Αξιολόγηση Επενδύσεων

Διάλεξη για το CAPM

Δράκος και Καραθανάσης Κεφάλαιο 18

Εαρινό Εξάμηνο 2018

Οι Κύριες Υποθέσεις του Υποδείγματος CAPM

- Το CAPM (Capital Asset Pricing Model-Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών(Περιουσιακών) Στοιχείων) αναπτύσσεται σε ένα υποθετικό κόσμο όπου οι παρακάτω υποθέσεις για τους επενδυτές και τα διαθέσιμα περιουσιακά στοιχεία(ΠΣ) ισχύουν:
    1. Οι επενδυτές είναι λήπτες τιμών, κανένας μεμονωμένος επενδυτής δεν μπορεί να επηρεάσει τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων, και έχουν ομογενείς προσδοκίες σε σχέση με τις αναμενόμενες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων, αποδόσεις οι οποίες ακολουθούν μια κανονική κατανομή
    2. Οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο και επιδιώκουν την μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης χρησιμότητας του πλούτου τους

Οι Κύριες Υποθέσεις του Υποδείγματος CAPM(συνέχεια)

3. Υπάρχει ένα επιτόκιο, το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk free rate), στο οποίο όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν και να δανειστούν οποιοδήποτε ποσό
4. Η προσφορά των περιουσιακών στοιχείων(S) που ενέχουν κίνδυνο είναι σταθερή. Όλα τα περιουσιακά στοιχεία μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο συναλλαγής και να διαιρεθούν επ άπειρον (για παράδειγμα 43,2 μετοχές της εταιρείας Χ)
5. Οι αγορές των περιουσιακών στοιχείων είναι τέλειες, και όλοι οι επενδυτές έχουν ισότιμη και δωρεάν πρόσβαση στην πληροφόρηση
6. Δεν υπάρχουν στρεβλώσεις στις αγορές: όπως φόροι ή ρυθμίσεις.
7. Οι αγορές των περιουσιακών στοιχείων είναι σε ισορροπία(D=S)

Τα Κύρια Συμπεράσματα της Κατάστασης Ισορροπίας στις Αγορές των Περιουσιακών Στοιχείων

- Ισορροπία στις αγορές των περιουσιακών στοιχείων: όταν οι επενδυτές επιλέγουν το άριστο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο, προσφορά περιουσιακών στοιχείων = ζήτηση περιουσιακών στοιχείων
- Συμπέρασμα 1: το Άριστο Χαρτοφυλάκιο που εμπεριέχει κίνδυνο κοινό σε όλους τους επενδυτές είναι το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς, M
- Συμπέρασμα 2 : το κάθε Άριστο Σύνθετο Χαρτοφυλάκιο για τους επενδυτές βρίσκεται πάνω στην Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (CML)
- Συμπέρασμα 3: οι αναμενόμενες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων βρίσκονται πάνω στην Γραμμή Αξιογράφων (SML), που σημαίνει ότι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα ισχύει

Το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς (συνέχεια)

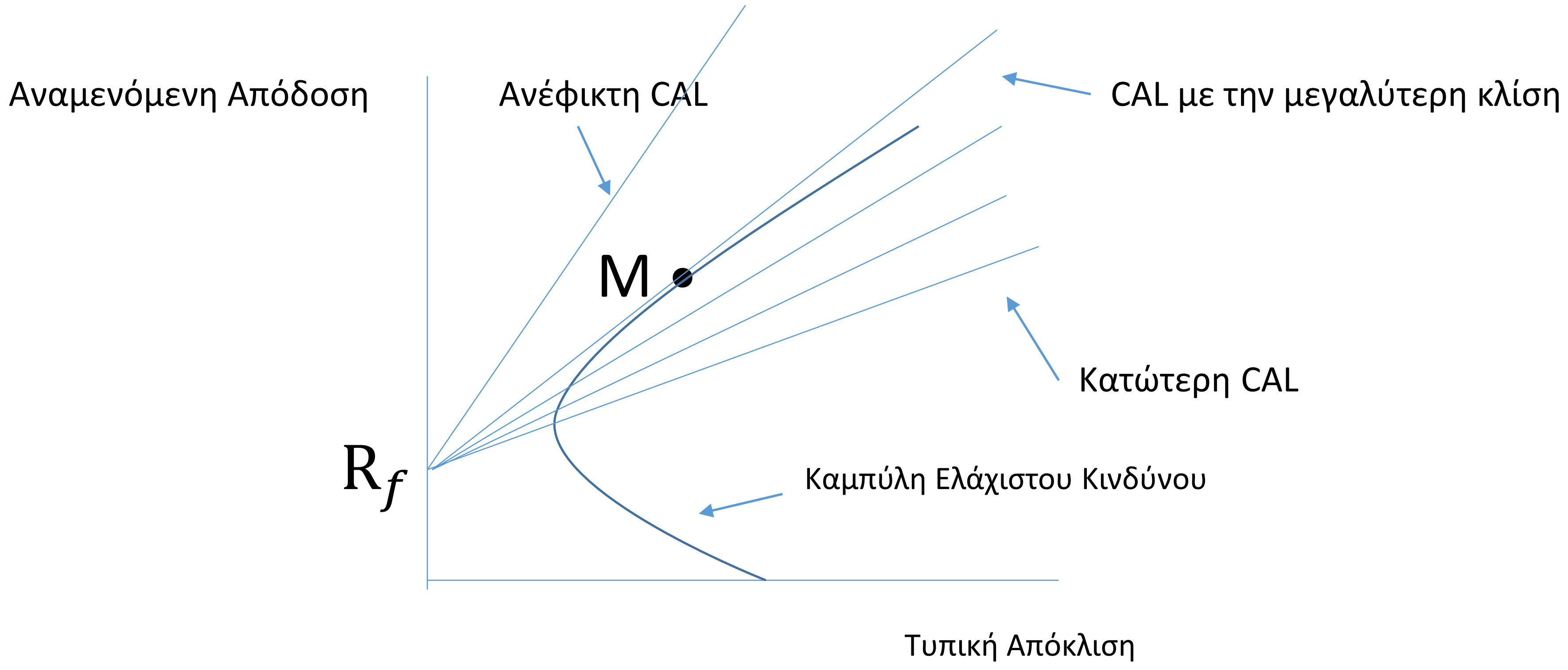
- Μπορούμε να κάνουμε άπειρους συνδυασμούς μεταξύ ενός ακίνδυνου αξιογράφου και ενός χαρτοφυλακίου (που μπορεί να έχει προέρθει από άλλα χαρτοφυλάκια της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου)
- **Ωστόσο μόνο ένας συνδυασμός είναι ο άριστος συνδυασμός, δηλαδή ο συνδυασμός που προσφέρει** την Γραμμή Κατανομής Κεφαλαίου με την μεγαλύτερη κλίση

