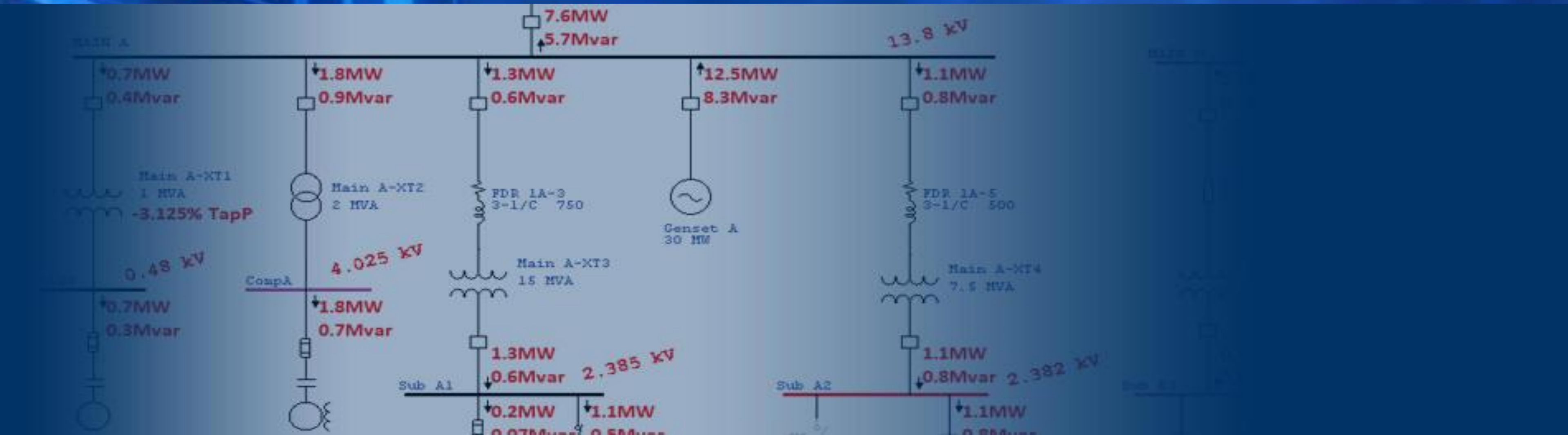
Ανάλυση Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας (4η ενότητα)

Παναγής Βοβός
Επίκ. Καθηγητής

Ανάλυση Ροής Φορτίου Μέρος Ι : η προετοιμασία



Τι είναι η Ανάλυση Ροής Φορτίου (ΑΡΦ)

Είναι η μελέτη της συμπεριφοράς ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, υπό δύο συγκεκριμένες συνθήκες:

1. να υφίσταται συγκεκριμένη φόρτιση,
2. να βρίσκεται στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση λειτουργίας.

Ποσότητες που υπολογίζονται:

- τάσεις σε όλους τους ζυγούς, ως προς μέτρο και φάση,
- ροή ισχύος σε γραμμές και μετασχηματιστές.

Πότε χρησιμοποιείται η ΑΡΦ

- Όταν σχεδιάζονται μεταβολές ή μελλοντικές επεκτάσεις σε ένα υπάρχον σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, όπως:
  - ανάπτυξη νέων μονάδων παραγωγής
  - τροφοδοσία νέων φορτίων
  - όδευση νέων γραμμών μεταφοράς
  - διασύνδεση με άλλα συστήματα.
- Για τον καθορισμό της βέλτιστης λειτουργίας του συστήματος όταν τεθούν εκτός λειτουργίας κάποιες μονάδες παραγωγής.
- Για την εκτίμηση της επίδρασης που έχουν στο σύστημα διαφορετικές συνθήκες φόρτισης.
- Για την εύρεση αρχικών τιμών που είναι απαραίτητες για άλλες μελέτες (βραχυκυκλωμάτων, ευστάθειας κλπ).

Θέματα προς αντιμετώπιση και περιορισμοί

Θέματα προς αντιμετώπιση:

1. Μαθηματική περιγραφή του προβλήματος.
2. Εφαρμογή μιας αριθμητικής μεθόδου για την επίλυση των εξισώσεων που προκύπτουν.

<u>Το 1ο θέμα αντιμετωπίζεται με τη μέθοδο των κόμβων</u>.

- Τα φορτία περιγράφονται με μιγαδικές ισχύες αντί αντιστάσεων και οι γεννήτριες ως πηγές ισχύος αντί τάσης …
- γιατί θα ήταν αδύνατο να χρησιμοποιηθούν στη πράξη τα αποτελέσματα της ΑΡΦ:
  π.χ. τι θα σήμανε για μία γεννήτρια η εντολή V=1.1/17ο pu , ιδίως για το σύστημα ελέγχου της (στρόβιλος, διέγερση);
- Οι εξισώσεις κόμβων τροποποιούνται, ώστε να περιγράφουν τις σχέσεις τάσεων και ισχύων.
- Έτσι οδηγούμαστε σε ένα **σύστημα μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων**.

<u>Το 2ο θέμα αντιμετωπίζεται με τη χρησιμοποίηση επαναληπτικών τεχνικών</u>, αφού δεν μπορεί να υπάρξει αναλυτική λύση για τις μη γραμμικές εξισώσεις που προκύπτουν για το σύστημα.

Περιορισμοί στην ΑΡΦ

Περιορισμοί που θα πρέπει να ικανοποιούνται:

1. να μη γίνεται υπέρβαση των οριακών δυνατοτήτων των πηγών αέργου ισχύος,
2. να μη γίνεται υπέρβαση των ορίων λήψης των μετασχηματιστών ελέγχου,
3. να μην υπερφορτίζονται οι γραμμές και οι μετασχηματιστές,
4. οι τάσεις των ζυγών να παραμένουν μέσα στα προδιαγεγραμμένα όρια.

Η τελική σχεδίαση ενός ΣΗΕ πρέπει να ικανοποιεί τους παραπάνω περιορισμούς:

- και κάτω από συνθήκες μέγιστου φορτίου
- και κατά τη διάρκεια αιφνίδιων μεταβολών κατάστασης.

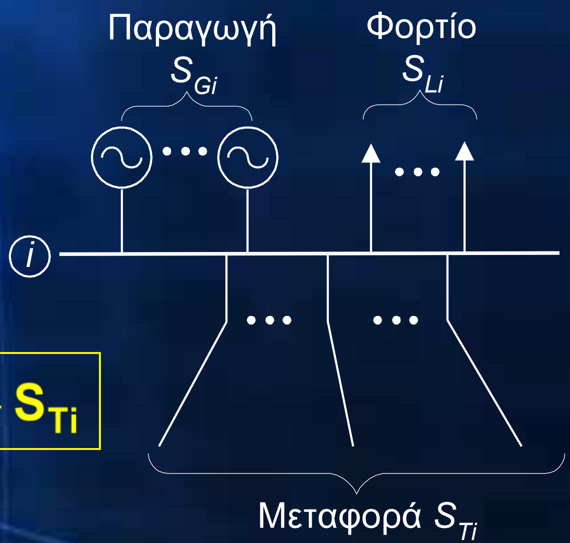
Γενική μορφή ζυγού

Στην πιο γενική μορφή του ένας ζυγός μπορεί να φιλοξενεί:

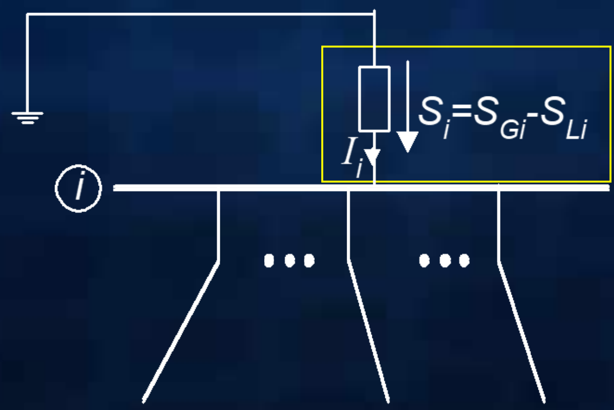
Α) γεννήτριες που τροφοδοτούν μιγαδική ισχύ S_{Gi}

Β) φορτία που καταναλώνουν μιγαδική ισχύ S_{Li}

Γ) γραμμές μεταφοράς που μεταφέρουν μιγαδική ισχύ S_{Ti} από το ζυγό προς άλλους ζυγούς (σύμβαση θετικής φοράς) ή αντίστροφα.



