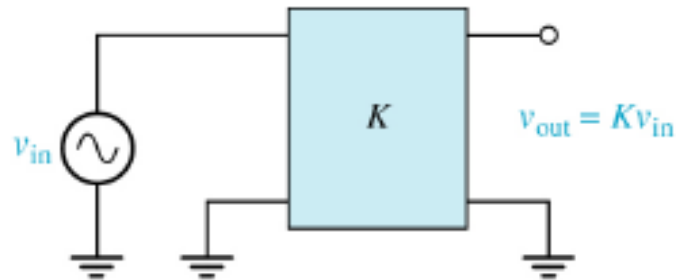


ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

ΔΙΑΛΕΞΗ 4

Το βασικό μοντέλο ενισχυτή

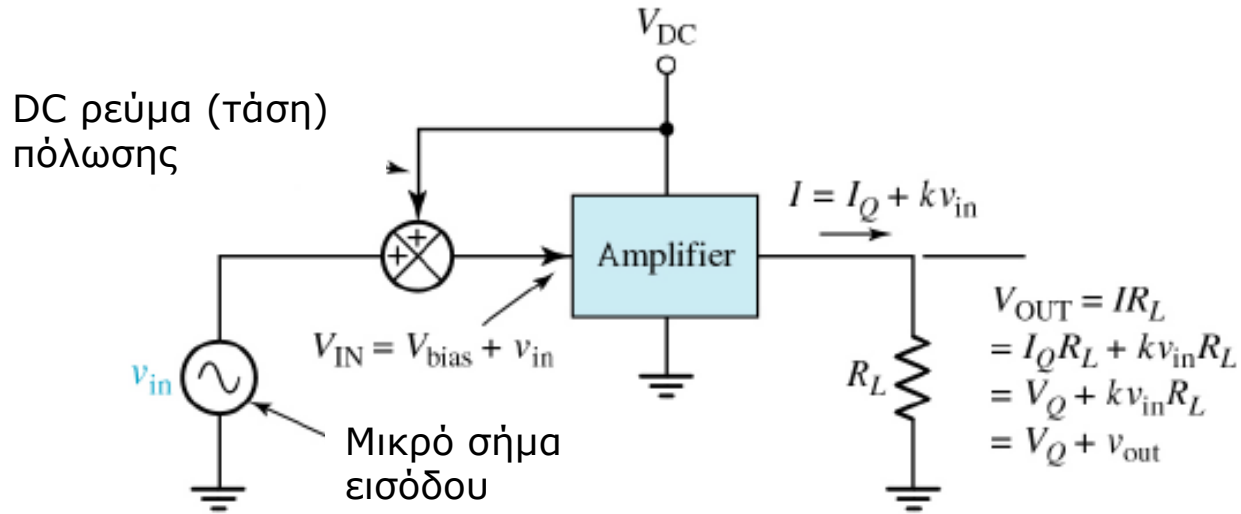


- Χαρακτηριστικά

- Ενίσχυση σημάτων μηδενικής (σχεδόν) τάσης
- Τροφοδοσία από μια ή περισσότερες DC πηγές
- Απαιτεί κατάλληλο DC biasing για να λειτουργήσει
- Ενισχύει μικρό αυξητικό σήμα εισόδου και παράγει ένα μεγενθυμένο σήμα εξόδου με κάποιο κέρδος

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{K v_{in}}{v_{in}} = K$$

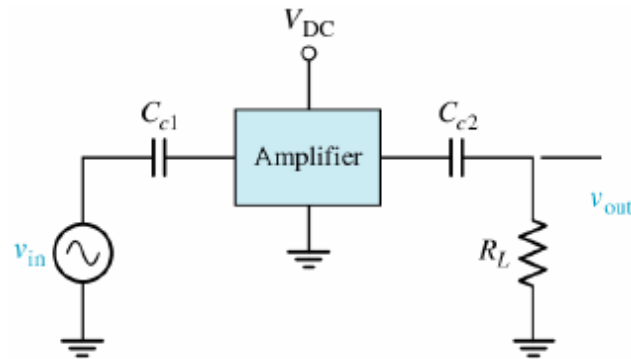
Παράδειγμα 1



- DC bias voltage V_{bias} θέτει το DC σημείο λειτουργίας
- Το μικρό σήμα εισόδου ενισχύεται

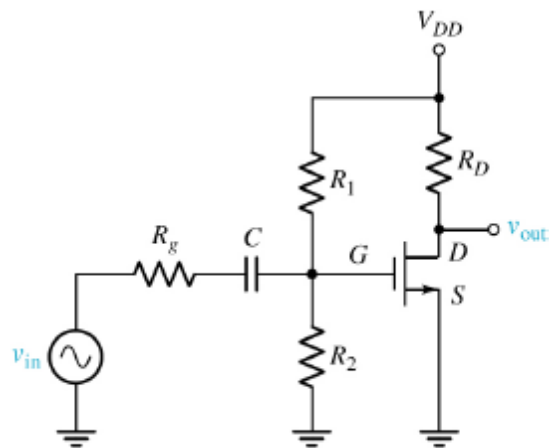
$$A_u = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{kv_{in}R_L}{v_{in}} = kR$$

DC blocking

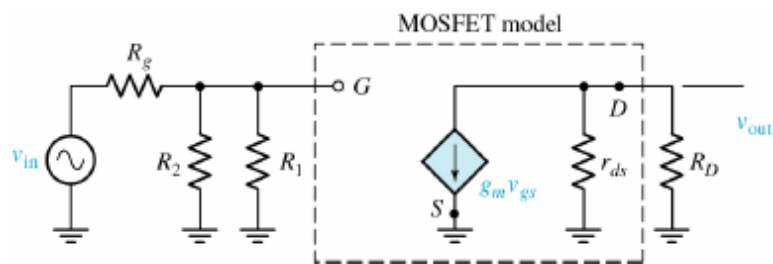


- Η τιμή του σήματος εισόδου μπορεί να μην είναι η επιθυμητή για τον ενισχυτή. Ο στόχος είναι να θέσουμε το DC σημείο λειτουργίας ανεξαρτήτως του ενισχυτή.
- Χρήση πυκνωτών σύζευξης για να απομονώσουμε το DC μέρος των σημάτων εισόδου/εξόδου
 - Τα σημεία λειτουργίας ε/ε θέτονται από τον ενισχυτή.
 - Επηρεάζει τη συμπεριφορά κέρδους ενισχυτή σε σχέση με τη συχνότητα (θα το δούμε αργότερα).