Το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς (συνέχεια)

- Όπως εύκολα μπορούμε να αντιληφθούμε αυτός είναι ο συνδυασμός R_f με το χαρτοφυλάκιο M, δηλαδή η ευθεία γραμμή που ξεκινά από το R_f και εφάπτεται της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου

- **Κάθε άλλος συνδυασμός θα ήταν κατώτερος του συνδυασμού R_f M ή ανέφικτος.**

Το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς – Διάγραμμα 9.1



Το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς (συνέχεια)

- Το σημείο Μ αντιπροσωπεύει ένα χαρτοφυλάκιο που συμπεριλαμβάνει όλα τα περιουσιακά στοιχεία που περιέχουν κίνδυνο και είναι διαθέσιμα σε ένα επενδυτή
- p_i= η τιμή του περιουσιακού στοιχείου i
- n_i= η προσφορά(σταθερή) του περιουσιακού στοιχείου i
- M= το αγοραίο χαρτοφυλάκιο ή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς

$$\omega_{iM} = \frac{\alpha\gamma o\rho\alpha\iota\alpha\ \alpha\xi\iota\alpha\ \tau o\upsilon\ \pi\varepsilon\rho\iota o\upsilon\sigma\iota\alpha\kappa o\upsilon\ \sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\iota o\upsilon\ \ i}{\text{συνολικη}\ \alpha\xi\iota\alpha\ o\lambda\omega\nu\ \tau\omega\nu\ \pi\varepsilon\rho\iota o\upsilon\sigma\iota\alpha\kappa\acute{\omega}\nu\ \sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\iota\omega\nu\ \tau\eta\varsigma\ \alpha\gamma o\rho\alpha\varsigma}$$

$$\Rightarrow \omega_{iM} = \frac{p_i * n_i}{\sum_i p_i * n_i}$$

Σε Κατάσταση Ισορροπίας, το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς είναι το Άριστο Χαρτοφυλάκιο

- $W_j = \text{συνολικός πλούτος}$ του επενδυτή j
- y_j^*=άριστο ποσοστό του W_j που επενδύεται στο άριστο χαρτοφυλάκιο που ενέχει κίνδυνο
- Σε κατάσταση ισορροπίας, για κάθε περιουσιακό στοιχείο i ισχύει:

$$\sum_j W_j * y_j^* * \omega_{i,ORP} = p_i * n_i$$

$$\sum_j W_j * y_j^* = \sum_i p_i * n_i$$

$$\Rightarrow \omega_{i,ORP} = \frac{p_i * n_i}{\sum_j W_j * y_j^*} = \frac{p_i * n_i}{\sum_i p_i * n_i} = \omega_{i,M}$$

Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (CML)

- Σε κατάσταση ισορροπίας, συνεπώς, κάθε επενδυτής j μπορεί να συνδυάσει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο για να κατασκευάσει ένα άριστο σύνθετο χαρτοφυλάκιο με σταθμίσεις:
- 1-y_j^* = ποσοστό του W_j που επενδύεται στο R_f
- $y_j^* * \omega_{iM} =$ ποσοστό του W_j που επενδύεται στο περιουσιακό στοιχείο i

Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς - CML (συνέχεια)

