Αξιολόγηση Επενδύσεων

Διάλεξη 7

Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Δράκος και Καραθανάσης, Κεφ 17

Απόδοση και Τυχαία Μεταβλητή

- $R_i = \frac{p_{i,1} - p_{i,0} + d_{i,1}}{p_{i,0}} = \frac{p_{i,1} - p_{i,0}}{p_{i,0}} + \frac{d_{i,1}}{p_{i,0}}$
- $R_i =$ η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου i μεταξύ περιόδου 0 και περιόδου 1
- Τι είναι τυχαίο την περίοδο 0;
  - $p_{i,1}$= η τιμή του περιουσιακού στοιχείου i την περίοδο 1
  - $d_{i,1}$= το μέρισμα που δίνει το περιουσιακό στοιχείο i την περίοδο 1

Απόδοση - Βασικές Έννοιες Στατιστικής

- $\mathrm{E}(\mathrm{R}_i)$:Αναμενόμενη (Μέση)Απόδοση
- σ_i^2,σ_i: Διακύμανση της Απόδοσης, Τυπική Απόκλιση της Απόδοσης
- σ_{ij}, ρ_{ij} Συνδιακύμανση δύο Αποδόσεων, Συντελεστής Συσχέτισης δύο Αποδόσεων
- Υποθέτουμε S σενάρια, s=1…S για την περίοδο 1:
  - $\mathrm{R}_i(s) = \eta\ \alpha\pi\acute{o}\delta o\sigma\eta$ κάθε περιουσιακού στοιχείου i σύμφωνα με το σενάριο s
  - π(s)=η πιθανότητα να ισχύει το σενάριο s

Αναμενόμενη Απόδοση

- Αλγεβρικά, η αναμενόμενη απόδοση, $\mathrm{E}(\mathrm{R}_i)$, ισούται με το άθροισμα όλων των επιμέρους αποδόσεων (R_i(s)) σταθμισμένων με την πιθανότητά πραγματοποίησης τους (*π(s)*):

$$\mathrm{E}(\mathrm{R}_i) = \sum_{s=1}^{S} \pi(s) R_i(s) = \pi(1) R_i(1) + \pi(2) R_i(2) + \cdots + \pi\,(S) R_i(S)$$

- <u>Ιδιότητα 1</u>: για κάθε σταθερά α,b:

$$\mathrm{E}(\alpha \mathrm{R}_i + b\mathrm{R}_j) = \alpha \mathrm{E}(\mathrm{R}_i) + b\, \mathrm{E}(\mathrm{R}_j)$$

Διακύμανση Απόδοσης και Τυπική Απόκλιση Απόδοσης

- $\sigma_i^2 = \sum_{s=1}^{S} \pi(s)[R_i(s) - E(R_i)]^2 =$

π(1)$[R_i(1) - E(R_i)]^2$+ …+
π(S)$[R_i(S) - E(R_i)]^2$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$$

- <u>Ιδιότητα 2 </u>: Για κάθε σταθερά α,b με b>0

$R_j = a + bR_i \Rightarrow \sigma_j^2 = b^2\sigma_i^2, \sigma_j = b\sigma_i$

Συνδιακύμανση δύο Αποδόσεων, Συντελεστής Συσχέτισης δύο Αποδόσεων

σ_{ij} =$[R_i(1) - \mathrm{E}(R_i)]\ [R_j(1) - \mathrm{E}(R_j)]$π(1)+…+ $[R_i(\mathrm{S}) - \mathrm{E}(R_i)]\ [R_j(S) - \mathrm{E}(R_j)]$π(S)

=$\sum_{s=1}^{S} [R_i(\mathrm{s}) - \mathrm{E}(R_i)]\ [R_j(s) - \mathrm{E}(R_j)]$π(s)

$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ -1≤ ρ_{ij}≤1

Και οι δύο παραπάνω δείκτες εκφράζουν γραμμική συσχέτιση

Διακύμανση Αθροίσματος δύο Αποδόσεων

- <u>Ιδιότητα 3</u>: για κάθε σταθερά α,b
- $R_{\mathrm{l}} = a\, R_{\mathrm{i}} + \mathrm{b} R_{\mathrm{j}}$
- $\sigma_l^2 = a^2\, \sigma_i^2 + b^2 \sigma_j^2 + 2\alpha\mathrm{b}\sigma_{ij} = a^2\, \sigma_i^2 + b^2 \sigma_j^2 + 2\alpha\mathrm{b}\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$
- $\sigma_l = \sqrt{a^2\, \sigma_i^2 + b^2 \sigma_j^2 + 2\alpha\mathrm{b}\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j}$

