



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Οικονομικά της Τεχνολογίας και της Καινοτομίας

Ενότητα 11: Προσεγγίσεις Οικονομικής Μεγέθυνσης

Καθηγητής: Κώστας Τσεκούρας

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

# Σκοποί ενότητας

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται το νεοκλασικό υπόδειγμα μεγέθυνσης (Solow). Ειδική έμφαση δίνεται στο ρόλο της 'τεχνολογίας' ως μοναδικού παράγοντα ικανού να ερμηνεύσει μακροπρόθεσμα την μεγέθυνση (growth).



# Περιεχόμενα ενότητας

- Εισαγωγικά στοιχεία
- Η περίπτωση της Ελλάδας
- Το νεοκλασικό μοντέλο μεγέθυνσης
- Ο ρόλος της τεχνολογίας



# Εισαγωγικά Στοιχεία

- Είναι ανάγκη να ορίσουμε την ‘Οικονομική Μεγέθυνση’ (τι διαφορά έχει ο δείκτης κατά κεφαλήν ΑΕΠ από τον ρυθμό αύξησης του ΑΕΠ?)
- Παρουσιάζει ενδιαφέρον η εξέλιξη της οικονομικής μεγέθυνσης – ιδιαίτερα η περίπτωση της Ελλάδας

# Οι δείκτες ΑΕΠ δεν αντανακλούν τα πάντα...

- Η προσέγγιση των δεικτών 'Οικονομικής Ανάπτυξης' με βάση το ΑΕΠ δεν συνεπάγεται ότι λαμβάνονται υπόψη και άλλες όψεις π.χ. της υγείας, του περιβάλλοντος, της εκπαίδευσης κλπ.
- Οι δείκτες που βασίζονται στο ΑΕΠ μετρούν την συγκεντρωτική προστιθέμενη αξία- δεν λαμβάνουν υπόψη τους π.χ εάν η ενέργεια που καταναλώνεται παράγεται από λιγνίτη ή ανεμογεννήτριες...
- Αντίθετα υπάρχουν εναλλακτικοί δείκτες που λαμβάνουν υπόψη και τις ποιοτικές/κοινωνικές διαστάσεις της 'ανάπτυξης'. Για παράδειγμα ο δείκτης **Ανθρώπινης Ανάπτυξης των Ηνωμένων Εθνών (UN's Human Development Index-HDI)** αποδίδει ισότιμη βαρύτητα στο προσδόκιμο ζωής, στην εκπαίδευση και συνυπολογίζει αυτές τις διαστάσεις μαζί με το κατά κεφαλήν ΑΕΠ
- Η Ελλάδα βρίσκεται σταθερά τα τελευταία χρόνια στην 29<sup>η</sup> θέση στον κόσμο με βάση αυτό το δείκτη και κατατάσσεται στις χώρες με πολύ υψηλή ανάπτυξη....

<http://www.undp.org/content/undp/en/home/presscenter/events/2014/july/HDR2014.html>

# Τι άλλο υπάρχει εκεί έξω...για την Ανάπτυξη

- Η Ευρωπαϊκή Στρατηγική (EUROPE2020) δίνει βαρύνουσα σημασία στην σχεδίαση και υλοποίηση μέτρων πολιτικής για την επίτευξη της **έξυπνης, βιώσιμης και χωρίς αποκλεισμούς ανάπτυξης** (Smart, Sustainable and Inclusive Growth)  
(<http://ec.europa.eu/eu2020/pdf/COMPLET%20EN%20BARROSO%20%20%20007%20-%20Europe%202020%20-%20EN%20version.pdf>)

Πως μπορεί άραγε να μετρηθεί?

- Εντέλει το ενδιαφέρον συγκεντρώνεται στην 'ευημερία' και την 'ευτυχία'  
<http://cep.lse.ac.uk/events/lectures/layard/RL030303.pdf>

Πως μπορεί άραγε να μετρηθεί?

