

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ: Εισαγωγή στην μη-παραμετρική Ανάλυση Αποτελεσματικότητας: η προσέγγιση της Ανάλυσης Περιβάλλουσας Δεδομένων (Data Envelopment Analysis, DEA). Εκτίμηση αποτελεσματικότητας με την χρήση πραγματικών δεδομένων χρησιμοποιώντας το R

## Σύνοψη

Πολλοί ερευνητές απο διαφορετικά γνωστικά πεδία χρησιμοποιούν διαφορετικές μεθόδους που εμπίπτουν στο πεδίο της Επιχειρησιακής Έρευνας για να απαντήσουν σε συγκεκριμένα ερωτήματα. Ένα από τα ερωτήματα αυτά αφορά στο κατά πόσον οι μονάδες που λαμβάνουν αποφάσεις χρησιμοποιούν κατάλληλα τις ειροσές τους προκειμένου να επιτύχουν το μέγιστο προιον. Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται τοσο το θεωρητικό υπόβαθρό όσο και το μεθοδολογικό πλαίσιο της Ανάλυσης Περιβάλλουσας Δεδομένων (DEA). Η χρήση του λογισμικού **R** και της DEA για την μελέτη παρόμοιων προβλημάτων καθίσταται κρίσιμη καθώς παρουσιάζει με αναλυτικό τρόπο προσφέροντας αξιόπιστη και γρήγορη λύση.

## 9.1 Εισαγωγή

Η έννοια της αποτελεσματικότητας είναι άμεσα συνυφασμένη με τον τρόπο που μια επιχείρηση διαχειρίζεται τους παραγωγικούς συντελεστές που διαθέτει καθώς μετρά τυχόν σπατάλη των πόρων για μια δεδομένη τεχνολογία παραγωγής. Στο σύγχρονο επιχειρηματικό περιβάλλον το οποίο χαρακτηρίζεται ολοένα και περισσότερο από απο-ρύθμιση των αγορών, απελευθέρωση των εμπορικών ροών και συνακόλουθα αυξανόμενο ανταγωνισμό, εκτιμήσεις της αποτελεσματικότητας των επιχειρήσεων ενός κλάδου προσφέρουν ένα συγκεκριμένο, ποσοτικό κριτήριο της παραγωγικής απόδοσης του κλάδου αυτού. Το κριτήριο αυτό αποτελεί χρήσιμη πληροφόρηση τόσο για τις διευθύνσεις (management) των επιχειρήσεων αυτών, όσο και για τους φορείς σχεδιασμού και άσκησης πολιτικής στον εν λόγω κλάδο. Από την μια μεριά, το κριτήριο αυτό παρέχει στις επιχειρήσεις του κλάδου την δυνατότητα να γνωρίζουν εάν υπάρχουν δυνατότητες εξοικονόμησης παραγωγικών πόρων που θα οδηγούσαν στην αποδοτικότερη λειτουργία τους. Από την άλλη πλευρά, παρέχει στους φορείς που ασκούν πολιτική στον κλάδο αυτό, την δυνατότητα να αξιολογήσουν και ενδεχομένως να επανεξετάσουν τα μέτρα πολιτικής που εφαρμόζουν ουτως ώστε αυτά να στοχεύουν πράγματικά στη βελτίωση της αποδοτικότητας και περαιτέρω, στην αύξηση της ανταγωνιστικότητας του κλάδου.

Η επόμενη ενότητα παρουσιάζει μια επισκόπηση των εννοιών της τεχνολογίας παραγωγής και των συστατικών μερών της αποτελεσματικότητας. Στην τρίτη ενότητα παρουσιάζονται συνοπτικά οι τεχνικές εκτίμησης της παραγωγικής αποτελεσματικότητας με την μεθοδολογία DEA ενώ η τέταρτη ενότητα παρουσιάζει ένα αναλυτικό παράδειγμα για την εκτίμηση αποτελεσματικότητας μέσω του λογισμικού **R**.

Τέλος οι συγγραφείς θα ήθελαν να εκφράσουν τις θερμές τους ευχαριστίες στον Καθηγητή του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών κ. Τσεκούρα Κωνσταντίνο για την διάθεση των σημειώσεων που αφορούν στο συγκεκριμένο κεφάλαιο. Επίσης, εκφράζουν τις θερμές τους ευχαριστίες για τις συμβουλές και τις υποδείξεις τις οποίες έλαβαν απο τον κ. Τσεκούρα για την συγραφή του παρόντος κεφαλαίου.

## 9.2 Η έννοια της αποτελεσματικότητας και η μέτρησή της

### 9.2.1 Τεχνολογία παραγωγής και όριο (frontier) παραγωγικών δυνατοτήτων

Στο πλαίσιο της οικονομικής ανάλυσης, μια παραγωγική μονάδα (επιχείρηση) ορίζεται ως μια οντότητα (entity) η οποία μετασχηματίζει  $N$  εισροές, (έστω  $x_1, \dots, x_N$ ) σε  $M$  τελικά προϊόντα ή εκροές, (έστω  $y_1, \dots, y_M$ ). Σε μαθηματικούς όρους, οι ποσότητες των εισροών αυτών συμβολίζονται με ένα διάνυσμα  $N$ -διαστάσεων που δέχεται μη-αρνητικές, πραγματικές τιμές, δηλ.  $x \equiv (x_1, \dots, x_N) \in \mathfrak{R}_+^N$ . Αντιστοίχως, οι ποσότητες των εκροών συμβολίζονται με ένα διάνυσμα  $M$ -διαστάσεων που δέχεται μη-αρνητικές, πραγματικές τιμές, δηλ.  $y \equiv (y_1, \dots, y_M) \in \mathfrak{R}_+^M$ . Η διαδικασία φυσικού μετασχηματισμού ενός συνόλου ποσοτήτων εισροών

$x \equiv (x_1, \dots, x_N)$  σε ένα σύνολο εκροών  $y \equiv (y_1, \dots, y_M)$ , με βάση την υφιστάμενη τεχνογνωσία αποδίδεται με τον όρο τεχνολογία παραγωγής (production technology). Ειδικότερα, μια τεχνολογία παραγωγής, έστω  $S$  είναι το σύνολο όλων των εναλλακτικών συνδυασμών εισροών-εκροών  $(x, y)$  τέτοιων ώστε οι ποσότητες εισροών  $x$  να μπορούν (με βάση την υφιστάμενη τεχνική σχέση μετατροπής τους σε εκροές) να παράγουν ποσότητες εκροών  $y$ , δηλαδή:

$$S = \{(x, y) : x \text{ μπορεί να παράγει } y\} \quad (5)$$

Με βάση τον ορισμό της, μπορεί κανείς να προσδιορίσει μια τεχνολογία παραγωγής  $S$  με δύο επιπλέον εναλλακτικούς τρόπους χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς είτε, α) τις ποσότητες των χρησιμοποιουμένων εισροών, είτε β) τις ποσότητες των παραγομένων εκροών.

Συγκεκριμένα, μια τεχνολογία παραγωγής μπορεί να περιγραφεί από το σύνολο των απαιτούμενων εισροών  $L(y)$  (input requirement set), δηλαδή, το σύνολο όλων των συνδυασμών εισροών  $x$  οι οποίοι παράγουν κατ'ελάχιστο ένα ορισμένο επίπεδο εκροών  $y^0$ :

$$L(y) = \{x : x \text{ μπορεί να παράγει τουλάχιστον } y^0\} \quad (6)$$

Εναλλακτικά μια τεχνολογία παραγωγής μπορεί να περιγραφεί από το σύνολο των εφικτών ποσοτήτων των εκροών  $P(x)$  (output set), δηλαδή, το σύνολο όλων των συνδυασμών εκροών  $y$  οι οποίοι είναι εφικτό να παραχθούν από ένα ορισμένο σύνολο εισροών  $x^0$ :

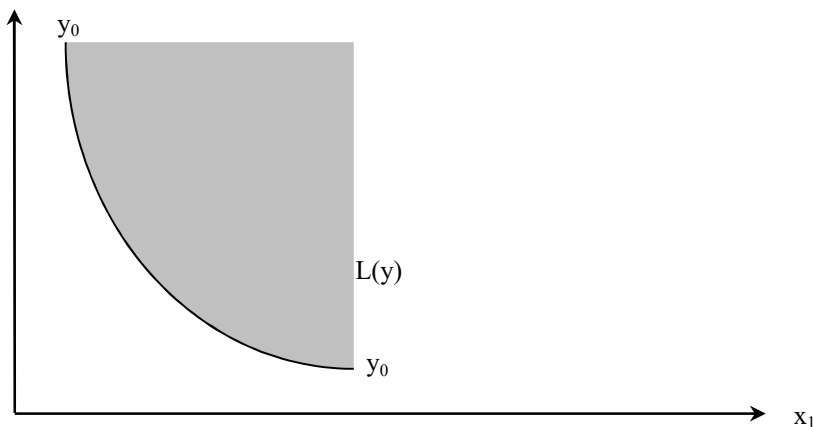
$$P(x) = \{y : y \text{ μπορεί το πολύ να παραχθεί από } x^0\} \quad (7)$$

Για να είναι συνεπή με την οικονομική θεωρία παραγωγής, τα σύνολα  $L(y)$  και  $P(x)$  πρέπει να ικανοποιούν ορισμένες ιδιότητες μεταξύ των οποίων την ιδιότητα ενός «κλειστού» και κυρτού συνόλου<sup>32</sup>.

Οι δύο αυτοί εναλλακτικοί τρόποι περιγραφής μιας τεχνολογίας παραγωγής απεικονίζονται γεωμετρικά στο Σχήμα 9.1 για δύο απλές περιπτώσεις τεχνολογιών παραγωγής. Ειδικότερα, το Σχήμα 9.1 απεικονίζει το σύνολο των απαιτούμενων εισροών  $L(y)$  στην περίπτωση μιας τεχνολογίας που χρησιμοποιεί δύο εισροές και παράγει μία μόνο εκροή. Συγκεκριμένα, η «γκρίζα» περιοχή του σχήματος παριστάνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς εκροών  $(x_1, x_2)$  που μπορούν να παράγουν μια δεδομένη ποσότητα εκροής  $y^0$ . Το σύνολο  $L(y)$  έχει την συγκεκριμένη μορφή λόγω των θεωρητικών ιδιοτήτων που πρέπει να ικανοποιεί. Η ποσότητα εκροής  $y^0$  μπορεί να παραχθεί χρησιμοποιώντας κατ'ελάχιστο τους συνδυασμούς εισροών  $(x_1, x_2)$  που βρίσκονται επάνω στην καμπύλη  $y^0 y^0$  και η οποία ονομάζεται καμπύλη ισοπαραγωγής (isoquant). Ωστόσο η ποσότητα εκροής  $y^0$  μπορεί να παραχθεί και από οποιονδήποτε συνδυασμό εισροών  $(x_1, x_2)$  που βρίσκεται στα δεξιά της καμπύλης  $y^0 y^0$ .

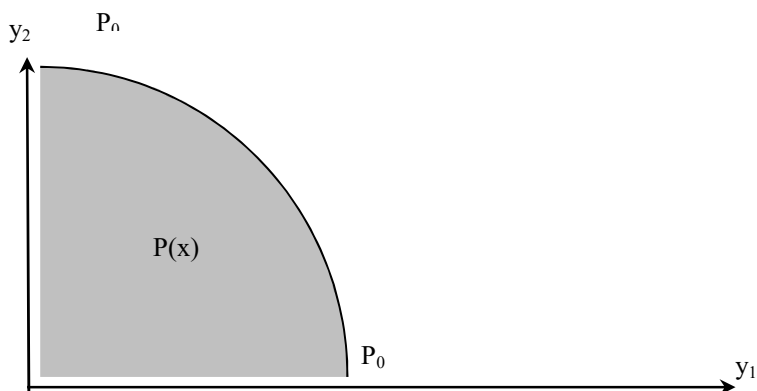
Αντίθετα, συνδυασμοί εισροών που βρίσκονται στα αριστερά της καμπύλης  $y^0 y^0$  δεν επαρκούν για να παράγουν ποσότητα  $y^0$ . Οι συνδυασμοί εισροών που βρίσκονται επάνω στην καμπύλη ισοπαραγωγής  $y^0 y^0$  ονομάζονται εναλλακτικοί αποτελεσματικοί συνδυασμοί εισροών για την παραγωγή της ποσότητας εκροής,  $y^0$ . Αντίθετα, συνδυασμοί εισροών επάνω από την καμπύλη  $y^0 y^0$  ονομάζονται μη-αποτελεσματικοί συνδυασμοί παραγωγής διότι παράγουν την ίδια ποσότητα εκροής  $y^0$  χρησιμοποιώντας ποσότητες εισροών μεγαλύτερες από τις κατ'ελάχιστο απαιτούμενες. Με άλλα λόγια, το εξωτερικό περίβλημα του συνόλου των απαιτούμενων εισροών  $L(y)$  μπορεί να θεωρηθεί ως ένα εν δυνάμει όριο ή «σύνορο» (frontier) παραγωγικών δυνατοτήτων με την έννοια ότι προσδιορίζει τις ελάχιστες ποσότητες εισροών που απαιτούνται για την παραγωγή ενός ορισμένου επιπέδου εκροών.

<sup>32</sup> Για μια λεπτομερέστερη παρουσίαση των ιδιοτήτων που πρέπει να ικανοποιούν τα σύνολα  $L(y)$  και  $P(x)$ , βλέπε, για παράδειγμα, Kumbhakar και Lovell (2000)



Σχήμα 9.1 Σύνολο απαιτούμενων εισροών  $L(x)$ .

Κατ' ανάλογο τρόπο, το εξωτερικό περίβλημα του συνόλου των εφικτών ποσοτήτων των εκροών  $P(x)$  μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως ένα εν δυνάμει όριο παραγωγικών δυνατοτήτων με την έννοια ότι προσδιορίζει τις μέγιστες ποσότητες εκροών που μπορούν να παραχθούν από δεδομένες ποσότητες εισροών. Το Σχήμα 9.2 απεικονίζει το σύνολο των εφικτών ποσοτήτων των εκροών  $P(x)$  στην απλή περίπτωση μιας τεχνολογίας που παράγει δύο εκροές χρησιμοποιώντας μία μόνο εισροή. Συγκεκριμένα, η «γκρίζα» περιοχή του σχήματος παριστάνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς εκροών  $(y_1, y_2)$  που μπορούν να παραχθούν από μια δεδομένη ποσότητα εισροής  $x^0$ . Το σύνολο έχει  $P(x)$  την συγκεκριμένη μορφή λόγω των θεωρητικών ιδιοτήτων που πρέπει να ικανοποιεί. Η εισροή  $x^0$  μπορεί να παράγει το πολύ τους συνδυασμούς εκροών  $(y_1, y_2)$  που ανήκουν στην καμπύλη  $P_0P_0$  και η οποία ονομάζεται καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων (production possibility curve) ή καμπύλη μετασχηματισμού (transformation curve). Βεβαίως, η ποσότητα εισροής  $x^0$  μπορεί να παράγει και οποιονδήποτε μικρότερο συνδυασμό εκροών  $(y_1, y_2)$  που βρίσκεται κάτω από την καμπύλη  $P_0P_0$ . Ωστόσο, η  $x^0$  δεν επαρκεί για την παραγωγή συνδυασμών  $(y_1, y_2)$  που βρίσκονται στα δεξιά της καμπύλης  $P_0P_0$ . Οι συνδυασμοί εκροών που βρίσκονται επάνω στην καμπύλη  $P_0P_0$  ονομάζονται εναλλακτικοί αποτελεσματικοί συνδυασμοί εκροών που μπορούν να προκύψουν από την χρησιμοποίηση της εισροής  $x^0$ . Αντίθετα, συνδυασμοί εκροών στα αριστερά (ή «κάτω») από την καμπύλη  $P_0P_0$ , ονομάζονται μη-αποτελεσματικοί συνδυασμοί εκροών διότι παράγονται από την ποσότητα εισροής  $x^0$  η οποία όμως έχει την αντικειμενική δυνατότητα να παράγει τις μέγιστες ποσότητες εκροών επάνω στην καμπύλη  $P_0P_0$ .



Σχήμα 9.2 Σύνολο παραγομένων εκροών  $P(y)$ .

### 9.2.2 Η έννοια της τεχνικής αποτελεσματικότητας (technical efficiency)

Με βάση τα παραπάνω, προκύπτει ότι σε κάθε διαδικασία μετασχηματισμού εισροών σε εκροές (σε κάθε, δηλαδή, τεχνολογία παραγωγής) η απόκλιση που παρουσιάζει η απόδοση μιας παραγωγικής μονάδας από το όριο των αντικειμενικών δυνατοτήτων της τεχνολογίας παραγωγής μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα μέτρο του βαθμού αναποτελεσματικότητας της μονάδας αυτής. Η μεθοδολογική αυτή προσέγγιση οφείλεται στον Farrell (1957) και αποτελεί τη βάση της σύγχρονης ανάλυσης της αποτελεσματικότητας

Στην σύγχρονη οικονομική έρευνα, η συνολική αποτελεσματικότητα μιας παραγωγικής μονάδας θεωρείται ότι περιλαμβάνει τα εξής τρία συστατικά (Fare, Grosskopf και Lovell, 1994):

- την **τεχνική αποτελεσματικότητα**,  $TE$  (technical efficiency), η οποία αναφέρεται στην ικανότητα μιας παραγωγικής μονάδας να λειτουργεί (ή όχι) στο όριο των αντικειμενικών δυνατοτήτων της τεχνολογίας παραγωγής που χρησιμοποιεί.
- την **αποτελεσματικότητα μεγέθους** (ή κλίμακας),  $SE$  (scale efficiency), η οποία αναφέρεται στην ικανότητα μιας παραγωγικής μονάδας να λειτουργεί με το βέλτιστο μέγεθος, δηλαδή να μεγιστοποιεί το μέσο προϊόν, με δεδομένη την υφιστάμενη τεχνολογία παραγωγής και
- την **διανεμητική αποτελεσματικότητα**,  $AE$  (allocative efficiency), η οποία αναφέρεται στην ικανότητα μιας παραγωγικής μονάδας να χρησιμοποιεί τις εισροές της σε βέλτιστες ποσότητες, με δεδομένες τις αγοραίες τιμές των εισροών αυτών αλλά και την τεχνολογία παραγωγής.