Απόδοση – Βασικές Έννοιες Στατιστικής –Ένα Παράδειγμα

- S=4, δηλαδή 4 σενάρια
- N=3, δηλαδή 3 περιουσιακά στοιχεία(π.χ. αξιόγραφα)

	Σενάριο 1 π(1)=0,2	**Σενάριο 2 π(2)=0,3**	**Σενάριο 3 π(3)=0,4**	**Σενάριο 4 π(4)=0,1**
R_1	-0,01	0,3	0,1	-0,06
R_2	0,2	0,15	-0,03	0,07
R_3	0,1	-0,1	0,35	0,2

Αναμενόμενες Αποδόσεις

$E(\mathrm{R}_1) = -0{,}01 \ast 0{,}2 + 0{,}3 \ast 0{,}3$ + 0,1 * 0,4 +(-0,06) * 0,10=0,122 $\Rightarrow \mathrm{E}(\mathrm{R}_1)$=12,2%

E(R_2)=0,08 $\Rightarrow \mathrm{E}(\mathrm{R}_2)$=8%

$\mathrm{E}(\mathrm{R}_3) = 0{,}15 \Rightarrow E(\mathrm{R}_3)$=15%

Διακύμανση και Τυπική Απόκλιση

- σ_1^2=$[-0,01 - 0,122]^2$ * 0,2 + $[0,30 - 0,122]^2 \ * \ 0.3 + [0,10 - 0,122]^2 *$ 0,4 $+ [-0,06 - 0,122]^2 \ *$ 0,1=0,0164
- $\sigma_1 = \sqrt{0,0164} \cong 12,8\%$
- σ_2^2=0,0092 $\Rightarrow \ \sigma_2 \cong 9,6\%$
- σ_3^2=0,0355 $\Rightarrow \ \sigma_3 \cong 18,8\%$

Συνδιακύμανση και Συντελεστής Συσχέτισης

- $\sigma_{12} = [-0{,}01 - 0{,}122]$[0,20-0,08]* 0,2 +[0,30-0,122][0,15-0,08]*0,3+[0,10-0,122][-0,03-0,08]*0,4+[-0,06-0,122][0,07-0,08]*0,10$\cong 0{,}0017$
- $\rho_{12} = \frac{0{,}0017}{0{,}096 * 0{,}128}$=0,139
- $\sigma_{13} = -0{,}0147 \Rightarrow \rho_{13} \cong -0{,}607$
- $\sigma_{23} = -0{,}0153 \Rightarrow \rho_{23} \cong -0{,}846$

Χαρτοφυλάκια - Στατιστική

- N περιουσιακά στοιχεία $\mathrm{R}_1 \dots, R_N$
- Χαρτοφυλάκιο p, με σταθμίσεις χαρτοφυλακίου $\omega_{1p}, \dots, \omega_{\mathrm{N}p}$
- ω_{ip}=ποσοστό του πλούτου μας που επενδύεται στο περιουσιακό στοιχείο i, i=1,2…N
- Συνεπώς, $\omega_{1p} + \cdots + \omega_{\mathrm{N}p}$=1
- **Για δεδομένο E(R_i), σ_i^2, p_{ij} για όλα τα περιουσιακά στοιχεία, υπολογίζουμε**
  – Την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p, E(R_p);
  – Την διακύμανση και την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου p, σ_p^2, σ_p

Αναμενόμενη Απόδοση Χαρτοφυλακίου

- Ας υποθέσουμε N=2:

$R_p = \omega_{1p} R_1 + \omega_{2p} R_2$

- Από την ιδιότητα 1, τότε:

$\mathrm{E}(R_p\ ) = E(\omega_{1p} R_1 + \omega_{2p} R_2) = \omega_{1p} E(R_1) + \omega_{2p} E(R_2)$

Γενικά:

$R_p = \sum_{i=1}^{N} \omega_{ip} R_i \ \Rightarrow E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} \omega_{ip}\ E(R_i)$

Διακύμανση και Τυπική Απόκλιση Χαρτοφυλακίου

- Εάν N=2, από την ιδιότητα 3

$$\sigma_p^2 = \omega_{1p}^2\,\sigma_1^2 + \omega_{2p}^2\,\sigma_2^2 + 2\omega_{1p}\omega_{2p}\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

