Αξιολόγηση Επενδύσεων

Διάλεξη 10

Η Χρονική Αξία του Χρήματος: Εφαρμογές σε Δάνεια

Δράκος και Καραθανάσης Κεφ 2

Προεξοφλητικό Επιτόκιο και Τραπεζικός Δανεισμός :Εφαρμογές σε Δάνεια

- Η έννοια του προεξοφλητικού επιτοκίου βρίσκει εφαρμογή σε δύο γνωστά χρηματοοικονομικά προβλήματα, τον υπολογισμό της δόσης(τοκοχρεολύσιο) ενός δανείου και τον υπολογισμό του υπολοίπου δανείου
- Όταν συνάπτουμε τραπεζικό δάνειο με μια εμπορική τράπεζα ο δανειζόμενος(επιχειρηματίας) συμφωνεί να επιστρέψει στο δανειστή (εμπορική τράπεζα), μέσω των σχετικών δόσεων, το αρχικό κεφάλαιο καθώς και τους τόκους που προκύπτουν από το αρχικό κεφάλαιο και το επιτόκιο

Προεξοφλητικό Επιτόκιο και Τραπεζικός Δανεισμός :Εφαρμογές σε Δάνεια (συνέχεια)

- Περίοδος είναι η περίοδος καταβολής των δόσεων και μπορεί να είναι το έτος, το εξάμηνο, το τρίμηνο κ.τ.λ.
- Ποσό δανείου είναι το ποσό από το αρχικό δάνειο που υπολείπεται να επιστρέψουμε στην αρχή κάθε περιόδου, χωρίς αυτό να περιλαμβάνει τους αναλογούντες τόκους
- Η Δόση είναι το ύψος της καταβολής στο τέλος της πρώτης περιόδου που έχουμε συμφωνήσει με την τράπεζα, η οποία αποτελείται από το κόστος του δανείου (Τόκοι) και ένα τμήμα από το αρχικό ποσό του δανείου(Χρεολύσια)

Προεξοφλητικό Επιτόκιο και Τραπεζικός Δανεισμός :Εφαρμογές σε Δάνεια(συνέχεια)

- Τόκοι υπολογίζονται επί του συνολικού κεφαλαίου που έχουμε δεσμεύσει μεταξύ δύο περιόδων καταβολής των δόσεων επί το επιτόκιο δανεισμού το οποίο έχουμε συμφωνήσει με την τράπεζα
- Χρεολύσιο είναι το ποσό το οποίο αφορά στην τμηματική εξόφληση του αρχικού κεφαλαίου που έχουμε δανεισθεί
- Υπόλοιπο δανείου είναι το ποσό από το αρχικό κεφάλαιο που έχουμε δανειστεί και οφείλουμε μετά την καταβολή της δόσης, στο τέλος της αντίστοιχης περιόδου

Υπολογισμός της Δόσης ενός Τραπεζικού Δανείου

- **Εξισώνουμε το ποσό του δανείου με την παρούσα αξία των δόσεων (μελλοντικές ταμειακές ροές)**
  - **Προεξοφλητικό επιτόκιο : το επιτόκιο δανεισμού**
- **Και έπειτα λύνουμε ως προς την δόση του δανείου.**

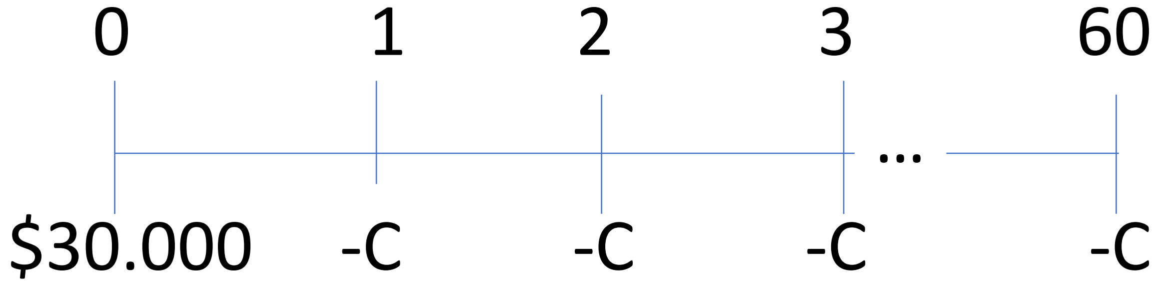
Υπολογισμός της Δόσης ενός Τραπεζικού Δανείου – Ένα Παράδειγμα

