

Αξιολόγηση Επενδύσεων

Διάλεξη 4

Επιτόκια I

Δράκος και Καραθανάσης, Κεφ 1

Περίγραμμα Διάλεξης

- Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο(ΕΠΕ)
- Το Απλό Ετήσιο Επιτόκιο(ΑΕΕ)
- Κίνδυνος και Φόροι
- Κόστος Ευκαιρίας Κεφαλαίου(ή Κόστος Κεφαλαίου)

Επιτόκια

- Τα επιτόκια παρουσιάζονται με διάφορους τρόπους(ετήσια, μηνιαία, εξαμηνιαία κ.τ.λ.)
- Συνήθως τα επιτόκια είναι ετήσια αλλά πολλές φορές οι πληρωμές των τόκων γίνονται σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα (μήνας, εξάμηνο κ.τ.λ.)
- **Όταν αξιολογούμε όμως ταμειακές ροές θα πρέπει το προεξοφλητικό επιτόκιο(discount rate) να ταιριάζει με την περίοδο των ταμειακών ροών**
- **Επίσης το προεξοφλητικό επιτόκιο θα πρέπει να αντικατοπτρίζει την πραγματική απόδοση που κερδίζει κάποιος κατά την διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος μιας επένδυσης**
- **Σε αυτή την διάλεξη θα δούμε τους μηχανισμούς προσαρμογής του επιτοκίου στο κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο**

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο

- Το επιτόκιο συχνά αναφέρεται ως **Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (ΕΠΕ) το οποίο** δείχνει την πραγματική απόδοση που κερδίζει κάποιος στο τέλος μιας χρονιάς
- Το παραπάνω επιτόκιο το έχουμε χρησιμοποιήσει ως προεξοφλητικό επιτόκιο στις προηγούμενες διαλέξεις.
- Για παράδειγμα επενδύοντας αρχικά \$100.000 με ΕΠΕ=5%, μετά από ένα έτος παίρνουμε:

$$\$100.000 * (1+r) = \$100.000 * (1,05) = \$105.000$$

- Μετά από δύο χρόνια θα έχουμε :

$$\$100.000 * (1 + r)^2 = \$100.000 * (1,05)^2 = \$110.250$$

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Συνεπώς σε όρους απόδοσης συνολικά θα έχουμε κερδίσει μετά από δύο χρόνια:

$$\text{απόδοση} = \frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{110.250 - 100.000}{100.000} * 100 = 10,25\%$$

- Ή εάν επενδύατε αρχικά \$1, η απόδοση θα ήταν μετά από δύο χρόνια:

$$\text{απόδοση} = \frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{(1 + 1 * 0,1025) - 1}{1} = \frac{(1,1025) - 1}{1} = 10,25\%$$

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Γενικά υψώνοντας τον όρο $(1+r)$ στην κατάλληλη δύναμη μπορούμε να υπολογίσουμε το σχετικό επιτόκιο για κάποια μεγαλύτερη χρονική περίοδο ή για κάποια μικρότερη χρονική περίοδο
- Με ετήσιο επιτόκιο 5% και αρχικό κεφάλαιο \$1 θα κερδίζατε μετά από ένα εξάμηνο:

$$\$1 * (1 + r)^{1/2} = \$1 * (1,05)^{1/2} = \$1,0247$$

- Δηλαδή η απόδοσή που θα κερδίζατε κάθε εξάμηνο θα ήταν:

$$\text{απόδοση} = \frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{1,0247 - 1}{1} = 2,47\%$$

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε το παραπάνω αποτέλεσμα υπολογίζοντας την ετήσια απόδοση με επιτόκιο εξαμήνου 2,47% επενδύοντας αρχικά \$1:

$$\text{\$1} * (1 + r_{\varepsilon\xi})^2 = (1,0247)^2 = 1,05$$

$$\text{απόδοση} = \frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{1,05 - 1}{1} = 0,05 = 5\%$$