# Το νεοκλασικό μοντέλο μεγέθυνσης

- Υποδειγματοποίηση της μεγέθυνσης του ΑΕΠ ανά εργάτη μέσω της συσσώρευσης κεφαλαίου.
- Βασικά στοιχεία:
  - **Η συνάρτηση Παραγωγής** (το ΑΕΠ εξαρτάται από την τεχνολογία, την εργασία και το κεφάλαιο)
  - **Η εξίσωση συσσώρευσης του κεφαλαίου** (η αλλαγή στο καθαρό απόθεμα κεφαλαίου ισούται με την ακαθάριστη επένδυση [=αποταμίευση] μείον τις αποσβέσεις).
- Ερωτήσεις:
  - Πως η συσσώρευση κεφαλαίου (καθαρή επένδυση) επηρεάζει την οικονομική μεγέθυνση?
  - Ποιος είναι ο ρόλος της αποταμίευσης, της απόσβεσης και της αύξησης του πληθυσμού?
  - Ποιος είναι ο ρόλος της τεχνολογίας?

# Οι μαθηματικές εξισώσεις του υποδείγματος Solow

$$Y = Af(K, L) \quad (\text{συνάρτηση παραγωγής})$$

$$Y = \text{ΑΕΠ}, A = \text{τεχνολογία},$$

$$K = \text{κεφάλαιο}, L = \text{εργασία}$$

$$\frac{dK}{dt} = sY - \delta K \quad (\text{η εξίσωση συσσώρευσης κεφαλαίου})$$

$$s = \text{αναλογία του αποταμιευόμενου ΑΕΠ} (0 < s < 1)$$

$$\delta = \text{ρυθμός απόσβεσης (ως αναλογία)} (0 < \delta < 1)$$

- Το υπόδειγμα του Solow αναλύει πως αυτές οι δύο εξισώσεις αλληλοεπιδρούν.
- Το ΑΕΠ ( $Y$ ) και το κεφάλαιο ( $K$ ) είναι ενδογενείς μεταβλητές, ενώ τα  $s$ ,  $d$  καθώς και ο ρυθμός μεγέθυνσης της εργασίας και της τεχνολογίας είναι εξωγενείς παράμετροι.
- Το αποτέλεσμα εξαρτάται από την ακριβή μορφή της συνάρτησης παραγωγής και από τις τιμές των επιμέρους παραμέτρων.



# Οι συναρτήσεις παραγωγής στο Νεοκλασικό υπόδειγμα

Το υπόδειγμα του Solow υποθέτει:

- a) Φθίνουσες αποδόσεις του κεφαλαίου ή της εργασίας (ο νόμος των φθίνουσών αποδόσεων) και
- b) Σταθερές οικονομίες κλίμακας (π.χ. διπλασιάζοντας το κεφάλαιο ( $K$ ) και την εργασία ( $L$ ) διπλασιάζεται αντίστοιχα το ΑΕΠ ( $Y$ )).