Πρόβλημα

Υπολογίστε την δόση ενός δανείου για την αγορά ενός αυτοκινήτου όταν το δάνειο έχει ως όρους ΑΕΕ=6,75% , καταβολή δόσεων στο τέλος κάθε μήνα και διάρκεια αποπληρωμής δανείου 5 έτη.

Υπολογισμός της Δόσης ενός Τραπεζικού Δανείου –Ένα Παράδειγμα (συνέχεια)

Λύση



Επειδή το ΑΕΕ= 6,75%

Συνεπώς το ΑΕΕ με μηνιαίο ανατοκισμό:

ΑΕΕ= 6,75%/12=0,5625%

Υπολογισμός της Δόσης ενός Τραπεζικού Δανείου –Ένα Παράδειγμα (συνέχεια)

Θυμηθείτε

ΠΑ(της σταθερής σειράς ταμειακών ροών για Ν περιόδους)=

$C * \frac{1}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N}}\right)$

Για Ν=60 έχουμε :

$C * \frac{1}{0{,}005625}\left(1-\frac{1}{(1{,}005625)^{60}}\right)$=30.000

Συνεπώς έχουμε

$C = \frac{30.000}{\frac{1}{0{,}005625}\left(1-\frac{1}{(1{,}005625)^{60}}\right)} \Rightarrow$ C=\$590,50

Υπολογισμός του Υπολοίπου Δανείου- Ένα Παράδειγμα

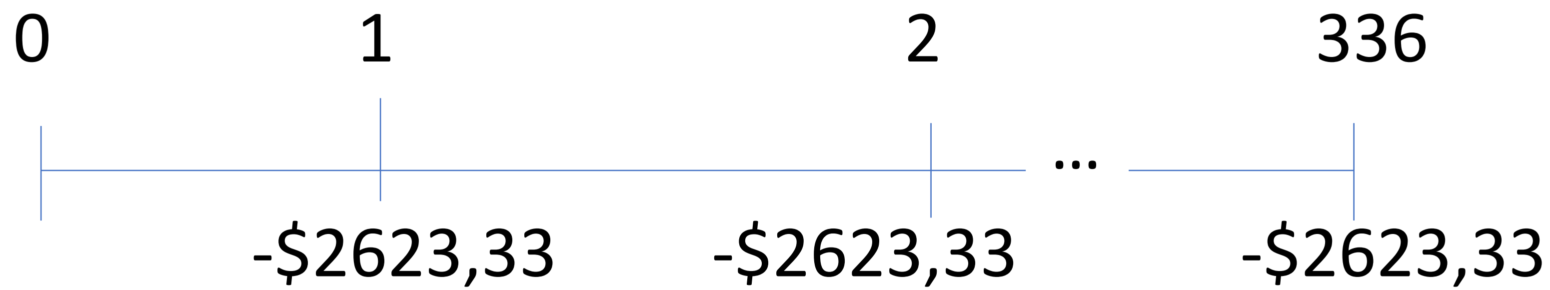
- **Υπόλοιπο δανείου (ΥΔ) = παρούσα αξία των σχετικών δόσεων(μελλοντικών) του δανείου που υπολείπονται μέχρι την λήξη του δανείου.**
    - **Προεξοφλητικό επιτόκιο : το επιτόκιο δανεισμού**