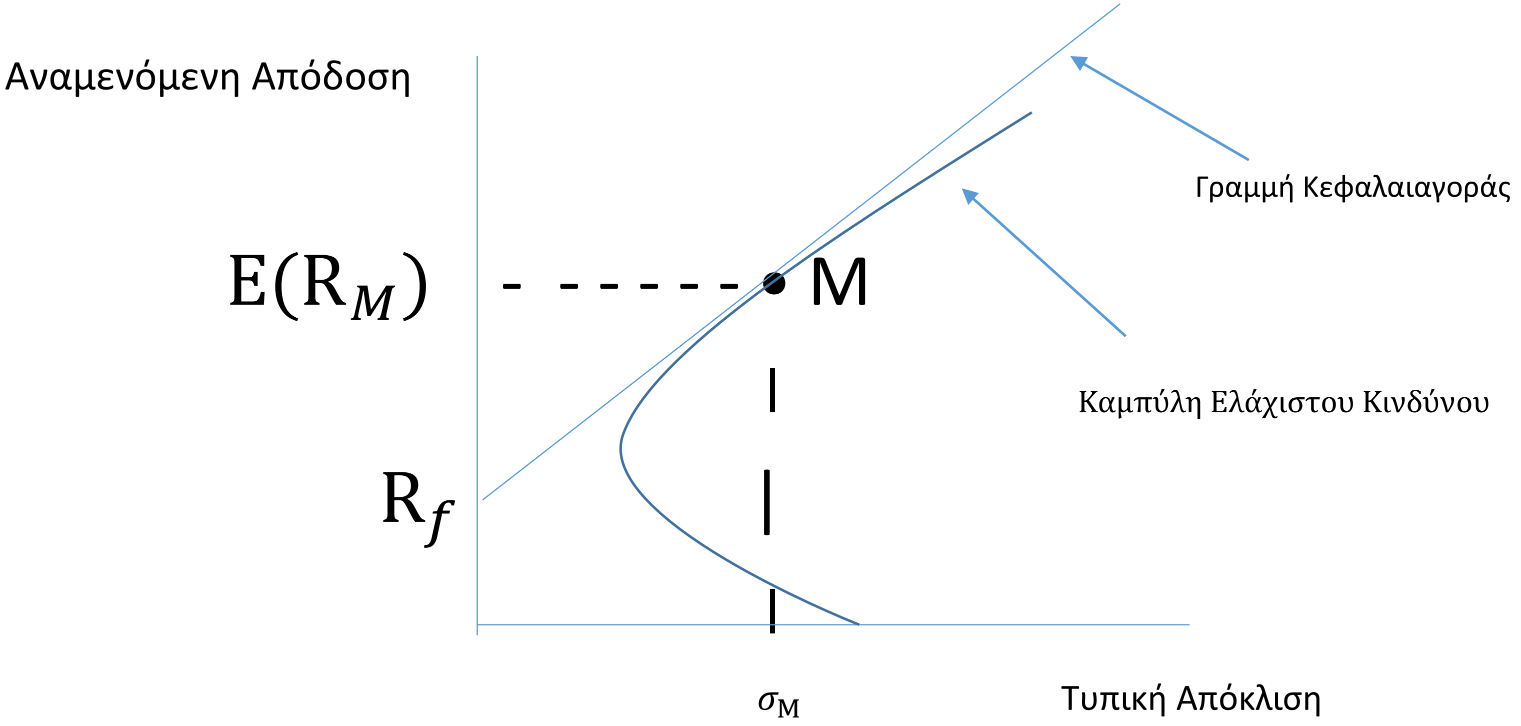
- Αν συνδυάσουμε το R_f και το M θα πάρουμε την Γραμμή Κατανομής Κεφαλαίου (CAL) με την μεγαλύτερη κλίση
- Η παραπάνω Γραμμή Κατανομής Κεφαλαίου είναι γνωστή και ως Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML)
- Όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια βρίσκονται κατά μήκος της CML, διαφέρουν μόνο κατά το ποσοστό του πλούτου του επενδυτή που επενδύεται στο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο

Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς - CML (συνέχεια)

- Συνεπώς κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο θα έχει το ίδιο Δείκτη Επιβράβευσης της Μεταβλητότητας
- Ας συμβολίσουμε με Ε(R_c), σ_c κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο
- Από τον ορισμό του Δείκτη Επιβράβευσης της Μεταβλητότητας και επειδή κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο θα έχει το ίδιο Δείκτη Επιβράβευσης της Μεταβλητότητας (κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής η κλίση της είναι σταθερή) έχουμε :
- $\frac{\mathrm{E}(\mathrm{R_c})-R_f}{\sigma_\mathrm{c}} = \frac{\mathrm{E}(\mathrm{R}_M)-R_f}{\sigma_\mathrm{M}}$

$\Rightarrow \mathrm{E}(\mathrm{R}_c) = \mathrm{R}_f + \frac{\mathrm{E}(\mathrm{R}_M)-R_f}{\sigma_\mathrm{M}} \sigma_c$

Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς - CML Διάγραμμα 9.2



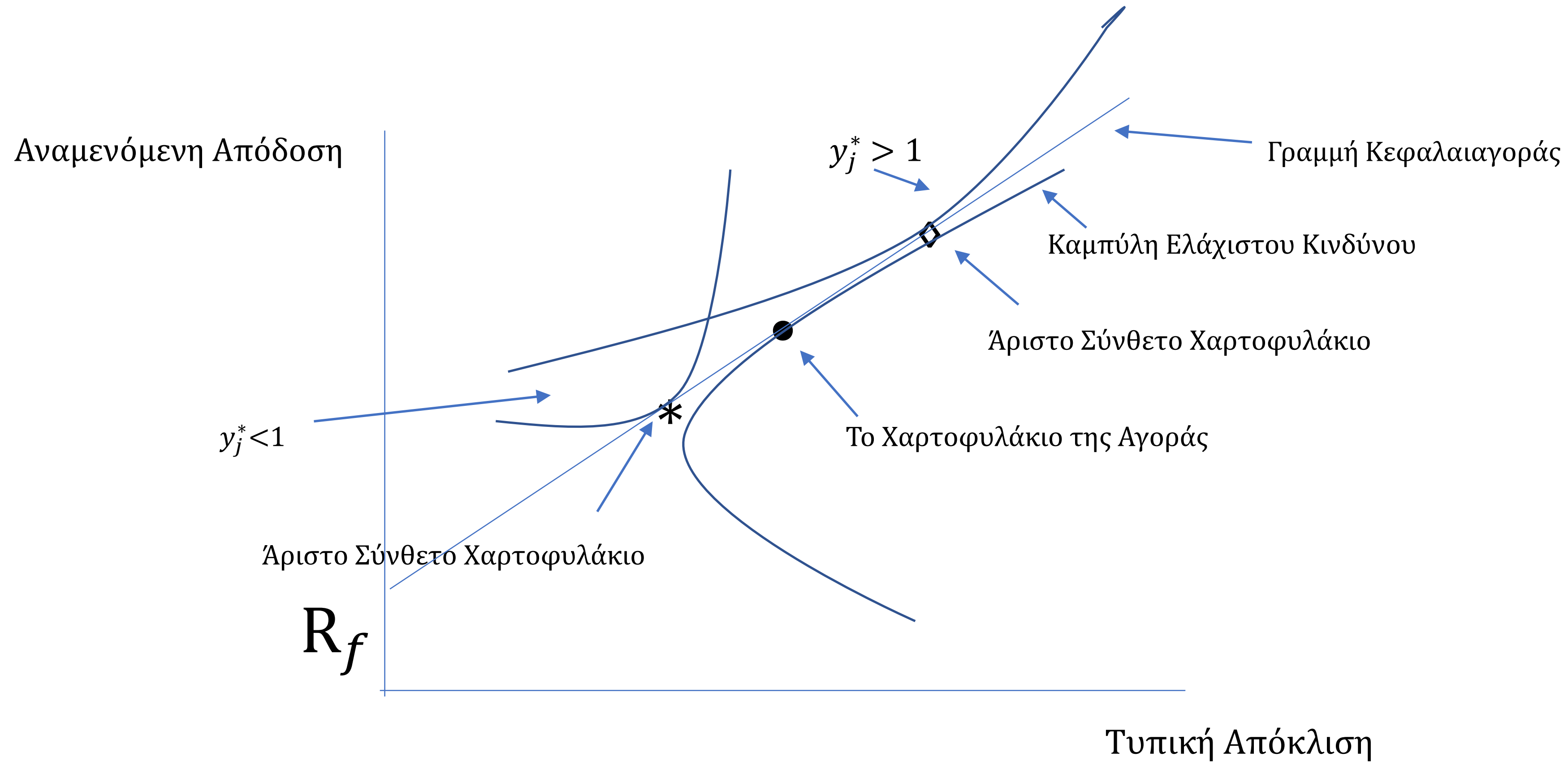
Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς - CML (συνέχεια)

- $\mathrm{E}(\mathrm{R}_c)$ = Αναμενόμενη Απόδοση του Χαρτοφυλακίου c
- $\mathrm{E}(\mathrm{R}_M) =$ Αναμενόμενη Απόδοση του Χαρτοφυλακίου της Αγοράς Μ
- $\mathrm{R}_f =$ Απόδοση Αξιογράφου χωρίς κινδύνο
- $\sigma_M =$ Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου της Αγοράς

Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς - CML (συνέχεια)

- Η εξίσωση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς εκφράζει την σχέση απόδοσης και κινδύνου ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου όταν οι αγορές περιουσιακών στοιχείων βρίσκονται σε ισορροπία
- Ο όρος $\frac{\mathrm{E}(\mathrm{R}_{M})-R_{f}}{\sigma_{\mathrm{M}}}\,\sigma_{c}$ αντιπροσωπεύει το πριμ κινδύνου δηλαδή την επιπλέον απόδοση που οι επενδυτές απαιτούν προκειμένου να αναλάβουν τον κίνδυνο που συνεπάγεται η επένδυση σε ένα χαρτοφυλάκιο c που ενέχει κίνδυνο