Παράδειγμα 2



- Single-stage ενισχυτής (με αντίσταση)
 - Ο C μπλοκάρει το DC μέρος της v_{in}
 - Το DC σημείο λειτουργίας ορίζεται από τις αντιστάσεις R_1, R_2 (διαίρετης αντίστασης)

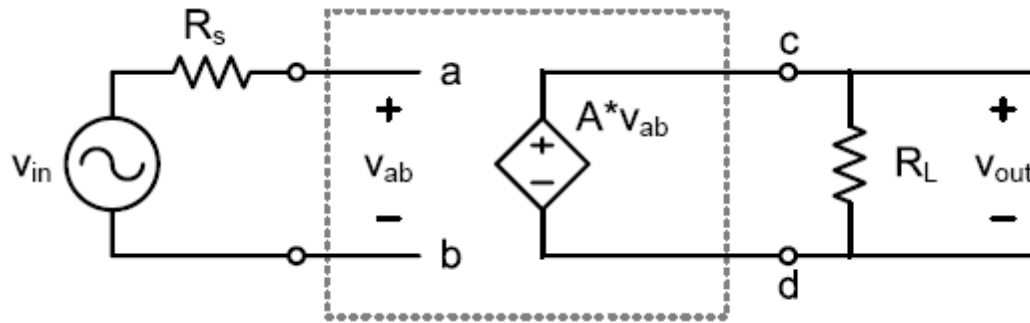


- Ισοδύναμο μικρού σήματος για μεσαίες συχνότητες
 - Ο C είναι βραχυκύκλωμα
 - Μοντελοποίηση του MOSFET σαν πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από τάση

Στοιχεία κέρδους

- Έννοιες σχετικές με κέρδος
 - Τάση, Ρεύμα, transconductance, transimpedance
 - Εστιάζουμε σε κέρδος τάσης
- Χαρακτηριστικά
 - Ο ιδανικός ενισχυτής τάσης έχει άπειρη αντίσταση εισόδου και μηδενική αντίσταση εξόδου.
 - Οι coupling πυκνωτές απομονώνουν τις DC τάσεις των εισόδων/εξόδων **αλλά** προκαλεί πεπερασμένο ρυθμό πτώσης του κέρδους χαμηλής συχνότητας (*low-frequency gain rolloff*).
 - Οι παρασιτικές χωρητικότητες (στην κυκλωματική διάταξη του ενισχυτή) προκαλούν πτώση του κέρδους τάσης υψηλής συχνότητας (*high-frequency gain rolloff*).

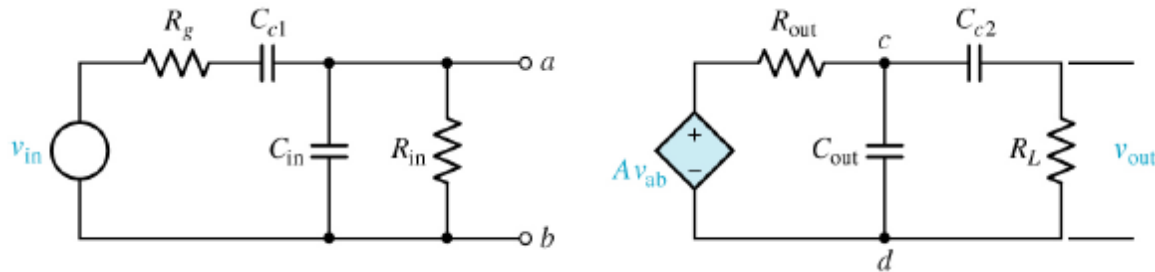
Ιδανικός ενισχυτής τάσης



- Το μοντέλο ενισχυτή πηγής ρεύματος ελεγχόμενη από τάση (VCVS)
- Το VCVS έχει άπειρη αντίσταση εισόδου και μηδενική αντίσταση εξόδου
- Το κέρδος είναι :

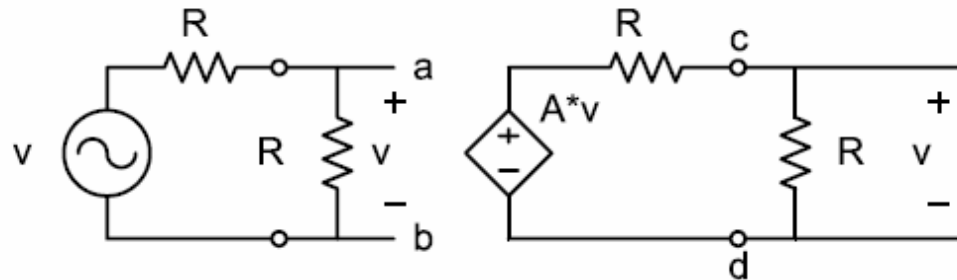
$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{cd}}{V_{ab}}$$

Μη-ιδανικός ενισχυτής τάσης



- Χρήση του VCVS μοντέλου αλλά με αντιστάσεις και πυκνωτές για τις μη-ιδανικότητες.
 - Πεπερασμένη αντίσταση εισόδου (C_{in} , R_{in})
 - Πεπερασμένη αντίσταση εξόδου (C_{out} , R_{out})
- Οι coupling πυκνωτές (C_{c1} , C_{c2}) είναι μεγάλοι (μF), ενώ οι παρασιτικοί πυκνωτές (C_{in} , C_{out}) είναι μικροί (pF)
 - Αυτό μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε απλούστερα μοντέλα βασιζόμενοι στην συχνότητα των σημάτων

Μοντέλο μεσαίων συχνοτήτων

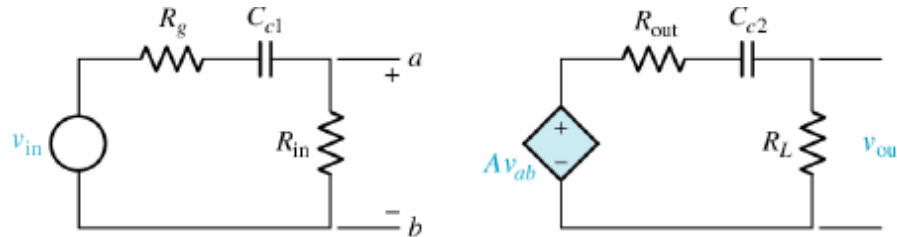


- Για μεσαίες συχνότητες έχω
 - Συνεζευγμένοι πυκνωτές (C_{c1}, C_{c2}) \rightarrow βραχυκύκλωμα
 - Παρασιτικοί πυκνωτές (C_{in}, C_{out}) \rightarrow ανοιχτοκύκλωμα
- Οι παρασιτικές αντιστάσεις επηρεάζουν το κέρδος

$$A_{MB} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = A \left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} \right) \left(\frac{R_L}{R_{out} + R_L} \right)$$

- Συνήθως, $R_{in} \gg R_s$ & $R_{out} \ll R_L$

Μοντέλο χαμηλών συχνοτήτων



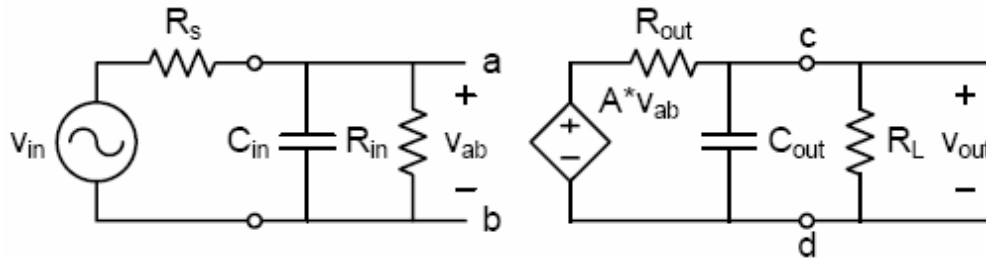
- Στις χαμηλές συχνότητες μπορώ να αγνοήσω τους παρασιτικούς πυκνωτές αλλά όχι τους coupling
- Οι συνεζευγμένες χωρητικότητες επηρεάζουν το κέρδος

$$\frac{v_{ab}}{v_{in}} = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g + 1/sC_{c1}} = \frac{sR_{in}C_{c1}}{s(R_{in} + R_g)C_{c1} + 1}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{ab}} = \frac{R_L}{R_L + R_{out} + 1/sC_{c2}} = \frac{AsR_LC_{c2}}{s(R_L + R_{out})C_{c2} + 1}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{As^2R_{in}R_LC_{c1}C_{c2}}{[s(R_L + R_{out})C_{c2} + 1][s(R_{in} + R_g)C_{c1} + 1]}$$