Παράδειγμα η Cobb-Douglas συνάρτηση παραγωγής

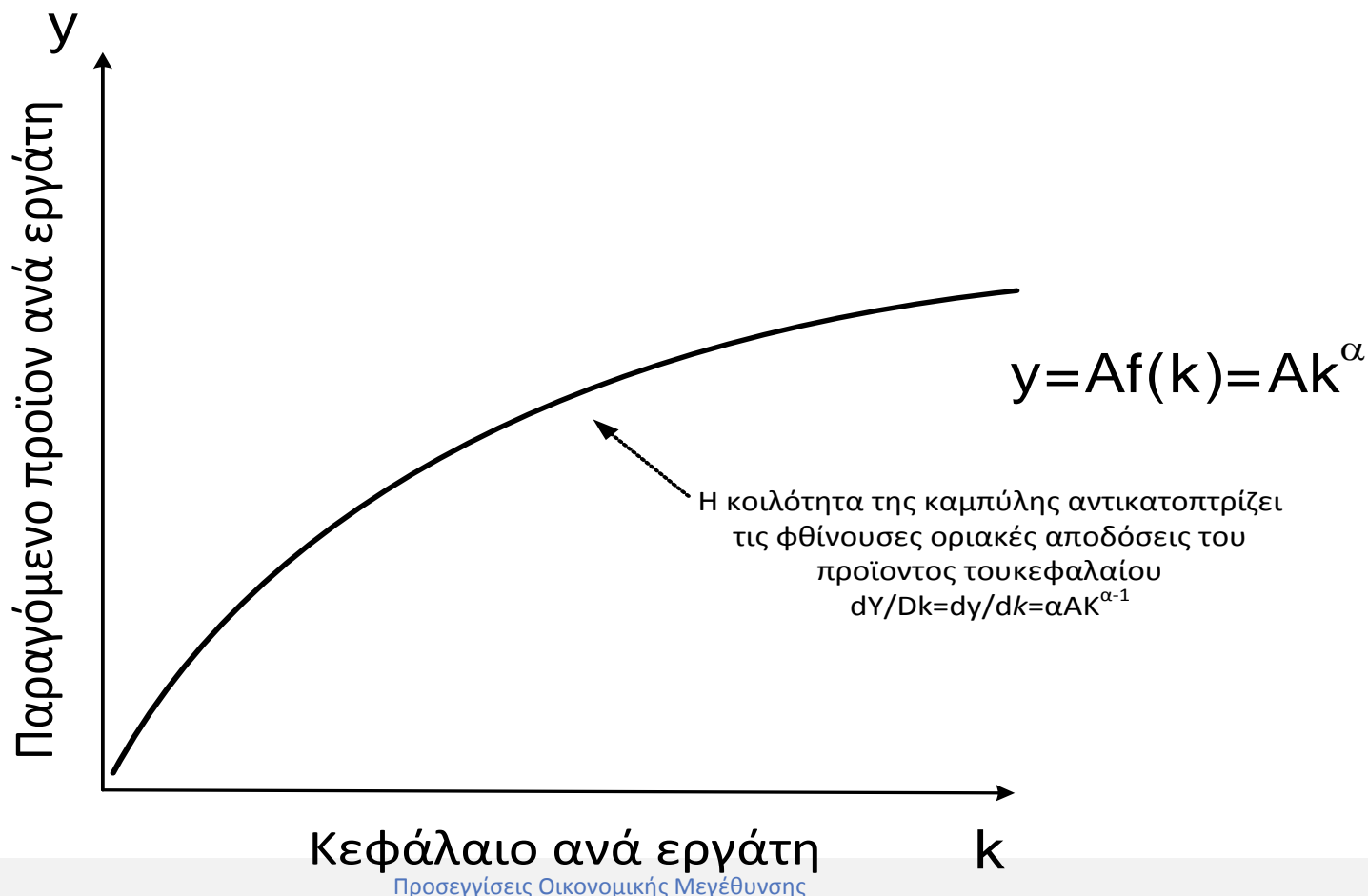
$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad \text{όπου } 0 < \alpha < 1$$

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{AK^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = \frac{AK^\alpha}{L^\alpha} = A \left( \frac{K}{L} \right)^\alpha = Ak^\alpha$$

Επομένως τώρα το  $y$  = παραγόμενο προϊόν (ΑΕΠ) ανά εργάτη είναι συνάρτηση το λόγου κεφαλαίου εργασίας ( $k$ )

# Το ΑΕΠ ανά εργάτη και ο λόγος $k$

Υποθέστε ότι η τεχνολογία ( $A$ ) και η εργασία ( $L$ ) παραμένουν σταθερές (δεν υπάρχει δηλαδή τεχνολογική αλλαγή ή αύξηση του εργατικού δυναμικού)



# Η εξίσωση της συσσώρευσης κεφαλαίου

Εάν η τεχνολογία και η εργασία παραμείνουν σταθερές τότε μπορεί να δειχθεί ότι\*

$$\frac{dk}{dt} = sy - \delta k$$

Πρόκειται για μια διαφορική εξίσωση. Με άλλα λόγια, η αλλαγή στο λόγο κεφαλαίου εργασίας ( $k$ ) διαχρονικά ισούται με τις επενδύσεις (=αποταμίευση) ανά εργαζόμενο μείον την απόσβεση ανά εργαζόμενο.