Η Κατάσταση Ισορροπίας των Αγορών Περιουσιακών Στοιχείων - Διάγραμμα 9.3



Η Αναμενόμενή Απόδοση του Αποτελεσματικού Χαρτοφυλακίου σε Κατάσταση Ισορροπίας

- Η γραμμή κεφαλαιαγοράς δίνει τις αναμενόμενες αποδόσεις των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων(δηλαδή αυτών που αποτελούν έναν συνδυασμό μεταξύ R_f και Μ)
- Παράδειγμα: Ας υποθέσουμε R_f = 5%, Ε($\mathrm{R_M}$)=13%, $\sigma_\mathrm{M} = 18\%$
  - $\mathrm{R}VR_M \cong 0{,}444$
  - Η αναμενόμενη απόδοση του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου με σ=25% είναι:
  - Ε$(R_c) = 0{,}05$ + 0,444 * 0,25=0,161=16,1%

Η Γραμμή Αξιόγραφων

- **Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς όπως είδαμε ορίζει την σχέση απόδοση-κινδύνου για τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.**
- Τι συμβαίνει όμως με τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία?
- Η σχέση ισορροπίας που ορίζει όλους τους συνδυασμούς κινδύνου και απόδοσης για όλες τις επενδύσεις, και όχι μόνον για τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, ονομάζεται **Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών (Περιουσιακών) Στοιχείων(Capital Asset Pricing Model, CAPM)**

Η Γραμμή Αξιόγραφων (συνέχεια)

- Έστω το χαρτοφυλάκιο p το οποίο αποτελείται από το αγοραίο χαρτοφυλάκιο M και το περιουσιακό στοιχείο i, ενώ α το ποσοστό της επένδυσης στο περιουσιακό στοιχείο i
- $E(R_p)$=α$E(R_i)$+(1-α) $E(R_{\mathrm{M}})$
- $\sigma_p = \sqrt{\left[\alpha^2\sigma_i^2 + (1-a)^2\sigma_{\mathrm{M}}^2 + 2\alpha(1-\alpha)\sigma_{i,M}\right]}$

Η Γραμμή Αξιόγραφων (συνέχεια)

- $\frac{\partial E(R_p)}{\partial a} = E(R_i) - E(R_M)$ (1)

- $\frac{\partial \sigma_p}{\partial a} = \frac{1}{2}\left[\alpha^2\sigma_i^2 + (1-a)^2\sigma_{\mathrm{M}}^2 + 2\alpha(1-\alpha)\sigma_{i,M}\right]^{-1/2} * [2\alpha\sigma_i^2 - 2\sigma_{\mathrm{M}}^2 + 2\alpha\sigma_{i,M} - 4\alpha\,\sigma_{i,M}]$ (2)

Η Γραμμή Αξιόγραφων (συνέχεια)

- Όταν οι αγορές περιουσιακών στοιχείων βρίσκονται σε ισορροπία δεν υπάρχει υπερβάλλουσα ζήτηση περιουσιακών στοιχείων (άρα α=0) και συνεπώς οι 1 και 2 γίνονται 3 και 4 αντίστοιχα

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial a} = E(R_i) - E(R_M) \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial a} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{\mathrm{M}}^2\right)^{-1/2}\left(-2\sigma_{\mathrm{M}}^2 + 2\sigma_{i,M}\right) = \frac{\sigma_{i,M} - \sigma_{\mathrm{M}}^2}{\sigma_{\mathrm{M}}} \qquad (4)$$

Η Γραμμή Αξιόγραφων (συνέχεια)

- Άρα η κλίση στο σημείο M, πάνω στην Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου βρίσκεται παρακάτω:

$$\frac{\frac{\partial E(R_p)}{\partial a}}{\frac{\partial \sigma_p)}{\partial a}} = \frac{E(R_i) - E(R_M)}{\frac{\sigma_{i,M} - \sigma_{\mathrm{M}}^2}{\sigma_{\mathrm{M}}}}$$

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial \sigma_p} = \frac{E(R_i) - E(R_M)}{\frac{\sigma_{i,M} - \sigma_{\mathrm{M}}^2}{\sigma_{\mathrm{M}}}}$$

Η Γραμμή Αξιόγραφων (συνέχεια)

- Θυμηθείτε η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς είναι ίση με $\frac{\mathrm{E(R}_M)-R_f}{\sigma_\mathrm{M}}$ στο σημείο Μ και είναι επίσης συνθήκη ισορροπίας, συνεπώς σε κατάσταση ισορροπίας των αγορών περιουσιακών στοιχείων ισχύει (ζήτηση περιουσιακών στοιχείων=προσφορά περιουσιακών στοιχείων)

$$\frac{\mathrm{E(R}_M)-R_f}{\sigma_\mathrm{M}} = \frac{E(R_i)-E(R_M)}{\frac{\sigma_{i,M}-\sigma_\mathrm{M}^2}{\sigma_\mathrm{M}}}$$

$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f]\frac{\sigma_{i,\mathrm{M}}}{\sigma_\mathrm{M}^2}$$

Όπου $\beta_i = \frac{\sigma_{i,\mathrm{M}}}{\sigma_\mathrm{M}^2}$

Το CAPM(συνέχεια)

- Το υπόδειγμα CAPM υποστηρίζει ότι εάν οι αγορές των περιουσιακών στοιχείων είναι σε ισορροπία και οι τιμές διαμορφώνονται κατά τρόπο ορθολογικό στις αγορές, τότε οι αναμενόμενες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων πρέπει να βρίσκονται πάνω στην Γραμμή Αξιογράφων και οι αναμενόμενες αποδόσεις τους πρέπει να δίνονται από το CAPM.