Συνεπώς, αν επενδύαμε \$1 με ένα εξαμηνιαίο επιτόκιο $i_{\varepsilon\xi} = 2,47\%$ μετά από ένα έτος θα παίρναμε:

$$1,05 = 1 + 1 * r_{\varepsilon\tau} \Rightarrow r_{\varepsilon\tau} = 0.05 = 5\%$$

Το επιτόκιο r σε όρους έτους

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Πιο γενικά, αν επενδύαμε αρχικά \$1 με επιτόκιο εξαμήνου $r_{εξ}$, μετά από ένα έτος θα παίρναμε:

$$1 * (1 + r_{εξ})^2$$

Ή ισοδύναμα

$$1 * (1 + r_{εξ})^2 = 1 + 1 * r_{ετ}$$

$$\Rightarrow r_{εξ} = (1 + r_{ετ})^{1/2} - 1$$

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Γενικά, μπορούμε να μετατρέψουμε ένα ετήσιο προεξοφλητικό επιτόκιο i σε ένα ισοδύναμο προεξοφλητικό επιτόκιο σε όρους περιόδου (ημέρα, μήνας, εξάμηνο κ.τ.λ.) χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:
- $r_{\text{σε όρους περιόδου}} = (1 + r)^n - 1$
- Όπου r = το επιτόκιο σε όρους έτους
- n = η εκάστοτε περίοδος που μελετάμε σε όρους έτους
- **Στον παραπάνω τύπο το n μπορεί να είναι μεγαλύτερο του 1 (για να υπολογίσουμε μια απόδοση για μεγαλύτερες περιόδους από το έτος) ή μικρότερο από 1 (για να υπολογίσουμε μια απόδοση για μικρότερες περιόδους από το έτος)**

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο – Ένα Παράδειγμα(συνέχεια)

Πρόβλημα

Έστω ότι μια τράπεζα προσφέρει ΕΠΕ=6%. Τι επιτόκιο μηνιαίως κερδίζει κάποιος αποταμιεύοντας σε αυτή την τράπεζα ;Εάν δεν έχετε καθόλου χρήματα σήμερα στην τράπεζα. Τι ποσό θα αποταμιεύσετε στο τέλος κάθε μήνα από τους επόμενους από σήμερα (περίοδος 0) έτσι ώστε μετά από 10 χρόνια από σήμερα να έχετε \$100.000 στον τραπεζικό του λογαριασμό;

Λύση

$$r_{\text{σε όρους περιόδου}} = (1 + r)^n - 1$$

Άρα για ΕΠΕ=6% τότε:

$$r_{\text{μην}} = (1 + 0,06)^{1/12} - 1 = 0,4868\%$$

Το Ετήσιο Πραγματικό Επιτόκιο – Ένα Παράδειγμα(συνέχεια)

- Θυμηθείτε MA(της σταθερής σειράς ταμειακών ροών για N περιόδους)=
- $C * \frac{1}{r} ((1 + r)^N - 1)$
- $MA = C * \frac{1}{r} * [(1 + r)^n - 1]$
- Λύνουμε ως προς το C
- $C = \frac{MA}{\frac{1}{r} * [(1+r)^n - 1]} = \frac{\$100.000}{\frac{1}{0,004868} * [(1,004868)^{120} - 1]} = \$615,47$
- Συνεπώς εάν κάποιος αποταμιεύσει μηνιαίως \$615,47 με ΕΠΕ 6% θα κερδίσει \$100.000 σε 10 χρόνια

Το Απλό Ετήσιο Επιτόκιο

- Οι τράπεζες πολλές φορές χρησιμοποιούν το **απλό ετήσιο επιτόκιο (ΑΕΕ)**
- Το οποίο καθορίζει την ποσότητα του **απλού τόκου** μέσα σε μία χρονιά, δηλαδή την ποσότητα του τόκου χωρίς την επιρροή του ανατοκισμού.
- **Παράδειγμα:**
- Η Granite Bank προσφέρει ΑΕΕ=6% με μηνιαία καταβολή τόκου. Συνεπώς το ΑΕΕ σε όρους μήνα είναι $6\%/12=0,5\%$. Επενδύοντας κάποιος αρχικά \$1 μετά από ένα έτος θα κερδίσει
- $\$1 * (1 + 0,005)^{12} = \$1,061678$
- Άρα το ΕΠΕ= απόδοση = $\frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{1,061678 - 1}{1} * 100 = 6,1678\%$