Ο συνδυασμός των δύο πρώτων συστατικών ονομάζεται **παραγωγική αποτελεσματικότητα**,  $PE$  (productive efficiency), ενώ ο συνδυασμός και των τριών συστατικών ονομάζεται **οικονομική αποτελεσματικότητα**<sup>33</sup>,  $EE$  (economic efficiency).

Η τεχνική αποτελεσματικότητα μιας παραγωγικής μονάδας μπορεί να μετρηθεί χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς:

1. είτε τις ποσότητες των χρησιμοποιούμενων εισροών, ή
2. τις ποσότητες των παραγομένων εκροών.

Ειδικότερα, η ανάλυση μπορεί να βασίζεται στο ερώτημα: «*πόσο θα πρέπει να μειωθούν αναλογικά οι χρησιμοποιούμενες εισροές χωρίς να μεταβληθεί η παραγόμενη ποσότητα των εκροών*»;». Η μέτρηση της τεχνικής αποτελεσματικότητας που προκύπτει με αυτόν τον τρόπο ονομάζεται **αποτελεσματικότητα εισροών**,  $TE^I$  (input-oriented efficiency). Εναλλακτικά, η μέτρηση της αποτελεσματικότητας μιας παραγωγικής μονάδας θα μπορούσε να βασίζεται σε αναλογικές μεταβολές των παραγομένων εκροών, δηλαδή, να βασίζεται στο ερώτημα: «*πόσο μπορούν να αυξηθούν αναλογικά οι παραγόμενες εκροές χωρίς να αλλάξουν οι χρησιμοποιούμενες ποσότητες των εισροών*»;». Η μέτρηση της αποτελεσματικότητας που προκύπτει με αυτόν τον τρόπο ονομάζεται **αποτελεσματικότητα εκροών**,  $TE^O$  (output-oriented efficiency).

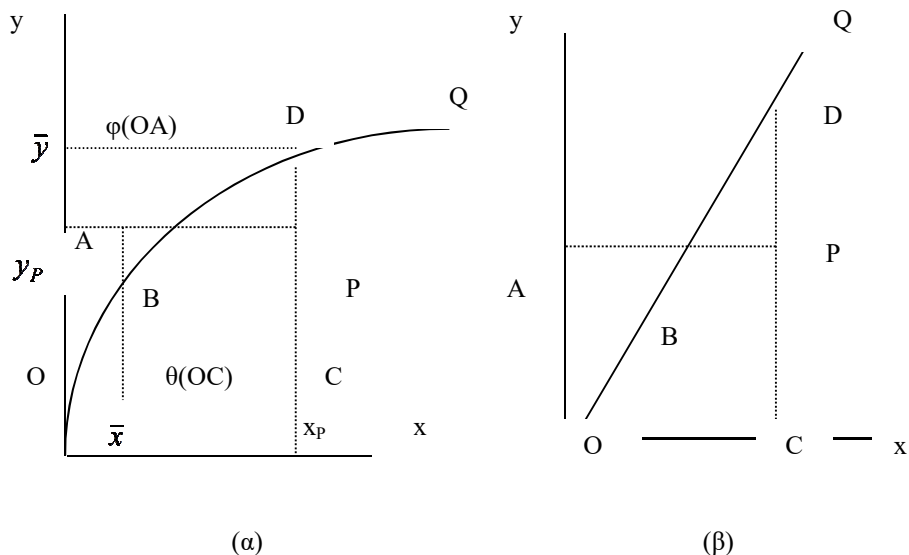
Εν γένει, η  $TE^I$  είναι διαφορετική από την  $TE^O$  καθώς η μέτρηση της πρώτης βασίζεται σε μεταβολές της χρήσης των εισροών για σταθερές ποσότητες παραγομένων εκροών, ενώ της δεύτερης σε μεταβολές των παραγομένων εκροών για σταθερές ποσότητες των χρησιμοποιούμενων εισροών. Η διαφορά μεταξύ  $TE^I$  και  $TE^O$  μπορεί εύκολα να παρασταθεί γεωμετρικά στην περίπτωση μιας τεχνολογίας παραγωγής που απασχολεί μια εισροή για την παραγωγή μιας μόνο εκροής, (δηλαδή, μιας απλής συνάρτησης παραγωγής) όπως η  $y=f(x)$  στο Σχήμα 9.2. Υποθέτοντας φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας, αυτή η συνάρτηση παραγωγής απεικονίζεται ως η κοίλη καμπύλη  $OQ$ . Εξ' ορισμού η συνάρτηση παραγωγής δίνει την μέγιστη ποσότητα εκροής που μπορεί να παραχθεί από μια δοσμένη ποσότητα εκροών και αποτελεί επομένως το όριο των παραγωγικών δυνατοτήτων της τεχνολογίας  $y=f(x)$  (βλέπε Σχήμα 9.3α). Έστω ότι μια παραγωγική μονάδα λειτουργεί στο σημείο  $P$ , δηλαδή, χρησιμοποιεί ποσότητα εισροής  $x_p = OC$  και παράγει ποσότητα προϊόντος  $y_p = OA$ . Είναι προφανές, ότι η μονάδα αυτή είναι τεχνικά αναποτελεσματική δεδομένου ότι δεν λειτουργεί επάνω στο όριο των παραγωγικών δυνατοτήτων (δηλαδή, στην καμπύλη  $OQ$ ). Ο βαθμός της τεχνικής της αποτελεσματικότητας μπορεί να μετρηθεί προς δύο κατευθύνσεις. Συγκεκριμένα, μπορούμε να μετρήσουμε την τεχνική αποτελεσματικότητα εισροών,  $TE^I$  ως τον παράγοντα  $\theta$  με βάση τον οποίο η χρησιμοποιούμενη ποσότητα εισροής  $x_p = OC$  πρέπει να μειωθεί ώστε να γίνει η ελάχιστη ποσότητα εισροής  $\bar{x} = \theta \cdot x_p = \theta(OC)$  η οποία είναι ικανή να παράγει ποσότητα προϊόντος  $OA$ . Συνεπώς,  $TE^I = \theta < 1$  (αφού  $y_p = f(\bar{x})$ ) και γεωμετρικά η τεχνική αποτελεσματικότητα εισροών δίνεται από τον λόγο,  $TE^I = AB/AP$ .

Εναλλακτικά, μπορούμε να μετρήσουμε την τεχνική αποτελεσματικότητα εκροών,  $TE^O$  ως το αντίστροφο του παράγοντα  $\varphi$  με βάση τον οποίο η παραγόμενη ποσότητα  $y_p = OA$  πρέπει να αυξηθεί ώστε να γίνει η μέγιστη δυνατή ποσότητα προϊόντος  $\bar{y} = \varphi \cdot y_p = \varphi(OA)$  που μπορεί να παραχθεί από την ποσότητα εισροής  $x_p = OC$ . Συνεπώς,  $TE^O = \varphi^{-1} < 1$  (αφού  $\bar{y} = f(x_p)$ ) και γεωμετρικά η τεχνική αποτελεσματικότητα εκροών δίνεται από τον λόγο,  $TE^O = CP/CD$ . Είναι προφανές ότι εν γένει οι λόγοι  $AB/AP$  και  $CP/CD$  διαφέρουν και επομένως  $TE^I \neq TE^O$ .

Ωστόσο, οι δύο αυτές μετρήσεις τεχνικής αποτελεσματικότητας συμπίπτουν στην περίπτωση που η τεχνο-

<sup>33</sup> Δεδομένου ότι η μέτρηση της οικονομικής αποτελεσματικότητας δεν περιλαμβάνεται στους σκοπούς της παρούσας μελέτης, η επισκόπηση του θεωρητικού πλαισίου της αποτελεσματικότητας επικεντρώνεται στις έννοιες της τεχνικής αποτελεσματικότητας και της αποτελεσματικότητας κλίμακας.

λογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Η περίπτωση αυτή απεικονίζεται στο Σχήμα 9.3β όπου η συνάρτηση παραγωγής εμφανίζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας και συνεπώς παριστάνεται γεωμετρικά από την ευθεία γραμμή OQ. Για την παραγωγική μονάδα που λειτουργεί στο σημείο P ισχύει βεβαίως ότι  $TE^I = AB/AP$  και  $TE^O = CP/CD$ . Ωστόσο, αφού το όριο των παραγωγικών δυνατοτήτων είναι η γραμμή OQ, μπορεί κανείς εύκολα να αποδείξει χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ομοίων τριγώνων ότι ισχύει  $AB/AP = CP/CD$  και επομένως,  $TE^I = TE^O$  όταν η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας.



Σχήμα 9.3 Τεχνική αποτελεσματικότητα και αποδόσεις κλίμακας.

### 9.2.3 Η έννοια της αποτελεσματικότητας κλίμακας - SE (scale efficiency).

Η αποτελεσματικότητα κλίμακας αναφέρεται στην απόκλιση μιας τεχνικά αποτελεσματικής παραγωγικής μονάδας από το άριστο μέγεθος κλίμακας παραγωγής *MPSS* (most productive scale size), (Banker, 1984). Το *MPSS* είναι το μέγεθος κλίμακας παραγωγής όπου το μέσο προϊόν που παράγει ένας συνδυασμός εισροών  $x$  (ή, με άλλα λόγια, η μέση παραγωγικότητα του συνδυασμού  $x$ ) γίνεται μέγιστο(η). Η έννοια της αποτελεσματικότητας κλίμακας γίνεται καλύτερα κατανοητή εξετάζοντας την απλή περίπτωση μιας τεχνολογίας παραγωγής όπου μια εισροή απασχολείται στην παραγωγή μιας μόνο εκροής, δηλαδή, την περίπτωση της συνάρτησης παραγωγής  $y = f(x)$ , (Ray, 1998). Το μέσο παραγόμενο προϊόν ή μέση παραγωγικότητα *AP* (average productivity) της εισροής,  $x$  δίνεται από τον τύπο:

$$AP(x) = \frac{f(x)}{x} \quad (8)$$

Γεωμετρικά, η συνάρτηση παραγωγής  $y = f(x)$  απεικονίζεται στο Σχήμα 9.3 ως η κοίλη καμπύλη OQ (υποθέτοντας φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας) ενώ η μέση παραγωγικότητα  $AP(x)$ -με βάση τον παραπάνω ορισμό-παριστάνεται από την κλίση της ακτίνας OE. Είναι προφανές ότι η κλίση αυτή γίνεται μέγιστη στο σημείο C όπου η ακτίνα OE εφάπτεται στην καμπύλη παραγωγής OQ. Αυτό συνεπάγεται ότι η ποσότητα εισροής  $\bar{x}$  είναι το άριστο μέγεθος κλίμακας *MPSS*. Έτσι η αποτελεσματικότητα μεγέθους *SE* οποιασδήποτε άλλης ποσότητας εισροής, έστω  $x^0$  μπορεί να μετρηθεί ως ο λόγος της μέσης παραγωγικότητας της εισροής  $x^0$  προς την (μέγιστη) μέση παραγωγικότητα του άριστου μεγέθους κλίμακας  $\bar{x}$ , δηλαδή, ως ο λόγος:

$$SE(x_0) = \frac{AP(x_0)}{AP(\bar{x})} \quad (9)$$

Είναι προφανές, ότι η αποτελεσματικότητα κλίμακας οποιασδήποτε ποσότητας εισροής,  $x^0$ , θα είναι  $SE(x_0) \leq 1$ , αφού η ποσότητα εισροής  $\bar{x}$  είναι το άριστο μέγεθος κλίμακας, *MPSS*. Στο άριστο μέγεθος  $\bar{x}$ , η ελαστικότητα κλίμακας (ή αποδόσεις κλίμακας) ισούται με την μονάδα ( $RTS=1$ ). Αυτό ισχύει διότι η ελαστικότητα κλίμακας για οποιαδήποτε ποσότητας εισροής,  $x$  ορίζεται ως:

$$\varepsilon(x) = \frac{d \ln f(x)}{d \ln x} = \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)} \quad (10)$$

όπου  $f'(x)$  είναι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης παραγωγής  $y = f(x)$ . Στο άριστο μέγεθος  $\bar{x}$ , η μέση παραγωγικότητα  $AP(\bar{x}) = f(\bar{x})/\bar{x}$  φθάνει στο μέγιστο. Συνεπώς, η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτεί:

$$\bar{x} \cdot f'(\bar{x}) - f(\bar{x}) = 0 \quad (11)$$

Με βάση την σχέση (6), αυτό συνεπάγεται ότι  $\varepsilon(\bar{x}) = 1$ . Για οποιαδήποτε άλλη ποσότητα εισροής, η ελαστικότητα κλίμακας είναι είτε μικρότερη είτε μεγαλύτερη από την μονάδα. Δηλαδή, για κάθε  $x^0 \neq \bar{x}$ ,  $SE(x^0) \leq 1$  αλλά  $\varepsilon(x_0) <, > 1$ . Κατά συνέπεια, παραγωγικές μονάδες που εμφανίζουν είτε αύξουσες ( $RTS > 1$ ) είτε φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας ( $RTS < 1$ ) εμφανίζουν και αναποτελεσματικότητα κλίμακας.

Θα πρέπει και πάλι να υπογραμμισθεί, ότι η αποτελεσματικότητα κλίμακας προκύπτει συγκρίνοντας την μέση παραγωγικότητα ενός σημείου επάνω στο όριο παραγωγικών δυνατοτήτων προς την (μέγιστη) μέση παραγωγικότητα του αρίστου μεγέθους, *MPSS*. Συνεπώς, για να μετρήσουμε την αποτελεσματικότητα κλίμακας μιας παραγωγικής μονάδας που λειτουργεί κάτω από το όριο παραγωγικών δυνατοτήτων (και άρα είναι τεχνικά αναποτελεσματική) θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε τον βαθμό της τεχνικής της αποτελεσματικότητας. Σε όρους του Σχήματος 9.3, έστω ότι μια παραγωγική μονάδα απασχολεί ποσότητα εισροής  $\bar{x}$  και παράγει ποσότητα προϊόντος  $\bar{y}$ . Δηλαδή, γεωμετρικά, η λειτουργία της δίνεται από το σημείο *A*. Για να μετρήσουμε την αποτελεσματικότητα κλίμακας της μονάδας αυτής, θα πρέπει πρώτα να προβάλλουμε το σημείο *A* επάνω στο όριο παραγωγικών δυνατοτήτων, δηλαδή, στην καμπύλη παραγωγής  $Of(x)$ . Δεδομένου ότι η προβολή αυτή μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς είτε, α) την ποσότητα της χρησιμοποιούμενης εισροής, είτε β) την ποσότητα της παραγόμενης εκροής προκύπτουν δύο εναλλακτικές μετρήσεις της αποτελεσματικότητας κλίμακας. Έτσι, μπορούμε να προβάλλουμε το σημείο *A* στο σημείο *B* με βάση την τεχνική αποτελεσματικότητα εισροών. Στην συνέχεια, μπορούμε να συγκρίνουμε την μέση παραγωγικότητα του σημείου *B* με αυτή του αρίστου μεγέθους στο σημείο *C*. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει η αποτελεσματικότητα κλίμακας ως προς τις εισροές (input-oriented scale efficiency- ISE) του σημείου *A* ως ο λόγος:

$$ISE(\bar{x}) = \frac{\bar{y}/\bar{x}'}{\bar{y}/\bar{x}} \quad (12)$$

Δηλαδή, η **αποτελεσματικότητα κλίμακας ως προς τις εκροές**  $ISE(\bar{x})$  δείχνει το ποσοστό της εξοικονόμησης εισροών που μια παραγωγική μονάδα, η οποία λειτουργεί τεχνικώς αποτελεσματικά, θα μπορούσε να επιτύχει προσαρμόζοντας το μέγεθός της ούτως ώστε να μεγιστοποιεί το μέσο παραγόμενο προϊόν για τη δεδομένη τεχνολογία παραγωγής.

