες: οι διορθώσεις $\Delta \delta$ υπολογίζονται μόνο συναρτήσει του διανύσματος ΔP . Το ίδιο ισχύει για τα $\Delta |V|$ και ΔQ .

$$\Delta Q = L \cdot \Delta |V| \Rightarrow \Delta |V| = L^{-1} \Delta Q$$

- Οι διαστάσεις των H και L είναι περίπου ίσες με το μισό των διαστάσεων της Ιακωβιανής μήτρας.
- Εκτιμάται ότι ο χρόνος εκτέλεσης για την αντιστροφή τους είναι το 1/4 αυτού που απαιτείται για την αντιστροφή της Ιακωβιανής μήτρας.
- **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Οι συντελεστές των H και L αλληλεξαρτώνται, γιατί το H εξαρτάται από τα μέτρα των τάσεων και το L από τις γωνίες τους:

$$H_{ii} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right) = -Q_i - |V_i|^2 b_{ii}$$

$$H_{ij} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right) = -|V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \quad i \neq j$$

$$L_{ii} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \right) = \frac{Q_i}{|V_i|} - |V_i| b_{ii}$$

$$L_{ij} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \right) = -|V_i| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = \frac{H_{ij}}{|V_j|} \quad i \neq j$$

- Τα δύο σύνολα εξισώσεων επιλύονται διαδοχικά, χρησιμοποιώντας σε κάθε σύνολο εξισώσεων τις πιο πρόσφατες λύσεις που λαμβάνονται από το άλλο σύνολο.

Απαλοιφή ζυγών παραγωγής

- Στην Ιακωβιανή απαλείψαμε τους ζυγούς παραγωγής όταν οι γεννήτριες είχαν δυνατότητα παροχής αρκετής άεργου ισχύος ώστε $|V| = |V|_{spec}$.
- Διαφορετικά, μετατρέπονταν σε ζυγούς φορτίου (με $Q_G = Q_{lim}$ ανάλογα με το πιο Q_{lim} παραβιάζεται) και παρέμεναν στην Ιακωβιανή.
- Στην περίπτωση $|V| = |V|_{spec}$, «φεύγει» η γραμμή $\Delta|V|$ και η στήλη ΔQ της Ιακωβιανής που αντιστοιχεί στον ζυγό της παραγωγής. Αυτή η γραμμή και η στήλη είναι στις L, M, N της Ιακωβιανής.
- Αφού στην αποζευγμένη μέθοδο $M=N=0$, «φεύγουν» μόνο στην L η στήλη και γραμμή του ζυγού παραγωγής.
- Έτσι η L συνήθως έχει μικρότερες διαστάσεις από την H, η οποία μένει ανεπηρέαστη από τις απαλοιφές των ζυγών παραγωγής.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

Απαλοιφή από πίνακα L γραμμής και στήλης που αντιστοιχεί σε ζυγό παραγωγής (όταν μπορεί να «κρατήσει» $|V| = |V|_{spec}$ η γεννήτρια.

Need for speed 2 :

ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης ΣΕΡΦ

Απλοποιούμε περισσότερο τους υπολογισμούς, εάν εισάγουμε προσεγγίσεις που δικαιολογούνται από τη φυσική της μεταφοράς ισχύος δια των γραμμών μεταφοράς.

1. Οι φασικές διαφορές μεταξύ τάσεων ζυγών είναι μικρές, οπότε :
 $\cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1$ και $\sin(\delta_i - \delta_j) \approx \delta_i - \delta_j$
2. Οι άεργες αγωγιμότητες $b_{ij} = |y_{ij}| \sin \gamma_{ij}$ των γραμμών μεταφοράς είναι πολύ μεγαλύτερες από τις ωμικές αγωγιμότητες $g_{ij} = |y_{ij}| \cos \gamma_{ij}$, ώστε :
 $g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \ll b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$ (προκύπτει σε συνδυασμό και με το 1)
3. Η καθαρή άεργος ισχύς που χύνεται σε ένα ζυγό είναι πολύ μικρότερη από αυτή που θα χύνονταν στον ίδιο ζυγό με όλες τις γραμμές που αναχωρούν από το ζυγό βραχυκυκλωμένες στον κόμβο αναφοράς: $Q_i \ll |V_i|^2 b_{ii}$

Γιατί: οι άεργες αγωγιμότητες των γραμμών μετατρέπονται σε εγκάρσιες καταναλώσεις άεργου ισχύος (επαγωγικά φορτία δηλαδή) εάν βραχυκυκλωθούν με τον κόμβο αναφοράς. Η καθαρή ισχύς $Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li}$ παραμένει σταθερή.