Το Απλό Ετήσιο Επιτόκιο(συνέχεια)

- Η απόδοση 6,1678% που κερδίσατε από την αποταμίευση σας είναι μεγαλύτερη από το ΑΕΕ=6% λόγω του ανατοκισμού. Στους μετέπειτα μήνες, εσείς κερδίσατε επιπλέον τόκους από ένα μεγαλύτερο αρχικό κεφάλαιο λόγω των τόκων που πήρατε νωρίτερα.

Το Απλό Ετήσιο Επιτόκιο(συνέχεια)

- Γενικά υπολογίζουμε το ΑΕΕ σε περιόδους(ημέρα, μήνας, εξάμηνο) με τον παρακάτω τύπο:

$$\text{ΑΕΕ σε όρους περιόδου} = \frac{\text{ΑΕΕ}}{\kappa}$$

Όπου κ =ο αριθμός των περιόδων που κάνουν ένα έτος

Το Απλό Ετήσιο Επιτόκιο(συνέχεια)

- ΕΠΕ>ΑΕΕ λόγω του ανατοκισμού
- Γενικά, το ΑΕΕ δεν είναι κατάλληλο να το χρησιμοποιούμε για προεξοφλητικό επιτόκιο καθώς δεν δείχνει την πραγματική απόδοση που κάποιος μπορεί να κερδίσει σε ένα έτος
- Ωστόσο έχοντας υπολογίσει το ΑΕΕ μπορούμε να μετατρέψουμε το ΑΕΕ σε ΕΠΕ

$$\text{ΕΠΕ} = \frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{\left(1 + \frac{\text{ΑΕΕ}}{\kappa}\right)^\kappa - 1}{1}$$
$$\Rightarrow \text{ΕΠΕ} = \left(1 + \frac{\text{ΑΕΕ}}{\kappa}\right)^\kappa - 1$$

Κίνδυνος και Φόροι

- Δυο σημαντικοί παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν το επιτόκιο
 - Ο κίνδυνος και οι φόροι
- Τα επιτόκια ποικίλουν ανάλογα με την ταυτότητα του δανειζόμενου αλλά και το χρονικό ορίζοντα(χρονική διάρθρωση των επιτοκίων)
- Τα κρατικά ομόλογα έχουν χαμηλό επιτόκιο.
- Με την λογική ότι δεν υπάρχει κάποια πιθανότητα για παράδειγμα η κυβέρνηση των Η.Π.Α. να μην πληρώσει τους τόκους και το αρχικό κεφάλαιο που δανείζεται από τους επενδυτές
- Άρα επιτόκιο μηδενικού κινδύνου=απόδοση των ομολογιών των Η.Π.Α. ή μιας παρόμοιας χώρας (π.χ. Γερμανία)

Κίνδυνος και Επιτόκια

- Όλοι οι άλλοι δανειζόμενοι έχουν κάποιο κίνδυνο πτώχευσης (αθέτησης πληρωμών).
- Για αυτό στα δάνεια το αναφερόμενο επιτόκιο ουσιαστικά είναι η μέγιστη ποσότητα την οποία οι επενδυτές θα εισπράξουν από τους δανειζόμενους.
- Ενώ σε περίπτωση χρηματοοικονομικής στενότητας οι δανειστές θα λάβουν λιγότερους τόκους από ότι είχαν συμφωνήσει και ίσως οι δανειζόμενοι να μην μπορούν ξεπληρώσουν όλο το δάνειο
- Πιο γενικά, για να αναλάβουν το παραπάνω ρίσκο οι επενδυτές ζητούν ένα μεγαλύτερο επιτόκιο από αυτό των ακίνδυνων ομολογιών
- Για τα παραπάνω δάνεια το επιτόκιο θα είναι μεγαλύτερο από το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου. Η διαφορά αυτή εξαρτάται από υπολογισμούς των επενδυτών σχετικά με την πιθανότητα πτώχευσης της εταιρείας.