Κάθε θετική αλλαγή στο λόγο  $k$  θα αυξάνει το παραγόμενο προϊόν ( $y$ ) και θα 'παράγει' οικονομική μεγέθυνση. Η αύξηση της οικονομικής μεγέθυνσης θα σταματήσει όταν  $dk/dt=0$ .

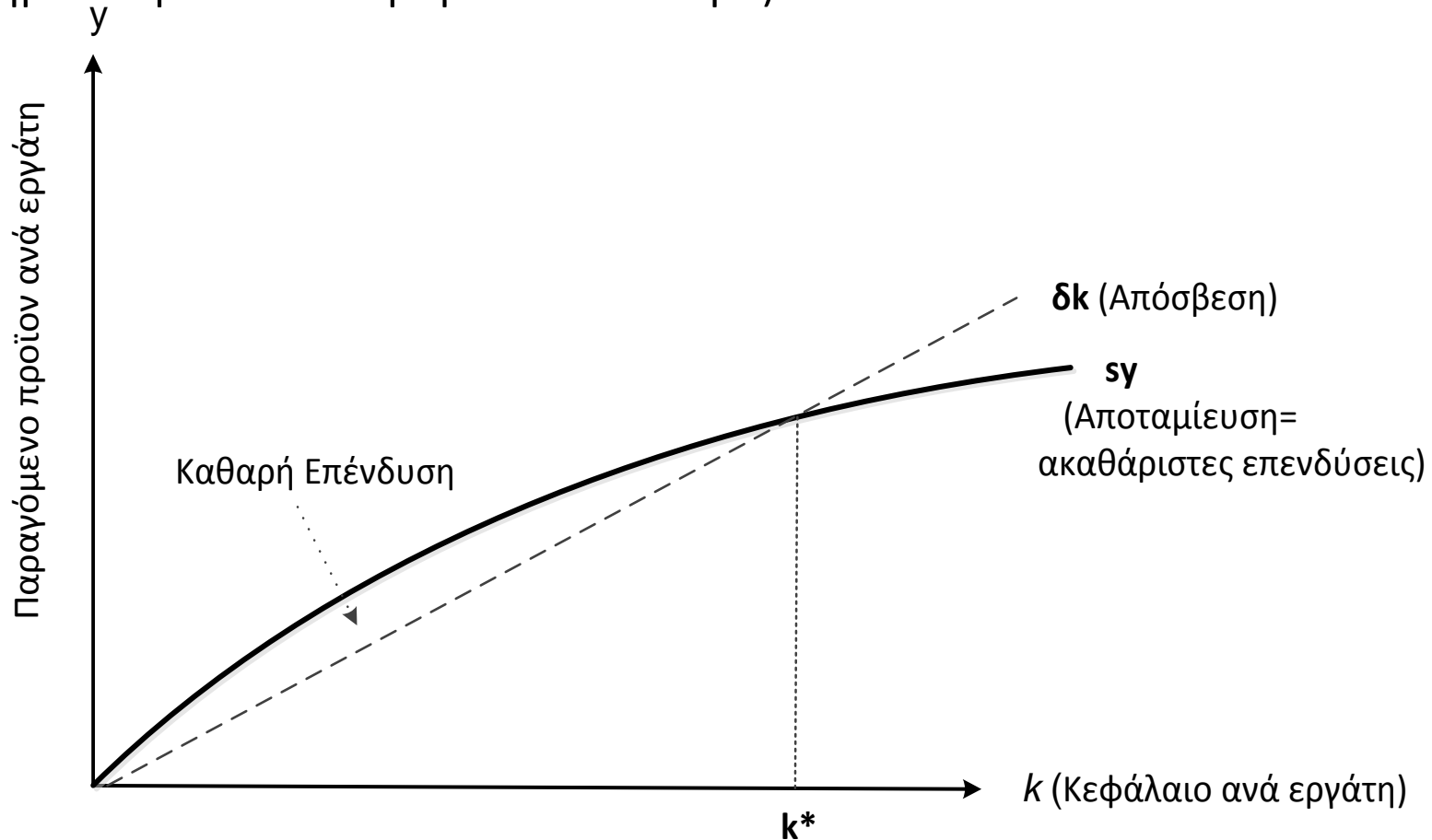
\*η εξίσωση συσσώρευσης κεφαλαίου είναι:  $\frac{dK}{dt} = sY - \delta K$ , διαιρώντας με το  $L$  προκύπτει ότι  $\frac{dK}{dt} / L = sy - \delta k$

Επίσης,  $\frac{dk}{dt} = d\left(\frac{K}{L}\right) / dt = \frac{dK}{dt} / L$  εφόσον η εργασία ( $L$ ) παραμένει σταθερή.

