ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ-ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ 1^{O}

ΑΛΓΕΒΡΑ ΠΙΝΑΚΩΝ-ΛΥΣΕΙΣ

Άσκηση 1

Έστω οι πίνακες Α= $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 12 \end{bmatrix}$ και Β= $\begin{bmatrix} 7 & 8 & 7 \\ 3 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ και

$$Γ=\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 9 \\ 8 & 9 & 8 & 7 \\ 2 & 8 & 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ και } Δ=\begin{bmatrix} 24 & 71 & 92 \\ 47 & 43 & 87 \\ 61 & 52 & 116 \end{bmatrix}$$

Να υπολογιστεί το άθροισμα των παραπάνω πινάκων.

- Α+Β= $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 12 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 7 & 8 & 7 \\ 3 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 11 & 9 & 10 \\ 3 & 8 & 12 \\ 6 & 11 & 13 \end{bmatrix}$

- Γ+Δ= Η πράξη της πρόσθεσης μεταξύ των πινάκων Γ και Δ δεν είναι εφικτή διότι δεν είναι συμβατές οι διαστάσεις τους.

Άσκηση 2

Έστω οι πίνακες Ε= $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ και Ζ= $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ και

$$Κ=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \\ 8 & 3 \\ 9 & 4 \end{bmatrix} \text{ και } Λ=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}1&5&6\\2&1&1\\0&2&4\end{bmatrix} \text{ και } N=\begin{bmatrix}1&2&1\\1&4&6\\8&7&2\end{bmatrix}$$

Να υπολογιστεί ο πολλαπλασιασμός των παραπάνω πινάκων.

- $E*Z=\begin{bmatrix}1&2\\0&3\end{bmatrix} X \begin{bmatrix}2&0\\1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1*2+2*1)&(1*0+2*1)\\(0*2+3*1)&(0*0+3*1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&2\\3&3\end{bmatrix}$

- $K*\Lambda=\begin{bmatrix}2&1\\0&7\\8&3\\9&4\end{bmatrix} X \begin{bmatrix}1&3&5\\2&0&6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(2*1+1*2)&(2*3+1*0)&(2*5+1*6)\\(0*1+7*2)&(0*3+7*0)&(0*5+7*6)\\(8*1+3*2)&(8*3+3*0)&(8*5+3*6)\\(9*1+4*2)&(9*3+4*0)&(9*5+4*6)\end{bmatrix}=$

$$\begin{bmatrix}4&6&16\\14&0&42\\14&24&58\\17&27&69\end{bmatrix}$$

- $M*N=\begin{bmatrix}1&5&6\\2&1&1\\0&2&4\end{bmatrix}X\begin{bmatrix}1&2&1\\1&4&6\\8&7&2\end{bmatrix}=$

$$\begin{bmatrix}(1*1+5*1+6*8)&(1*2+5*4+6*7)&(1*1+5*6+6*2)\\(2*1+1*1+1*8)&(2*2+1*4+1*7)&(2*1+1*6+1*2)\\(0*1+2*1+4*8)&(0*2+2*4+4*7)&(0*1+2*6+4*2)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}54&64&43\\11&15&10\\34&36&20\end{bmatrix}$$

Άσκηση 3

Έστω οι πίνακες $O=\begin{bmatrix}2&1\\4&2\end{bmatrix}$, $\Pi=\begin{bmatrix}1&0&8\\0&5&-9\\8&-8&7\end{bmatrix}$, $P=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$ και $\Sigma=\begin{bmatrix}3&0&1\\5&6&1\\7&0&0\end{bmatrix}$

Να υπολογιστούν οι ορίζουσες των παραπάνω πινάκων.

- $O=\begin{bmatrix}2&1\\4&2\end{bmatrix}$=> det(O)= 2*2 - 4*1= 0

- $\Pi=\begin{bmatrix}1&0&8\\0&5&-9\\8&-9&7\end{bmatrix}$=> |Π| ή det (Π) = $1*(-1)^{1+1}\begin{bmatrix}5&-9\\-9&7\end{bmatrix}+0*$

$(-1)^{1+2}\begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}+8*(-1)^{1+3}\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$= 35-81-320=-366

- P=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$=> |P| ή det (P) =$0*(-1)^{2+1}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}+1*$

$(-1)^{2+2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}+0*(-1)^{2+3}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$=1*(1-(-1))=1+1=2

- Σ=$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ =>|Σ| ή det (Σ) =$7*(-1)^{3+1}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}+0*$

$(-1)^{3+2}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}+0*(-1)^{3+3}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$=7*(-6)=-42