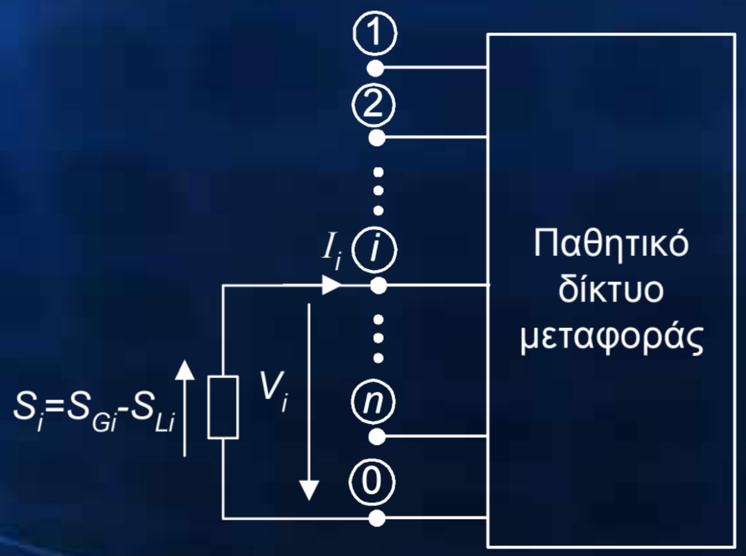
$$\boxed{S_{Gi} = S_{Li} + S_{Ti}}$$



Ισοδύναμη πηγή ισχύος (καθαρή ισχύς ζυγού)

Παράσταση συστήματος για ΑΡΦ

- Το παθητικό τμήμα του δικτύου (γραμμές μεταφοράς και μετασχηματιστές) παριστάνεται με σύστημα n ακροδεκτών.
- Κάθε ακροδέκτης αντιστοιχεί σε ένα ζυγό του συστήματος.
- Σε κάθε ακροδέκτη γίνεται έγχυση ρεύματος που αντιστοιχεί στην καθαρή ισχύ του αντίστοιχου ζυγού $S=S_G-S_L$.



Μέθοδος κόμβων: δίνει τις εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά του δικτύου

$$\boxed{I_{bus} = Y_{bus} V_{bus}}$$

Στατικές Εξισώσεις Ροής Φορτίου (ΣΕΡΦ)

$$\mathbf{I_{bus} = Y_{bus} V_{bus}} \longrightarrow \mathbf{I_i = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j}$$

Ισχύς γραμμών μεταφοράς ζυγού *i*

$$\boxed{S_{Ti} = V_i \cdot I_i^*} \longrightarrow S_{Ti} = V_i \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \right)^*$$

Συνάρτηση των τάσεων όλων των άλλων ζυγών = πολυπλοκότητα

Όμως $S_{Ti} = S_{Gi} - S_{Li}$ **άρα…** $\boxed{S_{Gi} - S_{Li}} = V_i \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \right)^*$

$\boxed{S_i = S_{Gi} - S_{Li}}$ **είναι και η «καθαρή» ισχύς που εγχύνετε στον ζυγό *i***

Επίσης, ισχύει $P_i = P_{Gi} - P_{Li}$ **και** $Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li}$.

Αν πάρω το συζυγές και των δύο μερών της παραπάνω εξίσωσης ($S_i \rightarrow S_i{}^*$**) στην παραπάνω εξίσωσης:**

$$\boxed{P_i - jQ_i = V_i{}^* \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \right)}$$

ΣΕΡΦ μιγαδικής μορφής

Στατικές Εξισώσεις Ροής Φορτίου (ΣΕΡΦ)

$$P_i - jQ_i = V_i^{*} \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \right)$$

$$y_{ij} = |y_{ij}| cos\gamma_{ij} + j|y_{ij}| sin\gamma_{ij}$$

$$V_x = |V_x| cos\delta_x + j|V_x| sin\delta_x$$

$$P_{Gi} - P_{Li} = P_i = \boxed{\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})}$$

άθροισμα πραγματικών ισχύων προς/από γραμμές

$$Q_{Gi} - Q_{Li} = Q_i = \boxed{-\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||y_{ij}| sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})}$$

άθροισμα άεργων ισχύων προς/από γραμμές

ΣΕΡΦ υπό πραγματική μορφή

ΣΕΡΦ: εκφράζουν το ισοζύγιο πραγματικής και άεργης ισχύος σε κάθε ζυγό του δικτύου.

Χαρακτηριστικά ΣΕΡΦ

1. Είναι αλγεβρικές, γιατί περιγράφουν μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.
2. Είναι μη γραμμικές (sin,cos), άρα δύσκολη η αναλυτική λύση τους. Καταφεύγουμε σε αριθμητικές μεθόδους.
3. Συσχετίζουν τάσεις και ισχύες, που μας ενδιαφέρουν στην τελική λύση της ΑΡΦ.
4. Θεωρούμε μόνιμη κατάσταση, άρα σταθερή *f*, οπότε επαγωγές και χωρητικότητες των αγωγιμοτήτων του δικτύου είναι σταθερές.
5. Στην εξίσωση ισορροπίας του συστήματος μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε τις απώλειες του δικτύου:

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n} P_{Gi}}_{\substack{\text{Συνολική} \\ \text{παραγωγή}}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n} P_{Li}}_{\substack{\text{Συνολικό} \\ \text{φορτίο}}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||y_{ij}|\cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})\right]}_{\substack{\text{Άθροισμα πραγματικής ισχύος που} \\ \text{μεταφέρουν οι γραμμές από/προς κάθε ζυγό =} \\ \text{συνολικές απώλειες δικτύου}}}$$

Χαρακτηριστικά ΣΕΡΦ

6. Η ισορροπία άεργης ισχύος εξισώνει παραγωγή με κατανάλωση, στην οποία όμως συμπεριλαμβάνεται η συνεισφορά του δικτύου :

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n} Q_{Gi}}_{\text{Συνολική παραγωγή}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n} Q_{Li}}_{\text{Συνολικό φορτίο}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\left[-\sum_{j=1}^{n}|V_i||V_j||y_{ij}|\sin(\delta_j-\delta_i+\gamma_{ij})\right]}_{\text{άθροισμα απωλειών όλων των γραμμών και παραγωγών άεργου από εγκάρσιες χωρητικότητες}}$$

7. Για δεδομένο δίκτυο (Y_{bus} σταθερή) οι απώλειες είναι συνάρτηση μόνο μέτρων και φάσεων των τάσεων:
$P_{losses}=f(|V_1|, \ldots , |V_n|,\delta_1, \ldots ,\delta_n)$
$Q_{losses}=g(|V_1|, \ldots , |V_n|,\delta_1, \ldots ,\delta_n)$

8. Οι φάσεις των ζυγών δεν εμφανίζονται ποτέ μόνες τους στις εξισώσεις. Πάντα εμφανίζονται σαν διαφορές με φάσεις άλλων ζυγών (μορφή δ_i-δ_j).

Μεταβλητές της ροής φορτίου

- Με κάθε ζυγό του δικτύου σχετίζονται 6 μεταβλητές: P_{Gi} , Q_{Gi} , P_{Li} , Q_{Li} , $|V_i|$, δ_i
- Τις **μεταβλητές διαταραχής** δεν μπορούμε να τις ελέγχουμε. Είναι οι καταναλώσεις: *p*=$[P_{L1} \;\; Q_{L1} \;\; P_{L2} \;\; Q_{L2} \; \ldots]^T$
- Τις **μεταβλητές ελέγχου** μπορούμε να τις ελέγχουμε. Είναι οι παραγωγές ισχύος: *u*=$[P_{G1} \;\; Q_{G1} \;\; P_{G2} \;\; Q_{G2} \; \ldots]^T$
- Επηρεάζουμε τις **μεταβλητές κατάστασης** μεταβάλλοντας τις μεταβλητές ελέγχου. Είναι τα μέτρα και οι φάσεις των τάσεων: x=$[\,|V_1| \;\; \delta_1 \;\; |V_2| \;\; \delta_2 \; \ldots]^T$
- Οι 2 x n ΣΕΡΦ (πραγματικής μορφής) γράφονται για το σύνολο n των ζυγών υπό τη γενική μορφή: *F*(x,*u*,*p*)=0

Ανάγκη για μείωση αριθμού μεταβλητών

- Οι μεταβλητές διαταραχής *p* (καταναλώσεις) θεωρούνται γνωστές από ιστορικά στοιχεία, προβλέψεις, μετρήσεις κλπ.

- Επομένως, απομένουν να προσδιοριστούν 4 από τις 6 μεταβλητές κάθε ζυγού $(P_{Gi}\,, Q_{Gi}\,, |V_i|\,, \delta_i\,)$.

- Από τις ΣΕΡΦ σε πραγματική μορφή έχω 2 x n εξισώσεις.

- Πρέπει λοιπόν να προκαθορίσουμε άλλες δύο μεταβλητές κάθε ζυγού για να βρούμε 2 x n μεταβλητές λύνοντας 2 x n εξισώσεις (ΣΕΡΦ).

- Το ποιες μεταβλητές θα προκαθορίσουμε εξαρτάται από τον τύπο του ζυγού.

Τύποι ζυγών

Ζυγοί φορτίου: υπάρχουν συνδεμένα μόνο φορτία, οπότε επειδή δεν υπάρχει παραγωγή $P_{Gi} = Q_{Gi}$ **= 0**.

- Αποτελούν περίπου το 85% των ζυγών ενός ΣΗΕ.
- Οι μεταβλητές που υπολογίζονται σε αυτούς τους ζυγούς είναι $|V_i|$ **και** δ_i .

Ζυγοί ελεγχόμενης τάσης ή παραγωγής: Το μέτρο της τάσης τους ελέγχεται ώστε να μένει σταθερό σε μία προκαθορισμένη τιμή ($|V_i| = |V_i|_{spec}$).

