

# Αξιολόγηση Επενδύσεων

Διάλεξη 6

Επιτόκια III

# Περίγραμμα Διάλεξης

- Πως καθορίζονται τα επιτόκια

# Η Χρονική Διάρθρωση των Επιτοκίων

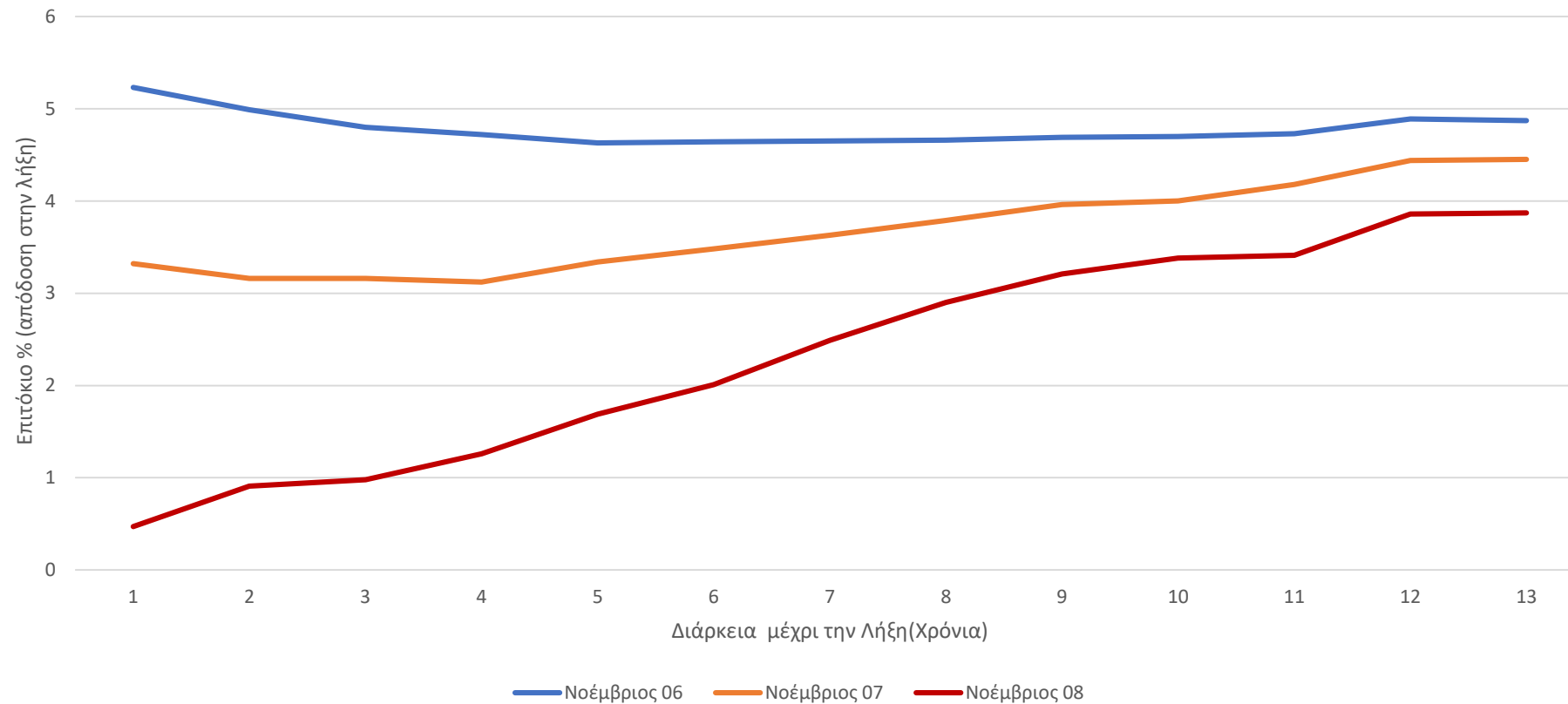
- Οι ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά αλλά διαφορετική διάρκεια μέχρι την λήξη τους θα έχουν διαφορετικά επιτόκια.
- Μια απεικόνιση των διαφορετικών αποδόσεων με τα ίδια χαρακτηριστικά αλλά διαφορετικές διάρκειες μέχρι την λήξη τους καλείται χρονική διάρθρωση των επιτοκίων ή καμπύλη των επιτοκίων
  - Καμπύλη των Επιτοκίων με Αυξανόμενη κλίση : τα μακροχρόνια επιτόκια είναι μεγαλύτερα των βραχυχρόνιων επιτοκίων
  - Επίπεδη Καμπύλη των Επιτοκίων: τα μακροχρόνια επιτόκια είναι ίσα με τα βραχυχρόνια επιτόκια
  - Ανάποδη Καμπύλη των Επιτοκίων: τα μακροχρόνια επιτόκια είναι μικρότερα των βραχυχρόνιων επιτοκίων