Γενικά:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} \omega_{ip}^2\,\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N} \omega_{ip}\,\omega_{jp}\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \omega_{ip}^2\,\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i}^{N} \omega_{ip}\,\omega_{jp}\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

Χαρτοφυλάκιο και Στατιστική- Ένα Παράδειγμα

- Χρησιμοποιούμε τα δεδομένα του παραδείγματος όπου το S=4 και N=3 ενώ επίσης έχουμε το χαρτοφυλάκιο p όπου:
- $\omega_{1p} = 0{,}45$, $\omega_{2p} = 0{,}30$, $\omega_{3p} = 0{,}25$
- Υπολογίστε τα $\mathrm{E}(\mathrm{R}_p)$, σ_p^2, και σ_p

Υπολογισμός των $E(R_p)$, σ_p^2, σ_p

- $E(R_p) = 0{,}45$ * 0,122 + 0,30 * 0,08 +0,25 * 0,15=0,118 $\Rightarrow E\left(R_p\right)$=11,8%
- $\sigma_p^2 = 0{,}45^2$ * 0,0164 + $0{,}30^2$ * 0,0092 + $0{,}25^2$ * 0,0355 + 2 * 0,45 * 0,30 * 0,0017 – 2 * 0,45 * 0,25 * 0,0147 – 2 * 0,30 * 0,25 *0,0153≅ $0{,}0012$
- $\sigma_p = \sqrt{0{,}0012} \cong 0{,}0353 \Rightarrow \sigma_p$ ≅3,53%

Συστηματικός Κίνδυνος

- Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να μειωθεί μέχρι ένα επίπεδο
- Το επίπεδο αυτό είναι ο κίνδυνος όλης της αγοράς, ή όπως συνήθως λέγεται, ο συστηματικός κίνδυνος όπου **Συνολικός κίνδυνος = Συστηματικός κίνδυνος + Μη-συστηματικός κίνδυνος**

Θεωρία Χαρτοφυλακίου (Portfolio Theory) Markowitz

- Ο Markowitz έδειξε ότι εάν μπορούμε να μετρήσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις, και τις συσχετίσεις των διάφορων χαρτοφυλακίων
- Το πρόβλημα της επιλογής του χαρτοφυλακίου είναι ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης της τυπικής απόκλισης με περιορισμό ένα δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης
- ή ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης με περιορισμό ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο (συνέχεια)

- Όρισε δε το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο ως εκείνο το χαρτοφυλάκιο που έχει μεγαλύτερη απόδοση από το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου.

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο (συνέχεια)

- Οι επενδυτές μπορούν πρακτικά να εντοπίσουν τα χαρτοφυλάκια με το μικρότερο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο απόδοσης ορίζοντας ένα επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης και ελαχιστοποιώντας τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου για αυτό το επίπεδο απόδοσης.

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο (συνέχεια)

- Οι ορθολογικοί επενδυτές θα θέλουν να έχουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια γιατί αυτά τα χαρτοφυλάκια υπόσχονται την μέγιστη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο (συνέχεια)

- Ορίζουμε μία χαμηλή απόδοση έστω 3%
- Βρίσκουμε όλα τα διαθέσιμα χαρτοφυλάκια που έχουν αυτήν την απόδοση και επιλέγουμε αυτό με τον μικρότερο κίνδυνο

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο (συνέχεια)

- Συνεχίζουμε ορίζοντας ένα νέο επίπεδο έστω 3,1%, και βρίσκουμε όλα τα διαθέσιμα χαρτοφυλάκια που έχουν αυτήν την απόδοση και επιλέγουμε αυτό με τον μικρότερο κίνδυνο
- Συνεχίζουμε αυτήν την διαδικασία έως ότου για όλα τα δυνατά επίπεδα απόδοσης έχουμε εντοπίσει από ένα διαθέσιμο χαρτοφυλάκιο με τον μικρότερο κίνδυνο

Το Εφικτό Σύνολο

- Το **Εφικτό Σύνολο** δείχνει όλους τους πιθανούς εφικτούς συνδυασμούς στο δισδιάστατο χώρο Αναμενόμενης Απόδοσης-Κινδύνου.
- Συγκεκριμένα, δηλώνει τη σχέση ανταλλαγής μεταξύ απόδοσης και κινδύνου για όλα τα εφικτά χαρτοφυλάκια)

Η Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου

- **Η Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου:**
- Συλλέγει όλα τα ζεύγη των τυπικών αποκλίσεων των αποδόσεων – αναμενόμενων αποδόσεων των χαρτοφυλακίων του Εφικτού Συνόλου τα οποία έχουν την ελάχιστη τυπική απόκλιση για ένα δεδομένο επίπεδο(στόχος) αναμενόμενης απόδοσης

Η Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου(συνέχεια)

- Πώς μπορούμε να καθορίσουμε την **Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου;**
- Ένας απλοϊκός τρόπος είναι να λύσουμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κινδύνου για διαφορετικά επίπεδα αναμενόμενης απόδοσης, και τότε να ενώσουμε τα σημεία που έχουμε βρει.