- Συχνά αυτό γίνεται με γεννήτριες (*παραγωγή*), ρυθμίζοντας το ρεύμα διέγερσης.
- Οι γεννήτριες επίσης ελέγχουν το P_{Gi} (μέσω της μηχανικής ισχύος στην είσοδο του στροβίλου.
- Οπότε και αυτό θεωρείται προκαθορισμένο.
- Οι μεταβλητές που υπολογίζονται σε αυτούς τους ζυγούς είναι οι Q_{Gi} **και** δ_i .

Τύποι ζυγών

Ζυγοί ελεγχόμενης τάσης ή παραγωγής (συνέχεια):

- Υπάρχουν ζυγοί φορτίου, δηλαδή με $\boldsymbol{P_{Gi} = Q_{Gi}}$ **= 0**, όπου με μετασχηματιστές μεταβλητού λόγου ή ελέγχου τάσης, ελέγχεται το μέτρο τάσης ($|\boldsymbol{V_i}|=|\boldsymbol{V_i}|_{spec}$).
- Σε αυτούς τους ζυγούς προσδιορίζονται 3 μεταβλητές, αλλά προστίθεται μία ακόμα: ο λόγος μετασχηματισμού *α*.
- Έτσι μένουν να προσδιοριστούν και εδώ δύο μεταβλητές: $\boldsymbol{\delta_i}$ **και *α***.

Τύποι ζυγών

Ζυγός αναφοράς: Ζυγός παραγωγής στον οποίο θέτουμε και $\boldsymbol{V_r} = |\boldsymbol{V_r}|_{spec}\underline{/\mathbf{0}}$. Τον αντιμετωπίζουμε διαφορετικά από τους άλλους ζυγούς παραγωγής.

- Αιτία: είδαμε ότι για δεδομένο δίκτυο (Y_{bus} σταθερή) οι απώλειες είναι συνάρτηση των τάσεων των ζυγών: $P_{losses}=f(|V_1|, \ldots, |V_n|, \delta_1, \ldots, \delta_n)= f(x)$ $Q_{losses}=g(|V_1|, \ldots, |V_n|, \delta_1, \ldots, \delta_n)= g(x)$ όπου **x** το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης.
- Όμως, είδαμε ότι οι μεταβλητές κατάστασης **x** επηρεάζονται από τις μεταβλητές ελέγχου **u**, δηλαδή από τις παραγωγές ενεργού και άεργου ισχύος.
- Επομένως, δε μπορώ να λύσω το πρόβλημα ισορροπίας ισχύος του συστήματος ($\Sigma P_G=P_{losses}+\Sigma P_L$ και $\Sigma Q_G=Q_{losses}+\Sigma Q_L$), αφού θα έπρεπε να προκαθορίσω το **u** και το **x** που προκύπτει από αυτό.

Τύποι ζυγών

Ζυγός αναφοράς (το «κόλπο»):

- Σε μία γεννήτρια **δεν ορίζουμε τις παραγωγές πραγματικής και άεργης ισχύος** (P_r , Q_r).
- Ορίζω όμως γωνία τάσης ζυγού 0: λύνεται το πρόβλημα υπολογισμού όλων των γωνιών των άλλων ζυγών (ας εμφανίζονται σαν ζευγάρι με άλλες).
- Συνήθως θέτουμε $|V_r|_{spec}$=1 pu, αν και αρκετές φορές επιλέγουμε διαφορετική τιμή για να πετύχουμε αποδεκτή κατάσταση λειτουργίας.
- Επιλύω πρώτα τις ΣΕΡΦ (παίρνω P_{losses} και Q_{losses}) και μετά **βρίσκω τα P_r , Q_r σαν υπόλοιπο από τα ισοζύγια πραγματικής και άεργης ισχύος του συστήματος**:
  $P_r = \Sigma P_G - P_{losses} - \Sigma P_L$ **και** $Q_r = \Sigma Q_G - Q_{losses} - \Sigma Q_L$
  όπου ΣP_G είναι η παραγωγή πραγματικής ισχύος και ΣQ_G άεργης ισχύος των υπόλοιπων γεννητριών.
- Για ευελιξία συνήθως επιλέγω τον ζυγό με τη μεγαλύτερη παραγωγή, που τον αριθμό για διευκόλυνση πρώτο.

Τύποι ζυγών

Τύπος ζυγού	*Γνωστές ποσότητες που προκαθορίζονται*	*Άγνωστες ποσότητες που υπολογίζονται*	*Πλήθος ζυγών*
Ζυγός φορτίου	P_{Gi}, Q_{Gi} → **0**	$\lvert V_i \rvert, \delta_i$	85%
Ζυγός ελεγχόμενης τάσης	$P_{Gi}, \lvert V_i \rvert$	Q_{Gi}, δ_i	15%
Ζυγός αναφοράς	$\lvert V_1 \rvert, \delta_1$ → **1<u>/0</u> pu**	P_{G1}, Q_{G1}	1

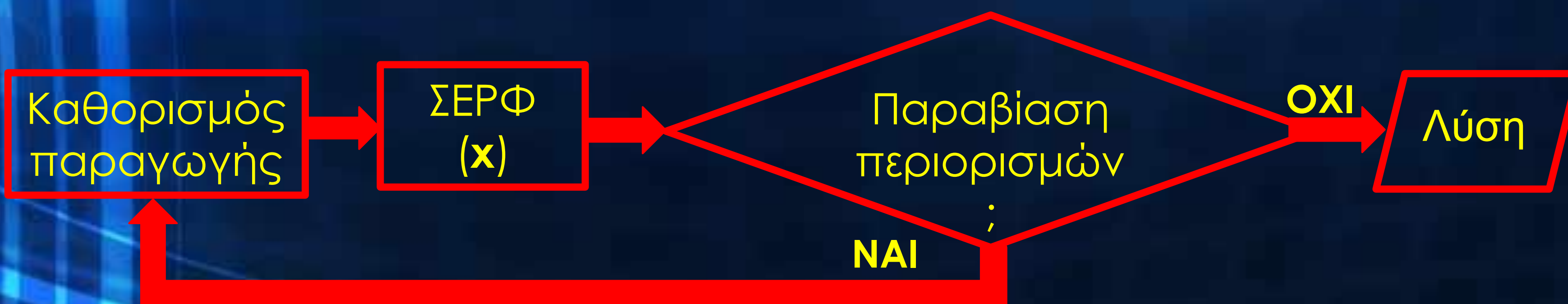
Περιορισμοί

- $\left|V_i\right|_{min} < \left|V_i\right| < \left|V_i\right|_{max}$ **<u>Από x</u>: μέτρα τάσεων ζυγών έως ±5% ή ±10% από τις ονομαστικές τους τιμές**

- $\left|\delta_i - \delta_j\right| < \left(\delta_i - \delta_j\right)_{max}$ **<u>Από x</u>: καθορίζει μία μέγιστη τιμή πραγματικής ισχύος (;) που μπορεί να μεταφερθεί ασφαλώς από τη γραμμή**

- $P_{Gi,min} < P_{Gi} < P_{Gi,max}$
- $Q_{Gi,min} < Q_{Gi} < Q_{Gi,max}$

<u>Από u</u>: τεχνικοί περιορισμοί γεννητριών για παραγωγή πραγματικής και άεργης ισχύος.



Διατύπωση προβλήματος ροής φορτίου

- **Με γνωστά την Y_{bus} και τη φόρτιση,**
- **έχοντας συγκεκριμένους περιορισμούς για τις μεταβλητές κατάστασης και ελέγχου,**
- **να επιλυθούν οι 2n ΣΕΡΦ της μορφής *F*(x,u,p)=0 ,**
- **ώστε να βρεθούν οι άγνωστες ποσότητες του παρακάτω πίνακα για κάθε ζυγό (με δεδομένες τις αντίστοιχες γνωστές ποσότητες) .**

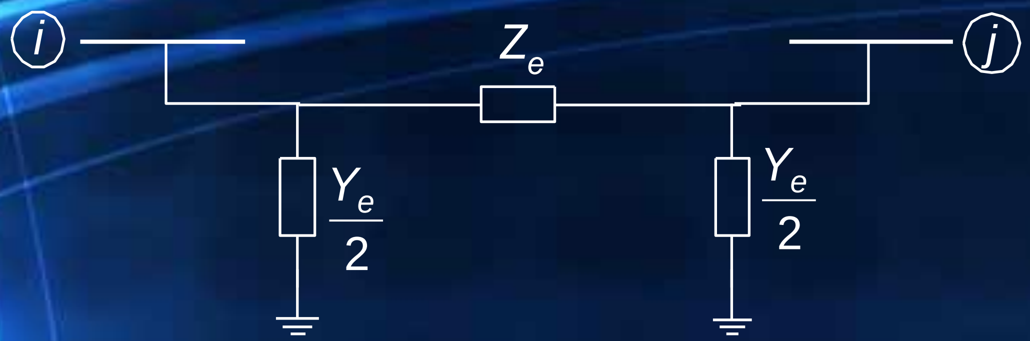
Τύπος ζυγού	*Γνωστές ποσότητες που προκαθορίζονται*	*Άγνωστες ποσότητες που υπολογίζονται*	(n) *Πλήθος ζυγών*
Ζυγοί φορτίου	P_{Gi}, Q_{Gi}	$\lvert V_i \rvert, \delta_i$	n_{Load}
Ζυγοί παραγωγής	$P_{Gi}, \lvert V_i \rvert$	Q_{Gi}, δ_i	n_{Gen}
Ζυγός αναφοράς	$\lvert V_1 \rvert, \delta_1$	P_{G1}, Q_{G1}	1
	$2n=2+2n_{Load}+2n_{Gen}$ 2n προκαθορίζονται	$2n=2+2n_{Load}+2n_{Gen}$ 2n υπολογίζονται	$n=1+n_{Gen}+n_{Load}$ ΣΕΡΦ 2n εξισώσεις

2n εξισώσεις για 2n αγνώστους

Ανάλυση ροής φορτίου και οικονομική λειτουργία

- Υπάρχουν άπειρες επιλογές των P_G, Q_G για τις γεννήτριες του συστήματος που ικανοποιούν τις ΣΕΡΦ.
- Αν το σύστημα πρέπει να λειτουργήσει κατά κάποιο βέλτιστο τρόπο η κατανομή γίνεται πιο συγκεκριμένη.
- Πέρα από τους περιορισμούς στις μεταβλητές υ και x υπάρχουν και πρόσθετοι περιορισμοί στις υ …
- **ή** συνάρτηση-στόχος που η βελτιστοποίησή της οδηγεί σε μοναδική λύση (π.χ. οικονομικότερη παραγωγή).