Μοντέλο υψηλών συχνοτήτων



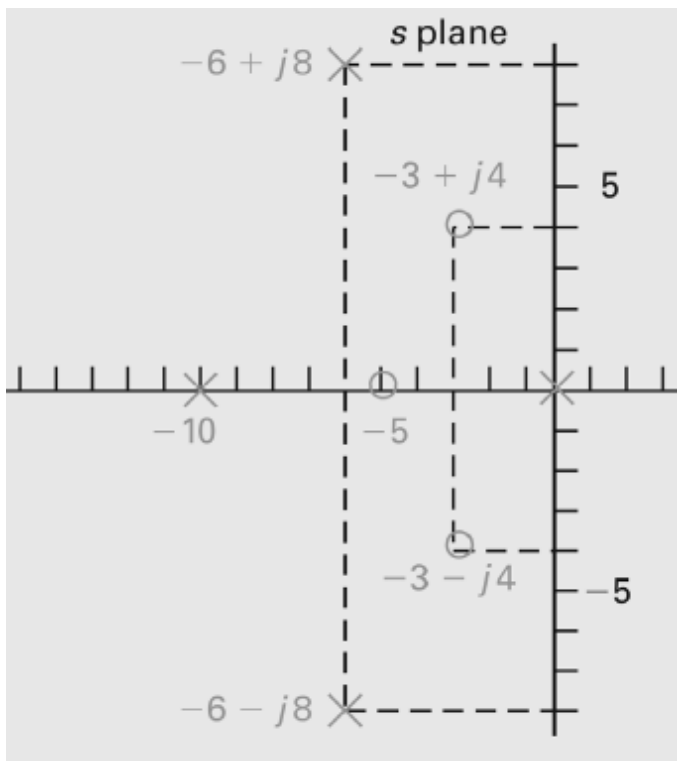
- Στις υψηλές συχνότητες δεν μπορώ να αγνοήσω τους παρασιτικούς πυκνωτές ενώ οι πυκνωτές σύζευξης είναι βραχυκυκλώματα
- Πως επηρεάζεται το κέρδος;

$$\frac{v_{ab}}{v_{in}} = \frac{(1/R_{in} + sC_{in})^{-1}}{R_g + (1/R_{in} + sC_{in})^{-1}} = \frac{1}{sR_gC_{in} + (R_g/R_{in} + 1)}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{ab}} = A \frac{(1/R_L + sC_{out})^{-1}}{R_{out} + (1/R_L + sC_{out})^{-1}} = \frac{A}{sR_{out}C_{out} + (R_{out}/R_L + 1)}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A}{[sR_gC_{in} + (R_g/R_{in} + 1)] [sR_{out}C_{out} + (R_{out}/R_L + 1)]}$$

Πόλοι και μηδενικά



Η γενική μορφή της απόκριση συχνότητας $H(s)$ είναι:

$$H_{(s)} = \frac{N_{(s)}}{D_{(s)}} = k \frac{(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_n)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)}$$

- Οι λύσεις του παρονομαστή είναι οι πόλοι ενώ του αριθμητή είναι τα μηδενικά
- Οι πόλοι και τα μηδενικά έχουν φανταστικό και πραγματικό μέρος. Στο διπλανό σχήμα ο άξονας X απεικονίζει το πραγματικό μέρος και ο Y το φανταστικό

Διαγράμματα Bode (1/2)

- Τα διαγράμματα Bode είναι μια τεχνική σχεδίασης τα οποία μας δίνουν μια ιδέα για την συμπεριφορά της απόκρισης συχνότητας ενός συστήματος
 - Για τη σχεδίαση τους χρησιμοποιούμε εργαλεία CAD όπως το MATLAB.
 - Σχεδιάζοντας στο χέρι πολλές φορές έχουμε χρήσιμα συμπεράσματα
- Έστω ότι έχουμε πραγματικούς πρώτης τάξης πόλους και μηδενικά

$$H(j\omega) = K \frac{(j\omega + z_1)}{j\omega(j\omega + p_1)}$$

- Αντικαθιστώντας το s με $j\omega$ \rightarrow $H(s) = K \frac{(s + z_1)}{s(s + p_1)}$
- Χρειαζόμαστε το μέτρο $|H(j\omega)|$ και τη φάση $\theta(j\omega)$ της απόκρισης συχνότητας

Διαγράμματα Bode (2/2)

- Πρώτα αναδιατάσσουμε την εξίσωση

$$H(j\omega) = K \frac{z_1(j\omega/z_1 + 1)}{p_1 j\omega(j\omega/p_1 + 1)} = K' \frac{(j\omega/z_1 + 1)}{j\omega(j\omega/p_1 + 1)}$$

- Μετά λύνουμε ως προς $|H(j\omega)|$ και $\theta(j\omega)$

$$|H(j\omega)| = K' \frac{|j\omega/z_1 + 1|}{\omega |j\omega/p_1 + 1|}$$

$$\theta(\omega) = \tan^{-1}(\omega/z_1) - \tan^{-1}(\omega/p_1) - 90^\circ$$

Η τιμή -90° προέρχεται από τον πόλο στη συχνότητα $\omega=0$

Διαγράμματα πλάτους (1/4)

- Τα διαγράμματα πλάτους αφορούν πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις όρων → μετράμε σε dB (λογαριθμική κλίμακα)

– Το κέρδος της $|H(j\omega)|$ σε dB είναι $A_{dB} = 20 \log_{10} |H(j\omega)|$

$$A_{dB} = 20 \log_{10} \left(K' \frac{|j\omega/z_1 + 1|}{\omega |j\omega/p_1 + 1|} \right)$$