Εναλλακτικά, μπορούμε να προβάλλουμε το σημείο *A* στο σημείο *D* με βάση την τεχνική αποτελεσματικότητα εκροών. Στην συνέχεια, μπορούμε να συγκρίνουμε την μέση παραγωγικότητα του σημείου *D* με αυτή του αρίστου μεγέθους στο σημείο *C*. Με τον τρόπο αυτό, προκύπτει η αποτελεσματικότητα κλίμακας ως προς τις εκροές (output-oriented scale efficiency- OSE) του σημείου *A* ως ο λόγος:

$$OSE(\bar{x}) = \frac{\bar{y}^*/\bar{x}}{\bar{y}/\bar{x}} \quad (13)$$

Δηλαδή, η **αποτελεσματικότητα μεγέθους ως προς τις εκροές**  $OSE(\bar{x})$  δείχνει το ποσοστό του επιπλέον προϊόντος που μια παραγωγική μονάδα, η οποία λειτουργεί τεχνικώς αποτελεσματικά, θα μπορούσε να επιτύ-

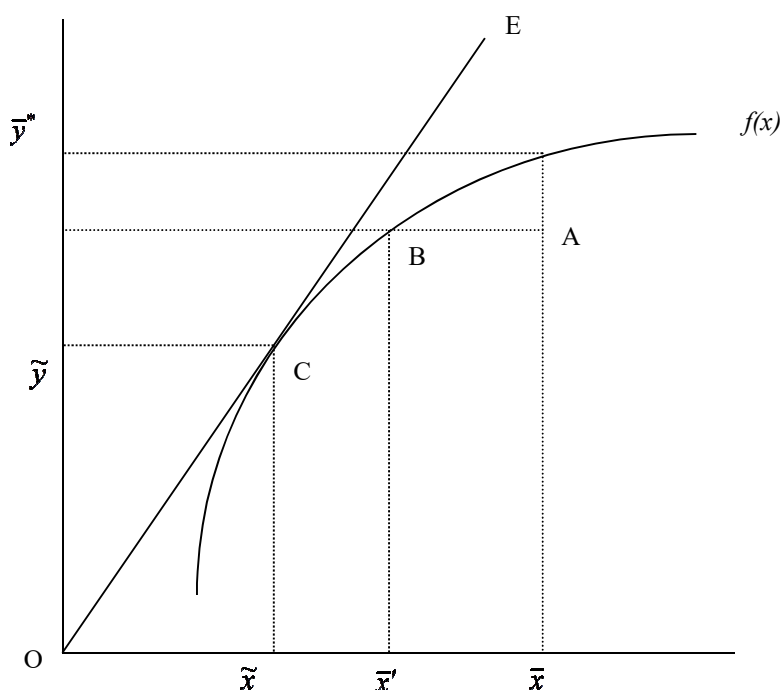
χει προσαρμόζοντας το μέγεθός της ούτως ώστε να μεγιστοποιεί το μέσο παραγόμενο προϊόν για τη δεδομένη τεχνολογία παραγωγής.

Βεβαίως, στην πιο ρεαλιστική περίπτωση μιας παραγωγικής μονάδας που απασχολεί περισσότερες από μία εισροές για την παραγωγή μιας εκροής, η έννοια της μέσης παραγωγικότητας  $AP(x)$  είναι προβληματική. Παρ' όλα αυτά, μπορούμε να θεωρήσουμε τον συνδυασμό εισροών που η μονάδα αυτή χρησιμοποιεί ως μια *σύνθετη* εισροή,  $x$  και να λάβουμε υπόψη στην ανάλυσή μας, *αναλογικές* μεταβολές του συνδυασμού  $x$ , δηλαδή, μεταβολές οι οποίες αφήνουν αμετάβλητο το μίγμα των συστατικών του συνδυασμού αυτού. Με το τρόπο αυτό, η αποτελεσματικότητα κλίμακας μπορεί να μελετηθεί όπως και στην απλή περίπτωση της μιας εισροής χρησιμοποιώντας στην θέση μέσης παραγωγικότητας  $AP(x)$  την «αναλογική» μέση παραγωγικότητα του συνδυασμού  $x$ ,  $RAP(x)$  (ray average productivity).

Με βάση τα παραπάνω, είναι φανερό ότι η μέτρηση τόσο της τεχνικής αποτελεσματικότητας όσο και της αποτελεσματικότητας κλίμακας απαιτεί να γνωρίζουμε το όριο της τεχνολογίας παραγωγής ως προς το οποίο γίνονται οι μετρήσεις αυτές. Έτσι, πρωταρχικός στόχος στην εφαρμοσμένη έρευνα μέτρησης της αποτελεσματικότητας είναι ο προσδιορισμός του εν δυνάμει ορίου της τεχνολογίας παραγωγής – είτε με την μορφή της καμπύλης ισοπαραγωγής είτε με την μορφή της καμπύλης παραγωγικών δυνατοτήτων – χρησιμοποιώντας στατιστικά στοιχεία (δηλαδή, τις παρατηρούμενες ποσότητες χρησιμοποιούμενων εισροών και παραγομένων εκροών ενός δείγματος παραγωγικών μονάδων). Με βάση το τρόπο εκτίμησης του ορίου της τεχνολογίας παραγωγής, η εφαρμοσμένη έρευνα μέτρησης της αποτελεσματικότητας χωρίζεται σε δύο βασικές κατηγορίες:

- στην *παραμετρική* προσέγγιση η οποία χρησιμοποιεί οικονομετρικές τεχνικές για την εκτίμηση του ορίου της τεχνολογίας παραγωγής<sup>34</sup> και
- στην *μη-παραμετρική* προσέγγιση που χρησιμοποιεί τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για τον προσδιορισμό του ορίου αυτού.

Στο πλαίσιο του παρόντος κεφαλαίου, υιοθετείται η μη-παραμετρική προσέγγιση για τον προσδιορισμό του εν δυνάμει ορίου της τεχνολογίας παραγωγής. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η καθιερωμένη στο πεδίο της σύγχρονης οικονομικής έρευνας, μέθοδος DEA (Data Envelopment Analysis) μέσω της οποίας κατασκευάζεται μια γραμμική προσέγγιση του εν δυνάμει ορίου τεχνολογίας παραγωγής (είτε με την μορφή της καμπύλης ισοπαραγωγής είτε με την μορφή της καμπύλης παραγωγικών δυνατοτήτων). Μια επισκόπηση της μεθοδολογίας DEA παρουσιάζεται στην ενότητα που ακολουθεί.



Σχήμα 9.4 Αποτελεσματικότητα κλίμακας.

<sup>34</sup> Η χρήση οικονομετρικών μεθόδων οδηγεί στην εκτίμηση ενός στοχαστικού εν δυνάμει ορίου της τεχνολογίας (stochastic frontier) γι' αυτό και η παραμετρική προσέγγιση είναι γνωστή ως SFA (stochastic frontier Analysis).

## 9.3 Η Μεθοδολογία D.E.A. (Data Envelopment Analysis)<sup>35</sup>

### 9.3.1 Το υπόδειγμα DEA με σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS –DEA)

Το αρχικό υπόδειγμα DEA αναπτύχθηκε για τεχνολογίες παραγωγής που χαρακτηρίζονται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας (constant returns to scale – CRS) και είναι επίσης γνωστό ως υπόδειγμα CCR (καθ' όσον αναπτύχθηκε από τους Charnes, Cooper και Rhodes, 1978). Για να γίνει κατανοητή η λογική (rationale) της μεθόδου DEA, ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία για  $N$  παραγωγικές μονάδες καθεμία από τις οποίες χρησιμοποιεί  $K$  εισροές για να παράγει  $M$  εκροές μέσω μιας τεχνολογίας παραγωγής σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Το διάνυσμα εκροών της παραγωγικής μονάδας  $i$  συμβολίζεται με  $y_i$  και το αντίστοιχο διάνυσμα εισροών με  $x_i$ . Οι εισροές όλων μαζί των παραγωγικών μονάδων περιλαμβάνονται στον πίνακα  $X$ , διαστάσεων  $(K \times N)$ , και όλων των εκροών στον πίνακα  $Y$ , διαστάσεων  $(M \times N)$ . Στην βιβλιογραφία της μεθόδου DEA, οι παραγωγικές μονάδες ονομάζονται «Μονάδες Λήψης Αποφάσεων» ή DMU (Decision Making Units) για να υπογραμμίσουν το γεγονός ότι η μεθοδολογία αυτή δεν περιορίζεται μόνο σε οικονομικές μονάδες (επιχειρήσεις) αλλά είναι εξίσου κατάλληλη για την μελέτη της αποτελεσματικότητας οποιασδήποτε μορφής παραγωγικών μονάδων που μετασχηματίζουν κάθε λογής «εισροές» σε κάθε λογής «εκροές».

Εφόσον υπάρχουν  $K$  εισροές και  $M$  εκροές σε κάθε DMU, ο υπολογισμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας μέσω του λόγου «εισροές/εκροές» παρουσιάζει εμφανείς δυσκολίες εφαρμογής. Οι διαφορετικές εισροές (εκροές) πρέπει να ομαδοποιηθούν σε μία μόνο ποσότητα εισροής (εκροής). Μια προφανής λύση θα ήταν βέβαια να μετρηθεί η τεχνική αποτελεσματικότητα καθεμίας DMU χρησιμοποιώντας τον λόγο του σταθμισμένου αθροίσματος των εκροών προς το σταθμισμένο αθροίσμα των εισροών χρησιμοποιώντας τους ίδιους συντελεστές βαρύτητας (weights) για τις εισροές και εκροές όλων των εξεταζόμενων DMU. Αυτό ωστόσο δημιουργεί δύο σημαντικά προβλήματα. Πρώτον, δεν υπάρχει ένα αντικριμενικό κριτήριο επιλογής των κοινών αυτών συντελεστών βαρύτητας και δεύτερον, θα ήταν ρεαλιστικό να υποθέσει κανείς ότι οι διάφορες DMU αξιολογούν τις εισροές (εκροές) τους διαφορετικά, έχουν δηλαδή γι' αυτές διαφορετική σημασία πράγμα που θα απαιτούσε διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας για κάθε μία DMU. Η μέθοδος DEA, αναγνωρίζοντας τα δύο αυτά προβλήματα επιλέγει για την κάθε DMU εκείνους τους συντελεστές βαρύτητας που την τοποθετούν στην πλέον ευνοϊκή θέση σε σύγκριση με τις υπόλοιπες DMU.

Έτσι στο πλαίσιο της μεθόδου DEA, η τεχνική αποτελεσματικότητα (TE) μιας DMU, έστω  $i$ , προκύπτει ως η λύση του παρακάτω προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού:

Να μεγιστοποιηθεί η TE της DMU  $i$   
υπο τον περιορισμό ότι: η TE των λοιπών DMU είναι  $\leq 1$

Οι μεταβλητές επιλογής του προβλήματος αυτού είναι οι συντελεστές βαρύτητας για την ομαδοποίηση των επιμέρους εισροών της  $i$ -DMU. Σε αυστηρά μαθηματική διατύπωση, το παραπάνω πρόβλημα γράφεται ως εξής (Υπόδειγμα 9.1):

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} \left( \frac{u' y_i}{v' x_i} \right) \\ & \text{s.t.} \\ & \frac{u' y_j}{v' x_j} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, N \\ & u, v \geq 0 \end{aligned}$$

όπου  $u, v$  είναι οι συντελεστές βαρύτητας για την ομαδοποίηση των εκροών και εισροών, αντίστοιχα. Να σημειωθεί ότι οι μεταβλητές επιλογής  $u$  και  $v$  ορίζονται ως θετικές ποσότητες ή το πολύ μηδενικές ούτως ώστε να αποφευχθεί το ενδεχόμενο να αγνοηθεί η συμβολή κάποιας εισροής (εκροής) στον υπολογισμό της αποτελεσματικότητας της  $i$ -DMU.

Εάν ο βαθμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας μιας συγκεκριμένης DMU είναι ίσος με την μονάδα τότε η εν λόγω DMU χρησιμοποιεί την τεχνολογία παραγωγής με τρόπο αποτελεσματικό σε σχέση με τις υπόλοιπες

<sup>35</sup> Ο όρος Data Envelopment Analysis θα μπορούσε να αποδοθεί στα Ελληνικά ως «Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων».



DMUs που χρησιμοποιούν την ίδια τεχνολογία παραγωγής. Εάν ωστόσο ο βαθμός της τεχνικής της αποτελεσματικότητας είναι μικρότερος της μονάδας, αυτό σημαίνει ότι κάποιες άλλες DMUs είναι περισσότερο αποτελεσματικές ακόμη και όταν οι συντελεστές βαρύτητας για την ομαδοποίηση των εισροών της συγκεκριμένης DMU επιλέγονται έτσι ώστε να μεγιστοποιείται ο βαθμός της τεχνικής της αποτελεσματικότητας.

Το παραπάνω πρόβλημα μεγιστοποίησης της τεχνικής αποτελεσματικότητας της  $i$ -DMU είναι διατυπωμένο με την μορφή λόγων και επομένως, θα πρέπει πρώτα να μετατραπεί σε γραμμική μορφή ούτως ώστε να μπορεί να επιλυθεί με την μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού<sup>36</sup>. Αυτή η μετατροπή ωστόσο είναι εύκολη γιατί όταν μεγιστοποιεί κανείς ένα λόγο, εκείνο που ενδιαφέρει τελικά είναι το σχετικό μέγεθος του αριθμητή προς τον παρανομαστή και όχι οι απόλυτες τιμές τους. Συνεπώς, η μεγιστοποίηση ενός λόγου μπορεί να επιτευχθεί θέτοντας τον παρανομαστή ίσο με κάποια σταθερή τιμή και μεγιστοποιώντας τον αριθμητή. Εάν λοιπόν επιβάλλουμε τον περιορισμό  $v'x_i = 1$  προκύπτει η εξής γραμμική μορφή του υποδείγματος CRS-DEA (Υπόδειγμα 9.1) μεγιστοποίησης (Υπόδειγμα 9.2):

$$\begin{aligned} & \max \mu, \nu \quad (\mu' y_i) \\ & \text{s.t.} \\ & \nu' x_i = 1 \\ & \mu' y_j - \nu' x_j \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \\ & \mu, \nu \geq 0 \end{aligned}$$

όπου οι συντελεστές βαρύτητας συμβολίζονται πλέον με  $\mu$  και  $\nu$  αντί των  $u$  και  $v$  για να υπογραμμισθεί το γεγονός ότι το Υπόδειγμα 9.2 είναι ένα διαφορετικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού από αυτό του Υποδείγματος 9.1. Προς αποφυγή σύγχυσης, αξίζει να αναφέρουμε πως στην περίπτωση χρήσης των  $\mu$  και  $\nu$ , το  $\nu$  αναφέρεται στο ελληνικό γράμμα ενώ στην περίπτωση χρήσης των  $u$  και  $v$ , το  $v$  αναφέρεται στο γράμμα  $v$  του αγγλικού αλφαβήτου.

Η δεύτερη μετατροπή στο αρχικό υπόδειγμα CRS-DEA πριν αυτό λάβει την τελική μορφή του έχει να κάνει με τη μείωση του αριθμού των περιορισμών στο ελάχιστο δυνατό. Είναι γνωστό ότι για κάθε πρωτεύον πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορούμε να διατυπώσουμε το αντίστοιχο δυϊκό πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τα ίδια στατιστικά στοιχεία. Η λύση είτε του πρωτεύοντος είτε του δυϊκού προβλήματος δίνει την ίδια πληροφορία όσον αφορά τον υπολογισμό της αποτελεσματικότητας. Υπενθυμίζουμε ότι το δυϊκό πρόβλημα σχηματίζεται αντιστοιχώντας μια νέα μεταβλητή (dual variable) σε κάθε περιορισμό του πρωτεύοντος και αναπτύσσοντας ένα νέο πρόβλημα (το δυϊκό) ως προς τις νέες αυτές μεταβλητές.

Το υπόδειγμα CRS-DEA ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού έχει και αυτό το αντίστοιχο δυϊκό που γράφεται ως εξής (Υπόδειγμα 9.3):

$$\begin{aligned} & \min_{\theta, \lambda} \quad \theta \\ & \text{s.t.} \\ & y_i + Y\lambda \geq 0 \\ & \theta x_i - X\lambda \geq 0 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

όπου  $\theta$  είναι μία παράμετρος και  $\lambda$  το διαστάσεων  $(N \times 1)$  διάνυσμα των νέων (δυϊκών) μεταβλητών.

Το Υπόδειγμα 9.3, είναι τελικά αυτό που χρησιμοποιείται στις εφαρμοσμένη οικονομική έρευνα. Ο λόγος είναι ότι το πρωτεύον πρόβλημα υπόκειται σε  $(N+1)$  περιορισμούς ενώ το δυϊκό σε  $(K+M)$  περιορισμούς. Δεδομένου ότι ο αριθμός  $N$  των εξεταζόμενων DMU είναι κατά κανόνα πολύ μεγαλύτερος από των αριθμό εκροών  $M$  και εισροών  $K$  που αυτές χρησιμοποιούν, το δυϊκό πρόβλημα υπόκειται σε πολύ λιγότερους περιορισμούς απ' ό,τι το πρωτεύον πρόβλημα. Στα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, όπως έχει γίνει σαφές από τα προηγούμενα κεφάλαια, όσο λιγότεροι είναι οι περιορισμοί τόσο ευκολότερη είναι και η επίλυσή τους. **Το δυϊκό πρόβλημα ελαχιστοποίησης πρέπει να επιλυθεί  $N$  φορές, δηλαδή, για κάθε μια DMU του εξεταζόμενου δείγματος. Η τιμή της παραμέτρου  $\theta$  που προκύπτει κάθε φορά από την λύση αντιστοιχεί**

<sup>36</sup> Η διατύπωση του υποδείγματος CCR στην μορφή που παρουσιάζεται στην παρούσα ενότητα, είναι προβληματική δεδομένου ότι υπάρχει ένας άπειρος αριθμός λύσεων. Εάν δηλαδή, το διάνυσμα  $(u^*, v^*)$  αποτελεί μια λύση του προβλήματος (10) τότε και το διάνυσμα  $(\alpha u^*, \alpha v^*)$  όπου  $\alpha$  μια οποιαδήποτε σταθερά αποτελεί επίσης λύση του.