Κίνδυνος και Επιτόκια (συνέχεια)

- Συνεπώς το προεξοφλητικό επιτόκιο πρέπει να αντανακλά τόσο τον χρονικό ορίζοντα της επένδυσης αλλά και τον κίνδυνο της επένδυσης
- Ειδικότερα, το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο για μία ταμειακή ροή είναι η αναμενόμενη απόδοση ενός επενδυτικού έργου (διαθέσιμο στην αγορά) ίδιου κινδύνου και χρονικού ορίζοντα

Το Επιτόκιο μετά την Αφαίρεση Φόρων

- Οι ταμειακές ροές όταν φορολογούνται μειώνονται κατά το πόσο των πληρωμών για φόρους.
- Τόσο οι τόκοι που εισπράττουμε όσο και οι τόκοι που πληρώνουμε μειώνονται όταν φορολογούνται
- Οι φόροι ουσιαστικά μειώνουν το πόσο από τους τόκους που μπορούν οι επενδυτές να χρησιμοποιήσουν
- Ονομάζουμε αυτό το μειωμένο επιτόκιο ως **μετά την αφαίρεση φόρων επιτόκιο**

Το Επιτόκιο μετά την Αφαίρεση Φόρων(συνέχεια)

- Θεωρείστε μία επένδυση η οποία προσφέρει ένα ΕΠΕ = 8%. Εάν επενδύσετε \$100 για ένα έτος θα κερδίσετε μετά από ένα έτος $0,08*100=\$8$ σε τόκους.
- Αυτοί οι τόκοι φορολογούνται ως εισόδημα. Εάν ο φόρος εισοδήματος είναι 40% εσείς θα πληρώσετε σε φόρους
- $(0,4)*\$8=\$3,20$
- Άρα θα λάβετε μόνο $\$8-\$3,20=\$4,80$
- Αυτή η ποσότητα είναι ισοδύναμη του να είχατε ένα επιτόκιο 4,80% και να μην πληρώνατε φόρους για τόκους
- Συνεπώς το επιτόκιο μετά την αφαίρεση φόρων είναι 4,80%

Το Επιτόκιο μετά την Αφαίρεση Φόρων(συνέχεια)

- Γενικά, εάν το επιτόκιο είναι r και ο φόρος είναι τ , τότε για κάθε \$1 που επενδύετε για ένα έτος θα κερδίζετε τόκο r και θα πληρώνετε φόρο $\tau * r$
- Το επιτόκιο μετά την αφαίρεση φόρων(δηλαδή η απόδοση μεταξύ των δύο περιόδων) είναι συνεπώς

$$\text{απόδοση} = \frac{P_T - P_A}{P_A} = \frac{1 + r * 1 - \tau * r * 1 - 1}{1} = r - (\tau * r) = r * (1 - \tau)$$

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο στο παράδειγμα μας έχουμε το επιτόκιο μετά την αφαίρεση των φόρων

$$0,08 * (1 - 0,40) = 0,048 \text{ ή } 4,80\%$$

Το Επιτόκιο μετά την Αφαίρεση Φόρων(συνέχεια)

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον ίδιο υπολογισμό για την περίπτωση των δανείων.
- Σε μερικές περιπτώσεις ο τόκος από δάνεια εκπίπτει από τα ακαθάριστα έσοδα.
- Σε αυτή την περίπτωση, το κόστος δανεισμού μειώνεται καθώς ο φόρος εκπίπτει
- Το επιτόκιο δανεισμού μετά την αφαίρεση φόρων είναι $i(1-\tau)$
- Με αυτό τον τρόπο καταφέρατε να μειώσετε το ΕΠΕ που πληρώνετε στην τράπεζα