# Η Καμπύλη των Επιτοκίων και το Προεξοφλητικό Επιτόκιο

| Διάρκεια μέχρι την<br>Λήξη(Χρόνια) | Νοέμβριος 06 | Νοέμβριος 07 | Νοέμβριος 08 |
|------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| 0,5                                | 5,23%        | 3,32%        | 0,47%        |
| 1                                  | 4,99%        | 3,16%        | 0,91%        |
| 2                                  | 4,8%         | 3,16%        | 0,98%        |
| 3                                  | 4,72%        | 3,12%        | 1,26%        |
| 4                                  | 4,63%        | 3,34%        | 1,69%        |
| 5                                  | 4,64%        | 3,48%        | 2,01%        |
| 6                                  | 4,65%        | 3,63%        | 2,49%        |
| 7                                  | 4,66%        | 3,79%        | 2,9%         |
| 8                                  | 4,69%        | 3,96%        | 3,21%        |
| 9                                  | 4,7%         | 4%           | 3,38%        |
| 10                                 | 4,73%        | 4,18%        | 3,41%        |
| 15                                 | 4,89%        | 4,44%        | 3,86%        |
| 20                                 | 4,87%        | 4,45%        | 3,87%        |

# Η Καμπύλη των Επιτοκίων και το Προεξοφλητικό Επιτόκιο -Διάγραμμα 1

Η Χρονική Διάρθρωση των Επιτοκίων χωρίς κίνδυνο των Η.Π.Α., Νοέμβριος 2006,2007 και 2008



# Η Καμπύλη των Επιτοκίων και το Προεξοφλητικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Αρά όταν υπολογίζουμε μελλοντικές και παρούσες αξίες ταμειακών ροών θα πρέπει να λάβουμε υπόψη και την χρονική διάρθρωση (term structure) των επιτοκίων

$$ΠΑ = \frac{MA_n}{(1+r_n)^n}$$

$$MA = ΠA_n (1 + r)^n$$

Ο δείκτης  $n$  στο προεξοφλητικό επιτόκιο υπονοεί την μεταβλητότητα του επιτοκίου στο χρόνο

# Η Καμπύλη των Επιτοκίων και το Προεξοφλητικό Επιτόκιο (συνέχεια)

## Πρόβλημα

Υπολογίστε την παρούσα αξία τον Νοέμβριου του 2008 για μια επένδυση χωρίς κίνδυνο με χρονικό ορίζοντα 5 ετών που δίνει ταμειακές ροές \$1000 για κάθε έτος, χρησιμοποιώντας την καμπύλη των επιτοκίων του διαγράμματος 1.

## Λύση

$$ΠΑ = \frac{1000}{(1,0091)^1} + \frac{1000}{(1,0098)^2} + \frac{1000}{(1,0126)^3} + \frac{1000}{(1,0169)^4} + \frac{1000}{(1,0201)^5} = \$4775,25$$