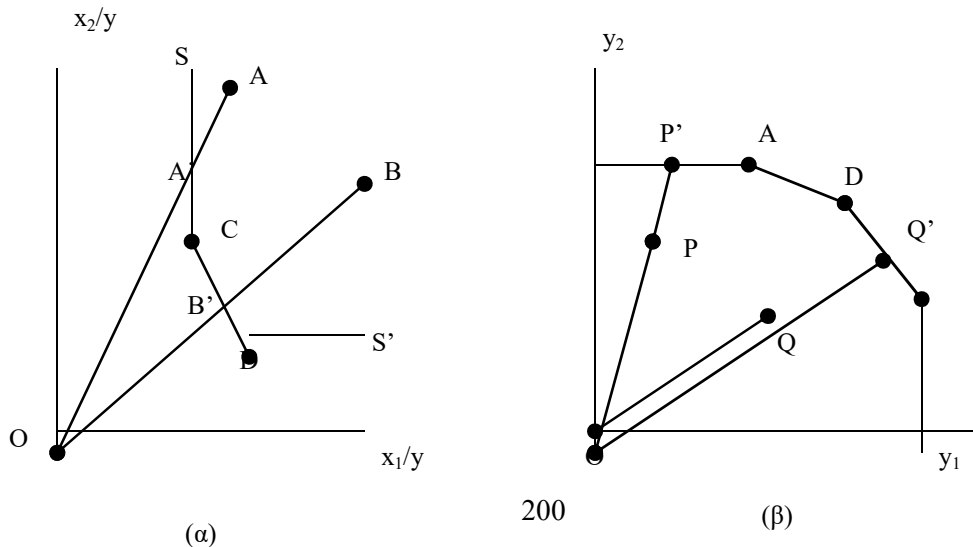
στο βαθμό της τεχνικής αποτελεσματικότητας εισροών,  $TE^I$ , της συγκεκριμένης παραγωγικής μονάδας. Οι εκτιμήσεις  $TE^I$  που προκύπτουν με αυτό τον τρόπο μπορούν να κατανοηθούν καλύτερα με την βοήθεια του Σχήματος 9.5α που απεικονίζει την απλή περίπτωση μιας τεχνολογίας δύο εισροών και μιας εκροής. Η επίλυση του δυϊκού προβλήματος ελαχιστοποίησης, προσδιορίζει στην ουσία την γραμμική προσέγγιση  $SS'$  μια καμπύλης ισοπαραγωγής. Τα σημεία C και D παριστάνουν παραγωγικές μονάδες που είναι τεχνικά αποτελεσματικές (και συνεπώς προσδιορίζουν το όριο της τεχνολογίας παραγωγής) ενώ το σημείο B παριστάνει μια αναποτελεσματική μονάδα. Η επίλυση του δυϊκού προβλήματος για την μονάδα B δίνει τον βαθμό τεχνικής αποτελεσματικότητας εισροών  $\theta^B (= 0B'/0B)$ .

Για την μέτρηση της τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών  $TE^O$  το δυϊκό υπόδειγμα CRS-DEA γράφεται ως εξής (Υπόδειγμα 9.4):

$$\begin{aligned} & \min_{\phi, \lambda} \phi \\ & \text{s.t.} \\ & -\phi y_i + Y\lambda \geq 0 \\ & x_{ii} - X\lambda \geq 0 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

όπου  $1 \leq \phi < \infty$  και  $\phi - 1$  είναι η αναλογική αύξηση των εκροών που θα μπορούσε να επιτύχει μια DMU κρατώντας τις ποσότητες εισροών σταθερές. Ο βαθμός τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών  $TE^O$  δίνεται από τον λόγο  $1/\phi$ . Οι εκτιμήσεις  $TE^O$  που προκύπτουν με αυτό τον τρόπο μπορούν να κατανοηθούν καλύτερα με την βοήθεια του Σχήματος 9.5β που απεικονίζει την απλή περίπτωση μιας τεχνολογίας δύο εκροών. Η επίλυση του προβλήματος για την μέτρηση της τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών  $TE^O$ , προσδιορίζει στην ουσία την γραμμική προσέγγιση  $PP'$  μια καμπύλης παραγωγικών δυνατοτήτων. Τα σημεία A και D παριστάνουν παραγωγικές μονάδες που είναι τεχνικά αποτελεσματικές (και συνεπώς προσδιορίζουν το όριο της τεχνολογίας παραγωγής) ενώ το σημείο P παριστάνει μια αναποτελεσματική μονάδα. Η επίλυση του για την μονάδα P δίνει τον βαθμό τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών,  $TE^O = 1/\phi_P = 0P/0P'$ .

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι επειδή η προσέγγιση του ορίου της τεχνολογίας που κατασκευάζει η μέθοδος DEA είναι μια τεθλασμένη γραμμή (ή μια τεθλασμένη υπερ-επιφάνεια στην περίπτωση τεχνολογιών με πολλαπλές εισροές/εκροές) αυτό μπορεί να προκαλέσει δυσκολίες στην μέτρηση της αποτελεσματικότητας ορισμένων παραγωγικών μονάδων. Το πρόβλημα παρουσιάζεται όταν το προβαλλόμενο σημείο μιας παραγωγικής μονάδας (επάνω στο όριο της τεχνολογίας) βρίσκεται στο οριζόντιο ή στο κάθετο τμήμα της τεθλασμένης γραμμής που παριστάνει το όριο της τεχνολογίας. Για παράδειγμα η  $TE^I$  της μονάδας A στο Σχήμα 9.5 (α) είναι  $0A'/0A$ , αλλά το προβαλλόμενο σημείο A' επάνω στο όριο της τεχνολογίας είναι αμφίβολο εάν αποτελεί ένα τεχνικά αποτελεσματικό σημείο: σημειώστε ότι θα μπορούσαμε να μειώσουμε την ποσότητα της χρησιμοποιούμενης εισροής  $x_2$  κατά το ποσό  $CA'$  και να εξακολουθήσουμε να παράγουμε την ίδια ποσότητα εκροής. Στην περίπτωση αυτή, λέμε ότι υπάρχει «χαλάρωση» εισροών (input slack) ίση με  $CA'$  όσον αφορά την εισροή  $x_2$ . Ομοίως, η  $TE^O$  της μονάδας P στο Σχήμα 9.5(β) είναι  $0P/0P'$ , αλλά το προβαλλόμενο σημείο P' επάνω στο όριο της τεχνολογίας είναι αμφίβολο εάν αποτελεί ένα τεχνικά αποτελεσματικό σημείο. Σημειώστε ότι, θα μπορούσαμε να αυξήσουμε την ποσότητα της παραγόμενης εκροής  $y_1$  κατά το ποσό  $AP'$  χωρίς να χρησιμοποιήσουμε παραπάνω εισροές. Στην περίπτωση αυτή, λέμε ότι υπάρχει «χαλάρωση» εκροών (output slack) ίση με  $AP'$  όσον αφορά την εκροή  $y_1$ . Για την αντιμετώπιση του προβλήματος που εισάγουν αυτές οι «χαλαρώσεις» στη μέτρηση της τεχνικής αποτελεσματικότητας εφαρμόζεται είτε η τεχνική «DEA δύο σταδίων» (two-stage DEA) είτε η τεχνική «πολυ-σταδιακή DEA» (multi-stage DEA). Για περισσότερες λεπτομέρειες, βλέπε Coelli, Rao και Battese (2005), σελίδες 175-176.



Σχήμα 9.5 «Χαλαρώσεις» (slacks) εισροών και εκροών.

### 9.3.2 Το υπόδειγμα DEA με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας (VRS – DEA)

Το υπόδειγμα CRS-DEA που παρουσιάσαμε στην προηγούμενη ενότητα, (Υπόδειγμα 9.1), στηρίζεται στη υπόθεση ότι η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Ωστόσο η υπόθεση αυτή είναι κατάλληλη μόνο όταν όλες οι εξεταζόμενες DMU λειτουργούν πράγματι με το βέλτιστο μέγεθος και επομένως, δεν αντιμετωπίζουν προβλήματα αναποτελεσματικότητας μεγέθους. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις θα ήταν πιο ρεαλιστικό να υποθέσει κανείς ότι ορισμένες (αν όχι όλες) από τις εξεταζόμενες DMU δεν λειτουργούν με το βέλτιστο μέγεθος. Η χρησιμοποίηση του υποδείματος CRS-DEA στην περίπτωση αυτή οδηγεί σε εκτιμήσεις τεχνικής αποτελεσματικότητας μέρος των οποίων μπορεί να οφείλεται απλώς στο μέγεθος των DMU. Απαιτείται συνεπώς ένα υπόδειγμα που να λαμβάνει υπόψη του τεχνολογίες παραγωγής με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας.

Το υπόδειγμα CRS-DEA μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να λάβει υπόψη μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας. Στο τροποποιημένο αυτό υπόδειγμα, που αναπτύχθηκε από τους Banker, Charnes και Cooper (1984) -γι' αυτό και ονομάζεται επίσης υπόδειγμα BCC- απαιτείται να προστεθεί ο περιορισμός κυρτότητας  $N1' \lambda = 1$ . Επομένως, το υπόδειγμα VRS-DEA μπορεί να γραφεί ως εξής (Υπόδειγμα 9.5):

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta, \lambda} \theta \\
 & s.t. \\
 & -y_i + Y\lambda \geq 0 \\
 & \theta x_i - X\lambda \geq 0 \\
 & N1' \lambda = 1 \\
 & \lambda \geq 0
 \end{aligned}$$

όπου  $N1$  είναι το διαστάσεων  $(N \times 1)$  διάνυσμα  $(1, 1, \dots, 1)$ . Το υπόδειγμα VRS-DEA (Υπόδειγμα 9.5), κατασκευάζει στην ουσία ένα κυρτό περίβλημα διατεταγμένων επιφανειών το οποίο περιλαμβάνει τις παρατηρήσεις του εξεταζόμενου δείγματος πιο «σφιχτά» απ' ό,τι το αυτό του υποδείματος CRS-DEA.<sup>37</sup> Συνεπώς, οι εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας που προκύπτουν (δηλαδή οι τιμές της παραμέτρου  $\theta$ ) είναι μεγαλύτερες ή το πολύ ίσες με εκείνες του υποδείματος CRS - DEA.

<sup>37</sup> Στον τρισδιάστατο χώρο το υπόδειγμα CRS - DEA κατασκευάζει ένα κωνικό περίβλημα των παρατηρήσεων που αφορούν τις διάφορες DMU.

Ο περιορισμός κυρτότητας  $N1' \lambda = 1$  εξασφαλίζει ότι μια αναποτελεσματική DMU έχει ως πρότυπα αποτελεσματικές DMU παρομοίου μεγέθους. Αυτό συμβαίνει διότι το εν δυνάμει όριο της τεχνολογίας παραγωγής είναι τώρα ένα κυρτό περίβλημα και συνεπώς, το προβαλλόμενο σημείο μιας αναποτελεσματικής DMU επάνω στο περίβλημα αυτό είναι κι αυτό ένας κυρτός συνδυασμός. Αντίθετα, στο υπόδειγμα CRS-DEA, όπου δεν επιβάλλονται περιορισμοί κυρτότητας, είναι πιθανό αναποτελεσματικές DMU να έχουν ως πρότυπα αποτελεσματικές DMU πολύ διαφορετικού μεγέθους. Για αυτό τον λόγο, και στην περίπτωση αυτή οι συντελεστές βαρύτητας  $\lambda$  αθροίζονται σε μια τιμή μεγαλύτερη (ή μικρότερη) της μονάδας.

Τέλος, το υπόδειγμα CRS-DEA μπορεί να τροποποιηθεί ούτως ώστε να λαμβάνει υπόψη του μη-αύξουσες αποδόσεις κλίμακας (non-increasing returns to scale-NIRS). Αυτό που απαιτείται στην περίπτωση αυτή είναι να αντικατασταθεί ο περιορισμός κυρτότητας  $N1' \lambda = 1$  με τον περιορισμό  $N1' \lambda \leq 1$ . Άρα, το σχετικό υπόδειγμα μπορεί να γραφεί ως εξής (Fare, Grosskopf και Logan, 1985) (Υπόδειγμα 9.6):

$$\begin{aligned} & \min_{\theta, \lambda} \theta \\ & \text{s.t.} \\ & -y_i + \theta Y \lambda \geq 0 \\ & \theta x_i - X \lambda \geq 0 \\ & N1' \lambda \leq 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

Οι δύο αυτές επεκτάσεις του υποδείματος CRS-DEA (Υπόδειγμα 9.1) χρησιμεύουν η μεν πρώτη, για την μέτρηση της αποτελεσματικότητας μεγέθους, ενώ η δεύτερη (Υπόδειγμα 9.5), για την εξακρίβωση της φύσεως των οικονομιών κλίμακας (εάν δηλαδή πρόκειται για φθίνουσες ή αύξουσες οικονομίες κλίμακας).

Το παραπάνω μπορεί να εξηγηθεί καλύτερα με την βοήθεια του Σχήματος 9.6 που απεικονίζει την απλή περίπτωση μιας τεχνολογίας παραγωγής που χρησιμοποιεί μια εισροή για την παραγωγή μιας εκροής. Για μια αναποτελεσματική DMU που λειτουργεί στο σημείο P, ο βαθμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας εισροών υπολογίζεται από την απόσταση PPC όταν η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας και το εν δυνάμει όριο της συνάρτησης παραγωγής δίνεται από την ευθεία OR. Εάν ωστόσο, η τεχνολογία χαρακτηρίζεται από μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και το εν δυνάμει όριο της συνάρτησης παραγωγής δίνεται από την τεθλασμένη γραμμή PVR, ο βαθμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας εισροών υπολογίζεται από την απόσταση PPV. Η διαφορά PPC-PPV=PCPV, αντιστοιχεί σε αναποτελεσματικότητα μεγέθους.

Οι μετρήσεις αυτές μπορούν να εκφραστούν και ως ποσοστά με την μορφή των παρακάτω λόγων:

$$TE_{CRS} = \frac{AP_C}{AP} \tag{14}$$

$$TE_{VRS} = \frac{AP_V}{AP} \tag{15}$$

$$SE = \frac{AP_C}{AP_V} \tag{16}$$

Επιπλέον μπορεί κανείς εύκολα να διαπιστώσει ότι:

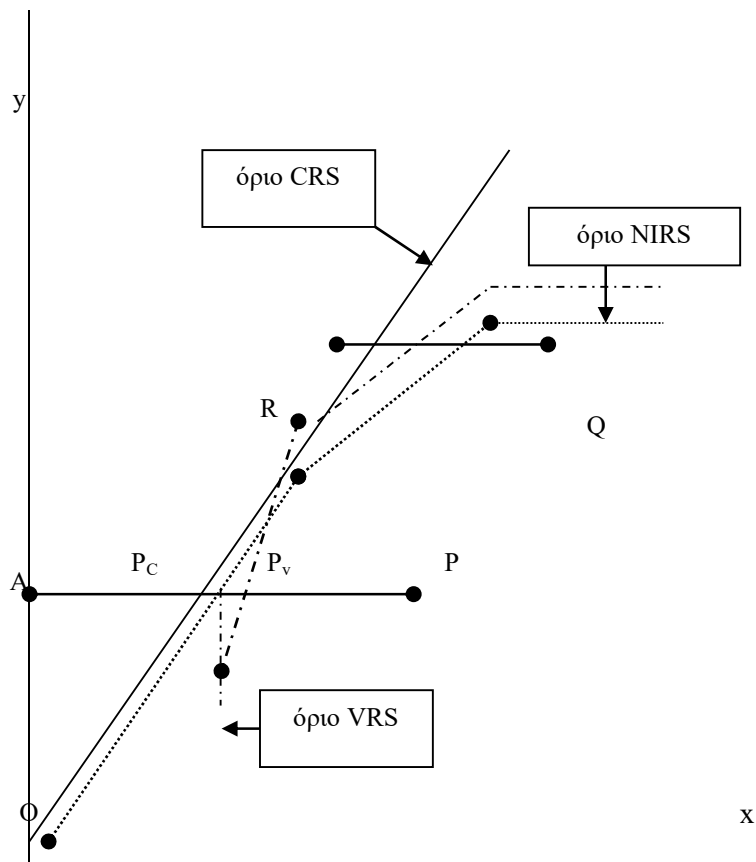
$$TE_{CRS} = TE_{VRS} \times SE \text{ εφόσον } \frac{AP_C}{AP} = \left( \frac{AP_V}{AP} \right) \times \left( \frac{AP_C}{AP_V} \right) \tag{17}$$

δηλαδή ο βαθμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας υπό σταθερές αποδόσεις κλίμακας ισούται με το γινόμενο του βαθμού της τεχνικής αποτελεσματικότητας υπό μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και του βαθμού της αποτελεσματικότητας μεγέθους.

Η φύση των αποδόσεων κλίμακας (εάν, δηλαδή, πρόκειται για αύξουσες ή φθίνουσες αποδόσεις) εξακριβώνεται εκτιμώντας το Υπόδειγμα 9.5. Εάν για μια συγκεκριμένη DMU ο βαθμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας που υπολογίζεται βάσει της υπόθεσης των μη-αύξουσών αποδόσεων κλίμακας διαφέρει από το βαθμό της τεχνικής αποτελεσματικότητας που υπολογίζεται βάσει της υπόθεσης των μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας (όπως η περίπτωση του σημείου P στο Σχήμα 9.6 τότε η τεχνολογία παραγωγής της συγκεκριμένης DMU χαρακτηρίζεται από *αύξουσες* αποδόσεις κλίμακας. Εάν ωστόσο ισχύει πως  $TE_{NIP\Sigma} = TE_{\Omega P\Sigma}$  (όπως η περίπτωση του σημείου Q) τότε η τεχνολογία παραγωγής της αντίστοιχης DMU χαρακτηρίζεται από φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας. Από την άλλη πλευρά, εάν ισχύει πως  $TE_{CRS} = TE_{VRS}$  τότε η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Επομένως, (και έχοντας ως βάση την τεχνική αποτελεσματικότητα εισροών,  $TE^1$ ) ο έλεγχος της φύσης των αποδόσεων κλίμακας γίνεται εκτιμώντας κατά σειρά τα Υποδείγματα 9.3, 9.5 και 9.6 και συγκρίνοντας τους σχετικούς βαθμούς της αποτελεσματικότητας. Για την μέτρηση της τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών  $TE^0$  το υπόδειγμα VRS-DEA γράφεται ως εξής (Υπόδειγμα 9.7):

$$\begin{aligned}
 & \min_{\phi, \lambda} \phi \\
 & s.t. \\
 & -\phi y_i + Y\lambda \geq 0 \\
 & x_{ii} - X\lambda \geq 0 \\
 & N1' \lambda = 1 \\
 & \lambda \geq 0
 \end{aligned}$$

όπου  $1 \leq \phi < \infty$ ,  $(\phi - 1)$  είναι η αναλογική αύξηση των εκροών που θα μπορούσε να επιτύχει μια DMU κρατώντας τις ποσότητες εισροών σταθερές ενώ ο βαθμός τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών,  $TE^0$  δίνεται από τον λόγο  $1/\phi$ .