Σχηματισμός Y_{bus} στην ΑΡΦ (γραμμές μεταφοράς)



$$y_{ii,new} = y_{ii,old} + \frac{1}{Z_e} + \frac{Y_e}{2}$$

$$y_{jj,new} = y_{jj,old} + \frac{1}{Z_e} + \frac{Y_e}{2}$$

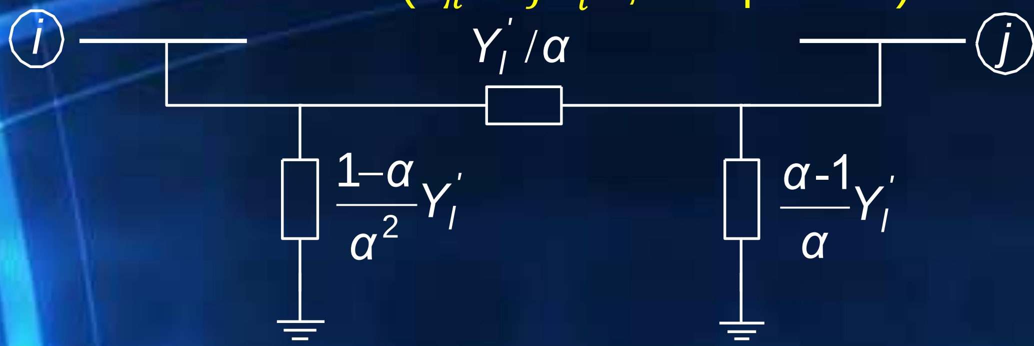
$$y_{ij,new} = y_{ij,old} - \frac{1}{Z_e}$$

$$y_{ji,new} = y_{ji,old} - \frac{1}{Z_e}$$

Γραμμές μικρού μήκους (l<80km):
Y_e=0
Γραμμές μεσαίου μήκους(l<250km):
Y_e=jωCl
Γραμμές μεγάλου μήκους (l>250km):
Ze=Zsinh(γl)/γl
Ye=Ytanh(γl/2)/(γl/2)

Σχηματισμός Y_{bus} στην ΑΡΦ (μετασχηματιστής με λόγο α)

($Z_\pi = jX_l'\alpha$, αναφ. δευτ.)



$$y_{ii,new} = y_{ii,old} + \frac{Y_l'}{a^2}$$

$$y_{jj,new} = y_{jj,old} + Y_l'$$

$$y_{ij,new} = y_{ij,old} - \frac{Y_l'}{a}$$

$$y_{ji,new} = y_{ji,old} - \frac{Y_l'}{a}$$

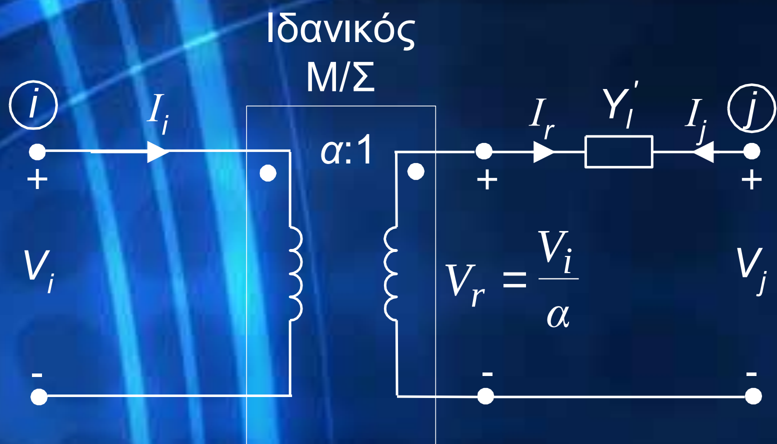
Μετασχηματιστής με ονομαστικό λόγο μετασχηματισμού: α=1.

Μετασχηματιστής με μεταβλητό λόγο μετασχηματισμού:

όταν $\big|\,|V_j| - |V_j|_{spec}\big| > \varepsilon \longrightarrow \alpha' = \alpha + \Delta\alpha$

Τα στοιχεία της Y_{bus} που επηρεάζονται (εκτός Y_{jj} δηλαδή) υπολογίζονται κάθε φορά που αλλάζει ο λόγος α.

Σχηματισμός Y_{bus} στην ΑΡΦ (μετασχηματιστής ρύθμισης τάσης)



$\boxed{\alpha = |\alpha| \underline{/\theta}}$

$$a^* I_i = I_r = Y_l'\left(\frac{V_i}{a} - V_j\right)$$
$$I_j = -I_r = -Y_l'\left(\frac{V_i}{a} - V_j\right)$$

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{array}{c} i \\ j \end{array} \begin{bmatrix} \frac{Y_l'}{aa^*} & -\frac{Y_l'}{a^*} \\ -\frac{Y_l'}{a} & Y_l' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

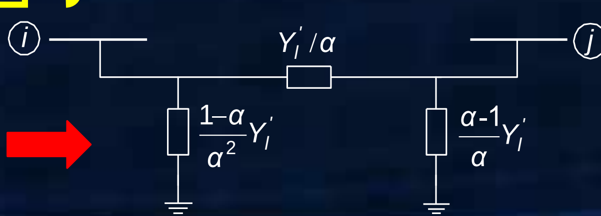
$$y_{ii,new} = y_{ii,old} + \frac{Y_l'}{|a|^2}$$
$$y_{jj,new} = y_{jj,old} + Y_l'$$
$$\boxed{\begin{aligned} y_{ij,new} &= y_{ij,old} - \frac{Y_l'}{a^*} \\ y_{ji,new} &= y_{ji,old} - \frac{Y_l'}{a} \end{aligned}}$$

Υπολογίζονται πάλι όλα, εκτός του y_{jj}, κάθε φορά που μεταβάλλεται το α : η τάση ή η πραγματική ισχύς προς το ζυγό j βγαίνει εκτός καθορισμένων τιμών =>α'=α+Δα
|Δα| για την τάση και $\underline{/\Delta\theta}$ για την ισχύ

Ο ιδανικός μετασχηματιστής δεν έχει απώλειες, οπότε :

$$V_i^* I_i = V_r^* I_r \longrightarrow \frac{I_i}{I_r} = \frac{V_r^*}{V_i^*} = \frac{1}{a^*}$$

Ασσυμετρία, εκτός εάν a∈IR, οπότε $y_{ij}=y_{ji}$ και έχει το ισοδύναμο

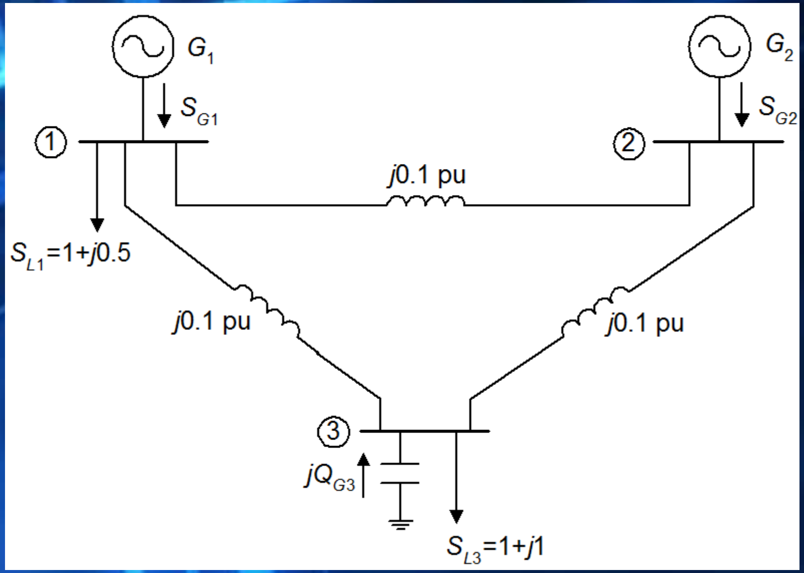


Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ

Στόχος είναι να δούμε στη πράξη:

1) Πως μοντελοποιείται ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας ώστε να γίνει η ΑΡΦ (κατασκευή Y_{bus}, ισοδύναμο φορτίων και γεννητριών, τύποι ζυγών).
2) Πως καταστρώνουμε τις εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα της ΑΡΦ (καταγραφή ΣΕΡΦ, ισορροπίας ισχύος συστήματος).
3) Τις δυσκολίες που έχει η επίλυσή τους με αναλυτικό τρόπο (μη γραμμικές εξισώσεις).
4) Πως επιλύονται τελικά κάνοντας κάποιες απαραίτητες παραδοχές (γραμμικοποίηση).
5) Πως να οπτικοποποιούμε τη λύση (ροές ισχύος, τάσεις ζυγών, ρυθμίσεις παραγωγών).