Υπολογισμός του Υπολοίπου Δανείου- Ένα Παράδειγμα

Πρόβλημα

Πριν δύο χρόνια η επιχείρηση σας έλαβε τραπεζικό δάνειο από εμπορική τράπεζα για την αγορά ενός κτιρίου. Οι όροι του δανείου αναφέρονται παρακάτω: ΑΕΕ=4,80% , διάρκεια αποπληρωμής δανείου 30 έτη, καταβολή δόσεων, αξίας $2.633,33, στο τέλος κάθε μήνα. Υπολογίστε το υπόλοιπο δανείου για ένα δάνειο που συνάψατε πριν δύο χρόνια

Μετά από 2 χρόνια από την σύναψη του δανείου, θα υπολείπονται ακόμα 28 χρόνια (336 μήνες) για την αποπληρωμή του δανείου



Υπολογισμός του Υπολοίπου Δανείου – Ένα Παράδειγμα (συνέχεια)

Το υπόλοιπο δανείου (ΥΔ) είναι η παρούσα αξία των σχετικών δόσεων του τραπεζικού δανείου χρησιμοποιώντας ως προεξοφλητικό επιτόκιο το επιτόκιο δανεισμού 4,8%/12=0,4% σε όρους μήνα

Το ΥΔ για 28 ετη = $2.623,33 $* \frac{1}{0{,}004}(1 - \frac{1}{1{,}004^{336}})$=$484.332

Υπολογισμός του Υπολοίπου Δανείου – Ένα Παράδειγμα (συνέχεια)

Κατά την διάρκεια της προηγούμενης χρονιάς, η επιχείρηση μας πραγματοποίησε πληρωμές δόσεων αξίας \$2.623,33 $*$ 12=\$31.480 για το δάνειο της. Για να υπολογίσουμε την **ποσότητα των τόκων** που πληρώσαμε την προηγούμενη χρονιά, πρώτα υπολογίζουμε την ποσότητα την οποία χρησιμοποιήσαμε για να αποπληρώσουμε το πόσο του δανείου μας. Το υπόλοιπο δανείου με 29 χρόνια να υπολείπονται (348 μήνες):

Το ΥΔ για 29 έτη=\$2.623,33 $* \frac{1}{0{,}004}\left(1 - \frac{1}{1{,}004^{348}}\right)$=\$492.354

Υπολογισμός του Υπολοίπου Δανείου – Ένα Παράδειγμα (συνέχεια)

Συνεπώς το υπόλοιπο του δανείου μας μειώθηκε κατά $492.354 – $484.332 = $8.022 την προηγούμενη χρονιά

Από τις συνολικές πληρωμές που κάναμε για τις δόσεις του δανείου την προηγούμενη χρονιά, $8.022 χρησιμοποιήθηκαν για να πληρώσουμε το ποσό του δανείου και $31.480 – $8.022 = $23.458 χρησιμοποιήθηκαν για την αποπληρωμή των τόκων του δανείου

Παράδειγμα Βιβλίου 2.12

Πρόβλημα:

Μια επιχείρηση δανείζεται το ποσό των 15.000 ευρώ, από μια εμπορική τράπεζα, με τους εξής όρους:

- Ετήσιο Επιτόκιο Δανεισμού 8%
- Διάρκεια Αποπληρωμής Δανείου 5 έτη
- Καταβολή Δόσεων στο τέλος κάθε έτους
- Υπολογίστε την Δόση του δανείου υποθέτοντας **σταθερό χρεολύσιο**

Παράδειγμα Βιβλίου 2.12 (συνέχεια)

Για την περίοδο 1:

Χρεολύσιο = Ποσό Δανείου/αριθμό ετών=15.000/5

$\Rightarrow$χρεολύσιο$=$3.000 ευρώ

Τόκοι $=$Ποσό Δανείου $*$ Ετήσιο Επιτόκιο Δανεισμού$=$15.000 $*$ 0,08$=$1.200 ευρώ