Η Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου(συνέχεια)

- ***Το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου*** : το χαρτοφυλάκιο με τον μικρότερο κίνδυνο ανάμεσα σε όλα τα χαρτοφυλάκια της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου
- **Το Αποτελεσματικό Σύνορο**: συλλέγει όλα τα σημεία της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου με αναμενόμενη απόδοση $\geq E(\mathrm{R}_{min})$

Διαφοροποίηση με Ν Επικίνδυνα Περιουσιακά Στοιχεία

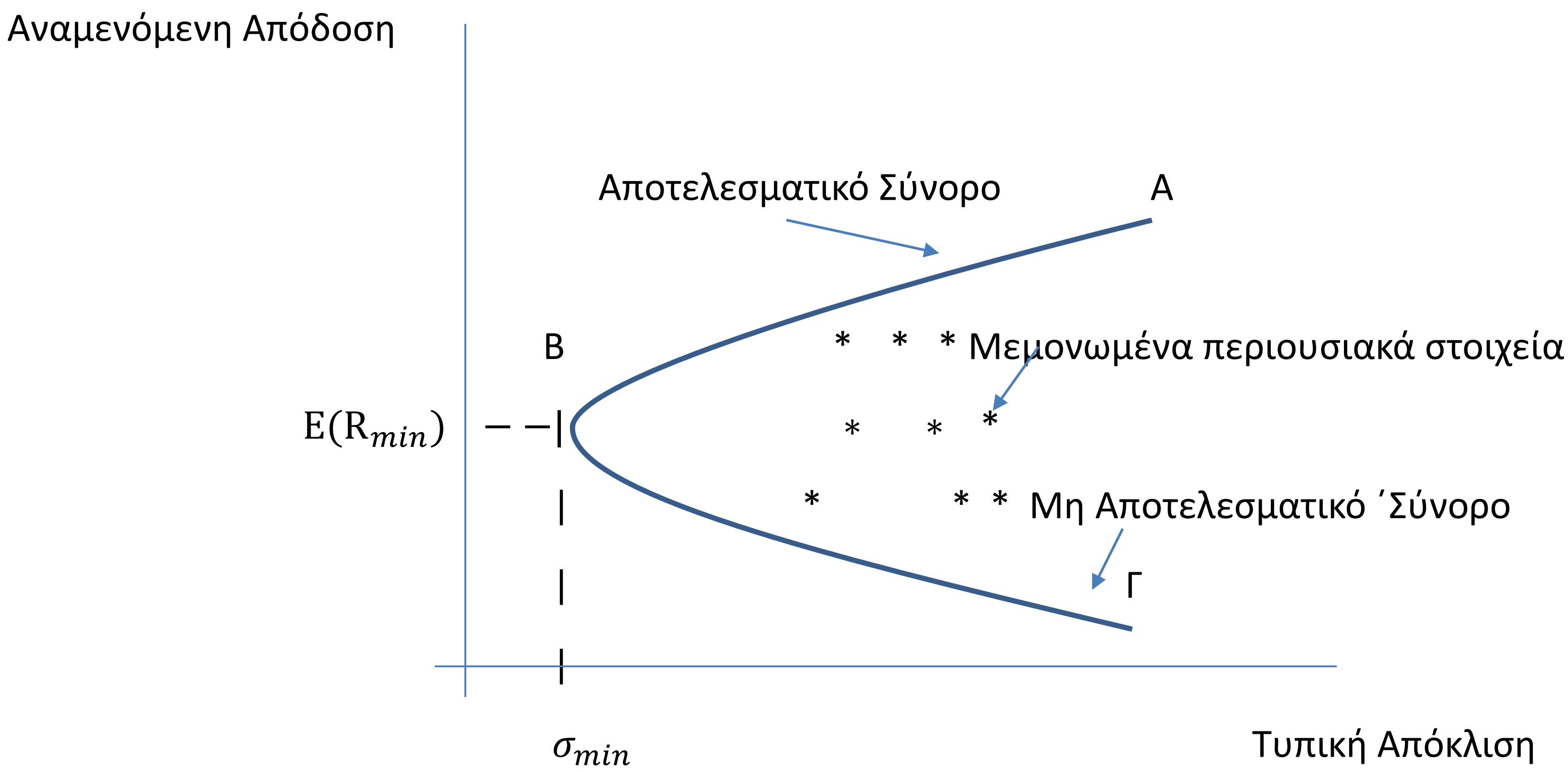
- Υποθέστε $\mathrm{E}(\mathrm{R}_i)$, σ_i^2, ρ_{ij}
- $\mathrm{E}(\mathrm{R}_T)$=δεδομένο επίπεδο(στόχος) αναμενόμενης απόδοσης
- Minσ_p^2= $\sum_{i=1}^{N} \omega_{ip}^2\, \sigma_i^2$ + 2$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j\neq 1}^{N} \omega_{ip}\, \omega_{jp} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$
- $(\omega_{1p}, \omega_{2p}, \omega_{3p},)$
- Περιορισμοί:
- 1)$\sum_{i=1}^{N} \omega_{ip} = 1$
- 2) $\sum_{i=1}^{N} \omega_{ip} E\,(R_i) = E(R_T)$