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (Δεδομένα - ζητούμενα)



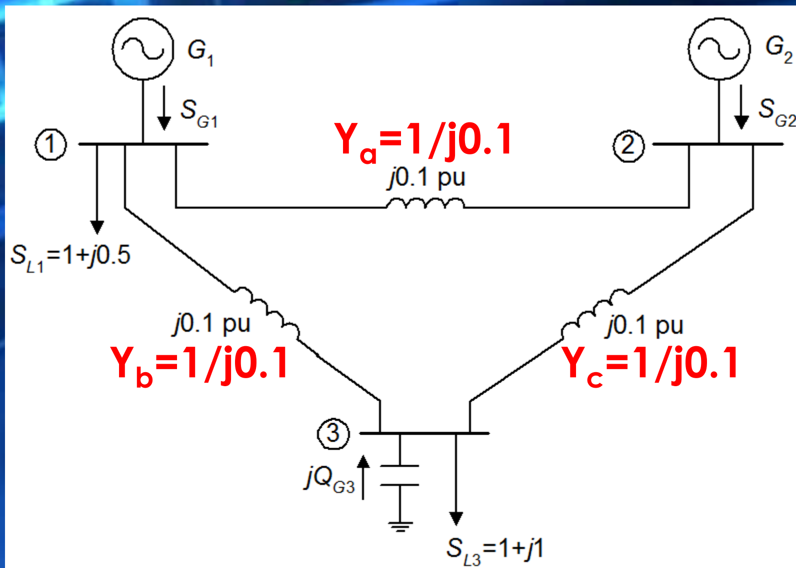
ΔΕΔΟΜΕΝΑ

1. Θεωρούμε το σύστημα των 3 ζυγών του διπλανού σχήματος. Τα φορτία των ζυγών και οι εν σειρά αντιδράσεις των γραμμών μεταφοράς σημειώνονται πάνω σε αυτό.
2. Οι εγκάρσιες αγωγιμότητες και οι εν σειρά αντιστάσεις των γραμμών μεταφοράς αμελούνται (X>>R).
3. Όλα τα δεδομένα είναι σε pu με βάση ισχύος τα 50 MVA.
4. Για τη ρύθμισή της τάσης έχουμε γεννήτριες στους ζυγούς 1 και 2, και ρυθμιζόμενο πυκνωτή στο ζυγό 3.
5. Αγνοούμε τα όρια λειτουργίας των γεννητριών.

ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

1. Έξοδοι γεννητριών και ρύθμιση πυκνωτή ώστε η τάση των ζυγών να είναι 1 pu.
2. Ροές ισχύος γραμμών μεταφοράς.
3. Απώλειες.

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (κατασκευή Y_{bus} και χειρισμός μεταβλητών)



Κατασκευή Y_{bus}

Ζυγός αναφοράς θα μπορούσε να είναι είτε ο 1 είτε ο 2. Επιλέγω τον **1**, οπότε δεν αλλάζω την αρίθμηση των ζυγών.
Με παρατήρηση μπορώ να κατασκευάσω απευθείας **την Y_{bus}**, αφού δεν υπάρχουν συζεύξεις μεταξύ των γραμμών μεταφοράς :

$$Y_{bus} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} Y_a + Y_b & -Y_a & -Y_b \\ -Y_a & Y_a + Y_c & -Y_c \\ -Y_b & -Y_c & Y_b + Y_c \end{bmatrix} \end{array} \Rightarrow \boxed{Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j20 & j10 & j10 \\ j10 & -j20 & j10 \\ j10 & j10 & -j20 \end{bmatrix}}$$

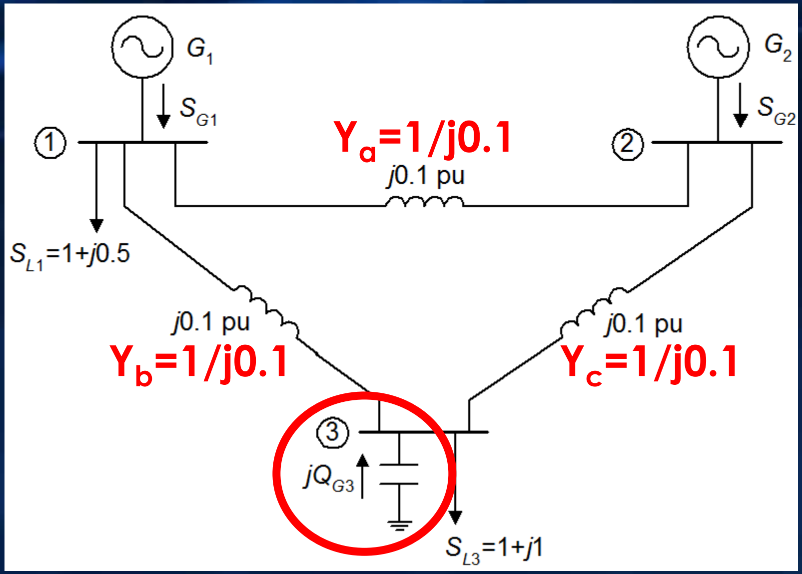
ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ U ΚΑΙ X

1. Γενικά στην ΑΡΦ, οι **x** (τάσεις ζυγών) προκύπτουν μετά την επιλογή των **u** (παραγωγές) για δεδομένες **p** (φορτίσεις).
2. Εδώ θεωρούμε τον περιορισμό ότι όλοι οι ζυγοί έχουν πλάτος τάσης 1 pu.
3. Επομένως, ψάχνουμε να βρούμε για δεδομένη φόρτιση **p** ποια επιλογή παραγωγών **u** δίνει το ζητούμενο **x. Κάποιες x και u ανταλλάσσουν ρόλους.**

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΖΥΓΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

1. Αντιστάσεις γραμμών = 0, άρα $P_{losses}=0 \Rightarrow \Sigma P_G=\Sigma P_L$. Δεν χρειάζεται για τον ζυγό αναφοράς υπολογισμός $P_r = P_{G1}$ μετά από ΣΕΡΦ και ισορροπία ισχύος.
2. Δεν ισχύει το ίδιο για $Q_{losses}=\sum_{i=1}^{n}\left[-\sum_{j=1}^{n}|V_i||V_j||y_{ij}|\sin(\delta_j-\delta_i+\gamma_{ij})\right]$.

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (ρυθμιζόμενος πυκνωτής)



- Τον ρυθμιζόμενο πυκνωτή θα τον δούμε σαν πηγή άεργου ισχύος, με άεργο ισχύ $Q_{G3} > 0$.
- Επειδή ιδανικά δεν καταναλώνει πραγματική ισχύ ή μπορούμε να αμελήσουμε τις απώλειές του σε σχέση με τα φορτία, θέτουμε την πραγματική ισχύ του $P_{G3} = 0$.
- Στην συνέχεια μπορούμε να υπολογίσουμε τη τιμή ρύθμισης της χωρητικότητάς του, εάν το επιθυμούμε, περνώντας από το pu σύστημα στις πραγματικές τιμές (προσέχοντας τις βάσεις).

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (κατάστρωση ΣΕΡΦ)

Καταγραφή Στατικών Εξισώσεων Ροής Φορτίου – ΣΕΡΦ (σε πραγματική μορφή)