$$H_{ii} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right) = Q_i - |V_i|^2 b_{ii} \xrightarrow{Q_i \ll |V_i|^2 b_{ii}} H_{ii} = -|V_i|^2 b_{ii}$$

$$H_{ij} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right) = -|V_i| |V_j| y_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \xrightarrow{\substack{\cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1 \\ g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \ll b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)}} H_{ij} = -|V_i| |V_j| b_{ij} \quad i \neq j$$

$$L_{ii} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \right) = \frac{Q_i}{|V_i|} - |V_i| b_{ii} = \frac{1}{|V_i|} (Q_i - |V_i|^2 b_{ii}) = \frac{H_{ii}}{|V_i|} \xrightarrow{Q_i \ll |V_i|^2 b_{ii}} L_{ii} = -|V_i| b_{ii}$$

$$L_{ij} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \right) = -|V_i| |V_j| y_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = \frac{H_{ij}}{|V_j|} \xrightarrow{H_{ij} = -|V_i| |V_j| b_{ij}} L_{ij} = -|V_i| b_{ij}$$

Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης ΣΕΡΦ : νέες μήτρες συντελεστών

$$\Delta P = H \cdot \Delta \delta \xrightarrow{\substack{H_{ii} = -|V_i|^2 b_{ii} \\ H_{ij} = -|V_i||V_j| b_{ij}}} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} |V_2|^2 b_{22} & |V_2||V_3| b_{23} & \dots & |V_2||V_n| b_{2n} \\ |V_3||V_2| b_{32} & |V_3|^2 b_{33} & \dots & |V_3||V_n| b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ |V_n||V_2| b_{n2} & |V_n||V_3| b_{n3} & \dots & |V_n|^2 b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}$$

Ακόμα μια προσέγγιση:
 $|V_i| b_{ji} \approx b_{ji}$
 εάν θεωρήσουμε ότι $|V_i| \approx 1$ pu

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 / |V_2| \\ \Delta P_3 / |V_3| \\ \vdots \\ \Delta P_n / |V_n| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} |V_2| b_{22} & |V_3| b_{23} & \dots & |V_n| b_{2n} \\ |V_2| b_{32} & |V_3| b_{33} & \dots & |V_n| b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ |V_2| b_{n2} & |V_3| b_{n3} & \dots & |V_n| b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}$$

Οπότε τελικά :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 / |V_2| \\ \Delta P_3 / |V_3| \\ \vdots \\ \Delta P_n / |V_n| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2n} \\ b_{32} & b_{33} & \dots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n2} & b_{n3} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}$$

Συνοπτικά :

$$\Delta \tilde{P} = -B \Delta \delta$$

όπου $\Delta \tilde{P}_i = \Delta P_i / |V_i|$
 και $B = \text{Im}(Y_{bus}')$ με
 Y_{bus}' η Y_{bus} χωρίς τον
 ζυγό αναφοράς 1.

Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης ΣΕΡΦ : νέες μήτρες συντελεστών

$$\Delta Q = L \cdot \Delta |V| \xrightarrow{\substack{L_{ii} = -|V_i| b_{ii} \\ L_{ij} = -|V_i| b_{ij}}} \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} |V_2| b_{22} & |V_2| b_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_2| b_{2n} \\ |V_3| b_{32} & |V_3| b_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_3| b_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ |V_n| b_{n2} & |V_n| b_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n| b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

Στην αποζευγμένη μέθοδο «φεύγουν» μόνο στην L οι στήλες και οι γραμμές ζυγών παραγωγής που διατηρούν $|V| = |V|_{spec}$. Οι ζυγοί παραγωγής που δεν μπορούν να διατηρήσουν $|V| = |V|_{spec}$ γίνονται ζυγοί φορτίου.

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_2 / |V_2| \\ \Delta Q_3 / |V_3| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Q_n / |V_n| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{2n} \\ b_{32} & b_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n2} & b_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

↓

Συνοπτικά :

$$\Delta \tilde{Q} = -B' \Delta |V|$$

Όπου $\Delta \tilde{Q}_i = \Delta Q_i / |V_i|$ και $B=B'$ αλλά μόνο με τους ζυγούς φορτίου !

Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης ΣΕΡΦ : νέες μήτρες συντελεστών

$$\Delta \tilde{P} = -B \Delta \delta$$

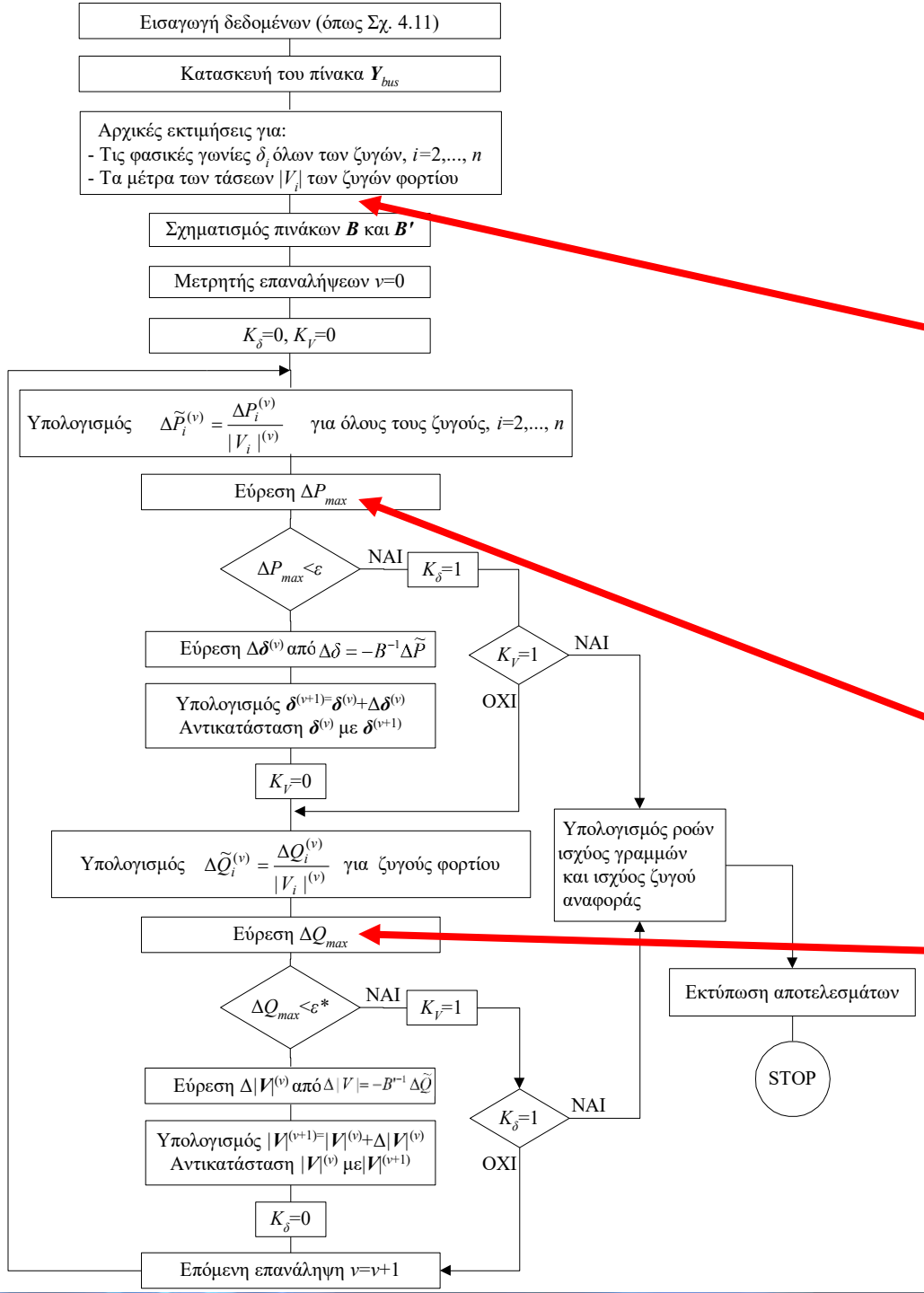
$$\Delta \tilde{Q} = -B' \Delta |V|$$

Τα B και B' είναι σταθερές (από Y_{bus}), άρα χρειάζεται να τις αντιστρέψουμε μόνο μία φορά για να μπορούμε να υπολογίσουμε τις διορθώσεις:

$$\begin{aligned} \Delta \delta &= -B^{-1} \Delta \tilde{P} \\ \Delta |V| &= -B'^{-1} \Delta \tilde{Q} \end{aligned}$$

- Αυτό σημαίνει τεράστια μείωση υπολογισμών εξ αρχής, αφού είναι σταθερές οι μήτρες των συντελεστών.
- Σημαίνει όμως και μεγάλη επιτάχυνση λόγω εξάλειψης της ανάγκης για αντιστροφή πινάκων σε κάθε επανάληψη της μεθόδου (ακόμα και στην «όχι ταχεία» αποζευγμένη μέθοδο).