# Η Χρονική Διάρθρωση των Επιτοκίων (συνέχεια)

- Υπάρχουν τρία γεγονότα που η θεωρία της χρονικής διάρθρωσης των επιτοκίων πρέπει να εξηγήσει:
  - Τα επιτόκια των ομολογιών διαφορετικών ωριμάνσεων συνδέονται μεταξύ τους κατά την διάρκεια του επενδυτικού ορίζοντα (Γεγονός 1)
  - Όταν τα βραχυχρόνια επιτόκια είναι χαμηλά, η καμπύλη των επιτοκίων είναι πιο πιθανό να έχει μια αύξουσα κλίση, όταν τα βραχυχρόνια επιτόκια είναι υψηλά, η καμπύλη των επιτοκίων είναι πιο πιθανόν να έχει αρνητική κλίση και είναι ανάποδη(σε σχέση με την καμπύλη της θετικής κλίσης)(Γεγονός 2)
  - Οι καμπύλες των Επιτοκίων συνήθως έχουν θετική κλίση (Γεγονός 3)



# Η Χρονική Διάρθρωση των Επιτοκίων

- Υπάρχουν τρεις κύριες θεωρίες που εξηγούν αυτά τα τρία γεγονότα
  - Η Θεωρία των Προσδοκιών εξηγεί τα δύο πρώτα γεγονότα αλλά όχι το τρίτο
  - Η Θεωρία του Διαχωρισμού των αγορών εξηγεί το τρίτο γεγονός αλλά όχι τα δυο πρώτα
  - Η Θεωρία του Πριμ Ρευστότητας συνδυάζει τις δύο παραπάνω θεωρίες για να εξηγήσει και τα τρία γεγονότα

# Η Θεωρία των Προσδοκιών

- Οι κύριες ιδέες της Θεωρίας των Προσδοκιών:
  - Το επιτόκιο μιας μακροχρόνιας ομολογίας θα ισούται κατά μέσο όρο με τα επιτόκια των βραχυχρόνιων ομολογιών τα οποία οι άνθρωποι αναμένουν μέχρι την λήξη της μακροχρόνιας ομολογίας
  - Οι κάτοχοι των ομολογιών δεν προτιμούν μια συγκεκριμένη ωρίμανση έναντι μιας άλλης ωρίμανσης
  - Οι άνθρωποι δεν διακρατούν καμία ποσότητα μιας συγκεκριμένης ομολογίας εάν αυτή η ομολογία έχει μια αναμενόμενη απόδοση η οποία είναι μικρότερη από την αναμενόμενη απόδοση μιας άλλης ομολογίας διαφορετικής ωρίμανσης
  - Οι κάτοχοι ομολογιών θεωρούν τις ομολογίες διαφορετικής ωρίμανσης ως τέλεια υποκατάστατά

# Η Θεωρία των Προσδοκιών (συνέχεια)

- Οι άνθρωποι θα είναι αδιάφοροι στο να αγοράσουν μια 2-ετής ομολογία και να την διακρατήσουν μέχρι την λήξη της ή να αγοράσουν δύο 1-ετής ομολογίες.
- Οι αποδόσεις των παραπάνω δύο ομολογιών θα πρέπει να είναι ίδιες

# Η Θεωρία των Προσδοκιών – Ένα Παράδειγμα

- Ας υποθέσουμε ότι έχουμε τα ακόλουθα:
- $r_t$  = το σημερινό επιτόκιο(ετήσιο) μιας ομολογίας μιας περιόδου
- $r_{t+1}^e$  = το επιτόκιο(ετήσιο) μιας 1-ετής ομολογίας της επόμενης περιόδου (t+1)
- $r_{2t}$  = το σημερινό επιτόκιο(ετήσιο) μιας 2 - ετής ομολογίας
- Αυτό σημαίνει ότι η απόδοση μιας 2-ετής ομολογίας είναι:
- $(1 + r_{2t})^2 - 1 = 2 r_{2t} + (r_{2t})^2 \approx 2r_{2t}$
- Ενώ η απόδοση δύο διαδοχικά αγορασμένων 1-ετών ομολογιών:
- $(1 + r_t)(1 + r_{t+1}^e) - 1 = r_t + r_{t+1}^e + i_t (r_{t+1}^e) \approx r_t + r_{t+1}^e$