Ο ζυγός αναφοράς έχει μέτρο τάσης 1 pu και γωνία τάσης 0, ενώ όλοι οι ζυγοί πρέπει να έχουν μέτρο τάσης 1 pu. Οι 2n=2·3=**6 ΣΕΡΦ** (2 για κάθε ζυγό) είναι :

$$P_{G1} - P_{L1} = \sum_{j=1}^{3} |V_1||V_j||y_{1j}|\cos(\delta_j - \delta_1 + \gamma_{1j}) \iff$$

$$\cos(\theta + 90^o) = -\sin(\theta)$$

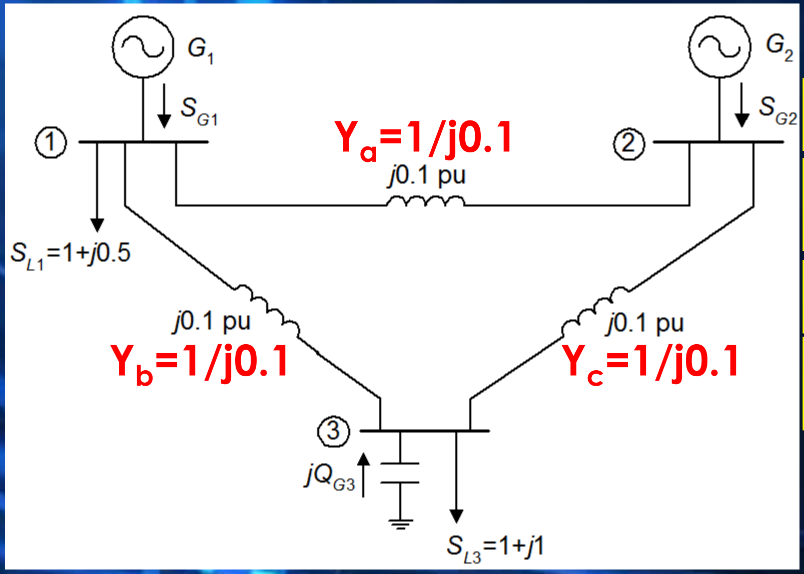
$$P_{G1} - 1 = 1 \cdot 1 \cdot 20 \cdot \cos(0 - 0 - 90^o) + 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot \cos(\delta_2 - 0 + 90^o) + 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot \cos(\delta_3 - 0 + 90^o)$$

$$\Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{G1} - 1 = -10\sin(\delta_2) - 10 \cdot \sin(\delta_3)}$$

$$Q_{G1} - Q_{L1} = -\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||y_{ij}| sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \Rightarrow \cdots \Rightarrow \boxed{Q_{G1} - 0.5 = 20 - 10 \cdot \cos(\delta_2) - 10 \cdot \cos(\delta_3)}$$

ΣΕΡΦ



Κάνω το ίδιο για όλους τους ζυγούς :

$$\boxed{P_{G1} = 1 - 10\sin(\delta_2) - 10 \cdot \sin(\delta_3)} \quad \textbf{(1)}$$

$$\boxed{Q_{G1} = 20.5 - 10\cos(\delta_2) - 10\cos(\delta_3)} \quad \textbf{(2)}$$

$$\boxed{P_{G2} = 10\sin(\delta_2) - 10\sin(\delta_3 - \delta_2)} \quad \textbf{(3)}$$

$$\boxed{Q_{G2} = -10\cos(\delta_2) + 20 - 10\cos(\delta_3 - \delta_2)} \quad \textbf{(4)}$$

$$\boxed{0 = 1 + 10\sin(\delta_3) - 10\sin(\delta_2 - \delta_3)} \quad \textbf{(5)}$$

$$\boxed{Q_{G3} = -10\cos(\delta_3) - 10\cos(\delta_2 - \delta_3) + 21} \quad \textbf{(6)}$$

6 εξισώσεις
7 άγνωστοι

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ
(Το προβλήμα της μη γραμμικότητας)

Εξίσωση ισορροπίας πραγματικής ισχύος στο σύστημα:

$$\sum_{i=1}^{n} P_{Gi} = \sum_{i=1}^{n} P_{Li} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{j=1}^{n}|V_i||V_j||y_{ij}|\cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})\right]}_{P_{losses} = 0} \Rightarrow$$

$P_{G3} = 0$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 1+1 \text{ pu} \Rightarrow \boxed{P_{G1} + P_{G2} = 2 \text{ pu}} \quad \textbf{(7)}$$

- Πλέον φαίνεται να έχουμε 7 εξισώσεις με 7 μεταβλητές.
- Θεωρητικά λοιπόν θα μπορούσαμε να λύσουμε το σύστημα!
- Οι εξισώσεις όμως είναι μη γραμμικές λόγω sin και cos .
- Μπορούμε να εφαρμόσουμε αριθμητικές μεθόδους για να λύσουμε το πρόβλημα.
- Εδώ, θα γραμμικοποιήσουμε τις εξισώσεις κάνοντας μία παραδοχή.
- Έχουμε παρατηρήσει ότι τις περισσότερες φορές οι γωνίες των τάσεων των ζυγών είναι μικρές. Επομένως και η διαφορά γωνιών στα άκρα μίας γραμμής παίρνει μικρές τιμές. Άρα, με σχετική ακρίβεια ισχύει $\sin(\theta_i) \approx \theta_i$ και $\sin(\theta_i - \theta_j) \approx \theta_i - \theta_j$.

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (οι δυσκολίες στην επίλυση)

$P_{G1} = 1 - 10\sin(\delta_2) - 10 \cdot \sin(\delta_3)$ → $\boxed{P_{G1} = 1 - 10\delta_2 - 10\delta_3}$ **(1)**

$\boxed{Q_{G1} = 20.5 - 10\cos(\delta_2) - 10\cos(\delta_3)}$ **(2)**

$P_{G2} = 10\sin(\delta_2) - 10\sin(\delta_3 - \delta_2)$ → $\boxed{P_{G2} = 20\delta_2 - 10\delta_3}$ **(3)**

$\boxed{Q_{G2} = -10\cos(\delta_2) + 20 - 10\cos(\delta_3 - \delta_2)}$ **(4)**

$0 = 1 + 10\sin(\delta_3) - 10\sin(\delta_2 - \delta_3)$ → $\boxed{0 = 1 + 20\delta_3 - 10\delta_2}$ **(5)**

$\boxed{Q_{G3} = -10\cos(\delta_3) - 10\cos(\delta_2 - \delta_3) + 21}$ **(6)**

Αντικαθιστώντας τις (1), (3) στην (7):
$1 - 10\delta_2 - 10\delta_3 + 20\delta_2 - 10\delta_3 = 2$ <=> δ_2=(1+20δ_3)/10 .
Αντικαθιστώντας την δ_2 στην (5): 0=0 !!!
Άρα στην πραγματικότητα δεν είναι ανεξάρτητη η (7), αλλά προκύπτει από τις ΣΕΡΦ (αφού Ploss=0): PG1+PG2=…=PL1+PL2

$\cancel{\boxed{P_{G1} + P_{G2} = 2 \text{ pu}}}$ **(7)**

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (Δοκιμές διαταραχών υ)

- Στην ΑΡΦ οι ζυγοί ελέγχου τάσης έχουν προκαθορισμένες τιμές παραγωγής ισχύος P_{Gi} και μέτρο τάσης $|V_i|$.
- Δηλαδή οι μεταβλητές P_{G1} και P_{G2} <u>δεν είναι άγνωστοι</u> !
- Λόγω των επιπλέον περιορισμών του προβλήματος και οι μεταβλητές $|V_1|=|V_2|=|V_3|=1$ pu (έχουν προσδιοριστεί) .
- Άρα θα πρέπει να δοκιμάσουμε ποιες τιμές P_{G1} και P_{G2} επιβεβαιώνουν τις ΣΕΡΦ.
- Η (7), αν και δεν είναι ανεξάρτητη εξίσωση, μας δείχνει ότι οι συνδυασμοί μας θα πρέπει να ικανοποιούν την εξίσωση : $P_{G1} + P_{G2} = 2$ pu .
- Επειδή δεν υπάρχει περιορισμός στις γραμμές μεταφοράς, προφανώς το φορτίο μπορεί να καλυφθεί με οποιοδήποτε συνδυασμό $P_{G1} + P_{G2} = 2$ pu .

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (Δοκιμές διαταραχών υ)

<u>Για κάθε συνδυασμό υπολογίζω</u>

(1) $P_{G1} = 1 - 10\delta_2 - 10\delta_3$ => $\delta_2 = (1 - P_{G1} - 10\delta_3)/10$

(3) $P_{G2} = 20\delta_2 - 10\delta_3$ => δ_3 = $[20(1\text{-}P_{G1}\text{-}10\delta_3)/10 \text{ - } P_{G2}]/10$

δ_2, δ_3= υπολ. (rad)

(2) $Q_{G1} = 20.5 - 10\cos(\delta_2) - 10\cos(\delta_3)$ = υπολ.

(4) $Q_{G2} = -10\cos(\delta_2) + 20 - 10\cos(\delta_3 - \delta_2)$ = υπολ.

(6) $Q_{G3} = -10\cos(\delta_3) - 10\cos(\delta_2 - \delta_3) + 21$ = υπολ.