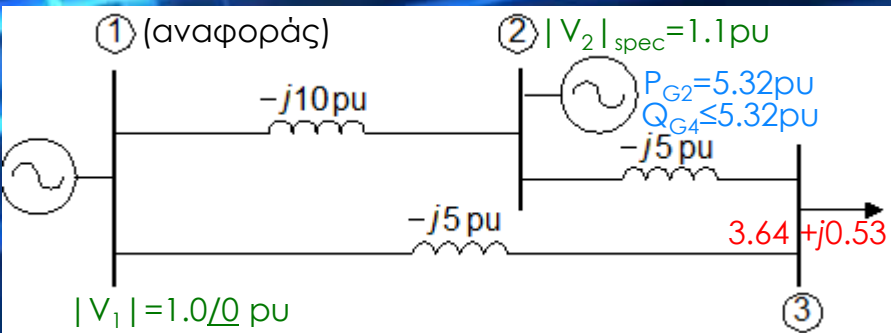
Αλγόριθμος ταχείας αποζευγμένης μεθόδου



- Πριν το σχηματισμό της B' γίνεται έλεγχος στους ζυγούς παραγωγής αν μπορούν να κρατήσουν την τάση $|V| = |V|_{spec}$.
- Σε όσους ζυγούς δεν μπορούν να κρατήσουν την τάση στη ρυθμισμένη τιμή της, τότε οι ζυγοί αυτοί γίνονται ζυγοί φορτίου.

- $\Delta P_{max} = \max_i \{ \Delta P_i | V_i | \}$
- $\Delta Q_{max} = \max_i \{ \Delta Q_i | V_i | \}$

Παράδειγμα ΑΡΦ με ταχεία αποζευγμένη μέθοδο



Με απλή παρατήρηση:

$$Y_{bus} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j15 & j10 & j5 \\ j10 & -j15 & j5 \\ j5 & j5 & -j10 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Μας συμφέρει σε καρτεσιανή μορφή

Αρχικές συνθήκες

Ζυγός 1: ζυγός αναφοράς με $V_1^{(v)} = 1.0 \angle 0$ πάντα.

Ζυγός 2: ζυγός παραγωγής με $|V_2|_{spec} = 1.1$. Θέτω αρχική εκτίμηση $V_2^{(0)} = 1.1 \angle 0$.

Ζυγός 3: ζυγός φορτίου. Θέτω $V_3^{(0)} = 1 \angle 0$.

Y_{bus} χωρίς το ζυγό αναφοράς 1: $Y'_{bus} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j15 & j5 \\ j5 & -j10 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{B = \text{Im}(Y'_{bus})}$ $B = \begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$

Για την B' πρέπει πρώτα να ελέγξω εάν μπορούν οι ζυγοί παραγωγής να στηρίξουν την $|V| = |V|_{spec}$:

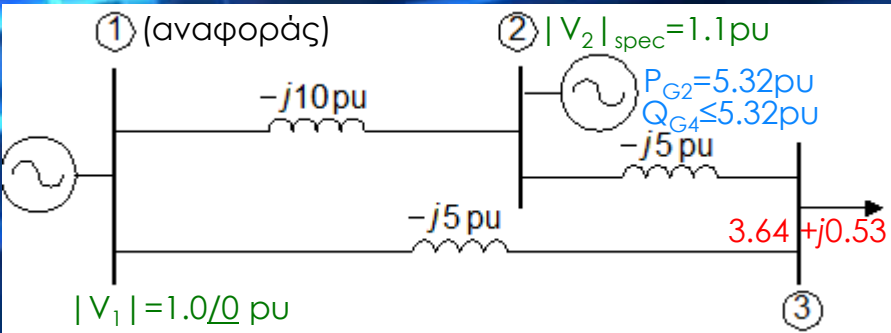
$$Q_i^{(v)} = -\sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

$$\Rightarrow Q_2^{(0)} = -1.1 \cdot 1.0 \cdot 10 \sin(0 - 0 + 90^\circ) - 1.1 \cdot 1.1 \cdot 15 \sin(0 - 0 - 90^\circ) - 1.1 \cdot 1.0 \cdot 5 \sin(0 - 0 + 90^\circ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_2^{(0)} = 1.65 \text{ pu} < Q_{G2, \max} = 5.32 \text{ pu} \text{ Άρα, η γεννήτρια μπορεί να στηρίξει την } |V_2| = |V_2|_{spec} = 1.1 \text{ pu}$$

$$B = \begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix} \xrightarrow{B' = B \text{ χωρίς τον ζυγό 2 (παραγωγής)}} B' = [-10]$$