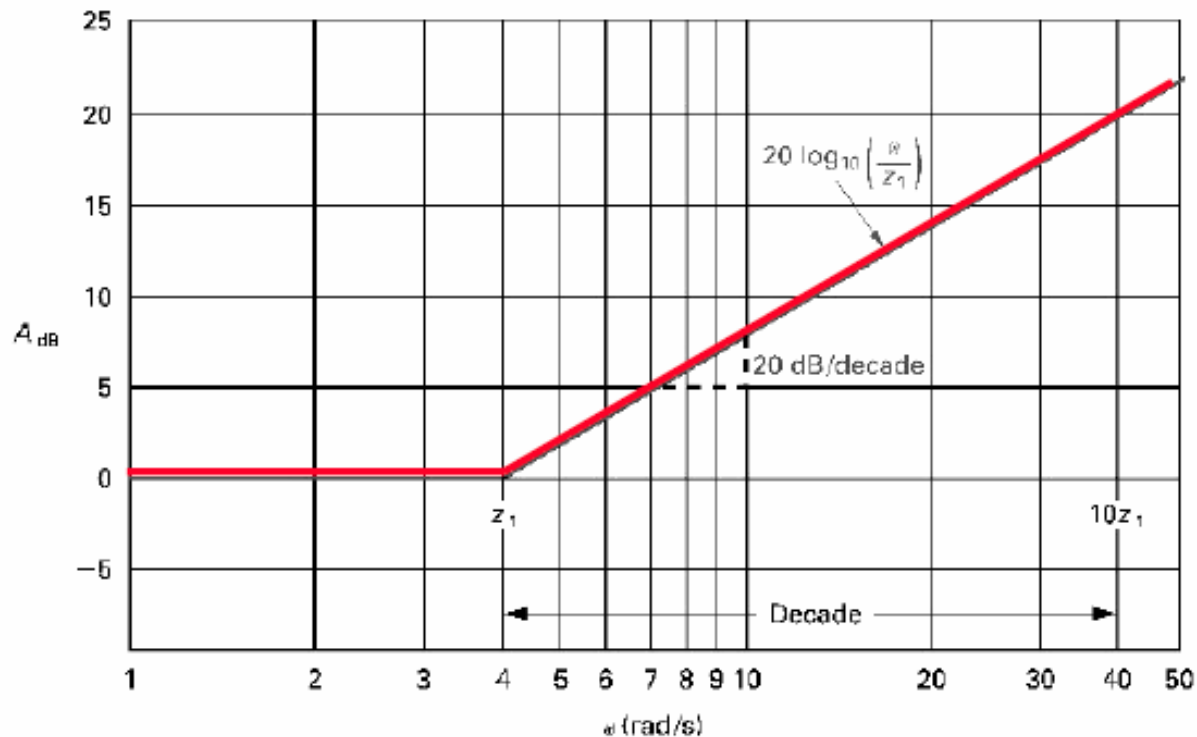
Για το συγκεκριμένο παράδειγμα

$$= 20 \log_{10} (K') + 20 \log_{10} |j\omega/z_1 + 1| - 20 \log_{10} (\omega) - 20 \log_{10} |j\omega/p_1 + 1|$$

- Προτιμούμε να σχεδιάζουμε πόλους και μηδενικά ξεχωριστά και στη συνέχεια τα τοποθετούμε στο ίδιο διάγραμμα.
- Σχεδιάζουμε τα διαγράμματα με προσεγγιστικές ευθείες ως εξής:
 - Κάθε πόλος προκαλεί κλίση -20dB/dec (-6dB/oct)
 - Κάθε μηδενικό προκαλεί κλίση $+20\text{dB/dec}$ (6dB/oct)

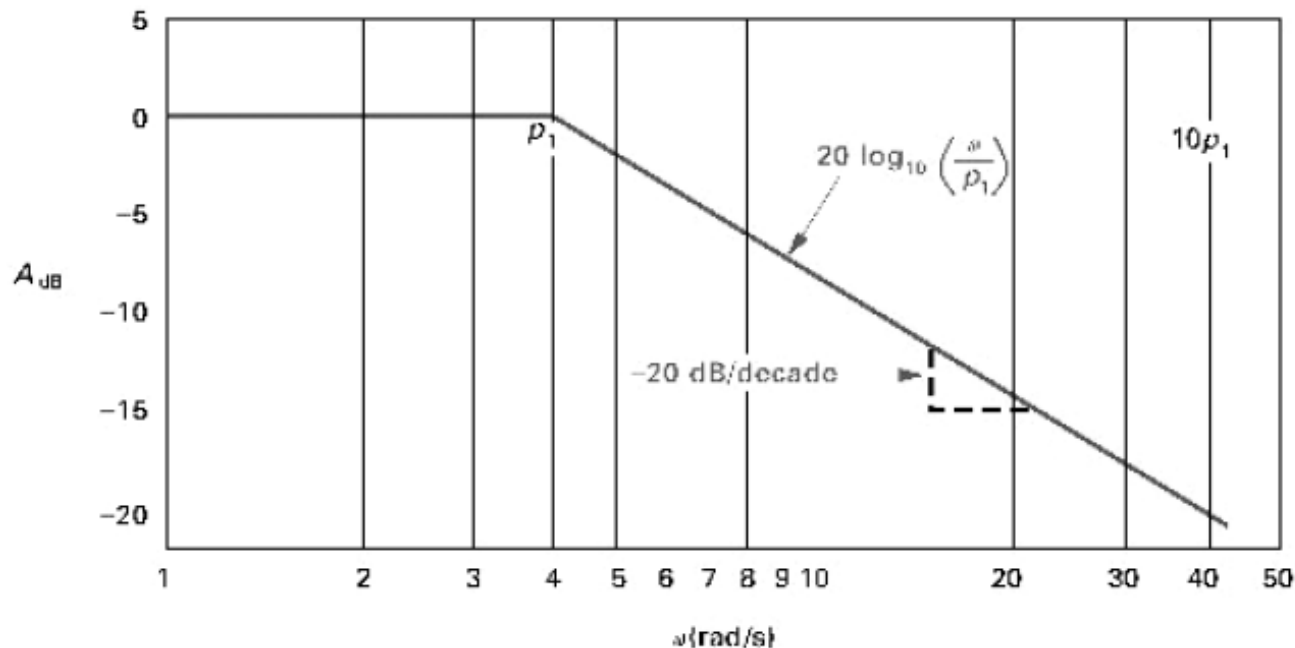
Διαγράμματα πλάτους (2/4)

1. $20\log_{10}K \rightarrow$ ευθεία γραμμή εφόσον δεν έχουμε εξάρτηση από ω
2. Για το μηδενικό z_1 το διάγραμμα αυξάνεται κατά 20dB/dec



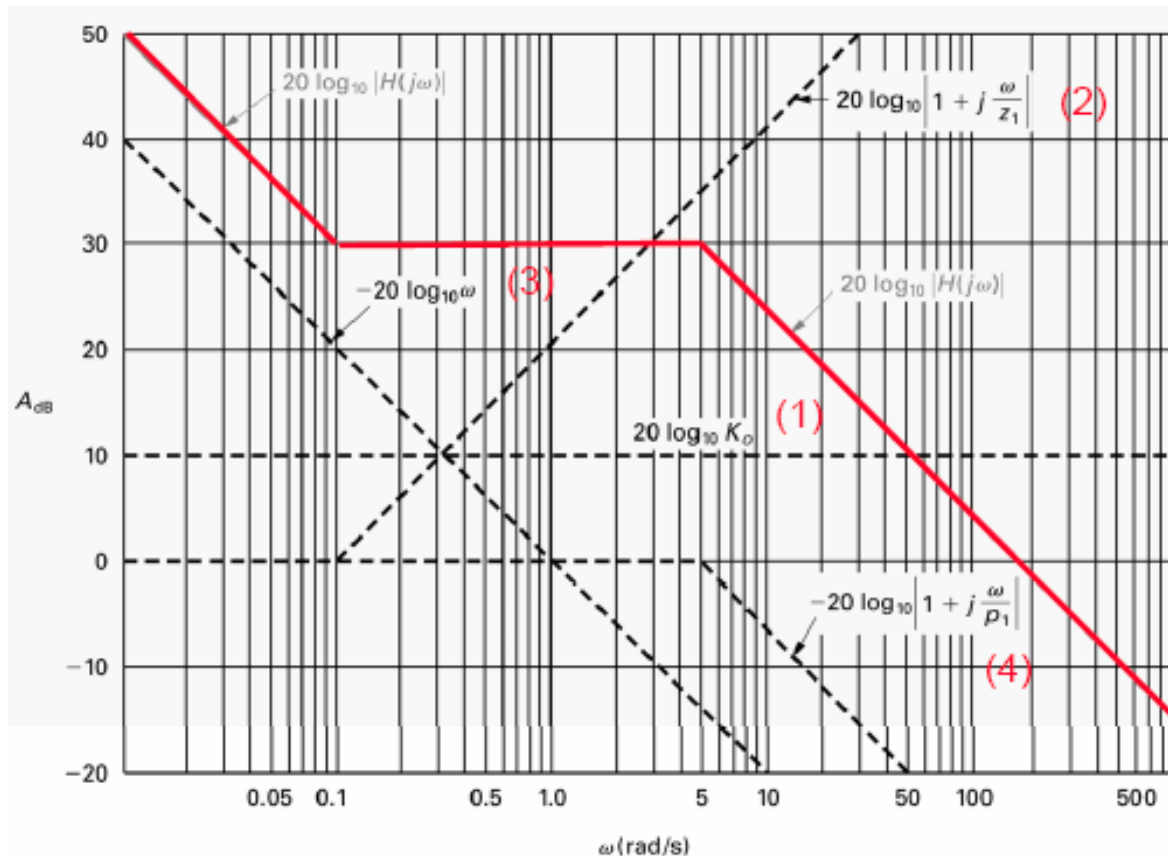
Διαγράμματα πλάτους (3/4)

