

Cobb-Douglas vs TransLog

Special Topics in Business Economics

Ομάδα 6:

Κανελλάκη Έφη

Μίντζα Μάγδα

Ρήγας Νίκος

Σαμαντά Αγγελική

Φραράκης Νίκος

Διδάσκων: Δρ. Κουνετάς Κ.

Τι είναι συνάρτηση παραγωγής

- Μια συνάρτηση παραγωγής απεικονίζει μία σχέση ανάμεσα σε ένα σύνολο εισροών και εκροών. Η συναρτησιακή σχέση είναι συνήθως της μορφής:

$$q = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- Οι δύο πιο γνωστές συναρτήσεις παραγωγής είναι οι Cobb-Douglas και Translog.

Cobb-Douglas

- Αναπτύχθηκε από τους Charles Cobb και Paul Douglas μεταξύ 1927 και 1947.
- Ο γενικός τύπος της συνάρτησης συσχετίζει την παραγωγή (Q) με την εργασία (L) και το κεφάλαιο (K) σύμφωνα με τον τύπο:

$$Q = A * K^a * L^b$$

όπου το A συμβολίζει εξωγενείς παράγοντες (π.χ. Τεχνολογία) και το a, b θετικές σταθερές ($a, b < 1$).

Ερμηνεία Cobb-Douglas

- $a + b < 1$: Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας
- $a + b = 1$: Σταθερές αποδόσεις κλίμακας
- $a + b > 1$: Αύξουσες αποδόσεις κλίμακας

Πλεονεκτήματα:

- Εύκολη εκτίμηση και ερμηνεία
- Απαιτούνται λίγες παράμετροι ($K+3$, όπου K ο αριθμός των εισροών)

Μειονεκτήματα:

- Υποθέτει ότι όλες οι επιχειρήσεις έχουν ίδιες ελαστικότητες
- Θεωρεί ελαστικότητα υποκατάστασης ίση με τη μονάδα

Translog

- Αποτελεί μία εξειδίκευση της Cobb-Douglas, που χρησιμοποιείται συχνά
- Ο γενικός τύπος της συνάρτησης συσχετίζει την παραγωγή (Q) με την εργασία (L) και το κεφάλαιο (K) σύμφωνα με τον τύπο:

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 * \ln K + \beta_2 * \ln L + \frac{1}{2} \beta_{11} (\ln K)^2 + \frac{1}{2} \beta_{22} (\ln L)^2 + \beta_{12} * \ln K * \ln L + v_i - u_i$$

όπου το β_i συμβολίζει τις ελαστικότητες των εισροών.

Ερμηνεία Translog

Πλεονεκτήματα:

- Ευέλικτη συναρτησιακή μορφή
- Λιγότεροι περιορισμοί ως προς την ελαστικότητα παραγωγής και υποκατάστασης

Μειονεκτήματα:

- Δύσκολη η ερμηνεία των παραμέτρων
- Πρέπει να εκτιμηθούν πολλές παράμετροι $K+3+K(K+1)/2$
- Υπάρχουν θέματα κοιλότητας

Λόγος πιθανοφάνειας (LR)

Για να συγκρίνουμε τις παραπάνω δυο συναρτήσεις παραγωγής χρησιμοποιούμε το λόγο πιθανοφάνειας (LR). Τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής:

- Εκτίμηση μοντέλου χωρίς περιορισμούς ($LLF1$)
- Εκτίμηση μοντέλου με περιορισμούς ($LLF0$)
- Υπολογισμός $LR = -2 (LLF0 - LLF1)$
- Απόρριψη H_0 αν η τιμή της ελεγχοσυνάρτησης είναι μεγαλύτερη από την τιμή του στατιστικού πίνακα.

Λόγος πιθανοφάνειας (LR)

Ο λόγος πιθανοφάνειας (LR) αποτελεί έναν έλεγχο. Αφού είναι ένας έλεγχος σχηματίζω την μηδενική μου υπόθεση

$$H_0: \beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{12} = 0$$

$$H_1: \text{false}$$

Στην συνέχεια πρέπει να γίνει εκτίμηση του μοντέλου χωρίς περιορισμούς (LLF1) και εκτίμηση του μοντέλου με περιορισμούς (LLF0).

Για παράδειγμα έστω ότι οι τιμές των εκτιμήσεων είναι:

$$(LLF1) = -14,43 \text{ και } (LLF0) = -17,03$$

$$\text{Άρα: } LR = -2 (LLF0 - LLF1) = -2(-17,03 - (-14,43)) = 5,2$$

Από τον στατιστικό πίνακα $\chi^2_{3, 5\%}$ table value = 7,81 > 5,2

Άρα δεν απορρίπτουμε την H_0 .

Βιβλιογραφία

- Besanko, D., Dranove, D., Shanley, M., and Schaefer, S. (2000). *Economics of Strategy*. John Wiley and Sons. New York.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., and Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer Science and Business Media.
- Michael L. Katz and Harvey S. Rosen (2007). *Μικροοικονομική. Επ'ικεντρο*.