# Η Θεωρία των Προσδοκιών – Ένα Παράδειγμα(συνέχεια)

$$r_{2t} = \frac{r_t + r_{t+1}^e}{2} \quad (7)$$

- Αυτό σημαίνει ότι το σημερινό επιτόκιο(τρέχον) μιας 2-ετής ομολογίας είναι ο μέσος όρος των επιτοκίων των δύο 1-ετών ομολογιών
- Για μια  $n$  – περιόδου ομολογία, η Θεωρία των Προσδοκιών θα υπολογίσει το σημερινό επιτόκιο(τρέχον) ως:

$$\Rightarrow r_{nt} = \frac{r_t + r_{t+1}^e + r_{t+2}^e + \dots + r_{t+(n-1)}^e}{n} \quad (8)$$

# Η Θεωρία των Προσδοκιών – Ένα Παράδειγμα

- Η Θεωρία των Προσδοκιών προβλέπει ότι τα επιτόκια των ομολογιών με διαφορετικές ωριμάνσεις συνδέονται μεταξύ τους
- Επίσης, εάν οι επενδυτές αναμένουν ότι τα επιτόκια θα αυξηθούν στο μέλλον (το οποίο δίνει την αίσθηση ότι τα σημερινά επιτόκια είναι σχετικά χαμηλά), η καμπύλη των επιτοκίων θα έχει θετική κλίση
- Με υψηλά βραχυχρόνια επιτόκια, οι προσδοκίες θα πρέπει να είναι σε μειούμενα επιτόκια, υπονοώντας μια ανάποδη καμπύλη των επιτοκίων

# Η Θεωρία των Προσδοκιών(συνέχεια)

- Η Θεωρία των Προτιμήσεων δεν μπορεί να εξηγήσει το γεγονός 3. Σύμφωνα με την παραπάνω θεωρία το γεγονός 3 μπορεί να εξηγηθεί μόνο εάν οι άνθρωποι πιστεύουν ότι τα επιτόκια θα αυξηθούν στο μέλλον.
- Το οποίο βέβαια δεν είναι πολύ ρεαλιστικό, πιο ρεαλιστικό θα ήταν να πούμε ότι οι άνθρωποι κατά μέσο όρο πιστεύουν ότι τα επιτόκια είναι το ίδιο πιθανόν να αυξηθούν ή να μειωθούν στο μέλλον, συνεπώς με την παραπάνω θεωρία θα αναμέναμε μια επίπεδη καμπύλη των επιτοκίων

## Η Θεωρία των Προσδοκιών (συνέχεια)

- Πιθανόν εξαιτίας της υπόθεσης ότι οι ομολογίες με διαφορετικές ωριμάνσεις θεωρούνται τέλεια υποκατάστατα το οποίο όμως δεν είναι πολύ ρεαλιστικό.
  - Ομολογίες με μικρότερες ωριμάνσεις έχουν μεγαλύτερη ρευστότητα



# Η Θεωρία του Διαχωρισμού των Αγορών(συνέχεια)

- Η Θεωρία του Διαχωρισμού των Αγορών υποθέτει ότι οι ομολογίες διαφορετικών ωριμάνσεων δεν είναι υποκατάστατα και ότι αυτές υπάρχουν σε τελείως διαχωρισμένες αγορές.
- Συνεπώς, οι τιμές των ομολογιών διαφορετικών ωριμάνσεων καθαρίζονται από τις δυνάμεις της προσφοράς και της ζήτησης σε κάθε αγορά ξεχωριστά
- Ο διαχωρισμός των αγορών υποθέτουμε ότι προέρχεται από το γεγονός ότι οι επενδυτές έχουν πολύ ισχυρές προτιμήσεις σχετικά με τις ωριμάνσεις των ομολογιών και θέλουν μόνο να διακρατούν ομολογίες οι οποίες έχουν συγκεκριμένη ωρίμανση (να ταιριάζει με τον χρονικό ορίζοντα που θέλουν να επενδύσουν)