3. $-20\log_{10}(\omega) \rightarrow$ ευθεία γραμμή με κλίση -20dB/dec και τέμνει τα 0dB για $\omega=1$
4. Για τον πόλο \rightarrow ευθεία γραμμή μέχρι p_1 και μετά κλίση -20dB



Διαγράμματα πλάτους (4/4)

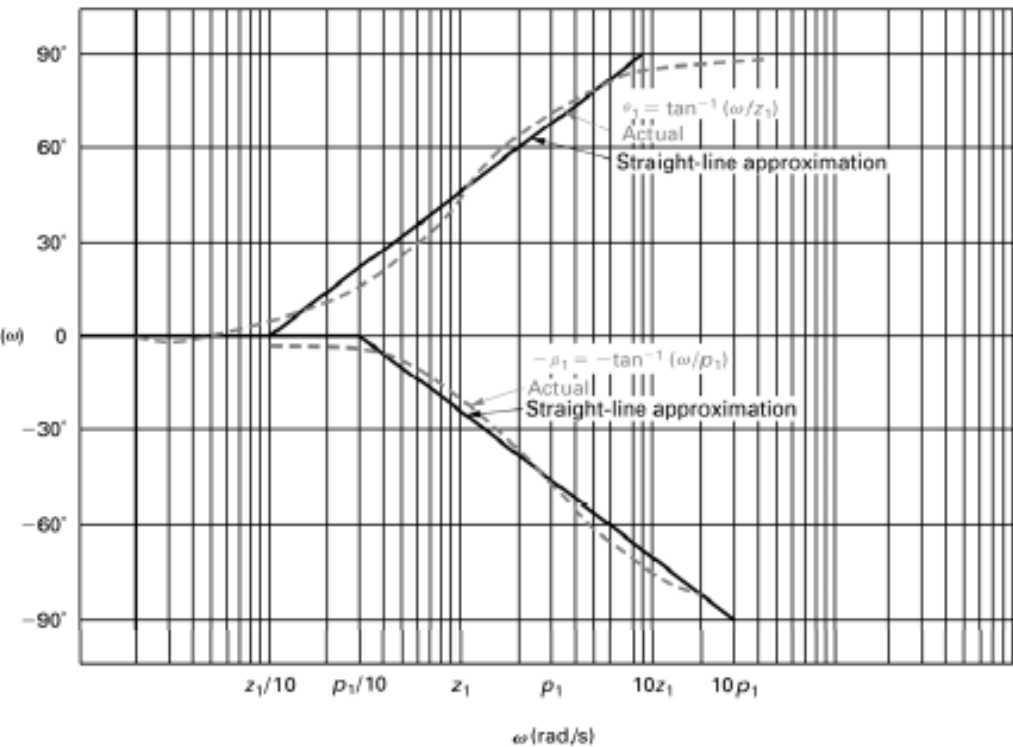
- Συνολικά...



(Ο πολλαπλασιασμός είναι πρόσθεση σε dB)

Διαγράμματα φάσης (1/2)

Και εδώ χρησιμοποιώ προσεγγιστικές ευθείες



Μερικοί κανόνες

- Η φάση για σταθερές είναι 0
- Η φάση για πόλους ή μηδενικά στην αρχή ($\omega=0$) είναι +/-90 βαθμούς
- Η φάση για πρώτης τάξης πόλους ή μηδενικά όχι στην αρχή είναι

για $\omega < \omega_{\text{corner}} \rightarrow 0$

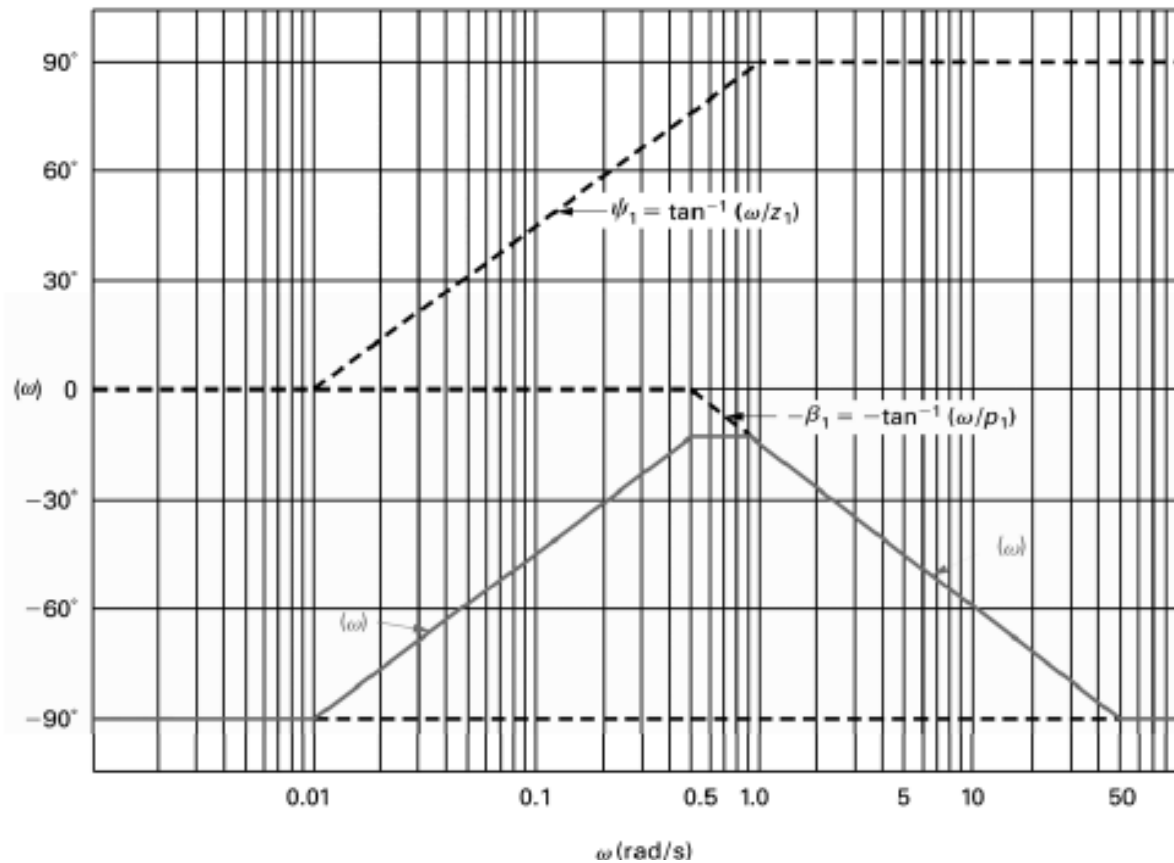
για $\omega > 10\omega_{\text{corner}} \rightarrow +/-90$ βαθμούς