Τοκοχρεολύσιο(Δόση)$=$Τόκοι $+$Χρεολύσιο$=$1.200 $+$ 3.000$=$4.200 ευρώ

Υπόλοιπο Δανείου$=$Ποσό Δανείου – Χρεολύσιο$=$15.000-3.000$=$12.000 ευρώ

Παράδειγμα Βιβλίου 2.12 (συνέχεια)

Για την περίοδο 2:

Χρεολύσιο=3.000 ευρώ

Τόκοι =12.000 $*$ 0,08=960 ευρώ

Τοκοχρεολύσιο(Δόση)=Τόκοι + Χρεολύσιο=960 + 3.000=3.960 ευρώ

Υπόλοιπο Δανείου=Ποσό Δανείου – Χρεολύσιο=12.000-3.000=9.000 ευρώ

Παράδειγμα Βιβλίου 2.12 (συνέχεια)

Περίοδος	Ποσο Δανείου	Δόση (τοκοχρεολύσιο)	Τόκοι	Χρεολύσιο	Υπόλοιπο Δανείου
1	15.000	4.200	1.200	3.000	12.000
2	12.000	3.960	960	3.000	9.000
3	9.000	3.720	720	3.000	6.000
4	6.000	3.480	480	3.000	3.000
5	3.000	3.420	240	3.000	0

Άλλα Είδη Τραπεζικού Δανεισμού

- Ένα άλλο είδος τραπεζικού δανείου είναι και η **πιστωτική γραμμή**. Σε αυτή την περίπτωση η τράπεζα συμφωνεί να δανείσει μια επιχείρηση μια οποιαδήποτε ποσότητα χρήματος έως ένα μέγιστό ποσό.
- Αυτή η ελαστική συμφωνία δίνει την ευκολία στην επιχείρηση να εγκαταλείψει την πιστωτική γραμμή οποιαδήποτε στιγμή θελήσει.

Άλλα Είδη Τραπεζικού Δανεισμού

- Ένα άλλο είδος τραπεζικού δανείου είναι και η **πιστωτική γραμμή**. Σε αυτή την περίπτωση η τράπεζα συμφωνεί να δανείσει μια επιχείρηση μια οποιαδήποτε ποσότητα χρήματος έως ένα μέγιστό ποσό.
- Αυτή η ελαστική συμφωνία δίνει την ευκολία στην επιχείρηση να εγκαταλείψει την πιστωτική γραμμή οποιαδήποτε στιγμή θελήσει.

Άλλα Είδη Τραπεζικού Δανεισμού(συνέχεια)

- Η **αδέσμευτη πιστωτική γραμμή**: μια ανεπίσημη συμφωνία μεταξύ δανειστή και δανειζόμενου η οποία συμφωνία δεν υποχρεώνει νομικά το δανειστή να προσφέρει χρηματοδότηση στον δανειζόμενο
- Υπό το όρο ότι η χρηματοοικονομική κατάσταση του δανειζόμενου παραμένει καλή ο δανειστής παρέχει επιπλέον χρηματοδότηση.

Άλλα Είδη Τραπεζικού Δανεισμού(συνέχεια)

- Η **δεσμευμένη πιστωτική γραμμή** αποτελεί μια γραπτή επίσημη συμφωνία μεταξύ του δανειστή και του δανειζόμενου η οποία υποχρεώνει νόμιμα τον δανειστή να παρέχει χρηματοδότηση στην επιχείρηση άσχετα από την χρηματοοικονομική κατάσταση της επιχείρησης(εκτός από την περίπτωση της χρεοκοπίας)
- Αυτού του είδους ο τραπεζικός δανεισμός συνήθως συνοδεύεται από κάποιους όρους α)ότι η επιχείρηση διατηρεί στην τράπεζα μια ελάχιστη αποταμίευση) β)περιορισμούς σχετικά με το επίπεδο του κεφαλαίου κίνησης

Άλλα Είδη Τραπεζικού Δανεισμού(συνέχεια)