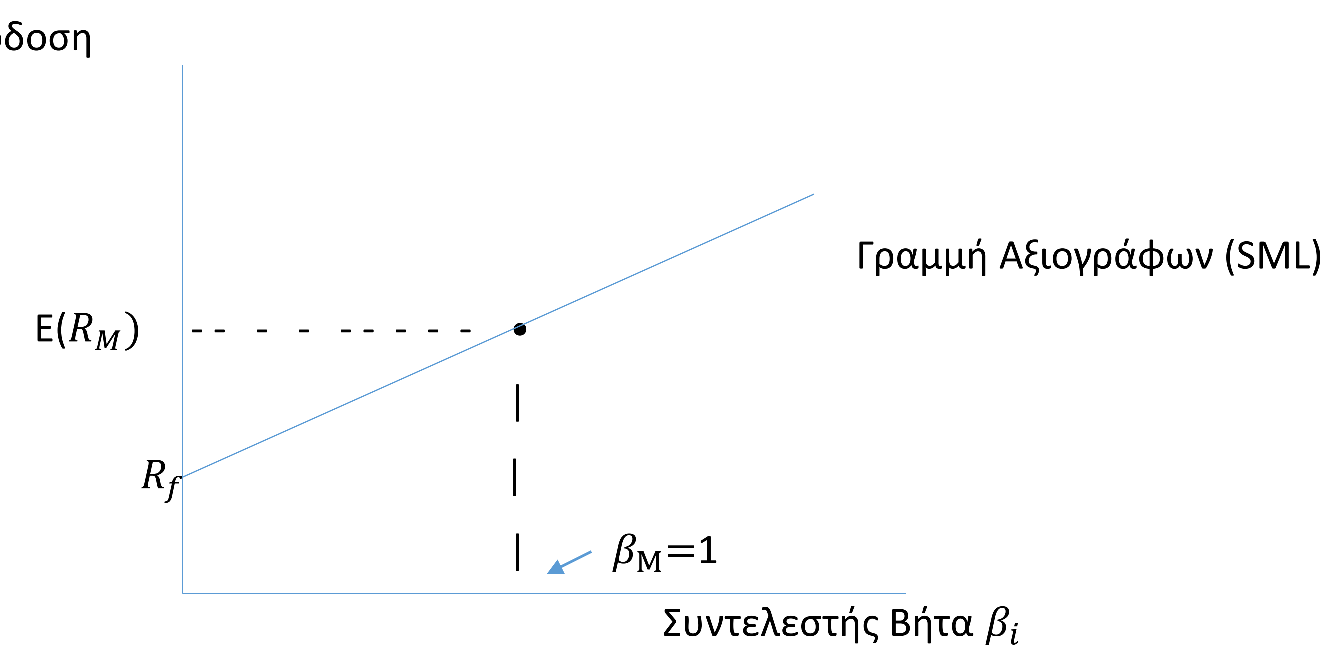
$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f]\,\beta_i$$

Το CAPM(συνέχεια

- Δηλαδή η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου i ισούται με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο R_f συν ένα πριμ κινδύνου$[E(R_M) - R_f]\,\beta_i$
- Όπου το πριμ κινδύνου αποτελείται από την τιμή του κινδύνου, $[E(R_M) - R_f]$, πολλαπλασιασμένη με την ποσότητα του κινδύνου του περιουσιακού στοιχείου i, β_i
- CAPM – ισορροπία $\Rightarrow$ $\text{όλα τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία (i) βρίσκονται πάνω στην SML}$

$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f]\beta_i, \quad \text{i=1,…,N}$$

Η Γραμμή Αξιόγραφων - Διάγραμμα 9.4



Το CAPM(συνέχεια)

- Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς έχει β_{i}=1
    - Ο λόγος είναι ότι η συνδιακύμανση του χαρτοφυλακίου της αγοράς με τον εαυτό ισούται με την διακύμανση του

- Το αξιόγραφο χωρίς κίνδυνο έχει $\beta_i = 0$
    - Ο λόγος είναι ότι η συνδιακύμανση του αξιογράφου χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλακίο της αγοράς ισούται με το μηδέν