για $\omega = \omega_{\text{corner}} \rightarrow +/-45$ βαθμούς

(- για πόλους και + για μηδενικά)

Διαγράμματα φάσης (2/2)

- Συνολικά...



Διαγράμματα bode μιγαδικοί πόλοι και μηδενικά

- Η σχεδίασή τους είναι πιο δύσκολη – μπορούμε πάλι να δουλέψουμε προσεγγιστικά.

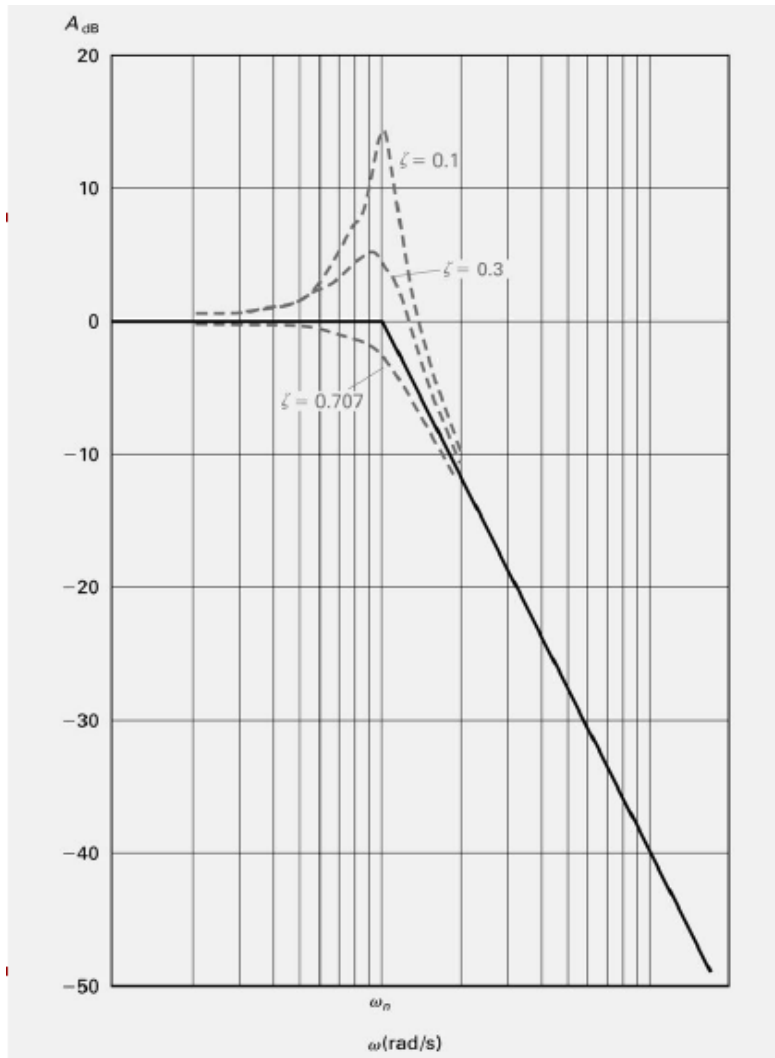
$$H(s) = \frac{K}{(s + \alpha - j\beta)(s + \alpha + j\beta)}$$

$$(s + \alpha - j\beta)(s + \alpha + j\beta) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

$$\omega_n^2 = \alpha^2 + \beta^2 \text{ and } \zeta\omega_n = \alpha$$

- $\zeta < 1 \rightarrow$ οι ρίζες είναι μιγαδικές.
- $\zeta \geq 1 \rightarrow (s+p_1)(s+p_2)$ (κατά τα γνωστά...)
- Οι μιγαδικοί πόλοι και μηδενικά είναι σε ζεύγη οπότε έχω:
 - +/- 40dB/dec αλλαγή στην κλίση των διαγραμμάτων πλάτους
 - +/- 180 βαθμούς αλλαγές στη φάση
 - Επίσης ...

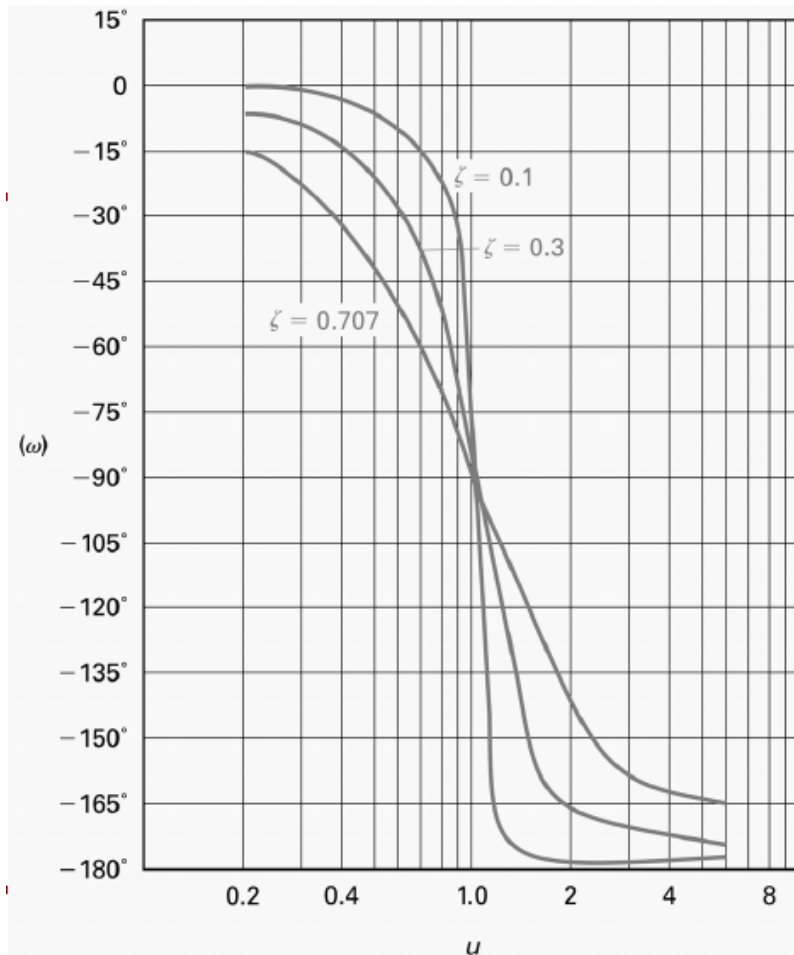
Μιγαδικοί πόλοι (πλάτος)