- γ) Η επιχείρηση πληρώνει προμήθεια (ως ποσοστό του μη χρησιμοποιούμενου κεφαλαίου της πιστωτικής γραμμής) και δ) ένα επιτόκιο για το ποσό της πιστωτικής γραμμής που χρησιμοποιείσαι
- Επίσης το υπόλοιπο δανείου κάποια στιγμή θα γίνει μηδέν.
- Αυτή η πολιτική εξασφαλίζει ότι η επιχείρηση δεν θα χρησιμοποιήσει τον βραχυχρόνιο δανεισμό για να χρηματοδοτήσει μακροχρόνιες υποχρεώσεις

Άλλα Είδη Τραπεζικού Δανεισμού(συνέχεια)

- **Δάνειο Γέφυρα**: Μια μορφή βραχυχρόνιας τραπεζικής χρηματοδότησης η οποία χρησιμοποιείται συνήθως για να γεφυρώσει το χάσμα μεταξύ βραχυχρόνιας και μακροχρόνιας χρηματοδότησης
- Για παράδειγμα ένας κατασκευαστής ακινήτων μπορεί να λάβει ένα δάνειο γέφυρα(βραχυχρόνια τραπεζική χρηματοδότηση) για να κατασκευάσει ένα εμπορικό κέντρο και στην συνέχεια να λάβει (αφού έχει κατασκευάσει) μια μακροχρόνια χρηματοδότηση(μακροχρόνια τραπεζικό δάνειο, μετοχές, ομόλογα)

Παράρτημα

- Ας υποθέσουμε ότι επενδύουμε \$100 σε ένα τραπεζικό λογαριασμό που πληρώνει ετήσιο επιτόκιο 5%.
- Στο τέλος της επόμενης χρονιάς, θα έχουμε \$105 στο λογαριασμό μας, το αρχικό κεφάλαιο \$100 και \$5 ως τόκους
- Έστω ότι αποσύρουμε τους τόκους που κερδίσαμε (\$5) και επενδύουμε πάλι τα υπόλοιπα \$100 για μια δεύτερη χρονιά

Παράρτημα(συνέχεια)

- Για άλλη μια φορά θα έχουμε συνολικά κερδίσει \$105 σε ένα χρόνο και συνεπώς μπορούμε να επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία αποσύροντας \$5 και επενδύοντας πάλι \$100, κάθε χρόνο
- Για να αποκτήσουμε μια διηνεκής ράντα των \$5 αποταμιεύουμε το αρχικό κεφάλαιο (\$100) κάθε περίοδο και αποσύρουμε κάθε περίοδο τους σχετικούς τόκους(\$5) που προκύπτουν από αυτό

Παράρτημα (συνέχεια)

- Αντίθετα, επιλέγουμε μετά από 20 χρόνια να κλείσουμε το λογαριασμό μας στην τράπεζα και να αποσύρουμε το αρχικό κεφάλαιο
- Με το αρχικό κεφάλαιο των $100 που επενδύουμε, έχουμε δημιουργήσει μια 20 –ετη ράντα των $5 ανά έτος επιπλέον του αρχικού κεφαλαίου των $100 στο τέλος της 20ης χρονιάς

Παράρτημα(συνέχεια)

- Πιο γενικά έστω ότι έχουμε ένα αρχικό κεφάλαιο P και το αποταμιεύουμε για ένα χρόνο με επιτόκιο r τότε από το τελικό κεφάλαιο αφαιρούμε τους τόκους $C=r*P$ κάθε περίοδο και ουσιαστικά αποταμιεύουμε πάλι το αρχικό κεφάλαιο (P) .
- Μετά από N περιόδους, κλείνουμε το λογαριασμό οπότε κερδίζουμε τους σχετικούς τόκους επιπλέον του αρχικού κεφαλαίου P.