Η Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου – Γενική Περίπτωση

- Οι ιδιότητες της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου μπορούν να γενικευτούν :

Διάγραμμα 7.1

Η Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου – Γενική Περίπτωση - Διάγραμμα 7.1



Θεώρημα Διαχωρισμού

- Επιτρέψτε p,q να είναι χαρτοφυλάκια της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου
- Τότε ένα χαρτοφυλάκιο c είναι από μόνο του ένα χαρτοφυλάκιο της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου εάν και μόνο εάν :
- $\omega_{ic} = a\omega_{ip}+(1-a)\,\omega_{iq}$
- Για κάποια σταθερά α
- Σε λόγια: κάθε χαρτοφυλάκιο της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου μπορεί να αποκτηθεί ως ένα σταθμισμένος συνδυασμός δύο χαρτοφυλακίων της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου, όπου το σύνολο των σταθμίσεων να είναι ίσο με ένα.

Θεώρημα Διαχωρισμού

- $p_1, \dots, p_M$ είναι Μ χαρτοφυλάκια της Καμπύλης Ελάχιστου Κινδύνου
- $\omega_1, \dots, \omega_{\mathrm{M}}$ είναι σταθμίσεις των αντίστοιχων χαρτοφυλακίων ($\omega_1 + \cdots + \omega_{\mathrm{M}} = 1$)
- Το χαρτοφυλάκιο p ορίζεται ως:
- $\omega_{ip} = \omega_1 \omega_{ip_1} + \cdots + \omega_M \omega_{ip_M}$
- Το χαρτοφυλάκιο p βρίσκεται στη Καμπύλη Ελάχιστου Κινδύνου επίσης.

Παράρτημα

- Το **Εφικτό Σύνολο** κατασκευάζεται λαμβάνοντας υπόψη τις σταθερές στοχαστικές ιδιότητες των αποδόσεων των μετοχών (μέσους, διακυμάνσεις και το συντελεστή συσχέτισης τους) και όλους τους πιθανούς γραμμικούς συνδυασμούς των μετοχών (δηλαδή μεταβάλλοντας τα σχετικά βάρη).

Παράρτημα (συνέχεια)

- Δεδομένου ότι ο συντελεστής συσχέτισης και τα σχετικά βάρη είναι φραγμένα από πάνω και κάτω αυτό σημαίνει ότι και το Εφικτό Σύνολο θα είναι φραγμένο.

Παράρτημα (συνέχεια)

- Ας αναλύσουμε τις δύο ακραίες περιπτώσεις:
- $\rho_{1,2}$ =+1, όπου 1=περιουσιακό στοιχείο 1, και 2= περιουσιακό στοιχείο 2
- $E(\mathrm{R}_p)$ =[α$E(\mathrm{R}_1) + (1-\alpha)E(R_2)$]
- $\sigma_p^2 = a^2\ \sigma_1^2$+ $(1-\alpha)^2\sigma_2^2$+2α(1-α)σ_{12}= $a^2\ \sigma_1^2$+ $(1-\alpha)^2\sigma_2^2$+2α(1-α)$\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$
- σ_p^2= $a^2\ \sigma_1^2$+ $(1-\alpha)^2\sigma_2^2$+2α(1-α) $\sigma_1\sigma_2$