- Εξάρτηση από το ζ (damping coefficient)

Μιγαδικοί πόλοι (φάση)

- Εξάρτηση από το ζ (damping coefficient)

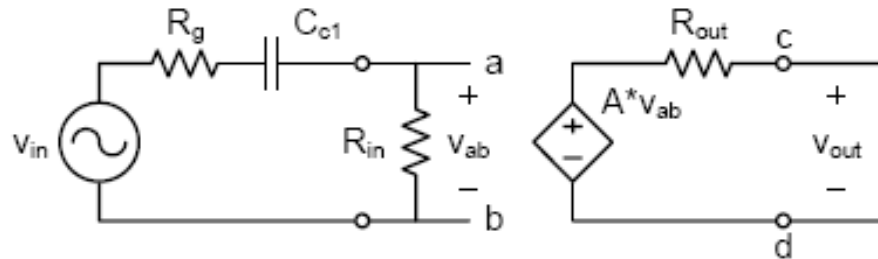


Διαγράμματα bode - συνοπτικά

- Για συνάρτηση μεταφοράς της μορφής κλάσματος γινομένου παραγόντων ($s+a$)
 - Οι όροι του αριθμητή είναι τα μηδενικά
 - Κλίση 20dB/dec ξεκινώντας από τη γωνιακή συχνότητα του μηδενικού
 - 90 βαθμούς ολίσθηση φάσης μετά τη γωνιακή συχνότητα του μηδενικού
 - Οι όροι του παρονομαστή είναι οι πόλοι
 - Κλίση -20dB/dec ξεκινώντας από τη γωνιακή συχνότητα του πόλου
 - 90 βαθμούς ολίσθηση φάσης μετά τη γωνιακή συχνότητα του μηδενικού
- Τα διαγράμματα bode αποδίδουν καλύτερα για αποστάσεις μεταξύ πόλων και μηδενικών μεγαλύτερες από 10x

Παράδειγμα 3

Απόκριση Χαμηλής Συχνότητας



- Οι πυκνωτές σύζευξης επηρεάζουν την απόκριση χαμηλής συχνότητας

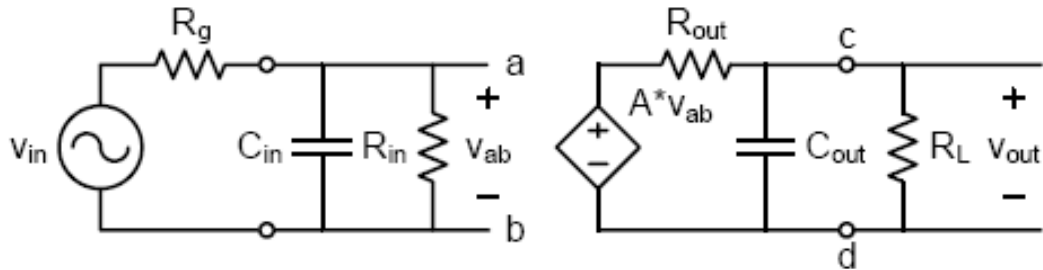
$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = A \frac{sR_{in}C_{c1}}{s(R_{in} + R_g)C_{c1} + 1} \quad \omega_p = \frac{1}{(R_{in} + R_g)C_{c1}}$$

$$= \frac{Ks}{s/\omega_p + 1} \quad K = AR_{in}C_{c1}$$

(Η ω_p καθορίζει την χαμηλότερη συχνότητα αποκοπής)

Παράδειγμα 4

Απόκριση Υψηλής Συχνότητας (1/2)



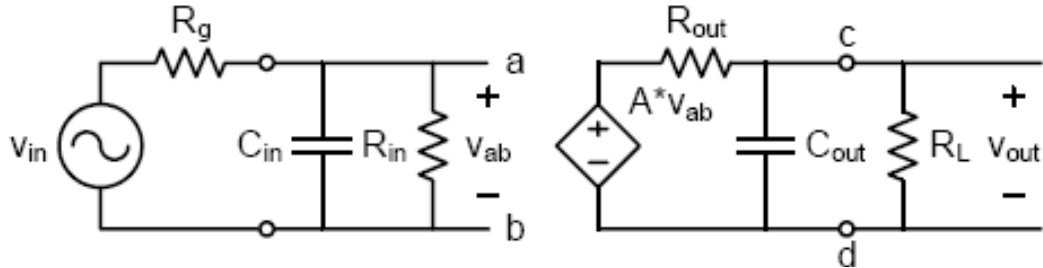
- Λαμβάνουμε υπόψη την C_{in} (αγνοούμε την C_{out})

$$\begin{aligned} \frac{v_{out}}{v_{in}} &= \frac{A}{[sR_gC_{in} + (R_g/R_{in} + 1)][R_{out}/R_L + 1]} \\ &= \left(\frac{R_L}{R_L + R_{out}} \right) \left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} \right) \left(\frac{A}{1 + sC_{in} \frac{R_{in}R_g}{R_{in} + R_g}} \right) \\ &= \frac{K}{1 + s/\omega_p} \end{aligned}$$

- Το κύκλωμα έχει απόκριση μοναδικού πόλου και το 3dB bandwidth είναι στην $\omega_p = 0$

Παράδειγμα 4

Απόκριση Υψηλής Συχνότητας (2/2)



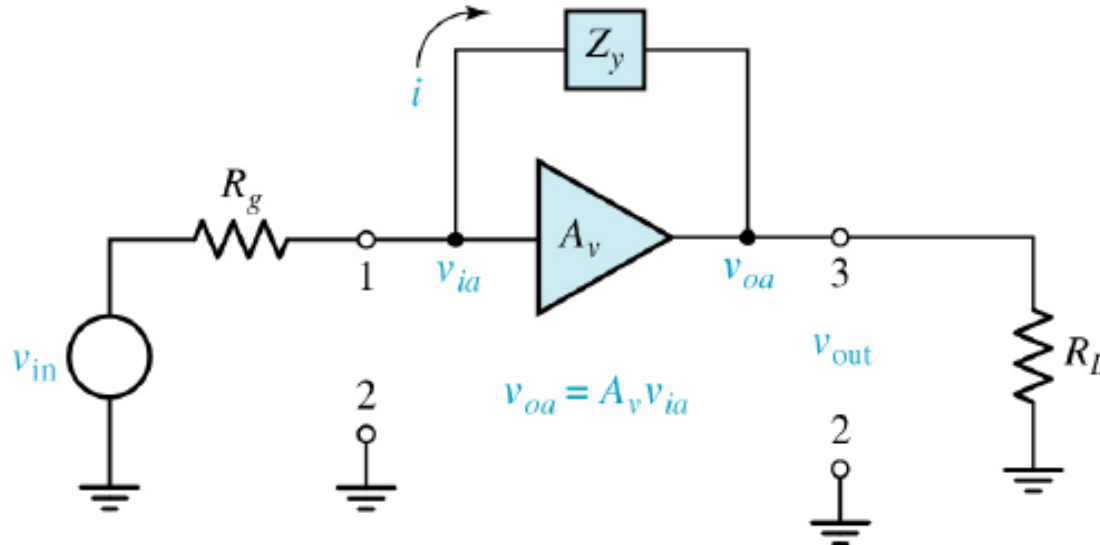
- Αν λάβουμε υπόψη και την C_{out} το κέρδος είναι