Παράρτημα(συνέχεια)

- Συνεπώς, για μία αρχική επένδυση P, θα λάβουμε μια σταθερή σειρά ταμειακών ροών μεγέθους C για N περιόδους επιπλέον θα λάβουμε πίσω το αρχικό μας κεφάλαιο P
- Σύμφωνα με το νόμο της μίας τιμής το ίδιο αγαθό πρέπει να έχει την ίδια τιμή σε κάθε αγορά στο τέλος της περιόδου N.

Παράρτημα(συνέχεια)

- Άρα η παρούσα αξία των παραπάνω μεγεθών θα είναι ίση με την αξία της αρχικής επένδυσης P
- P=ΠΑ(της σταθερής σειράς ταμειακών ροών για N περιόδους) + ΠΑ(P την περίοδο N)

Παράρτημα(συνέχεια)

- ΠΑ(της σταθερής σειράς ταμειακών ροών για Ν περιόδους)= P-ΠΑ(P την περίοδο Ν) = P - $\frac{P}{(1+r)^N} = P(1 - \frac{P}{(1+r)^N})$= C$* \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$
- Για Ν→∞

- ΠΑ(της σταθερής σειράς ταμειακών ροών για Ν περιόδους)=
  C$* \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$= C$* \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{\infty}}\right)$= C$* \frac{1}{r}(1 - 0) = \frac{\mathrm{C}}{r}$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Ας υποθέσουμε τώρα ότι θέλουμε να δημιουργήσουμε μια σειρά ταμειακών ροών η οποία θα αυξάνεται κάθε περίοδο με ένα σταθερό ποσοστό, g και για πάντα.
- Για παράδειγμα ότι θέλουμε να δημιουργήσουμε με αρχικό κεφάλαιο $100 και με ετήσιο επιτόκιο αποταμίευσης 5% μια αύξουσα διηνεκής σειρά ταμειακών ροών της οποίας οι ταμειακές ροές θα αυξάνονται κάθε περίοδο με σταθερό ποσοστό 2%.
- Έστω ότι έχουμε αρχικό κεφάλαιο $100 και ότι το ετήσιο επιτόκιο αποταμίευσης σε ένα τραπεζικό λογαριασμό είναι 5%

Παράρτημα(συνέχεια)

- Την περίοδο 0 αποταμιεύουμε \$100 με r=5%
- Στο τέλος της περιόδου 1 θα εισπράξουμε \$105
- Εάν αποσύρουμε \$3 θα μπορούμε να αποταμιεύσουμε \$102 την περίοδο 1
- Άρα στο τέλος της περιόδου 2 θα εισπράξουμε $\$102 * 1{,}05 = \$107{,}1$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Συνεπώς μπορούμε να αποσύρουμε $3∗1,02=$3,06 την περίοδο 2, οπότε να αποταμιεύσουμε την περίοδο 2, $107,1-$3,06=$104,04
- Παρατηρήστε ότι $102∗1,02=$104,04. Δηλαδή, η ποσότητα που αποσύραμε και η ποσότητα που αποταμιεύσαμε την περίοδο 2 έχουν αυξηθεί κατά 2%

Παράρτημα(συνέχεια)

- Με άλλα λόγια θα μπορείτε να αποσύρετε τους τόκους σας κάθε περίοδο αυξημένους κατά ένα ποσοστό g κάθε περίοδο
- Για να το πετύχετε αυτό θα πρέπει να έχετε κάθε περίοδο ένα αρχικό κεφάλαιο που θα το αποταμιεύετε κάθε περίοδο και θα αυξάνεται και αυτό κάθε περίοδο κατά g

Παράρτημα(συνέχεια)

- Συνεπώς εάν έχουμε ένα αρχικό κεφάλαιο P και το αποταμιεύουμε την περίοδο 0 για ένα χρόνο με επιτόκιο r και κερδίζουμε τόκους