# Η Θεωρία του Διαχωρισμού των Αγορών(συνέχεια)

- Έχοντας υποθέσει ότι οι ομολογίες μικρότερης ωρίμανση (υψηλότερη ρευστότητα) έχουν μεγαλύτερη ζήτηση σε σχέση με τις ομολογίες μεγαλύτερης ωρίμανσης, συνεπώς μπορούμε να αναμένουμε ότι οι τιμές των ομολογιών μεγαλύτερης ωρίμανσης είναι χαμηλότερες, γεγονός που συνεπάγεται υψηλότερα επιτόκια για ομολογίες με μεγαλύτερες ωριμάνσεις. Έτσι, η Θεωρία του Διαχωρισμού των αγορών μπορεί να εξηγήσει το γεγονός 3, αν και δεν μπορεί να εξηγήσει τα γεγονότα 1 και 2 ...

# Η Θεωρία του Πριμ Ρευστότητας και η Θεωρία Προτίμησης του Φυσικού Περιβάλλοντος

- Οι Θεωρίες του Πριμ Ρευστότητας και της Προτίμησης του Φυσικού Περιβάλλοντος υποθέτουν ότι οι ομολογίες με διαφορετικές ωριμάνσεις είναι υποκατάστατά (αλλά όχι τέλεια) μεταξύ τους.
- Οι παραπάνω θεωρίες υποθέτουν ότι οι επενδυτές έχουν ομολογίες με τις ωριμάνσεις που αυτοί (επενδυτές) προτιμούν
- Επίσης οι επενδυτές θα αγόραζαν ομολογίες με διαφορετικές ωριμάνσεις, αν και μόνο αν αυτές προσέφεραν μια μεγαλύτερη αποζημίωση
- Η Θεωρία του Πριμ Ρευστότητας υποθέτει ότι οι μακροχρόνιες ομολογίες πρέπει να πληρώσουν ένα πριμ κινδύνου στους επενδυτές που θα θέλουν να τις διακρατήσουν

# Η Θεωρία του Πριμ Ρευστότητας και η Θεωρία Προτίμησης του Φυσικού Περιβάλλοντος (συνέχεια)

- Για μια  $n$ -περιόδου ομολογία, η Θεωρία των Προσδοκιών θα υπολόγιζε το επιτόκιο ως

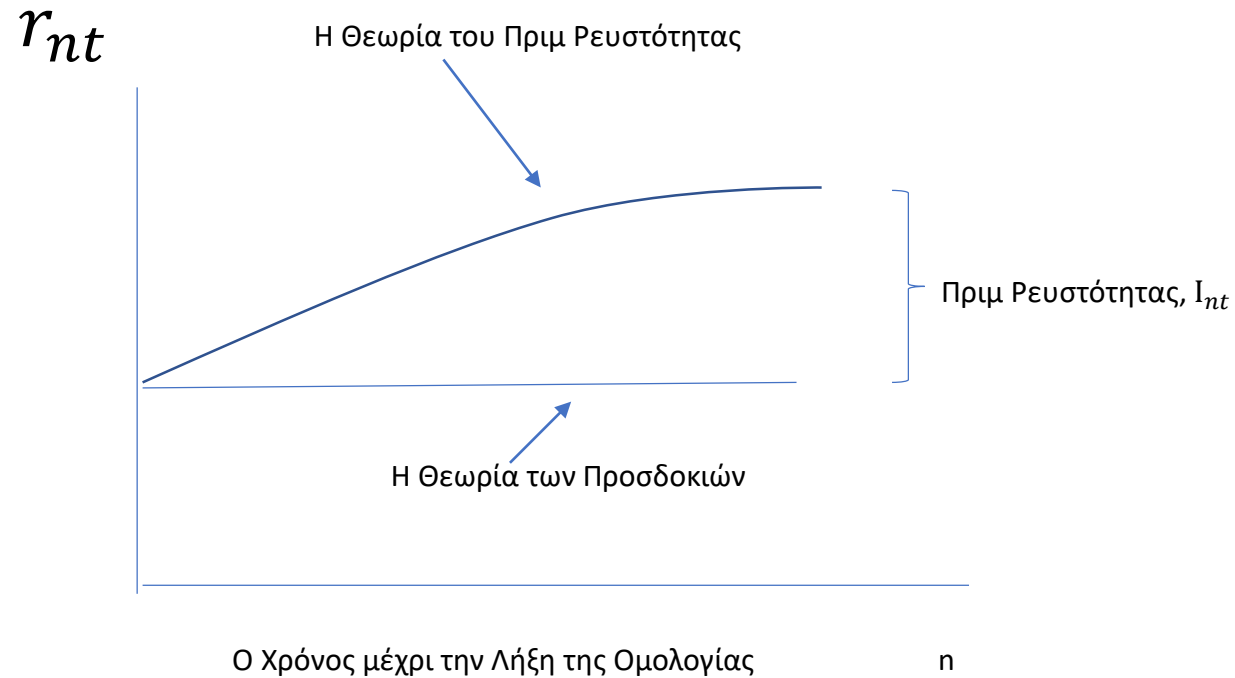
$$r_{nt} = \frac{r_t + r_{t+1}^e + r_{t+2}^e + \dots + r_{t+(n-1)}^e}{n} + l_{nt} \quad (9)$$