Σχήμα 9.6 Τεχνική αποτελεσματικότητα και αποτελεσματικότητα κλίμακας στο πλαίσιο της μεθόδου DEA.

### 9.3.3 Επιλογή μεταξύ τεχνικής αποτελεσματικότητας εισροών (TEI) και τεχνικής αποτελεσματικότητας εκροών (TEO)

Όπως προαναφέρθηκε η τεχνική αποτελεσματικότητα εισροών (TE<sup>I</sup>) αναφέρεται στην αναλογική μείωση των ποσοτήτων των εισροών, κρατώντας τις ποσότητες των εκροών σταθερές ενώ, η τεχνική αποτελεσματικότητα εκροών (TE<sup>O</sup>) αναφέρεται στην αναλογική αύξηση των ποσοτήτων των εκροών, κρατώντας τις ποσότητες των εισροών σταθερές. Οι δύο αυτές μετρήσεις της αποτελεσματικότητας, δίνουν την ίδια τιμή μόνο στην περίπτωση τεχνολογιών παραγωγής με σταθερές αποδόσεις κλίμακας (CRS). Προκύπτει συνεπώς το ερώτημα με ποιο κριτήριο επιλέγει κανείς το είδος της τεχνικής αποτελεσματικότητας που χρησιμοποιεί σε μια εμπειρική εφαρμογή.

**Στην σύγχρονη έρευνα μέτρησης της αποτελεσματικότητας, το κριτήριο που έχει επικρατήσει είναι να επιλέγεται το είδος της τεχνικής αποτελεσματικότητας με βάση το εάν μια παραγωγική μονάδα επηρεάζει πρωτίστως τις εισροές ή τις εκροές της.** Στον αγροτικό τομέα για παράδειγμα, οι παραγωγικές μονάδες επηρεάζουν βασικά τις ποσότητες των εισροών τους από τις οποίες προσπαθούν να παράγουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερες ποσότητες εκροών. Στην περίπτωση αυτή, η τεχνική αποτελεσματικότητα εκροών (TE<sup>O</sup>) είναι περισσότερο κατάλληλη. Αντίθετα, σε άλλους παραγωγικούς κλάδους (για παράδειγμα σε ένα ολιγοπωλιακό κλάδο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας), οι παραγωγικές μονάδες αποφασίζουν πρωτίστως τις ποσότητες εκροών που επιθυμούν να παράγουν και τις οποίες προσπαθούν στην συνέχεια να παράγουν με όσο το δυνατόν μικρότερες ποσότητες εισροών. Στην περίπτωση αυτή, η τεχνική αποτελεσματικότητα εισροών (TE<sup>I</sup>) είναι περισσότερο κατάλληλη.

Όταν χρησιμοποιούμε παραμετρικά (οικονομετρικά) υπόδειγμα για να εκτιμήσουμε το όριο μιας τεχνολογίας παραγωγής με μη-σταθερές αποδόσεις κλίμακας, τότε το εκτιμώμενο όριο (estimated frontier) που προκύπτει χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς τις εισροές διαφέρει από εκείνο που προκύπτει χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς τις εκροές. Όμως, το θέμα αυτό δεν υφίσταται στο πλαίσιο της μεθόδου DEA. Τόσο τα υποδείγματα DEA που εκτιμούν τον βαθμό της τεχνικής αποτελεσματικότητας ως προς τις εισροές (TE<sup>I</sup>) όσο και αυτά που εκτιμούν τον βαθμό της τεχνικής αποτελεσματικότητας ως προς τις εκροές (TE<sup>O</sup>) υπολογίζουν το ίδιο ακριβώς εν δυνάμει όριο της τεχνολογίας παραγωγής και επομένως, εξ' ορισμού, προσδιορίζουν τις ίδιες DMU ως αποτελεσματικές. Η μόνη διαφορά είναι πως οι τιμές του βαθμού της τεχνικής αποτελεσματικότητας των αναποτελεσματικών DMUs εμφανίζονται διαφοροποιημένες. Κατά συνέπεια, η επιλογή του είδους του υποδείγματος είναι ήσσονος σημασίας τουλάχιστον όσον αφορά στον προσδιορισμό των τεχνικά αποτελεσματικών DMUs.

### 9.3.4 Πλεονεκτήματα και αδυναμίες της μεθοδολογίας DEA

Το χαρακτηριστικό γνώρισμα της μεθόδου DEA είναι η δυνατότητα που παρέχει στο να επιλέγονται οι βέλτιστοι συντελεστές στάθμισης των εκροών και των εισροών. Αυτή η δυνατότητα επιλογής αποτελεί ένα μεγάλο πλεονέκτημα διότι εάν μια DMU αποδεικνύεται αναποτελεσματική ακόμη κι όταν έχουν χρησιμοποιηθεί οι πλέον ευνοϊκοί για αυτήν συντελεστές στάθμισης, αυτό εύρημα είναι δύσκολο να αμφισβητηθεί και το σύνηθες επιχείρημα ότι έχουν χρησιμοποιηθεί αυθαίρετοι συντελεστές στάθμισης για την αξιολόγησή της δεν ευσταθεί.

Από την άλλη πλευρά, η μέθοδος DEA είναι ιδιαιτέρως κατάλληλη σε περιπτώσεις όπου κάποιες από τις εξεταζόμενες DMU χρησιμοποιούν διαφορετικές εισροές και παράγουν διαφορετικές εκροές ή σε περιπτώσεις που ορισμένες εισροές (εκροές) έχουν διαφορετική σημασία για διαφορετικές DMU. Ωστόσο, εάν θεωρήσει κανείς όλες τις εισροές (εκροές) κάθε DMU ως διαφορετικές από αυτές των υπολοίπων, τότε η μέθοδος DEA δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Διότι, εάν υποθεθεί ότι κάθε μια DMU χρησιμοποιεί εντελώς διαφορετικές εισροές ή ότι παράγει εντελώς διαφορετικές εκροές από τις υπόλοιπες, το αποτέλεσμα είναι προδιαγεγραμμένο καθώς όλες οι εξεταζόμενες DMU θα εμφανιστούν πλήρως αποτελεσματικές εφόσον εκ προοιμίου γίνεται έμμεσα η υπόθεση ότι καθεμία είναι μοναδική. Ως γενικότερη λοιπόν παρατήρηση, θα πρέπει να υπογραμμισθεί ότι στις εφαρμογές της μεθόδου DEA θα πρέπει να διαμορφώνει κανείς το κατάλληλο «μείγμα» μεταξύ της διαφορετικότητας της κάθε μίας DMU και της ανάγκης για κάποιες κοινές βάσεις σύγκρισης στον βαθμό που κάτι τέτοιο μπορεί να υπάρξει.

Υπάρχουν ωστόσο κάποιες γενικές αρχές που ισχύουν και σχετίζονται με τον αριθμό των DMU από την μια πλευρά και του αριθμού των εισροών και των εκροών από άλλη (Coelli, Rao και Battese, 1998, σελ. 180-181):

1. ο βαθμός της τεχνικής αποτελεσματικότητας υπολογίζεται σε σχέση με τις καλύτερες παραγωγικές μονάδες του εξεταζόμενου δείγματος. Επομένως, η εισαγωγή στο δείγμα μιας επιπλέον μονάδας με υψηλή απόδοση ενδέχεται να οδηγήσει σε μείωση του βαθμού τεχνικής

αποτελεσματικότητας ορισμένων μονάδων. Συνεπώς, **η αποτελεσματικότητα των DMUs δεν αυξάνεται καθώς μεγαλώνει το μέγεθος του δείγματος των εξεταζόμενων DMUs.**

2. η αποτελεσματικότητα των DMUs τείνει να αυξάνεται καθώς αυξάνει ο αριθμός των εισροών και των εκροών που συμπεριλαμβάνονται στην ανάλυση.
3. όταν ο αριθμός των εξεταζόμενων DMUs είναι σχετικά μικρός και ο αριθμός των εισροών και των εκροών που συμπεριλαμβάνονται στην ανάλυση μεγάλος, οι περισσότερες DMUs θα παρουσιάζεται ότι λειτουργούν αποτελεσματικά.
4. κατά την εκτίμηση της  $TE^0$  ( $TE^1$ ) ο αριθμός των DMUs που λειτουργούν πλήρως αποτελεσματικά θα είναι τουλάχιστον ίσος με τον αριθμό των εισροών (εκροών) που συμπεριλαμβάνονται στην ανάλυση (Fare, Grosskopf και Lee, 1995).
5. όσο αυξάνει η ανομοιογένεια –ετερογένεια- των εξεταζόμενων DMUs τόσο αυξάνει και η πιθανότητα ένα μεγαλύτερο ποσοστό αυτών να εμφανίζεται ότι λειτουργούν αποτελεσματικά (Bauer κ.α., 1998).

Τέλος, θα πρέπει να υπογραμμισθεί ότι η βασική διαφορά μεταξύ της παραμετρικής προσέγγισης (SFA) και της μεθοδολογίας DEA είναι ότι η πρώτη λαμβάνει υπόψη την πιθανότητα ύπαρξης στατιστικού «θορύβου» (random noise) κατά την εκτίμηση του ορίου της τεχνολογίας παραγωγής ενώ η δεύτερη όχι. Με απλούστερα λόγια, η παραμετρική προσέγγιση κατασκευάζει ένα *στοχαστικό* εν δυνάμει όριο τεχνολογίας. Δίνεται έτσι η δυνατότητα, οι αποκλίσεις των παρατηρουμένων ποσοτήτων εισροών (εκροών) από το στοχαστικό αυτό όριο να οφείλονται κατά ένα μέρος σε τυχαίους παράγοντες και κατά το υπόλοιπο, σε τεχνική αναποτελεσματικότητα. Αντίθετα η μέθοδος DEA, κατασκευάζει ένα μη-στοχαστικό εν δυνάμει όριο τεχνολογίας και οι αποκλίσεις των παρατηρουμένων ποσοτήτων εισροών (εκροών) από αυτό το εν δυνάμει όριο αποδίδονται αποκλειστικά σε τεχνική αναποτελεσματικότητα. Κατά συνέπεια, σε εφαρμογές όπου η παρουσία στατιστικού «θορύβου» είναι σημαντική οι τιμές (βαθμοί) τεχνικής αποτελεσματικότητας που δίνει η παραμετρική προσέγγιση ενδέχεται να είναι περισσότερο ακριβείς.

Πρακτικά, ο όρος στατιστικός «θόρυβος» χρησιμοποιείται για να περιγράψει την ύπαρξη λαθών μέτρησης στα χρησιμοποιούμενα στατιστικά στοιχεία ή την επίδραση τυχαίων ή απρόβλεπτων παραγόντων επάνω στις τιμές των στατιστικών στοιχείων, (όπως λόγου χάρη, οι καιρικές συνθήκες, απεργίες κ.λ.π.). Στον βαθμό που οι προαναφερόμενοι τυχαίοι παράγοντες έχουν μικρή επίδραση ή επιδρούν περίπου ομοιόμορφα σε όλες τις εξεταζόμενες μονάδες ενός δείγματος, τότε το πρόβλημα του στατιστικού «θορύβου» μπορεί, κατά περίπτωση, να θεωρηθεί ήσσονος σημασίας. Εξάλλου, θα πρέπει να υπογραμμισθεί ότι το πλεονέκτημα της παραμετρικής προσέγγισης όσον αφορά τον χειρισμό του θέματος του στατιστικού «θορύβου» ενδεχομένως αντισταθμίζεται από αντίστοιχες αδυναμίες. Συγκεκριμένα, στα παραμετρικά υποδείγματα η επιλογή των μαθηματικών συναρτήσεων που περιγράφουν τόσο το εν δυνάμει όριο της τεχνολογίας όσο και την κατανομή συχνότητας της τεχνική αποτελεσματικότητας εξακολουθεί να είναι αυθαίρετη (στην πράξη, για τον περιορισμό της αδυναμίας αυτής υιοθετούνται γενικής μορφής κατανομές συχνότητας για την τεχνική αποτελεσματικότητα και «εύκαμπτες» συναρτησιακές μορφές για το εν δυνάμει όριο της τεχνολογίας). Επιπλέον, η απλούστερη δομή και η μεγαλύτερη ευκολία κατανόησης και υπολογισμού των υποδειγμάτων DEA προτάσσεται από πολλούς ερευνητές ως πλεονέκτημα σε σχέση με τον υψηλότερο βαθμό δυσκολίας που χαρακτηρίζει τόσο την κατανόηση όσο και την εκτίμηση παραμετρικών εν δυνάμει ορίων (parametric frontiers).

## **9.4 Ανάλυσης Περιβάλλουσας Δεδομένων (Data Envelopment Analysis –DEA-) με την χρήση του λογισμικού R**

### **9.4.1 Περιγραφή δεδομένων, εγκατάσταση του πακέτου Benchmarking και αποθήκευση αρχείου στον φάκελο δεδομένων του R**

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε την διαδικασία με την οποία μπορούμε να προβούμε σε μη-παραμετρική ανάλυση αποτελεσματικότητας εφαρμόζοντας την μεθοδολογία Data Envelopment Analysis (DEA) με την χρήση του λογισμικού R.

Η εφαρμογή που πρόκειται να παρουσιαστεί παρακάτω, αφορά σε πραγματικά δεδομένα για 78 χώρες<sup>38</sup> του

**38** Αίγυπτος, Αιθιοπία, Αργεντινή, Αυστραλία, Αυστρία, Βέλγιο, Βενεζουέλα, Βιετνάμ, Βολιβία, Βουλγαρία, Βραζιλία, Γαλλία, Γερμανία, Γεωργία, Δανία, Δημ. της Κορέας, Δομινικιανή Δημ., Εκουαδόρ, Ελβετία, Ελλάδα, Εσθονία, Ην. Αραβικά Εμιράτα, Ην. Βασίλειο, Ην. Πολιτείες Αμερικής, Ιαπωνία, Ινδία, Ινδονησία, Ιορδανία,

κόσμου για το έτος 2010, την τεχνική αποτελεσματικότητα των οποίων πρόκειται να εκτιμήσουμε μέσω της μεθοδολογίας Data Envelopment Analysis. Από την Οικονομική Θεωρία και συγκεκριμένα την Θεωρία Παραγωγού, γνωρίζουμε ότι οι (βασικοί) συντελεστές παραγωγής είναι το κεφάλαιο, η εργασία και η ενέργεια οι οποίοι συνδυάζονται μέσω της τεχνολογίας παραγωγής της κάθε χώρας και παράγουν προϊόν, το οποίο στην περίπτωση των χωρών μπορεί να μετρηθεί μέσω του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ).

Προκειμένου να κάνουμε εκτίμηση της «παγκοσμίως» διαθέσιμης τεχνολογίας παραγωγής, δηλαδή της παγκόσμιας συνάρτησης παραγωγής, ώστε να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε το επίπεδο της τεχνικής αποτελεσματικότητας της κάθε χώρας ξεχωριστά, θα πρέπει να συλλέξουμε δεδομένα για τις εισροές που χρησιμοποιεί η κάθε χώρα καθώς και για την εκροή που παράγει μέσω εξειδικευμένων βάσεων δεδομένων.

Πιο συγκεκριμένα, τα δεδομένα που αφορούν στο κεφάλαιο, στην εργασία, και στο ΑΕΠ της κάθε χώρας συλλέχθηκαν μέσω της βάσης δεδομένων Groningen Growth and Development Centre ([GGDC](#)), είναι σε σταθερές τιμές έτους βάσης 2005 και μετριοούνται σε εκατομμύρια δολάρια Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής (US \$), εκατομμύρια άτομα που εργάζονται (persons engaged) και εκατομμύρια δολάρια Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής (US \$) αντίστοιχα. Τα δεδομένα για την ποσότητα της ενέργειας που χρησιμοποιούν οι χώρες αυτές συλλέχθηκαν από τον Διεθνή Οργανισμό Ενέργειας (International Energy Agency, [IEA](#)) και μετριέται σε κίλο τόνους ισοδύναμου πετρελαίου ([ktoe](#)).

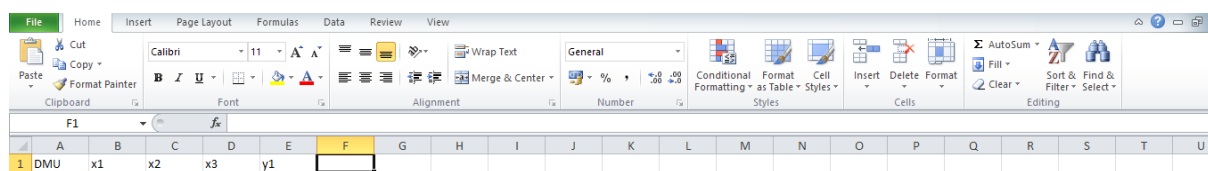
Προτού προβούμε σε ανάλυση αποτελεσματικότητας, θα πρέπει να εγκαταστήσουμε το κατάλληλο πακέτο στο λογισμικό **R** το οποίο περιλαμβάνει την συνάρτηση που εφαρμόζει την μεθοδολογία της Data Envelopment Analysis. Το πακέτο αυτό λέγεται "[Benchmarking](#)" και μπορούμε να το εγκαταστήσουμε μέσω των παρακάτω εντολών:

```
install.packages("Benchmarking") ; library(Benchmarking)
```

Πριν προχωρήσουμε παρακάτω, θα πρέπει να ακολουθήσουμε μια διαδικασία προετοιμασίας που αφορά τόσο στην τοποθέτηση του αρχείου στον κατάλληλο φάκελο του πακέτου όσο και στον τρόπο αποθήκευσης του χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο τύπο αρχείου ώστε να είναι σε μορφή που να μπορεί να επεξεργαστεί από το **R**.