  $C = r * P$ την περίοδο 1
- Τότε για να έχουμε τόκους ύψους $C*(1+g)$ την περίοδο 2 θα πρέπει στην περίοδο 1 να αποταμιεύσουμε $P(1+g)=P+gP$ ως αρχικό κεφάλαιο
- Αυτό μπορεί να γίνει εάν αποσύρουμε την περίοδο 1 τόκους ύψους $C=rP-gP=P(r-g)$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Έστω ότι μετά από N περιόδους, κλείνουμε το λογαριασμό οπότε κερδίζουμε τους σχετικούς τόκους ξεκινώντας από την περίοδο 1 εώς και την περίοδο N να τους εισπράττουμε (C, C$(1+g)^1$, C$(1+g)^2$ … C$(1+g)^{N-1}$)επιπλέον του κεφαλαίου της περιόδου N, δηλαδήP$(1+\mathrm{g})^N$,όπου $\mathrm{P}(1+g)^N = \mathrm{P}(1+g)^{N-1} *$ (1+g).
- Θυμηθείτε ότι για να έχουμε την παραπάνω αύξουσα σειρά ταμειακών ροών πρέπει να αποταμιεύουμε ξεκινώντας από την περίοδο 0 έως και την περίοδο N-1 τα παρακάτω ποσά: P, P(1+g), P$(1+g)^2$ … $\mathrm{P}(1+g)^{N-1}$αντίστοιχα

Παράρτημα(συνέχεια)

- Σύμφωνα με το νόμο της μίας τιμής το ίδιο αγαθό πρέπει να έχει την ίδια τιμή σε κάθε αγορά
- Άρα η παρούσα αξία των παραπάνω μεγεθών θα είναι ίση με την αξία της αρχικής επένδυσης P
- P=ΠΑ(της αύξουσας σειράς ταμειακών ροών για N περιόδους) + ΠΑ(P$(1+\mathrm{g})^{N}$ την περίοδο N)

Παράρτημα(συνέχεια)

- ΠΑ(της αύξουσας σειράς ταμειακών ροών για Ν περιόδους)= P- ΠΑ(P$(1+g)^N$ την περίοδο Ν) = P- $\frac{P(1+g)^N}{(1+r)^N} = P(1-\frac{(1+g)^N}{(1+r)^N}$)=C$*\frac{1}{r-g}\left(1-\frac{(1+g)^N}{(1+r)^N}\right)$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Για N→∞και g<r
- ΠΑ(της αύξουσας σειράς ταμειακών ροών για N περιόδους)=

$$C* \frac{1}{r-g}\left(1-\frac{(1+g)^N}{(1+r)^N}\right)= C* \frac{1}{r-g}\left(1-\frac{(1+g)^\infty}{(1+r)^\infty}\right)$$

$$=C* \frac{1}{r-g}(1-0)= C* \frac{1}{r-g}$$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Το επιτόκιο συχνά αναφέρεται ως **Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (ΕΠΕ)** το οποίο δείχνει την πραγματική απόδοση που κερδίζει κάποιος στο τέλος μιας χρονιάς
- Το παραπάνω επιτόκιο το έχουμε χρησιμοποιήσει ως προεξοφλητικό επιτόκιο στις προηγούμενες διαλέξεις.
- Για παράδειγμα επενδύοντας αρχικά \$100.000 με ΕΠΕ=5%, μετά από ένα έτος παίρνουμε:

$$\$100.000 * (1+r) = \$100.000 * (1,05) = \$105.000$$

- Μετά από δύο χρόνια θα έχουμε :

$$\$100.000 * (1+r)^2 = \$100.000 * (1,05)^2 = \$110.250$$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Συνεπώς σε όρους απόδοσης συνολικά θα έχουμε κερδίσει μετά από δύο χρόνια:

$$\text{απόδοση}=\frac{\mathrm{P_T}-\mathrm{P}_A}{P_A}=\frac{110.250-100.000}{100.000}*100=10,25\%$$