Όπου  $l_{nt}$  = είναι το πριμ ρευστότητας, το οποίο είναι πάντα θετικό και αυξάνεται με την ωρίμανση( $n$ ) της ομολογίας

# Η Θεωρία του Πριμ Ρευστότητας και η Θεωρία Προτίμησης του Φυσικού Περιβάλλοντος (συνέχεια)

- Επίσης, η Θεωρία της Προτίμησης του Φυσικού Περιβάλλοντος υποθέτει ότι οι ομολογίες οι οποίες δεν είναι στο «προτιμώμενο φυσικό περιβάλλον» ενός επενδυτή θα πρέπει να τον αποζημιώσουν με μια μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.
- Συνεπώς, η πρόβλεψη και των δυο θεωριών (σε σχέση με την καμπύλη των επιτοκίων) είναι η ίδια:

# Η Θεωρία του Πριμ Ρευστότητας και η Θεωρία Προτίμησης του Φυσικού Περιβάλλοντος (συνέχεια)



# Παράρτημα - Απόδοση και Τυχαία Μεταβλητή

- $R_i = \frac{p_{i,1} - p_{i,0} + d_{i,1}}{p_{i,0}} = \frac{p_{i,1} - p_{i,0}}{p_{i,0}} + \frac{d_{i,1}}{p_{i,0}}$
- $R_i$  = απόδοση του περιουσιακού στοιχείου  $i$  μεταξύ περιόδου 0 και περιόδου 1
- Τι είναι τυχαίο την περίοδο 0;
  - $p_{i,1}$  = η τιμή του περιουσιακού στοιχείου  $i$  την περίοδο 1
  - $d_{i,1}$  = το μέρισμα που δίνει το περιουσιακό στοιχείο  $i$  την περίοδο 1

# Παράρτημα- Απόδοση - Βασικές Έννοιες Στατιστικής

- $E(R_i)$ : Αναμενόμενη (Μέση) Απόδοση
- Υποθέτουμε  $S$  σενάρια,  $s=1\dots S$  για την περίοδο 1:
  - $R_i(s) = \eta$  απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου  $i$  σύμφωνα με το σενάριο  $s$
  - $\pi(s) = \eta$  πιθανότητα να ισχύει το σενάριο  $s$



# Παράρτημα - Αναμενόμενη Απόδοση

- Αλγεβρικά, η αναμενόμενη απόδοση,  $E(R_i)$ , ισούται με το άθροισμα όλων των επιμέρους αποδόσεων ( $R_i(s)$ ) σταθμισμένων με την πιθανότητα πραγματοποίησης τους ( $\pi(s)$ ):

$$E(R_i) = \sum_{s=1}^S \pi(s)R_i(s) = \pi(1)R_i(1) + \pi(2)R_i(2) + \dots + \pi(S)R_i(S)$$

- Ιδιότητα 1: για κάθε σταθερά  $a, b$ :

$$E(aR_i + bR_j) = aE(R_i) + bE(R_j)$$