Παράδειγμα ΔΡΦ με ταχεία αποζευγμένη μέθοδο



Οι επαναληπτικές σχέσεις της ταχείας αποζευγμένης μεθόδου διαμορφώνονται :

$$\Delta\delta = -B^{-1}\Delta\tilde{P} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(v)} \\ \Delta\delta_3^{(v)} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta\tilde{P}_2^{(v)} \\ \Delta\tilde{P}_3^{(v)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta|V| = -B'^{-1}\Delta\tilde{Q} \rightarrow \Delta|V_3|^{(v)} = -[-10]^{-1}\Delta\tilde{Q}_3^{(v)}$$

Για $v=0$ έχουμε:

$$\Delta\tilde{P}_2^{(0)} = \frac{\Delta P_2^{(0)}}{|V_2|^{(0)}} = \frac{5.32}{1.1} = 4.83$$

$$\Delta\tilde{P}_3^{(0)} = \frac{\Delta P_3^{(0)}}{|V_3|^{(0)}} = \frac{-3.64}{1} = -3.64$$

$$\Delta\tilde{Q}_3^{(0)} = \frac{\Delta Q_3^{(0)}}{|V_3|^{(0)}} = \frac{-0.03}{1} = -0.03$$

$\Delta P_2^{(0)}$, $\Delta P_3^{(0)}$ και $\Delta Q_3^{(0)}$ υπολογισμένα από το παράδειγμα της N-R

(π.χ. $\Delta P_2^{(0)} = P_{2,spec}^{(0)} - P_2^{(0)}$)

Σημείωση: αντιστροφή πολύ μικρών πινάκων, μία φορά!

οπότε:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4.83 \\ -3.64 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.08 & 0.04 \\ 0.04 & 0.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.83 \\ -3.64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2408\text{rad} \\ -0.2436\text{rad} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.80^\circ \\ -13.95^\circ \end{bmatrix}$$

$$\Delta|V_3|^{(0)} = \frac{1}{10} \times (-0.03) = -0.003$$

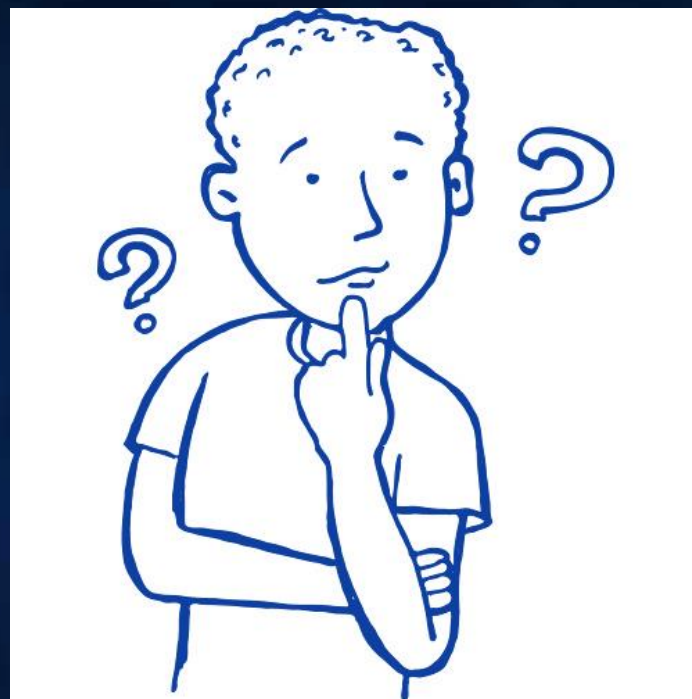
Άρα : $\delta_2^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta\delta_2^{(0)} = 0 + 13.80^\circ = 13.80^\circ$

$$\delta_3^{(1)} = \delta_3^{(0)} + \Delta\delta_3^{(0)} = 0 - 13.95^\circ = -13.95^\circ$$

$$|V_3|^{(1)} = |V_3|^{(0)} + \Delta|V_3|^{(0)} = 1 - 0.003 = 0.997$$

Ομοίως πράττουμε και για τις επόμενες επαναλήψεις . Κάθε φορά, πρώτα γίνεται έλεγχος αν ο ζυγός παραγωγής (2) μπορεί να κρατήσει την $|V| = |V|_{spec}$ για να απαλειφθεί από την L (δηλαδή τη B'). Αν δεν μπορεί, τον θεωρώ ζυγό φορτίου με $Q_i = Q_{i,lim}$ (όπου lim το όριο min/max που παραβιάζεται) .

Ευχαριστώ για την προσοχή σας !



Ερωτήσεις ;