Σ' αυτό το σημείο, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στον φάκελο «Έγγραφα» (Documents) έχει δημιουργηθεί ένας επιπλέον φάκελος με το όνομα **R**. Μέσα στον φάκελο αυτό υπάρχει ένας υπό-φάκελος με το όνομα "[win-library](#)" οποίος περιλαμβάνει όλα τα πακέτα που έχουν εγκατασταθεί στην συγκεκριμένη έκδοση του **R** που έχει εγκατασταθεί (π.χ. 3.0) στον συγκεκριμένο υπολογιστή. Μεταξύ αυτών, μπορείτε να βρείτε τα πακέτα "[lpSolve](#)" και "[linprog](#)" καθώς και το πακέτο "[Benchmarking](#)" που μόλις εγκαταστάθηκε. Μέσα στο πακέτο "[Benchmarking](#)", αλλά και σε κάθε πακέτο, υπάρχουν επιπλέον υπό-φάκελοι. Ο φάκελος με το όνομα "**data**" να παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς είναι ο φάκελος στον οποίο θα πρέπει να τοποθετήσουμε το αρχείο δεδομένων προκειμένου να το καλέσουμε μέσω του πακέτου "[Benchmarking](#)" ώστε να προβούμε στην ανάλυση περιβάλλουσας δεδομένων. Αυτή η διαδικασία θα πρέπει να ακολουθείται κάθε φορά που θα χρειάζεται να καλέσουμε κάποιο αρχείο δεδομένων και να το αναλύσουμε με κάποιο από τα διαθέσιμα πακέτα του λογισμικού **R**.

Αναφορικά με τον τρόπο αποθήκευσης του αρχείου στον κατάλληλο τύπο, θα μπορούσαμε να πούμε ότι τα δεδομένα θα πρέπει να διαταχθούν και στην συνέχεια να αποθηκευτούν με πολύ συγκεκριμένο τρόπο προκειμένου να πάρουμε τα σωστά αποτελέσματα. Σ' ένα νέο αρχείο MS Excel δημιουργούμε τις εξής στήλες όπως ακριβώς φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 9.1):



**Εικόνα 9.1** Διάταξη ορισμάτων για την δημιουργία του αρχείου.

Ισλανδία, Ισπανία, Ισραήλ, Ιταλία, Καναδάς, Κένα, Κίνα, Κολομβία, Κόστα Ρίκα, Κροατία, Κύπρος, Λετονία, Λιθουανία, Λουξεμβούργο, Μαλαισία, Μάλτα, Μαρόκο, Μεξικό, Μοζαμβίκη, Μπαγκλαντές, Μπαχρέιν, Νέα Ζηλανδία, Νιγηρία, Νορβηγία, Νότια Αφρική, Ολλανδία, Ουγγαρία, Ουκρανία, Ουρουγουάη, Π.Γ.Δ.Μ, Πακιστάν, Περού, Πολωνία, Πορτογαλία, Ρουμανία, Σιγκαπούρη, Σλοβακία, Σλοβενία, Σουηδία, Σρι Λάνκα, Ταϊλάνδη, Τανζανία, Τουρκία, Τρινιδάδ και Τομπάγκο, Τσέχικη Δημοκρατία, Τυνησία, Φιλανδία, Φιλιππίνες, Χιλή.



Η συγκεκριμένη διάταξη ερμηνεύεται ως εξής: η πρώτη στήλη (DMU, Decision Making Unit) αναφέρεται στην σειρά με την οποία εμφανίζονται οι μονάδες λήψης απόφασης στο σύνολο δεδομένων μας, οι στήλες  $x_i$  αφορούν στις εισροές που έχουμε διαθέσιμες, αντιστοιχούν στην σειρά εμφάνισης τους στο σύνολο δεδομένων μας και δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός στο πλήθος τους. Επίσης, η σειρά με την οποία εμφανίζονται δεν παίζει ρόλο αλλά στην περίπτωση που προβούμε σε πολλαπλές εκτιμήσεις (π.χ. για περισσότερα χρόνια) προτείνεται να έχουν την ίδια διάταξη. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε τρεις εισροές δηλαδή κεφάλαιο, εργασία, ενέργεια. Η στήλη  $y_1$  αναφέρεται στην εκροή, δηλαδή στο ΑΕΠ και πρέπει πάντοτε να είναι στο τέλος.

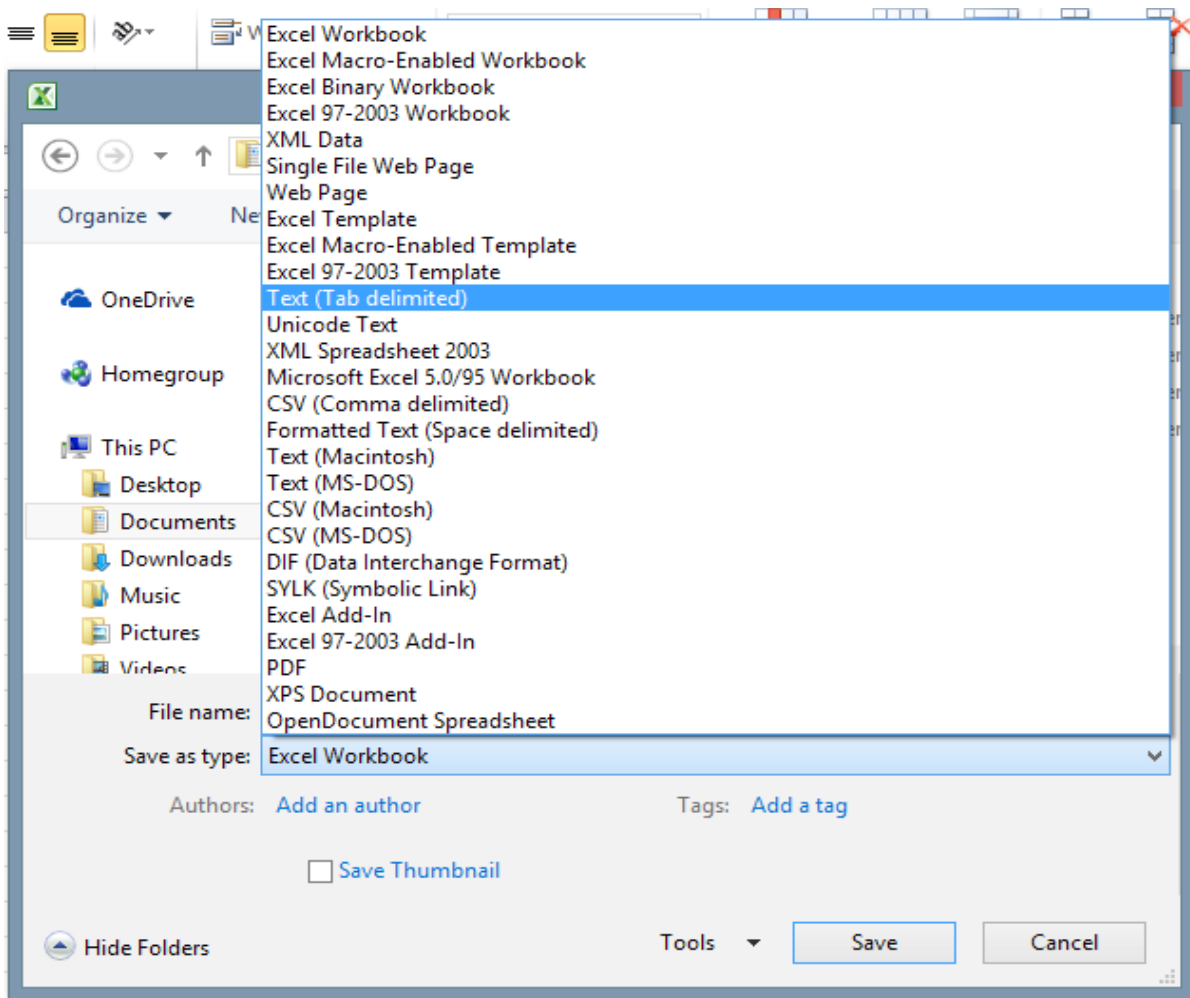
Παρακάτω (Εικόνα 9.2), φαίνεται η μορφή που θα έχει το αρχείο δεδομένων για τις 15 πρώτες χώρες του δείγματος<sup>39</sup> (ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο αρχείο δεδομένων που συνοδεύει την ενότητα αυτή για περισσότερες λεπτομέρειες):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	DMU	x1	x2	x3	y1																
2	1	1878853	14.87144	78162.09	519802.1																
3	2	3041765	11.58066	122512.1	831457.9																
4	3	1002655	4.158114	34228.21	294039.4																
5	4	132822.6	0.768552	9471.72	27117.38																
6	5	729210	49.39697	30755.83	232270.1																
7	6	1206410	4.607111	60892.09	348597.6																
8	7	88863.23	3.824667	7341.145	35933.56																
9	8	6188529	99.36086	265887.2	1705862																
10	9	222046.5	3.722328	17897.27	85967.91																
11	10	3529580	17.23514	250992.1	1218119																
12	11	657104.5	7.696659	30919.99	220274.2																
13	12	39661528	781.3768	2516731	11504293																
14	13	1227502	19.40018	32235.05	343985.2																
15	14	83543.95	2.095639	4646.183	44401.16																
16	15	252944.6	1.512305	8563.721	66292.64																

**Εικόνα 9.2** Παράδειγμα εισαγωγής των δεδομένων.

Εφόσον έχουμε διαμορφώσει το αρχείο κατά τρόπο συμβατό με το πακέτο, θα πρέπει να το αποθηκεύσουμε ως αρχείο κειμένου, δηλαδή με την κατάληξη **.txt** όπως φαίνεται παρακάτω (Εικόνα 9.3):

<sup>39</sup> Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στο συνοδευτικό αρχείο η γλώσσα είναι η αγγλική και ως εκ τούτου με βάση αυτήν έχει γίνει η αλφαβητική κατάταξη των χωρών του δείγματος.



Εικόνα 9.3 Αποθηκεύοντας το νέο αρχείο.

Θα πρέπει να δώσουμε ένα όνομα αντιπροσωπευτικό του περιεχομένου του αρχείου καθώς θα μας φανεί χρήσιμο στην πορεία της ανάλυσης. Στην προκειμένη περίπτωση, θα ονομάσουμε το αρχείο “data2010.txt”. Στην συνέχεια, όπως αναφέραμε παραπάνω, τοποθετούμε το αρχείο δεδομένων στον υπό-φάκελο “data” του πακέτου “[Benchmarking](#)”.

Σημειώστε ότι είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται η αγγλική (εναλλακτικά η λατινική γραφή) γλώσσα τόσο για τις ονομασίες των αρχείων όσο και για τα σχόλια μέσα στο script καθώς, χωρίς την κατάλληλη ρύθμιση, το **R** δεν θα μπορεί να επεξεργαστεί τους ελληνικούς χαρακτήρες κάτι το οποίο θα προκαλέσει των απώλεια των σχολίων που έχουν γίνει από την πλευρά του χρήστη κατά την ανάλυση.

Έπειτα από την κατάλληλη προετοιμασία του συνόλου των δεδομένων, μπορούμε να συνεχίζουμε την ανάλυση μας εφαρμόζοντας τα υποδείγματα που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενες ενότητες. Στις υπό-ενότητες που ακολουθούν, γίνεται εκτίμηση της αποτελεσματικότητας για την περίπτωση της εξοικονόμησης εισροών (input contraction orientation), με άλλα λόγια πόσο θα μπορούσε να μειωθεί η χρήση των εισροών με δεδομένο το επίπεδο παραγωγής (χωρίς να μειωθεί το παραγόμενο προϊόν, δηλαδή το ΑΕΠ) και την τεχνολογία παραγωγής. Η περίπτωση της επέκτασης προϊόντος (output augmentation) με δεδομένο το επίπεδο εισροών και την τεχνολογία παραγωγής, πραγματοποιείται με ανάλογο τρόπο μεταβάλλοντας κάποια από τα ορίσματα της συνάρτησης και παρότι αφήνεται ως άσκηση στον αναγνώστη, η παρουσίαση που θα ακολουθήσει καθοδηγεί τον ενδιαφερόμενο προς αυτή την κατεύθυνση.

#### 9.4.2 Φόρτωση αρχείου δεδομένων και ανάλυση αποτελεσματικότητας

Αρχικά θα πρέπει να «φορτώσουμε» το αρχείο δεδομένων που δημιουργήσαμε και αποθηκεύσαμε παραπάνω χρησιμοποιώντας την εξής εντολή:

```
data(data2010)
```

Στην συνέχεια θα πρέπει να δημιουργήσουμε την μήτρα των εισροών και το διάνυσμα της εκροής χρησιμοποιώντας την εξής εντολή:

```
x = matrix( c(data2010$x1, data2010$x2, data2010$x3),
            nrow=78, ncol=3)
y = matrix( c(data2010$y1), nrow=78, ncol=1)
```

Το αποτέλεσμα που μας επιστρέφει το **R** αφού εκτελέσουμε τις παραπάνω εντολές είναι το ακόλουθο (Εικόνα 9.4):

```
> library(Benchmarking)
> data(data2010)
> x=matrix(c(data2010$x1, data2010$x2, data2010$x3), nrow=78, ncol=3)
> y=matrix(c(data2010$y1), nrow=78, ncol=1)
```

Εικόνα 9.4 Εντολές για την χρήση του πακέτου και την εισαγωγή των δεδομένων στο R.

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να δώσουμε κάποιες διευκρινήσεις σχετικά με τις παραπάνω εντολές. Η μήτρα **x** είναι η μήτρα των εισροών και στην συγκεκριμένη περίπτωση περιλαμβάνει 3 εισροές ( $x_1, x_2, x_3$ ) και αποτελείται από 78 γραμμές (όσες και οι μονάδες λήψης απόφασης του δείγματος μας) και φυσικά 3 στήλες (όσες οι εισροές). Αξίζει επίσης να αναφέρουμε, ότι για να δημιουργηθεί η μήτρα των εισροών, λέμε στο **R** να «ψάξει» στο αρχείο με το όνομα **data2010**, και από αυτό να «επιλέξει» τις μεταβλητές  $x_1, x_2, x_3$ . Κάτι τέτοιο επιτυγχάνεται με το όρισμα **data2010\$x<sub>i</sub>** το οποίο δίνει την εντολή στο **R** να μεταβεί στο αρχείο με το όνομα **data2010** και να επιλέξει την μεταβλητή  $x_i$ . Η ίδια συλλογιστική ακολουθείται και στην περίπτωση του διανύσματος **y**. Τέλος, τα όρια των παραπάνω εντολών θα πρέπει να χρησιμοποιούνται με την σειρά που παρουσιάζονται. Το επόμενο βήμα είναι να καλέσουμε την συνάρτηση **dea(.)** και να προβούμε σε ανάλυση αποτελεσματικότητας των μονάδων λήψης απόφασης του δείγματος μας. Πριν από αυτό όμως θα πρέπει να ορίσουμε το είδος των αποδόσεων κλίμακας καθώς και τον προσανατολισμό της ανάλυσης, δηλαδή αν μας ενδιαφέρει η μείωση των χρησιμοποιούμενων εισροών για δεδομένο επίπεδο παραγωγής (ΑΕΠ) και τεχνολογίας παραγωγής ή αν μας ενδιαφέρει η επέκταση της παραγωγής (ΑΕΠ) για δεδομένες τις ποσότητες των εισροών και την τεχνολογία παραγωγής. Η επιλογή του προσανατολισμού της ανάλυσης δεν θα πρέπει να προκαλεί σύγχυση, καθώς κάτι τέτοιο καθορίζεται από το εκάστοτε ερευνητικό ερώτημα.

Εδώ, θα χρησιμοποιήσουμε τον προσανατολισμό της συρρίκνωσης της χρήσης των εισροών (input contraction orientation, -in-)<sup>40</sup> για δεδομένο επίπεδο παραγωγής και τεχνολογία ή με άλλα λόγια, πόσο θα μπορούσαμε να μειώσουμε τις εισροές που χρησιμοποιούμε σε σχέση με το βέλτιστο επίπεδο, για δεδομένη τεχνολογία παραγωγής, ώστε να παραμείνει η παραγωγή αμετάβλητη. Ο προσανατολισμός της επέκτασης προϊόντος (output expansion orientation -out-), αν και θα περιγραφεί και θα εξηγηθεί τόσο ερμηνευτικά όσο και σε επίπεδο εντολών, δεν θα παρουσιαστεί.

Τέλος, θα πρέπει να ορίσουμε το είδος των αποδόσεων κλίμακας (Returns To Scale -RTS-), οι οποίες μπορεί να είναι:

1. **σταθερές** (constant returns to scale, crs)
2. **φθίνουσες** (diminishing returns to scale, drs)
3. **αύξουσες** (increasing returns to scale, irs)
4. **μεταβλητές** (variable returns to scale, vrs)

Παρακάτω, θα παρουσιάσουμε τις εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας των χωρών του δείγματος μας και για τις τέσσερις παραπάνω κατηγορίες αποδόσεων κλίμακας για την περίπτωση του προσανατολισμού εξοικονόμησης εισροών και σε επόμενη ενότητα θα τις συγκρίνουμε μεταξύ τους.