Άεργος ισχύς γεννητριών για συγκεκριμένο P_{G1} και P_{G2}=2-P_{G1}

1ο ερώτημα

Με γνωστές δ_1, δ_2, δ_3 μπορώ να υπολογίσω τις ροές πραγματικής και άεργου ισχύος, με *S*→*R* την κατεύθυνση ισχύος μεταξύ των ζυγών *S* και *R*.

$$P_{SR} = \frac{V_S\, V_R}{X}\sin(\delta)$$

$$Q_{SR} = \left[\frac{V_S\, V_R}{X}\cos(\delta) - \frac{V_R^2}{X}\right]$$

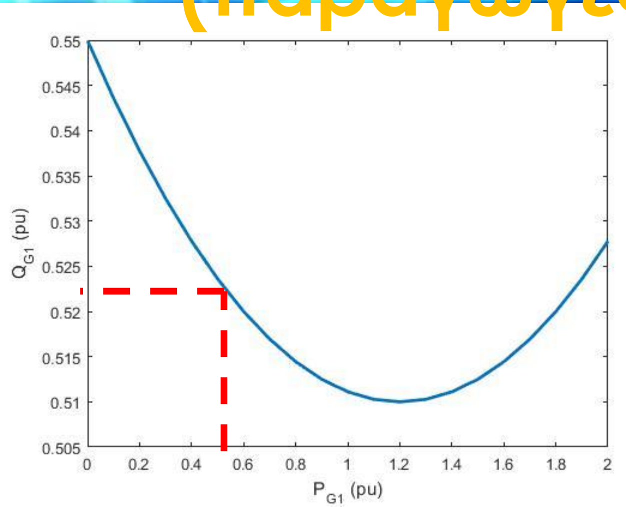
$$\delta = \delta_S - \delta_R$$

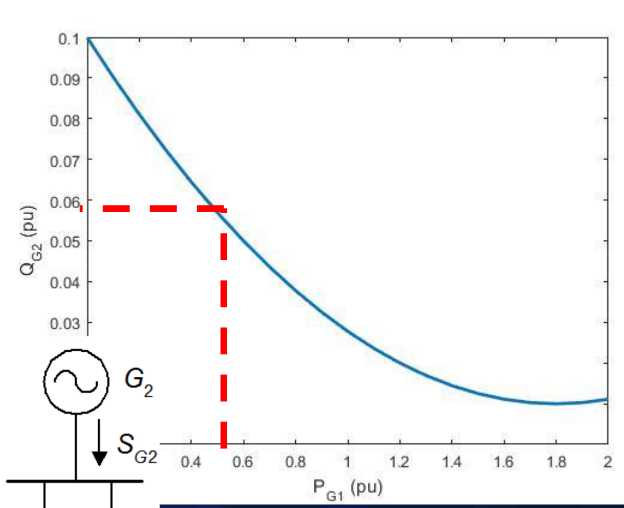
2ο ερώτημα

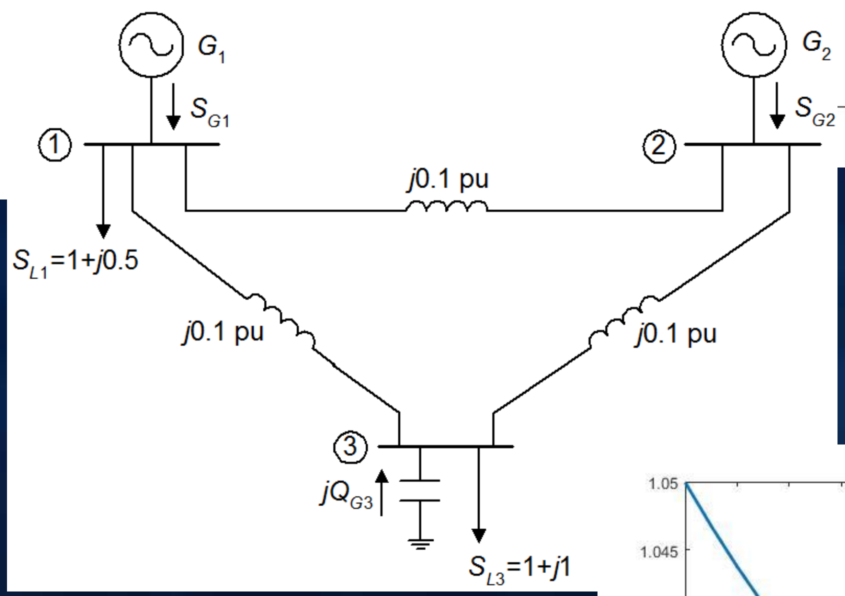
Πραγματικές απώλειες δεν υπάρχουν στις γραμμές μεταφοράς, γιατί έχουμε αγνοήσει τις ωμικές αντιστάσεις τους.
Οι άεργες απώλειες υπολογίζονται ως Q_{losses}=ΣQ_G-ΣQ_L , τα οποία Q_G τα έχω υπολογίσει στο πρώτο ερώτημα.

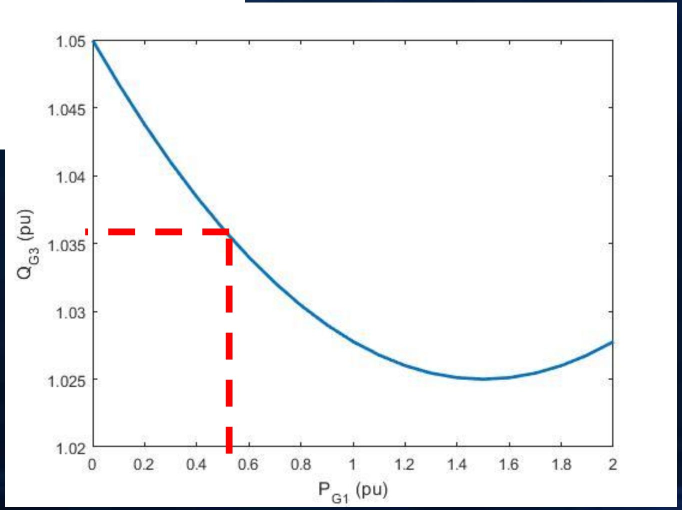
3ο ερώτημα

Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (παραγωγές άεργης ισχύος)





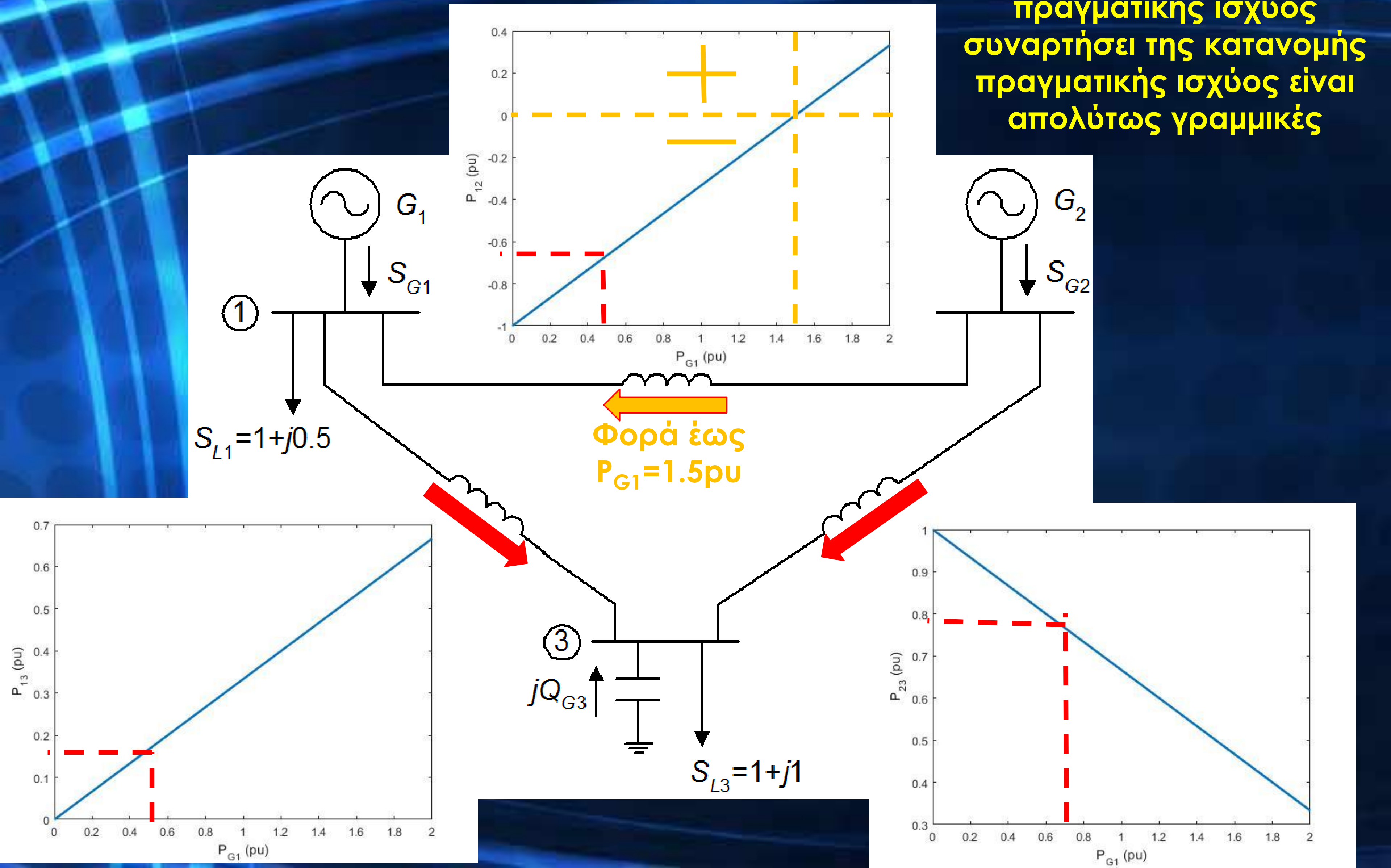




Οι παραγωγές άεργης ισχύος στους 3 ζυγούς εξασφαλίζουν μέτρα τάσεων 1 pu, για οποιαδήποτε κατανομής πραγματικής ισχύος 2 pu στους ζυγούς 1 και 2.