Η Γραμμή Αξιογράφων και Προεξοφλητικό Επιτόκιο

- Η Γραμμή Αξιογράφων παρέχει το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο(κόστος κεφαλαίου) για να αποτιμήσουμε μελλοντικές (αβέβαιες) ταμειακές ροές
- $\mathrm{E}(\mathrm{R}_i) = \frac{E(p_{i,1})+E(d_{i,1})-p_{i,0}}{p_{i,0}} \Rightarrow p_{i,0} = \frac{E(p_{i,1})+E(d_{i,1})}{1+\mathrm{E}(\mathrm{R}_i)}$

- Από την SML : $E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f]\,\beta_i$

$$\Rightarrow p_{i,0} = \frac{E(p_{i,1})+E(d_{i,1})}{1+R_f+[E(R_M)-R_f]\,\beta_i}$$

Ο Συντελεστής Βήτα ως Μέτρο Ευαισθησίας

- Από την SML έχουμε:
- $\mathrm{E}(R_i) = R_f + [\mathrm{E}(R_M) - R_f]\beta_i$ = R_f(1-β_i) + $\mathrm{E}(R_M)\ \beta_i$
- Συνεπώς:
- $\Delta\mathrm{E}(R_i)$= β_i * $\Delta\mathrm{E}(R_M)$
- Ο συντελεστής Βήτα είναι ουσιαστικά η ευαισθησία των αποδόσεων μιας μετοχής στις μεταβολές της αγοράς.
- Παράδειγμα: $\mathrm{E}(\mathrm{R}_i) = 0{,}07, \beta_i = 0{,}8, \mathrm{E}(\mathrm{R_M}) = 0{,}10$
- Τι θα συμβεί στο $\mathrm{E}(R_i)$ εάν το $E(R_M)$ αυξηθεί κατά 0,01;
- $\Delta\mathrm{E}(R_i)$= β_i *$\Delta\mathrm{E}(R_M) = 0{,}8 * $ 0,01=0,008=0,8%

Μια Σημαντική Ιδιότητα του Συντελεστή Βήτα

- Πως μπορούμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή Βήτα ενός χαρτοφυλακίου p με σταθμίσεις $\omega_{1p,}\ \omega_{2p,} \ldots\ \omega_{\mathrm{N}p}$;
- Χρησιμοποιώντας την SML έχουμε:
- $E(R_p) = \sum_i \omega_{ip} E(R_i) = \sum_i \omega_{ip} \{R_f + [E(R_M) - R_f]\, \beta_i\} = R_f + [E(R_M) - R_f] \sum_i \omega_{ip}\, \beta_i$
- *Συνεπώς:*

$$\beta_p = \sum_i \omega_{ip}\, \beta_i = \omega_{1p}\, \beta_1 + \ldots + \omega_{Np} \beta_N \text{, για i=1,2…N}$$

Συμπεράσματα για την Ιδιότητα

- Συμπέραμα 1: για κάθε χαρτοφυλάκιο p έχουμε:
- $\mathrm{E}\left(R_p\right) = R_f + \quad [\mathrm{E}(R_M) - R_f]\beta_p$
- Σε κατάσταση ισορροπίας των αγορών των περιουσιακών στοιχείων, όλα τα χαρτοφυλάκια θα βρίσκονται πάνω στην SML:
- Συμπέρασμα 2: Εάν $R_c =$ (1-y) $R_f + \ yR_M$ τότε
- β_c = (1-y) $\beta_f + y\beta_{\mathrm{M}}$= y διότι $\beta_f = 0, \beta_{\mathrm{M}} = 1$
- Ο συντελεστής Βήτα κάθε χαρτοφυλακίου που βρίσκεται πάνω στην CML ισούται με το μέρος του πλούτου που επενδύετε στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς Μ

Αξιολόγηση με την Χρήση της Γραμμής Αξιογράφων

- Συλλέγουμε δεδομένα για τις παρακάτω μεταβλητές:

  $\mathrm{R}_{i,t}$- $R_{f,t}$ και $\mathrm{R}_{M,t} - \mathrm{R}_{f,t}$, t=0,1,….,T

- Τρέχουμε την παλινδρόμηση

  $\mathrm{R}_{i,t}$- $R_{f,t}$=α_i + ($\mathrm{R}_{M,t}$- $R_{f,t}$) β_i+ $u_{i,t}$, t=0,1,…,T