- Ή εάν επενδύατε αρχικά \$1, η απόδοση θα ήταν μετά από δύο χρόνια:

$$\text{απόδοση}=\frac{\mathrm{P_T}-\mathrm{P}_A}{P_A}=\frac{(1+1*0,1025)-1}{1}=\frac{(1,1025)-1}{1}=10,25\%$$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Γενικά υψώνοντας τον όρο (1+r) στην κατάλληλη δύναμη μπορούμε να υπολογίσουμε το σχετικό επιτόκιο για κάποια μεγαλύτερη χρονική περίοδο ή για κάποια μικρότερη χρονική περίοδο
- Με ετήσιο επιτόκιο r% και αρχικό κεφάλαιο \$1 θα κερδίζατε μετά από ένα εξάμηνο:

$$\$1 * (1+r)^{1/2} =$$

- Δηλαδή η απόδοσή που θα κερδίζατε θα ήταν:

$$\text{απόδοση} = \frac{\mathrm{P_T} - \mathrm{P}_A}{P_A} = \frac{(1+r)^{1/2} - 1}{1}$$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Πιο γενικά, αν επενδύαμε αρχικά \$1 με επιτόκιο εξαμήνου $r_{\varepsilon\xi}$,μετά από ένα έτος θα παίρναμε:

$$1 * \left(1 + r_{\varepsilon\xi}\right)^2$$

Ή ισοδύναμα

$$1 * \left(1 + r_{\varepsilon\xi}\right)^2 = 1 + 1 * r_{\varepsilon\tau}$$

$$\Rightarrow r_{\varepsilon\xi} = (1 + r_{\varepsilon\tau})^{1/2} - 1$$

Παράρτημα(συνέχεια)

- Γενικά, μπορούμε να μετατρέψουμε ένα ετήσιο πραγματικό επιτόκιο r σε ένα ισοδύναμο πραγματικό επιτόκιο σε όρους περιόδου(ημέρα, μήνας, εξάμηνο κ.τ.λ.) χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:
- $r_{\sigma\varepsilon\ \acute{o}\rho o\upsilon\varsigma\ \pi\varepsilon\rho\iota\acute{o}\delta o\upsilon}$= $(1+r)^{n}-1$
- Όπου r=το επιτόκιο σε όρους έτους
- n=η εκάστοτε περίοδος που μελετάμε σε όρους έτους
- **Στον παραπάνω τύπο το n μπορεί να είναι μεγαλύτερο του 1(για να υπολογίσουμε μια απόδοση για μεγαλύτερες περιόδους από το έτος) ή μικρότερο από 1(για να υπολογίσουμε μια απόδοση για μικρότερες περιόδους από το έτος)**

Παράρτημα(συνέχεια)

- Οι τράπεζες πολλές φορές χρησιμοποιούν το **απλό ετήσιο επιτόκιο (ΑΕΕ)**
- Το οποίο καθορίζει την ποσότητα του **απλού τόκου** μέσα σε μία χρονιά, δηλαδή την ποσότητα του τόκου χωρίς την επιρροή του ανατοκισμού.
- Γενικά υπολογίζουμε το ΑΕΕ σε περιόδους(ημέρα, μήνας, εξάμηνο) με τον παρακάτω τύπο:

$$\text{ΑΕΕ σε όρους περιόδου}=\frac{\mathrm{AEE}}{\kappa}$$

Όπου κ=ο αριθμός των περιόδων που κάνουν ένα έτος

Παράρτημα(συνέχεια)

- Ωστόσο έχοντας υπολογίσει το ΑΕΕ μπορούμε να μετατρέψουμε το ΑΕΕ σε ΕΠΕ

$$\text{ΕΠΕ} = \frac{\mathrm{P_T} - \mathrm{P}_A}{P_A} = \frac{\left(1 + \frac{\text{ΑΕΕ}}{\kappa}\right)^{\kappa} - 1}{1}$$

$$\Rightarrow \text{ΕΠΕ} = \left(1 + \frac{\text{ΑΕΕ}}{\kappa}\right)^{\kappa} - 1$$