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{K}{\left(1 + s/\omega_{p1}\right) \left(1 + s/\omega_{p2}\right)}$$

- Αν $\omega_{p1} \ll \omega_{p2}$, ο ω_{p2} καθορίζει τα 3dB bandwidth
- Αν $\omega_{p2} \ll \omega_{p1}$, ο ω_{p1} καθορίζει τα 3dB bandwidth
- Αν $\omega_{p1} = \omega_{p2}$, η ω_p είναι 6dB σημείο με διπλούς πόλους

Το φαινόμενο Miller

- Μια εμπέδηση η οποία γεφυρώνει τους κόμβους της εισόδου και της εξόδου ενός ανάστροφου ενισχυτή μπορεί να επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό την αντίσταση εισόδου ενός ενισχυτή

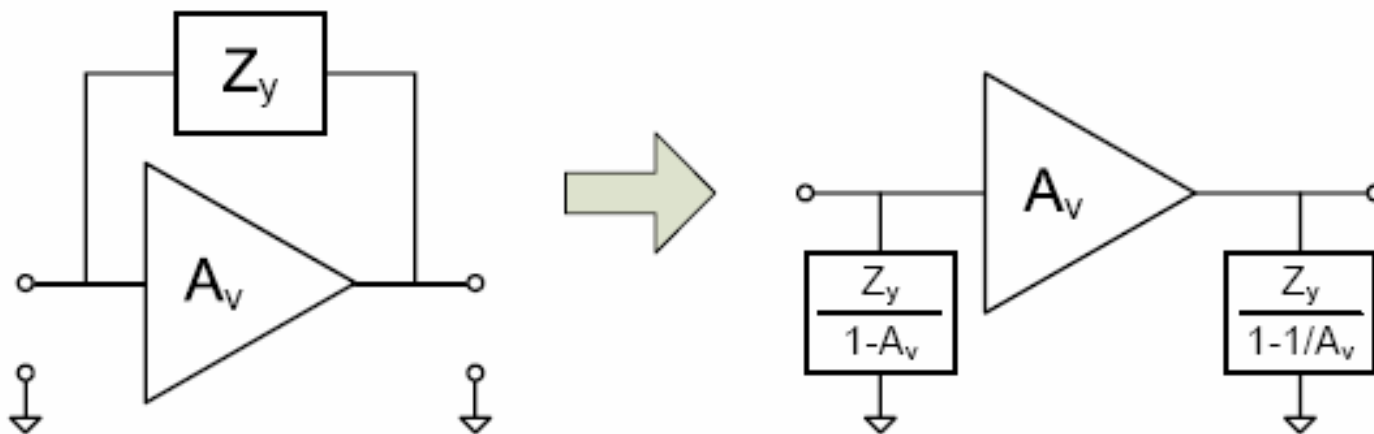


$$i = \frac{v_{ia} - v_{oa}}{Z_y} = \frac{v_{ia} - A_v v_{ia}}{Z_y} = \frac{(1 - A_v) v_{ia}}{Z_y}$$

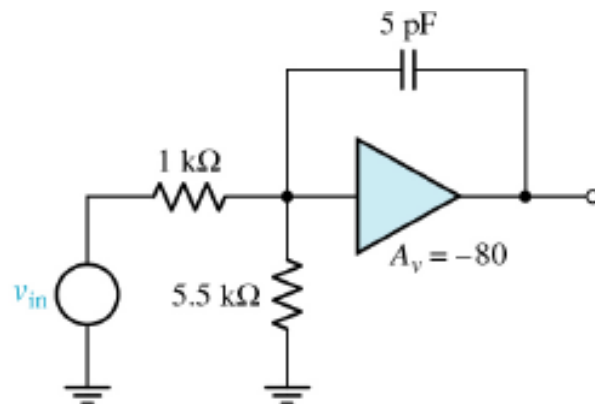
$$Z_{in} = \frac{v_{ia}}{i} = \frac{Z_y}{1 - A_v}$$

Το ισοδύναμο Miller (1/2)

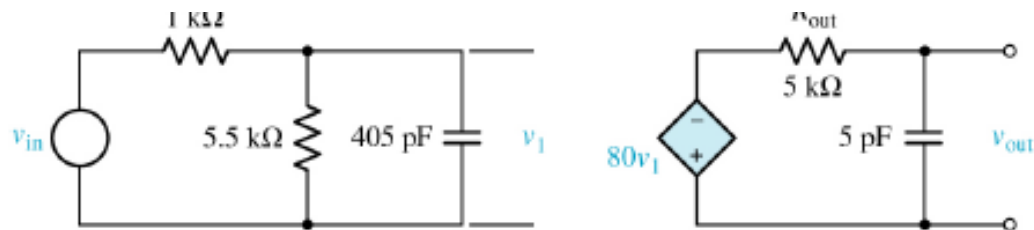
- Για απλοποίηση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ανάλογο ισοδύναμο



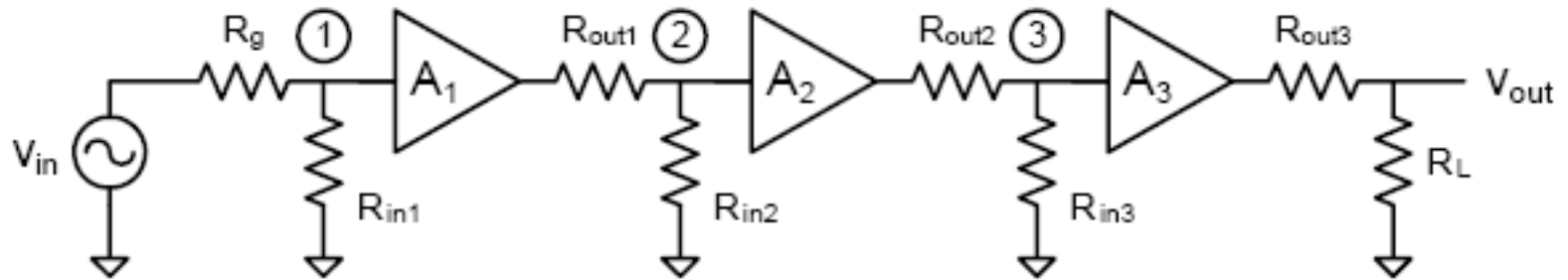
Το ισοδύναμο Miller (2/2)



Ισοδύναμο κύκλωμα



Ενισχυτές πολλών σταδίων



$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{U_1}{U_{in}} \frac{U_2}{U_1} \frac{U_3}{U_2} \frac{U_{out}}{U_3}$$

$$= \frac{R_{in1}}{R_g + R_{in1}} \frac{A_1 R_{in2}}{R_{out1} + R_{in2}} \frac{A_2 R_{in3}}{R_{out2} + R_{in3}} \frac{A_3 R_L}{R_{out3} + R_L}$$

- Η διάλεξη αυτή έγινε στο πλαίσιο του ΕΠΕΑΚ ΙΙ για το μάθημα Αναλογικά Ηλεκτρονικά