Για την περίπτωση που η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από **σταθερές αποδόσεις κλίμακας** έχουμε: Για να προβούμε σε ανάλυση αποτελεσματικότητας και να μας επιστρέψει το **R** τα αποτελέσματα της εκτίμησης, δηλαδή την τεχνική αποτελεσματικότητα κάθε μονάδας λήψης απόφασης, θα πρέπει να χρησιμοποιήσου-

<sup>40</sup> Για να πάρουμε τις εκτιμήσεις αποτελεσματικότητας για την περίπτωση της επέκτασης του προϊόντος με δεδομένη την τεχνολογία παραγωγής και την ποσότητα των εισροών, αρκεί να αντικαταστήσουμε το όρισμα «in» με «out» και στην συνέχεια να αντιστρέψουμε τις τιμές της τεχνικής αποτελεσματικότητας για όλο το δείγμα όπως έχει συζητηθεί νωρίτερα στην θεωρία. Στην προκειμένη περίπτωση, κάτι τέτοιο αφήνεται ως άσκηση στον ενδιαφερόμενο αναγνώστη προκειμένου να εξοικειωθεί τόσο με την μεθοδολογία όσο και με την χρήση του λογισμικού **R**.

με τις συναρτήσεις *dea(.)* και *eff(.)* ως εξής:

```
te_crs=dea(x,y,RTS="crs", ORIENTATION="in")
eff(te_crs)
```

Το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι το ακόλουθο (Εικόνα 9.5):

```
> te_crs=dea(x,y,RTS="crs", ORIENTATION="in")
> eff(te_crs)
 [1] 0.5391412 0.6867004 0.6798720 0.3856738 0.6197459 0.7215644 0.7267423
 [8] 0.5352575 0.7127325 0.6798031 0.6460190 0.5426225 0.8168297 1.0000000
[15] 0.5925472 0.5570089 0.5389612 0.7112667 0.9146021 0.5632358 0.9279461
[22] 0.5753569 0.6165782 0.6379651 0.6765185 0.6709116 0.6592617 0.7154464
[29] 0.6058905 0.5229302 0.8061745 0.5766304 1.0000000 0.6974243 0.7412784
[36] 0.6241829 0.3934617 0.7263421 0.5626331 0.5940744 0.7985472 0.7617626
[43] 0.5233600 0.4906360 0.7748823 0.7103265 0.5482350 0.7767794 0.7027538
[50] 0.7147568 1.0000000 1.0000000 0.7067899 0.8651176 0.6279874 0.7153142
[57] 0.7107049 0.6698117 0.6823409 0.6763505 0.5084741 0.7056565 0.7122316
[64] 0.7227735 0.8733686 0.9342349 0.6566228 0.4981495 1.0000000 0.5791230
[71] 0.9981290 0.3548590 0.5752334 0.7955301 0.8795745 0.6896906 0.5975555
[78] 0.4646970
```

**Εικόνα 9.5** Τεχνικές αποτελεσματικότητες για τις μονάδες του δείγματος μας για το έτος 2010.

Κάθε ένας από τους αριθμούς αυτούς αντιστοιχεί στην τεχνική αποτελεσματικότητα καθεμιάς από τις 78 χώρες του δείγματος με την πρώτη γραμμή του παραπάνω πίνακα να εμφανίζει την τεχνική αποτελεσματικότητα των επτά πρώτων και την τελευταία να αφορά στην τελευταία χώρα του δείγματος μας. Όπως έχουμε αναφέρει, η τεχνική αποτελεσματικότητα παίρνει τιμές μεταξύ του μηδενός (για μια πλήρως αναποτελεσματική μονάδα λήψης απόφασης) και της μονάδας (για μια πλήρως αποτελεσματική μονάδα λήψης απόφασης) ενώ ερμηνευτικά, μια μονάδα λήψης απόφασης που εμφανίζει τεχνική αποτελεσματικότητα ίση με 0.539 σημαίνει ότι είναι κατά 0.461 μονάδες αναποτελεσματική στην χρήση των εισροών και για να γίνει πλήρως αποτελεσματική θα πρέπει αν μειώσει την χρήση των εισροών της κατά 46.1% για δεδομένη τεχνολογία παραγωγής και χωρίς να υπάρξει επίπτωση στο παραγόμενο προϊόν της.

Μια έννοια ιδιαίτερα χρήσιμη στην βιβλιογραφία της ανάλυσης αποτελεσματικότητας και παραγωγικότητας, είναι η έννοια των ισάξιων μονάδων λήψης απόφασης ή αλλιώς *peers*. Με λίγα λόγια τα *peers* μιας μονάδας λήψης απόφασης είναι άλλες μονάδες λήψης απόφασης οι οποίες βρίσκονται «κοντά» της σε όρους απόστασης χρήσης παραγωγικών συντελεστών.

Για να υπολογίσουμε τα *peers* των χωρών του δείγματος μας, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση *peers(.)* όπως φαίνεται παρακάτω (για λόγους παρουσίασης, θα εφαρμόσουμε την συνάρτηση *t(.)* η οποία μας επιστρέφει τον ανάστροφο πίνακα):

```
t(peers(te_crs))
```

Το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι το ακόλουθο (Εικόνα 9.6):

```

> t(peers(te_crs))
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12] [,13]
peer1  14  33  33  33  14  52  14  14  33  33  14  14  33
peer2  33  52  52  51  33  NA  51  33  51  52  33  33  NA
peer3  51  NA  NA  69  NA  NA  NA  NA  69  NA  51  51  NA

  [,14] [,15] [,16] [,17] [,18] [,19] [,20] [,21] [,22] [,23] [,24] [,25]
peer1  14  33  33  33  33  33  33  14  33  14  52  33
peer2  NA  NA  NA  51  NA  NA  NA  33  51  51  NA  52
peer3  NA  NA  NA  69  NA  NA  NA  51  69  NA  NA  NA

  [,26] [,27] [,28] [,29] [,30] [,31] [,32] [,33] [,34] [,35] [,36] [,37]
peer1  14  33  33  33  14  14  33  33  33  33  33  14
peer2  33  52  NA  51  52  51  51  NA  51  NA  52  33
peer3  NA  NA  NA  69  NA  NA  NA  NA  69  NA  NA  51

  [,38] [,39] [,40] [,41] [,42] [,43] [,44] [,45] [,46] [,47] [,48] [,49]
peer1  14  33  33  33  33  14  33  33  14  14  51  33
peer2  51  52  51  51  52  33  51  NA  33  33  69  52
peer3  NA  NA  69  69  NA  51  69  NA  51  NA  NA  NA

  [,50] [,51] [,52] [,53] [,54] [,55] [,56] [,57] [,58] [,59] [,60] [,61]
peer1  33  51  52  14  33  33  33  33  33  33  33  33
peer2  51  NA  NA  51  NA  NA  51  NA  51  52  51  NA
peer3  69  NA  NA  NA  NA  NA  69  NA  69  NA  69  NA

  [,62] [,63] [,64] [,65] [,66] [,67] [,68] [,69] [,70] [,71] [,72] [,73]
peer1  33  33  33  33  33  14  14  69  33  33  33  33
peer2  51  NA  NA  51  NA  51  33  NA  NA  51  51  52
peer3  69  NA  NA  69  NA  NA  51  NA  NA  69  69  NA

  [,74] [,75] [,76] [,77] [,78]
peer1  33  52  33  33  14
peer2  51  NA  NA  51  33
peer3  69  NA  NA  69  NA

```

Εικόνα 9.6 Peers των μονάδων του δείγματος.

Παρατηρούμε ότι η χώρα 1, έχει ως peers τις χώρες 14, 33 και 51<sup>41</sup> ενώ για τα γράμματα NA προέρχονται από το Not Available (Μη Διαθέσιμο) και μας πληροφορεί ότι η εν λόγω χώρα δεν διαθέτει 3 peers αλλά μόνο 1 ή 2.

Μια ιδιαίτερα χρήσιμη συνάρτηση που μας επιστρέφει πολλές πληροφορίες σχετικά με τις επιδόσεις των μονάδων λήψης απόφασης, είναι η συνάρτηση *summary(.)* για την οποία έχουμε μιλήσει και στο Κεφάλαιο 4. Στην προκειμένη περίπτωση όμως, την εφαρμόζουμε στον πίνακα με τις τεχνικές αποτελεσματικότητες που έχουμε υπολογίσει. Πιο συγκεκριμένα:

```
summary(te_crs)
```

Ενώ το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι το ακόλουθο (Εικόνα 9.7):

```

> summary(te_crs)
Summary of efficiencies
The technology is crs and input orientated efficiency
Number of firms with efficiency==1 are 5
Mean efficiency: 0.686
---
  Eff range      #      %
  0.3<= E <0.4    3    3.8
  0.4<= E <0.5    3    3.8
  0.5<= E <0.6   18   23.1
  0.6<= E <0.7   19   24.4
  0.7<= E <0.8   21   26.9
  0.8<= E <0.9    5    6.4
  0.9<= E <1     4    5.1
  E ==1           5    6.4
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.  Max.
  0.3549 0.5773 0.6811 0.6859 0.7376 1.0000

```

Εικόνα 9.7 Περιγραφικά στατιστικά για τις εκτιμήσεις τεχνικής αποτελεσματικότητας.

<sup>41</sup> Για την σειρά εμφάνισης των χωρών, προκειμένου να ταυτοποιηθούν από τον ενδιαφερόμενο αναγνώστη, προτείνεται να ληφθεί υπόψη το συνοδευτικό αρχείο Excel το οποίο περιλαμβάνει τα ονόματα των χωρών αλφαβητικά στην αγγλική γλώσσα.

Το **πρώτο τμήμα του πίνακα**, με το αποτέλεσμα της συνάρτησης που μας επιστρέφει το **R** αναφέρεται στην «περίληψη» κατά κάποιον τρόπο της αποτελεσματικότητας των χωρών του δείγματος μας, μας πληροφορεί ότι έχουμε χρησιμοποιήσει τεχνολογία σταθερών αποδόσεων κλίμακας, ότι έχουμε υιοθετήσει τον προανατολισμό της εξοικονόμησης εισροών, ότι το πλήθος των πλήρως αποτελεσματικών χωρών από το σύνολο των 78 είναι 5 και είναι αυτές που έχουν ορίσει και το παραγωγικό όριο που σχηματίστηκε από την μεθοδολογία της ανάλυσης περιβάλλουσας δεδομένων ενώ οι υπόλοιπες 73 χώρες, βρίσκονται κάτω από αυτό και τέλος, ότι η μέση τεχνική αποτελεσματικότητα του δείγματος είναι της τάξης του 0.686.

Το **δεύτερο τμήμα** (Eff range, #, %), κατηγοριοποιεί κατά κάποιο τρόπο τις τιμές τις τεχνικές αποτελεσματικότητας από την μικρότερη τιμή (εδώ 0.3) μέχρι την μεγαλύτερη (1.0) δημιουργώντας ένα εύρος (με βήμα 0.1) και ταυτόχρονα μας επιστρέφει τον αριθμό των χωρών που εμπίπτουν στο συγκεκριμένο εύρος αλλά και σε τι ποσοστό επί του συνόλου των χωρών του δείγματος το εύρος αυτό αντιστοιχεί. Πιο συγκεκριμένα, στην κατηγορία  $0.3 \leq E < 0.4$ , βλέπουμε ότι εμπίπτουν 3 από τις χώρες του δείγματος οι οποίες αντιστοιχούν στο 3.8% του δείγματος ενώ στην κατηγορία  $E = 1$ , ανήκουν 5 χώρες του δείγματος, όπως είδαμε και στο πρώτο τμήμα του πίνακα, οι οποίες αντιστοιχούν στο 6.4% του δείγματος.

Το **τρίτο και τελευταίο τμήμα του πίνακα**, αναφέρεται στην κατανομή των τιμών της τεχνικής αποτελεσματικότητας του δείγματος μας πληροφορώντας μας για την ελάχιστη τιμή -Min- της τεχνικής αποτελεσματικότητας (0.3549), το πρώτο τεταρτημόριο -1st Qu.-, δηλαδή το 25% των χωρών του δείγματος έχουν  $E \leq 0.5773$ , την διάμεση τιμή -Median- ( $E = 0.6811$ ), τον μέσο όρο -Mean- όπως είδαμε και στο πρώτο τμήμα του πίνακα ( $E = 0.6859$ ), το τρίτο τεταρτημόριο -3rd Qu.-, δηλαδή το 75% των χωρών του δείγματος έχουν  $E \leq 0.7376$ , καθώς και την μέγιστη τιμή -Max- που λαμβάνει η τεχνική αποτελεσματικότητα των υπό εξέταση μονάδων.

Στην συνέχεια, θα παρουσιάσουμε τις εντολές που χρησιμοποιούμε για να υπολογίσουμε την τεχνική αποτελεσματικότητα, τα peers αλλά και τον πίνακα με τα περιγραφικά στοιχεία των τιμών της αποτελεσματικότητας των χωρών του δείγματος μας, για τις υπόλοιπες περιπτώσεις των αποδόσεων κλίμακας, παραλείποντας όμως το αποτέλεσμα που επιστρέφει το **R**. Σ' επόμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα αυτά συγκεντρωτικά σε ένα αρχείο και θα προβούμε σε σύγκριση και ερμηνεία.

Στις περιπτώσεις που χρησιμοποιούμε διαφορετική τεχνολογία, δηλαδή διαφορετικές αποδόσεις κλίμακας, το μόνο που αλλάζει στις εντολές είναι το όρισμα **RTS** όπως φαίνεται παρακάτω ενώ τα υπόλοιπα ορίσματα παραμένουν αμετάβλητα.

Για την περίπτωση που η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από **φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας (drs)** έχουμε:

```
te_drs=dea(x,y,RTS="drs", ORIENTATION="in") ; eff(te_drs)
t(peers(te_drs)) ; summary(te_drs)
```

Για την περίπτωση που η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από **αύξουσες αποδόσεις κλίμακας (irs)** έχουμε:

```
te_irs=dea(x,y,RTS="irs", ORIENTATION="in") ; eff(te_irs)
t(peers(te_irs)) ; summary(te_irs)
```

Για την περίπτωση που η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από **μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας (vrs)** έχουμε:

```
te_vrs=dea(x,y,RTS="vrs", ORIENTATION="in") ; eff(te_vrs)
t(peers(te_vrs)) ; summary(te_vrs)
```

### 9.4.3 Εξαγωγή εκτιμήσεων σε μορφή MS Excel και σχολιασμός αποτελεσμάτων

Είναι προφανές ότι η κονσόλα του **R** προσφέρει επαρκή χώρο ώστε να δούμε το αποτέλεσμα των εκτιμήσεων μας αλλά στην περίπτωση που πρέπει να προβούμε σε πολλαπλές εκτιμήσεις, τότε ο χώρος αυτός δεν φαίνεται να είναι αρκετός.

Το **R** μέσω των πακέτων και βιβλιοθηκών που διαθέτει μας δίνει την δυνατότητα να εξάγουμε τα αποτελέσματα της δουλειάς μας σε αρχεία με την κατάληξη «.xlsx», δηλαδή αρχεία MS Excel ή/και «.txt», δηλαδή

αρχεία οριοθετημένου κειμένου. Για να γίνει όμως κάτι τέτοιο, θα πρέπει να δημιουργήσουμε έναν πίνακα ή στην γλώσσα του **R** ένα data frame με τις μεταβλητές που θέλουμε να περιέχει σε στήλες, όπως έχουμε δείξει και στο Κεφάλαιο 4 του παρόντος συγγράμματος.

Στην προκειμένη περίπτωση, οι μεταβλητές που θέλουμε να συμπεριλάβουμε στον πίνακα είναι οι εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας υπό διαφορετικές αποδόσεις κλίμακας. Οι εντολές που χρειαζόμαστε για να δημιουργήσουμε τον πίνακα, να δώσουμε ονόματα στις διαφορετικές στήλες, είναι οι εξής:

```
eff_table = data.frame(eff(te_crs), eff(te_drs), eff(te_irs),
                      eff(te_vrs), se=eff(te_crs)/eff(te_vrs))
names(eff_table) = c("te_crs", "te_drs", "te_irs", "te_vrs", "se")
```

Το αποτέλεσμα που μας επιστρέφει το **R** αφού εκτελέσουμε τις παραπάνω εντολές είναι το ακόλουθο (Εικόνα 9.8):

```
> old=options(digits=3)
> eff_table=data.frame(eff(te_crs),eff(te_drs),eff(te_irs),eff(te_vrs),se=eff(te_crs)/eff(te_vrs))
> names(eff_table)=c("te_crs","te_drs","te_irs","te_vrs","se")
> options(old)
```

**Εικόνα 9.8** Ονομάζοντας τις στήλες του πίνακα με τις εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας.

Στο σημείο αυτό να σημειώσουμε ότι το μέγεθος  $se = \text{eff}(te\_crs) / \text{eff}(te\_vrs)$  αναφέρεται στην αποτελεσματικότητα κλίμακας (scale efficiency) και ορίζεται ως το πηλίκο της τεχνικής αποτελεσματικότητας υπολογισμένης υποθέτοντας σταθερές αποδόσεις κλίμακας προς την τεχνική αποτελεσματικότητα υπολογισμένη υποθέτοντας μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξει το μέγεθος κατά το οποίο η παραγωγικότητα μπορεί να αυξηθεί αν η μονάδα λήψης απόφασης μετακινηθεί στο τεχνικά βέλτιστο παραγωγικό μέγεθος (technically optimal productive scale, TOPS). Το σημείο TOPS, είναι το σημείο στο οποίο η παραγωγικότητα μεγιστοποιείται και η γραμμή που περνάει από την αρχή των αξόνων και τέμνει την συνάρτηση παραγωγής στο σημείο TOPS είναι γνωστή ως τεχνολογία σταθερών αποδόσεων κλίμακας (Coelli et al., 2005).