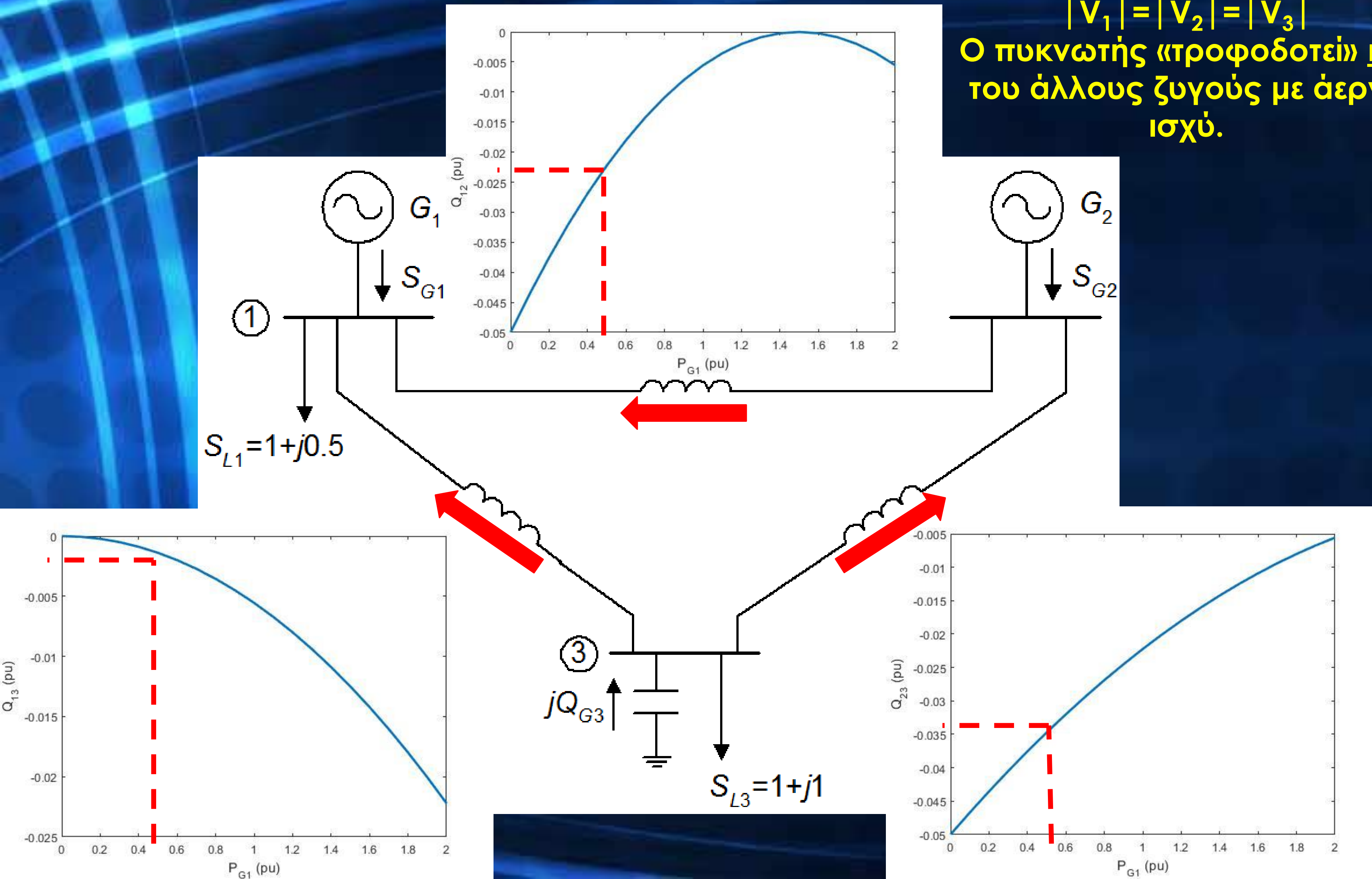
Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (ροές πραγματικής ισχύος)

Αγνοώντας τις απώλειες μεταφοράς, οι ροές πραγματικής ισχύος συναρτήσει της κατανομής πραγματικής ισχύος είναι απολύτως γραμμικές

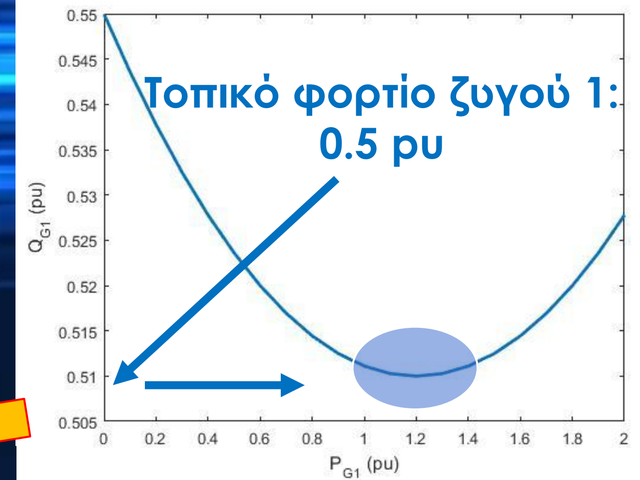


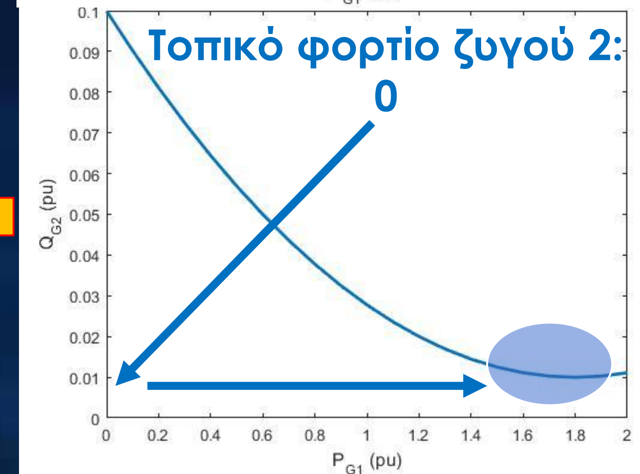
Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (ροές άεργης ισχύος)

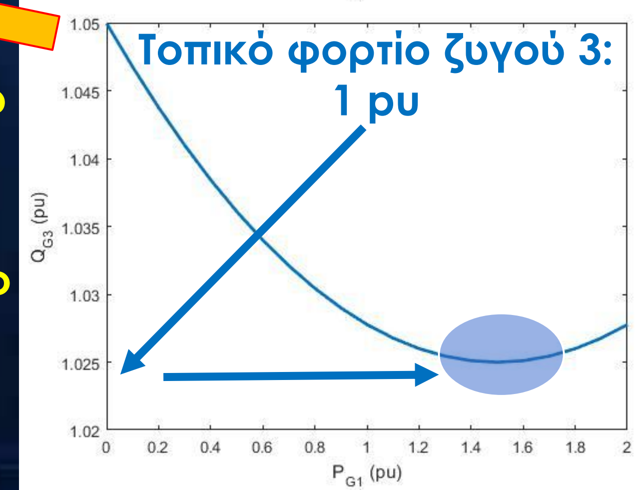
Οι ροές άεργης ισχύος είναι μικρές, επειδή διατηρώ $|V_1| = |V_2| = |V_3|$
Ο πυκνωτής «τροφοδοτεί» <u>και</u> του άλλους ζυγούς με άεργη ισχύ.



Παράδειγμα προβλήματος ΑΡΦ (άεργες απώλειες)



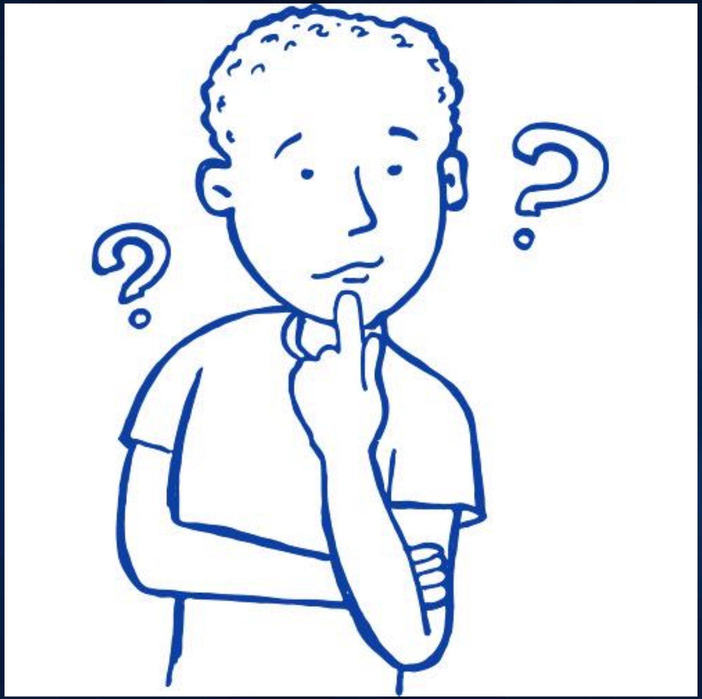




Οι άεργες απώλειες μειώνονται, όσο πιο πολύ καλύπτεται η ζήτηση άεργου ισχύος τοπικά.

Προφανώς, οι παραγωγές πρέπει να προσφέρουν παραπάνω άεργο από το φορτίο του ζυγού τους για να καλυφθούν και οι απώλειες των γραμμών.

Ευχαριστώ για την προσοχή σας !



Ερωτήσεις ;