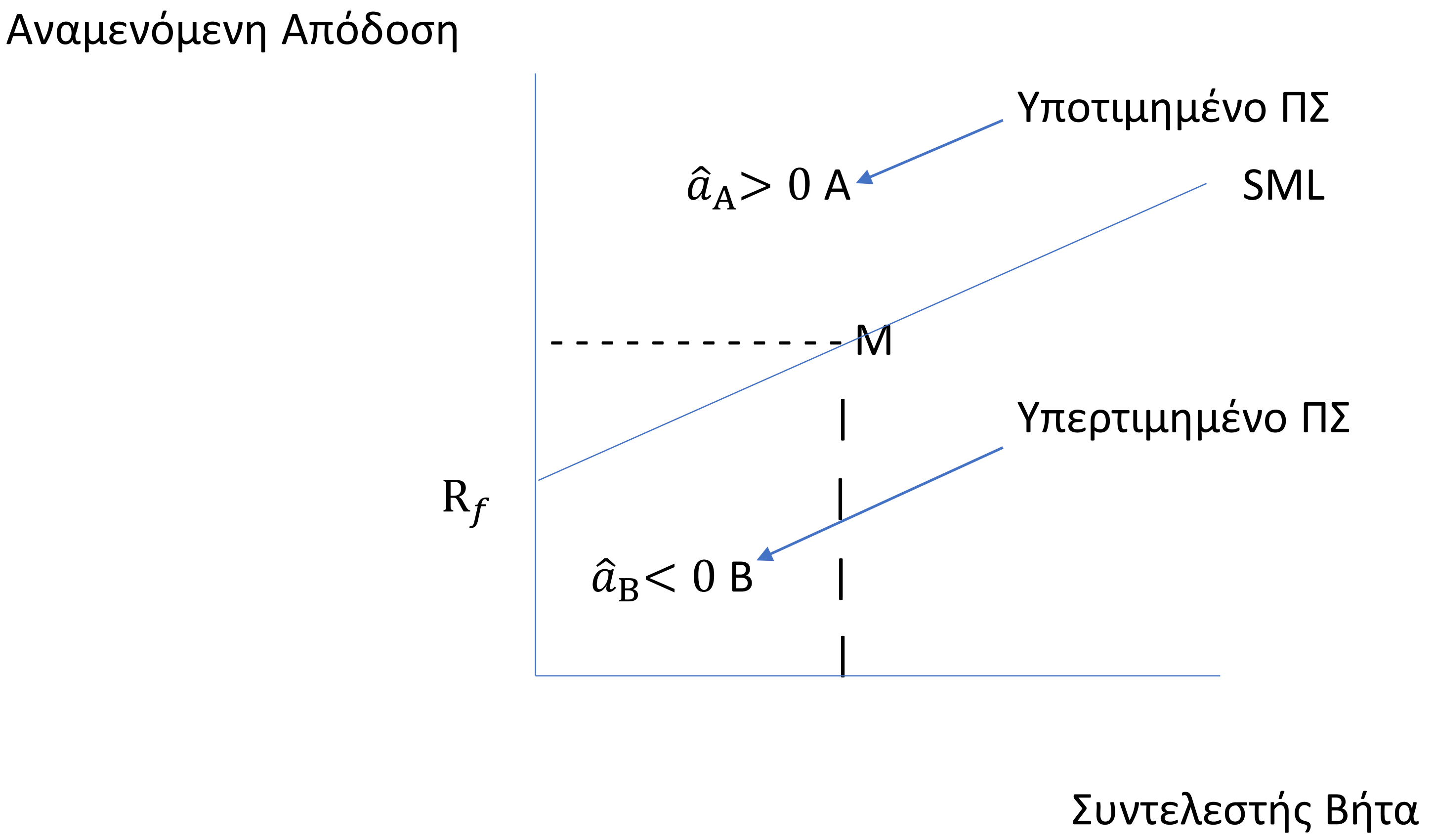
- Παίρνουμε τις εκτιμήτριες για την σταθερά και την κλίση;

  $\hat{a}_i$, $\hat{\beta}_i$

- Το περιουσιακό στοιχείο i είναι κατάλληλα αποτιμημένο εάν και μόνο εάν:

  $\hat{a}_i$=0

Αξιολόγηση με την Χρήση της Γραμμής Αξιογράφων – Διάγραμμα 9.5



Παράρτημα - Θεώρημα Διαχωρισμού

- Ας υποθέσουμε ότι p και q είναι χαρτοφυλάκια της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου
- Τότε ένα χαρτοφυλάκιο c είναι από μόνο του ένα χαρτοφυλάκιο της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου εάν και μόνο εάν :
- $\omega_{ic} = a\omega_{ip}+(1-a)\,\omega_{iq}$
- Για κάποια σταθερά α
- Όπου α το μέρος του πλούτου μας που επενδύεται στο χαρτοφυλάκιο p, ενώ 1-α το μέρος του πλούτου μας που επενδύεται στο χαρτοφυλάκιο q
- Σε λόγια: κάθε χαρτοφυλάκιο της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου μπορεί να αποκτηθεί ως ένα σταθμισμένος συνδυασμός δύο χαρτοφυλακίων της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου, όπου το σύνολο των σταθμίσεων να είναι ίσο με ένα.

Παράρτημα - Θεώρημα Διαχωρισμού(συνέχεια)

- $p_1, \ldots, p_M$ είναι Μ χαρτοφυλάκια της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου
- $\omega_1, \ldots, \omega_{\mathrm{M}}$ είναι σταθμίσεις των αντίστοιχων χαρτοφυλακίων $(\omega_1 + \cdots + \omega_{\mathrm{M}} = 1)$
- Το χαρτοφυλάκιο p ορίζεται ως:
- ω_{ip}= $\omega_1 \omega_{ip_1} + \cdots + \omega_M \omega_{ip_M}$
- Το χαρτοφυλάκιο p βρίσκεται στη Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου επίσης.