Κόστος Ευκαιρίας Κεφαλαίου

- Θυμηθείτε το επιτόκιο της αγοράς είναι το κατάλληλο επιτόκιο με το οποίο μπορούμε να αξιολογήσουμε μια επένδυση και να υπολογίσουμε Μελλοντικές και Παρούσες Αξίες.
- Ωστόσο όπως είδαμε υπάρχει πληθώρα επιτοκίων ανάλογα με το τύπο των επιτοκίων(ετήσιο, εξαμήνου κ.τ.λ.), το πιστωτικό κίνδυνο, το χρονικό ορίζοντα της επένδυσης και το φορολογικό καθεστώς
- Συνεπώς με αυτό το μεγάλο αριθμό επιτοκίων ο όρος επιτόκιο της αγοράς είναι πολύ φιλόδοξός

Κόστος Ευκαιρίας Κεφαλαίου(συνέχεια)

- Πιο συγκεκριμένα το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο είναι το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου (ή πιο απλά το κόστος κεφαλαίου), που είναι **η καλύτερη διαθέσιμη αναμενόμενη απόδοση η οποία προσφέρεται στην αγορά για μια άλλη επένδυση ίδιου όμως κινδύνου και χρονικού ορίζοντα με την ταμειακή ροή που μας δίνει η επένδυσή μας.**
- Το κόστος κεφαλαίου είναι σχετικό για μια επιχείρηση η οποία ψάχνει να αντλήσει κεφάλαια από τρίτους.
- Άρα για να αντλήσει κεφάλαια η επιχείρηση πρέπει παράλληλα να προσφέρει μια αναμενόμενη απόδοση συγκρίσιμη με μία άλλη απόδοση(αναμενόμενη) μιας επένδυσης ίδιου κινδύνου και χρονικού ορίζοντα

Κόστος Ευκαιρίας Κεφαλαίου(συνέχεια)

- Η ίδια λογική ακολουθείτε και όταν η επιχείρηση θέλει να αντλήσει χρηματοδότηση από ίδια κεφάλαια.
- Τότε η νέα επένδυση θα πρέπει να προσφέρει μια αναμενόμενη απόδοση μεγαλύτερη από κάποια άλλη επένδυση την οποία θα μπορούσαν να αναλάβουν οι μέτοχοι της εταιρείας χρησιμοποιώντας τα ίδια κεφάλαια της επιχείρησης
- Συνεπώς το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου προσφέρει σε εμάς το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο για να αξιολογήσουμε τις ταμειακές ροές της επένδυσής μας

Κόστος Ευκαιρίας Κεφαλαίου(συνέχεια)

- Για επενδυτικά σχέδια μηδενικού κινδύνου το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι ίσο με το επιτόκιο των ακίνδυνων ομολογιών(τα κρατικά ομόλογα π.χ. των ΗΠΑ, της Γερμανίας κ.τ.λ.) ίδιου επενδυτικού ορίζοντα
- Για επενδυτικά σχέδια με κίνδυνο το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι μεγαλύτερο από το επιτόκιο των ακίνδυνων ομολογιών(τα κρατικά ομόλογα π.χ. των ΗΠΑ, της Γερμανίας κ.τ.λ.) ίδιου επενδυτικού ορίζοντα ανάλογα με την φύση του κινδύνου και την ποσότητα του κινδύνου

Παράρτημα(συνέχεια)

- $P = \text{ΠΑ}(\text{της σταθερής σειράς ταμειακών ρών για } N \text{ περιόδους}) + \text{ΠΑ}(P \text{ την περίοδο } N)$
- $\text{ΠΑ}(\text{της σταθερής σειράς ταμειακών ρών για } N \text{ περιόδους}) = P - \text{ΠΑ}(P \text{ την περίοδο } N)$
- $= P - \frac{P}{(1+r)^N} = P \left(1 - \frac{1}{(1+r)^N} \right) = C^* \frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^N} \right)$
- Άρα η $\text{ΜΑ}(\text{της σταθερής σειράς ταμειακών ρών για } N \text{ περιόδους}) =$
- $C^* \frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^N} \right) (1+r)^N = C^* \frac{1}{r} ((1+r)^N - 1)$

Βιβλιογραφία

- Αναστάσιος. Α. Δράκος και Γεώργιος Α. Καραθανάσης,
Χρηματοοικονομική Διοίκηση των Επιχειρήσεων, Β Έκδοση, Εκδόσεις
Μπένου, 2017