Αξίζει να σημειώσουμε ότι η παραγωγικότητα (όπως ορίζεται ως το πηλίκο εκροών προς εισροές), ουσιαστικά είναι η κλίση της συνάρτησης παραγωγής και μπορεί να οριστεί σε οποιοδήποτε σημείο επάνω στο παραγωγικό όριο καθώς και εξαιτίας της κυρτότητας του παραγωγικού ορίου, δυο σημεία που βρίσκονται επάνω στο παραγωγικό όριο είναι εξίσου τεχνικά αποτελεσματικά αλλά όχι εξίσου παραγωγικά, δεδομένου ότι ένα από αυτά τα τρία σημεία είναι το σημείο τομής του παραγωγικού ορίου και της γραμμής των σταθερών αποδόσεων κλίμακας<sup>42</sup>.

Εφόσον έχουμε δημιουργήσει τον πίνακα με τις μεταβλητές που θέλουμε να περιέχει, θα πρέπει να εγκαταστήσουμε το κατάλληλο πακέτο και να καλέσουμε την κατάλληλη βιβλιοθήκη προκειμένου να μπορέσουμε να εξάγουμε τα αποτελέσματα σε μια από τις δυο μορφές αρχείων που αναφέραμε παραπάνω. Οι εντολές που χρειαζόμαστε σε αυτή την περίπτωση, είναι οι ακόλουθες:

```
install.packages("rJava") ; library(rJava) ; library(xlsx)
```

Εφόσον επιλέξουμε CRAN και το πακέτο εγκατασταθεί, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις βιβλιοθήκες που περιέχονται στο πακέτο. Η εντολή που χρειάζεται ώστε να πάρουμε τα αποτελέσματα σε μορφή MS Excel είναι:

```
write.xlsx(eff_table, "C:/Users/Όνομα
Διαχειριστή/Documents/Efficiencies.xlsx")
```

ενώ για να μας επιστρέψει ένα αρχείο κειμένου είναι η εξής:

<sup>42</sup> Περαιτέρω ανάλυση του συγκεκριμένου θέματος εμπίπτει σε προχωρημένο επίπεδο Μικροοικονομικής Θεωρίας και ξεφεύγει από τους σκοπούς του παρόντος κεφαλαίου.

```
write.table(eff_table,"C:/Users/ Όνομα Διαχειριστή/Documents/
Efficiencies.txt", sep="\t")
```

Πιο συγκεκριμένα, το `eff_table` αναφέρεται στο όνομα του αντικειμένου στο οποίο αποθηκεύσαμε τις εκτιμήσεις της ανάλυσης αποτελεσματικότητας παραπάνω και το κομμάτι που βρίσκεται σε εισαγωγικά μπορείτε αν το ανακτήσετε γράφοντας στην κονσόλα του **R** (μπορεί να γίνει και μέσω του script χωρίς να είναι απαραίτητο) την εντολή `getwd()` (get working directory). Κατόπιν, αντιγράφουμε την διαδρομή που θα εμφανιστεί και μετά την αριστερή κάθετο, γράφετε το όνομα του αρχείου που περιέχει τις εκτιμήσεις με λατινικούς χαρακτήρες, εδώ `Efficiencies` ακολουθούμενο από την αντίστοιχη κατάληξη όπως ακριβώς φαίνεται παραπάνω. Έπειτα, στον φάκελο «Έγγραφα» (Documents) του υπολογιστή σας έχει δημιουργηθεί ένα αρχείο όμοιο με το παρακάτω (Εικόνα 9.9):

	A	B	C	D	E	F
1		te_crs	te_drs	te_irs	te_vrs	se
2	1	0.539141	0.633143	0.539141	0.633143	0.851531
3	2	0.6867	0.860554	0.6867	0.860554	0.797974
4	3	0.679872	0.793429	0.679872	0.793429	0.856878
5	4	0.385674	0.385674	0.454519	0.454519	0.848531
6	5	0.619746	0.639234	0.619746	0.639234	0.969513
7	6	0.721564	0.744905	0.721564	0.744905	0.968666
8	7	0.726742	0.726742	0.757526	0.757526	0.959363
9	8	0.535258	0.661271	0.535258	0.661271	0.809437
10	9	0.712732	0.712732	0.713969	0.713969	0.998267
11	10	0.679803	0.908016	0.679803	0.908016	0.748669
12	11	0.646019	0.64861	0.646019	0.64861	0.996005
13	12	0.542622	0.891205	0.542622	0.891205	0.608864
14	13	0.81683	0.891915	0.81683	0.891915	0.915816
15	14	1	1	1	1	1

**Εικόνα 9.9** Αρχείο Excel με τις εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας για τις 14 πρώτες χώρες του δείγματος.

Παραπάνω (Εικόνα 9.9), φαίνονται οι εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας για τις 78 χώρες του δείγματος μας για το έτος 2010, χρησιμοποιώντας διαφορετικές αποδόσεις κλίμακας, δηλαδή, διαφορετικές τεχνολογικές δυνατότητες παραγωγής. Μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα:

- πλήρως αποτελεσματικές χώρες έχουν τεχνική αποτελεσματικότητα ίση με την μονάδα (π.χ. η χώρα 14 στον παραπάνω πίνακα) ενώ οι αναποτελεσματικές χώρες εμφανίζονται να έχουν τεχνική αποτελεσματικότητα χαμηλότερη από 1 αλλά ποτέ μικρότερη από 0 (π.χ. οι χώρες 1 έως 13)
- οι εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας υπό σταθερές αποδόσεις κλίμακας εμφανίζονται να είναι πάντα μικρότερες εξαιτίας του τρόπου κατασκευής του παραγωγικού ορίου το οποίο στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι αυτό που περικλείει με τον πιο «χαλαρό» τρόπο τις μονάδες λήψης απόφασης.
- στην περίπτωση που οι τιμές της τεχνικής αποτελεσματικότητας που έχουν προκύψει υπό σταθερές αποδόσεις κλίμακας είναι ίσες με τις τιμές που έχουν προκύψει από διαφορετικά καθεστάτα, αυτό συμβαίνει εξαιτίας του γεγονότος ότι τα ευθύγραμμα τμήματα του παραγωγικού ορίου, όπως αυτό κατασκευάζεται από την DEA υιοθετώντας αποδόσεις κλίμακας διαφορετικές από σταθερές, εφάπτονται στο παραγωγικό όριο που έχει σχηματίσει η DEA υποθέτοντας σταθερές αποδόσεις κλίμακας.
- η αποτελεσματικότητα κλίμακας για την χώρα 1 σημαίνει ότι είναι στο 85.15% του μέγιστου που θα μπορούσε να παράγει και ότι θα μπορούσε να λειτουργήσει στο TOPS αν βελτίωνε κατά 14.85% την κλίμακα των δραστηριοτήτων της.



#### 9.4.4 Υπολογισμός των slack και ερμηνεία

Ένα επιπλέον μέγεθος που μας επιτρέπει να υπολογίσουμε η μεθοδολογία της DEA είναι αυτό των slack ή input excess. Το μέγεθος αυτό αναφέρεται στην ποσότητα των εισροών που θα μπορούσε η μονάδα λήψης απόφασης να μειώσει και να συνεχίσει να παράγει την ίδια ποσότητα εκροής αλλά αυτή την φορά να βρίσκεται πάνω στο αποτελεσματικό όριο (efficient frontier).

Η ενδελεχής μελέτη του μεγέθους αυτού όπως και άλλων που δεν αναλύονται στο συγκεκριμένο παράδειγμα αλλά αποτελούν αναπόσπαστα τμήματα στην Ανάλυση Αποτελεσματικότητας και Παραγωγικότητας (όπως π.χ. η ακτινωτή μετακίνηση προς το παραγωγικό όριο -radial movement-, ο υπολογισμός των στόχων -targets- κλπ.), ξεφεύγουν από τον σκοπό του ιδιαίτερου εισαγωγικού κεφαλαίου στόχος του οποίου είναι να αναδείξει την χρησιμότητα και αναγκαιότητα μελέτης του γραμμικού προγραμματισμού προκειμένου να μελετήσουμε πρακτικά προβλήματα και εμπειρικές εφαρμογές.

Το **R** μας προσφέρει την δυνατότητα να μάθουμε εάν ή όχι κάποια μονάδα λήψης απόφασης έχει πλεονάζουσα ποσότητα εισροών την οποία θα μπορούσε να μειώσει προκειμένου να μετακινηθεί στο αποτελεσματικό σύνορο, υποθέτοντας διαφορετικές αποδόσεις κλίμακας όπως είδαμε και παραπάνω<sup>43</sup>. Η σύνταξη της εντολής είναι ίδια όπως και στην περίπτωση υπολογισμού της τεχνικής αποτελεσματικότητας, με την διαφορά ότι τώρα θα χρειαστεί να προσθέσουμε ένα επιπλέον όρισμα για να ζητήσουμε από το **R** να μας πληροφορήσει σχετικά με την ύπαρξη ή όχι πλεονάζουσας ποσότητας σε κάποια από τις εισροές. Για την περίπτωση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας οι εντολή είναι η εξής<sup>44</sup>:

```
tecrs=dea(x,y,RTS="crs", ORIENTATION="in", SLACK=T)
```

Ενώ, για να μας εμφανίσει ποια χώρα και αν αυτή εμφανίζει πλεονάζουσα ποσότητα εισροών μαζί με την τεχνική της αποτελεσματικότητα, θα χρειαστεί να ζητήσουμε από το **R** πρώτα να τα καταχωρίσει σε έναν πίνακα και στην συνέχεια να μας επιστρέψει το αποτέλεσμα ως εξής<sup>45</sup>:

```
data.frame( eff(tecrs),tecrs$slack)
```

Το αποτέλεσμα που μας επιστρέφει το **R** αφού εκτελέσουμε τις παραπάνω εντολές, είναι το ακόλουθο (Εικόνα 9.10)<sup>46</sup>:

<sup>43</sup> Ο ακριβής υπολογισμός της ποσότητας των slack για κάθε εισροή ξεφεύγει από τους σκοπούς του παρόντος κεφαλαίου.

<sup>44</sup> Ομοίως για φθίνουσες (drs), αύξουσες (irs) και μεταβλητές (vrs) αποδόσεις κλίμακας. Η μόνη αλλαγή εντοπίζεται στον τύπο των αποδόσεων κλίμακας, και στο όνομα του αντικειμένου που θα αποθηκεύσουμε το αποτέλεσμα της εκτίμησης. Προτείνεται να χρησιμοποιούνται ονόματα κατά το πρότυπο tecrs, δηλαδή tedrs, teirs, tevrs.

<sup>45</sup> Στην περίπτωση που θέλουμε να συμπεριλάβουμε στο αποτέλεσμα που θα υπολογίσει και θα επιστρέψει το R, τις εκτιμήσεις της τεχνικής αποτελεσματικότητας καθώς και την πλεονάζουσα ποσότητα εισροών για όλες τις περιπτώσεις των αποδόσεων κλίμακας αρκεί να συμπεριλάβουμε στο data.frame και τα υπόλοιπα μεγέθη, δηλαδή, data.frame( eff(tecrs),tecrs\$slack,eff(tedrs),tedrs\$slack,eff(teirs),teirs\$slack,eff(tevrs),tevrs\$slack).

<sup>46</sup> Εδώ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μόνο για τις πρώτες 20 χώρες του δείγματος μας για λόγους παρουσίασης.

```

> tecrs=dea(x,y,RTS="crs", ORIENTATION="in", SLACK=T)
> data.frame( eff(tecrs), tecrs$slack)
  eff.tecrs  tecrs.slack
1  0.5391412      FALSE
2  0.6867004       TRUE
3  0.6798720       TRUE
4  0.3856738      FALSE
5  0.6197459       TRUE
6  0.7215644       TRUE
7  0.7267423       TRUE
8  0.5352575       TRUE
9  0.7127325      FALSE
10 0.6798031       TRUE
11 0.6460190      FALSE
12 0.5426225      FALSE
13 0.8168297       TRUE
14 1.0000000      FALSE
15 0.5925472       TRUE
16 0.5570089       TRUE
17 0.5389612      FALSE
18 0.7112667       TRUE
19 0.9146021       TRUE
20 0.5632358       TRUE

```

Εικόνα 9.10 Τεχνική αποτελεσματικότητα και ύπαρξη περίσσειας εισροών για τις πρώτες 20 χώρες του δείγματος μας.

Ο παραπάνω πίνακας μπορεί να διαβαστεί ως εξής:

- υπό καθεστώς σταθερών αποδόσεων κλίμακας, η χώρα 1 εμφανίζεται να μπορεί να μειώσει την χρήση των εισροών της κατά 46% και να συνεχίσει να παράγει την ίδια ποσότητα προϊόντος με δεδομένη την τεχνολογία παραγωγής της.
- επίσης, δεν φαίνεται να εμφανίζει πλεονάζουσα ποσότητα εισροών όπως οι χώρες 2 και 3 πράγμα που σημαίνει ότι βρίσκεται στην περιοχή του αποτελεσματικού ορίου αλλά όχι πάνω σε αυτό.
- τέλος, δεν είναι απαραίτητο μια χώρα που δεν είναι πλήρως τεχνικά αποτελεσματική να εμφανίζει πλεονάζουσα ποσότητα εισροών π.χ. η χώρα 17 αλλά μια χώρα που είναι πλήρως αποτελεσματική δεν θα εμφανίζει πλεονάζουσα ποσότητα εισροών π.χ. η χώρα 14.

## 9.5 Σύνοψη Ενάτου Κεφαλαίου και Διδακτικοί Σκοποί

Το κεφάλαιο αυτό σκοπό είχε να παρουσιάσει και να αναδείξει την σημασία και χρησιμότητα της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων τόσο στην μελέτη πολυπλοκότερης μορφής προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού αλλά και μέσω των εφαρμογών του στην Οικονομική Επιστήμη.

Το θεωρητικό υπόβαθρο που αφορά στην τεχνολογία παραγωγής, η παρουσίαση και ανάπτυξη της μεθόδου, η διατύπωση των μέτρων αποτελεσματικότητας προβλημάτων αλλά και η λύση τους μέσω του λογισμικού **R** εφοδίασαν τον αναγνώστη με το απαραίτητο θεωρητικό πλαίσιο αλλά και τεχνικές δεξιότητες προκειμένου να μπορέσει να χρησιμοποιήσει αποτελεσματικά τόσο την θεωρία όσο και τον τρόπο εκτέλεσης ώστε να προχωρήσει περαιτέρω την ανάλυση.

Με βάση τα παραπάνω, μετά το πέρας αυτού του κεφαλαίου, μεταξύ άλλων, ο αναγνώστης θα πρέπει να είναι σε θέση:

- να κατανοήσει την θεωρία παραγωγής.
- να κατανοήσει τις βασικότερες έννοιες που την συνοδεύουν.
- να χρησιμοποιεί με ευχέρεια την μέθοδο της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων.
- να ερμηνεύει τα αποτελέσματα του κάθε προβλήματος με ακρίβεια.
- να κατανοεί τις έννοιες των μέτρων αποτελεσματικότητας και να τις συνδέει με προβλήματα της Οικονομικής Επιστήμης.
- να μπορεί να χρησιμοποιεί το λογισμικό **R** προκειμένου να επιλύσει και κυρίως να προσφέρει οικονομική ερμηνεία του αποτελέσματος των παραπάνω προβλημάτων.

## Βιβλιογραφία/Αναφορές

### Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία:

- Banker R. D., (1984). Estimating the Most Productive Scale Size Using Data Envelopment Analysis, *European Journal of Operational Research*, 35-44.
- Banker R.D., Charnes, A. and W.W. Cooper (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Development Analysis, *Management Science*, 30: 1078-1092.
- Bauer, P.W., Berger, A.N., Ferrier, G.D. and D.B. Humphrey (1998). Consistency Conditions for Regulatory Analysis of Financial Institutions: A Comparison of Frontier Efficiency Methods. *Journal of Economics and Business*, 85-114.
- Charnes, A., Cooper, W.W. and E. Rhodes (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2: 429-44.
- Coelli T. J. A Guide to DEAP Version 2.1: A Data Envelopment Analysis (Computer) Program, CEPA Working Paper 96/08, Department of Econometrics, University of New England, Armidale.
- Coelli T. J., Prasada Rao, D.S. and G.E. Battese (1998). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Kluwer Academic Publishers.
- Fare R., Grosskopf, S., and C.A.K Lovell (1994). *Production Frontiers*. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- Fare, R., Grosskopf, S. and W.F. Lee (1995). Productivity in Taiwanese Manufacturing Industries, *Applied Economics*, 27: 259-65.
- Fare R., Grosskopf, S. and J. Logan (1985). The Relative Performance of Publicly-Owned and Privately-Owned Electric Utilities. *Journal of Public Economics*, 26, 89-106.
- Farrell, M.J., (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 120: 253-90.
- Kumbhakar S. C. and C. A. Knox Lovell (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press, 2000.
- Ray S. C., (1998). Measuring Scale Efficiency from a Translog Production Function, *Journal of Productivity Analysis*, 11, 183-194.

### Ελληνική Βιβλιογραφία:

- Καραγιάννης, Γ. και Πάντζιος, Χρ. Ι. (2000). Αξιολόγηση της Αποδοτικής Λειτουργίας των Ερευνητικών Μονάδων του ΕΘΙΑΓΕ.