Παράρτημα (συνέχεια)

- Θυμηθείτε την ταυτότητα
- $\chi^2 + 2\chi\psi + \ \psi^2 = (\chi + \psi)^2$
- Άρα στην ανάλυση μας έχουμε :
- $\sigma_p^2 = [a\sigma_1 + (1 - a)\sigma_2]^2$
- $\sigma_p = [\alpha\sigma_1 + (1 - \alpha)\sigma_2]$

Παράρτημα (συνέχεια)

- Κλίση=$\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\sigma_p}$= $\frac{dE(\mathrm{R}_p)/da}{d\sigma_p/da}$
- Ξέρουμε ότι
- $\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\alpha}$=$E(\mathrm{R}_1) - E(R_2)$
- $\frac{d\sigma_p}{d\alpha}$=$\sigma_1 - \sigma_2$
- Και επειδή σ_1> σ_2 και E($\mathrm{R}_1) > E(R_2)$
- $\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\sigma_p}$= $\frac{dE(\mathrm{R}_p)/da}{d\sigma_p/da}$=$\frac{E(\mathrm{R}_1)-E(R_2)}{\sigma_1-\sigma_2}$ >0 $\Rightarrow$το τμήμα AB είναι μια ευθεία γραμμή με θετική και σταθερή κλίση

Παράρτημα (συνέχεια)

- περίπτωση όπουρ_{12} =-1
- $\sigma_p^2 = (a)^2\ \sigma_1^2$ + $(1-a)^2\sigma_2^2$ $-2a\ (1-a)\sigma_1\sigma_2$
- ή
- σ_p^2=$[a\sigma_1 - (1-a)\sigma_2)]^2$ και άρα έχουμε δύο ρίζες

Παράρτημα (συνέχεια)

1) $\sigma_p = a\sigma_1 - (1-a)\sigma_2 \geq 0$

Όπου για α$\geq \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2} \Rightarrow \sigma_p \geq 0$

2) $\sigma_p = -(a\sigma_1 - (1-a)\sigma_2) \geq$ 0

Όπου για $a \leq \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2} \Rightarrow \sigma_p \geq 0$

Παράρτημα (συνέχεια)

- Κλίση=$\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\sigma_p}$= $\frac{dE(\mathrm{R}_p)/da}{d\sigma_p/da}$
- Ξέρουμε ότι για α≥ $\frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2}$
- $\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\alpha}$=$E(\mathrm{R}_1) - E(R_2)$
- $\frac{d\sigma_p}{d\alpha}$=$\sigma_1 + \sigma_2$
- Και επειδή σ_1> σ_2 και E$(\mathrm{R}_1) > E(R_2)$
- $\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\sigma_p}$= $\frac{dE(\mathrm{R}_p)/da}{d\sigma_p/da}$=$\frac{E(\mathrm{R}_1)-E(R_2)}{\sigma_1+\sigma_2}$ >0 ⇒το τμήμα ΓΑ είναι μια ευθεία γραμμή με θετική κλίση(σταθερή)

Παράρτημα (συνέχεια)

- Κλίση=$\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\sigma_p}$= $\frac{dE(\mathrm{R}_p)/da}{d\sigma_p/da}$
- Ξέρουμε ότι για α≤ $\frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2}$
- $\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\alpha}$=$E(\mathrm{R}_1) - E(R_2)$
- $\frac{d\sigma_p}{d\alpha}$=$-\sigma_1 - \sigma_2$=-($\sigma_1 + \sigma_2$)
- Και επειδή σ_1> σ_2 και E($\mathrm{R}_1) > E(R_2)$
- $\frac{dE(\mathrm{R}_p)}{d\sigma_p}$= $\frac{dE(\mathrm{R}_p)/da}{d\sigma_p/da}$=$\frac{E(\mathrm{R}_1)-E(R_2)}{-(\sigma_1+\sigma_2)}$ <0 ⇒το τμήμα ΓΒ είναι μια ευθεία γραμμή με αρνητική κλίση (σταθερή)

Παράρτημα (συνέχεια)

- Οι δύο αυτές αναλυθείσες ακραίες περιπτώσεις περικλείουν όλες τις άλλες

(-1<$\rho_{12} < 1$)

- Ωστόσο, στην περίπτωση όπου ο συντελεστής συσχέτισης δεν λαμβάνει τις ακραίες τιμές± 1
- Το Εφικτό Σύνολο είναι μία μη γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου.

Παράρτημα (συνέχεια)