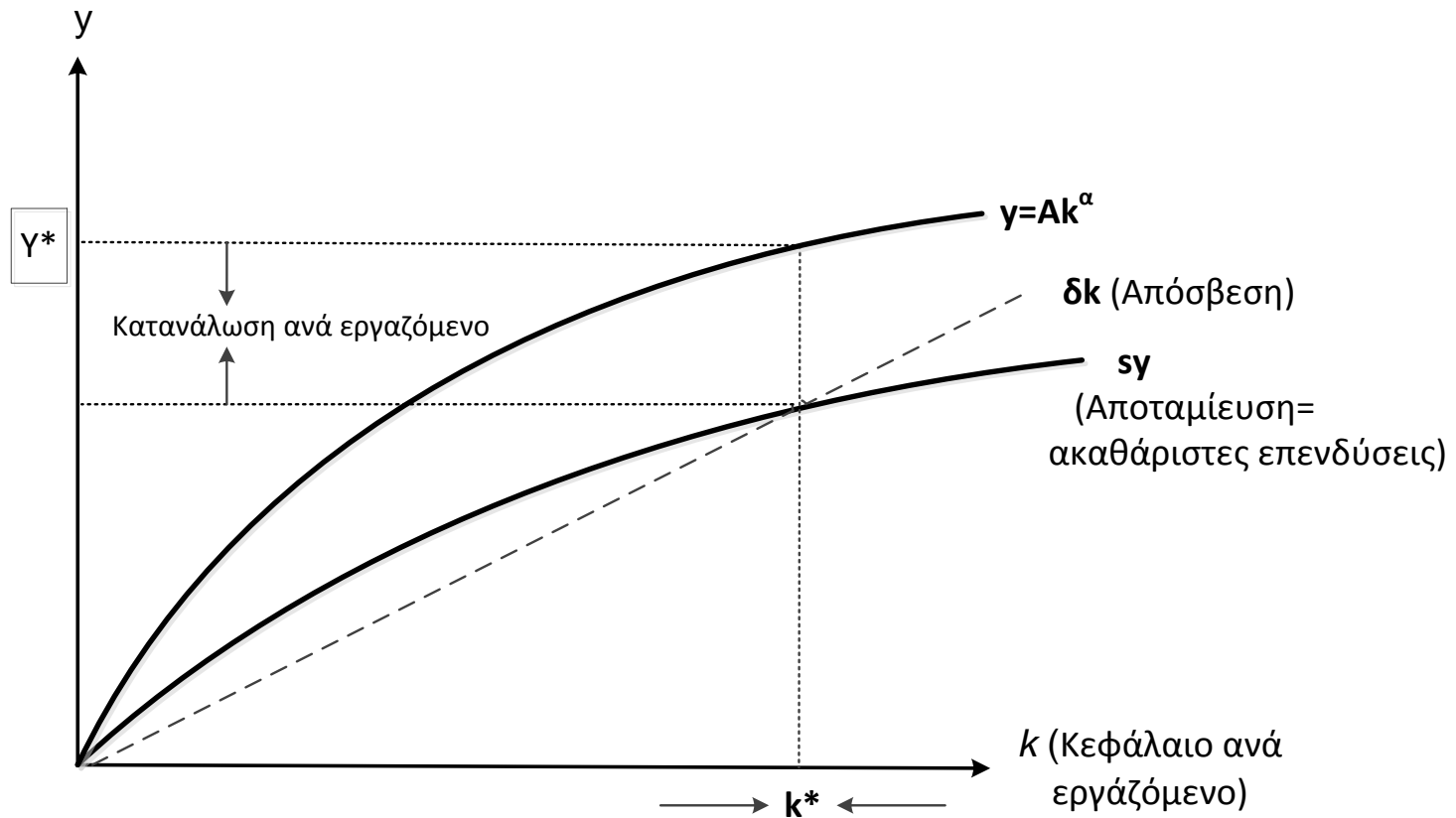
# Γραφική αναπαράσταση της

$$\frac{dk}{dt} = sy - \delta k$$

(Σημείωση:  $s$  και  $d$  παραμένουν σταθερά)



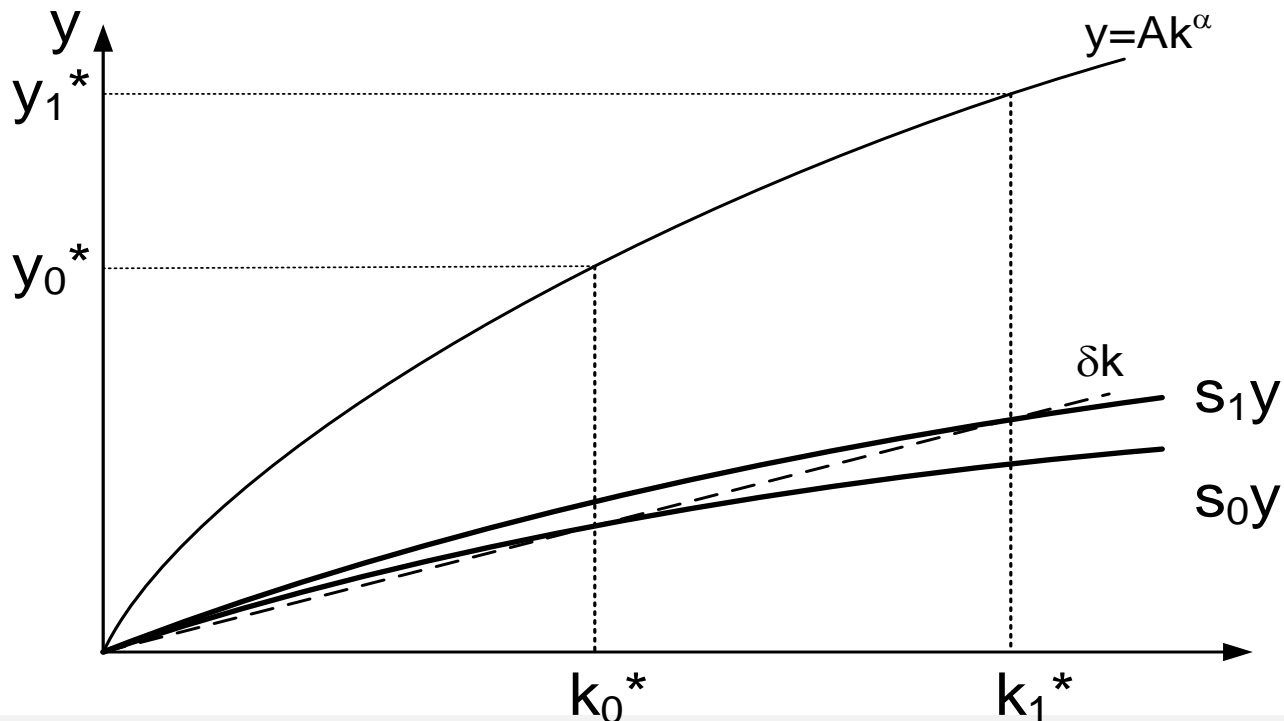
# Ισορροπία στο Υπόδειγμα Solow



Το ΑΕΠ ανά εργαζόμενο συγκλίνει στο σημείο  $y^* = A(k^*)^\alpha$ . Εάν η τεχνολογία ( $A$ ) και η εργασία ( $L$ ) παραμείνουν σταθερές τότε το  $y^*$  παραμένει επίσης σταθερό: **δεν υπάρχει μακροπρόθεσμα μεγέθυνση**

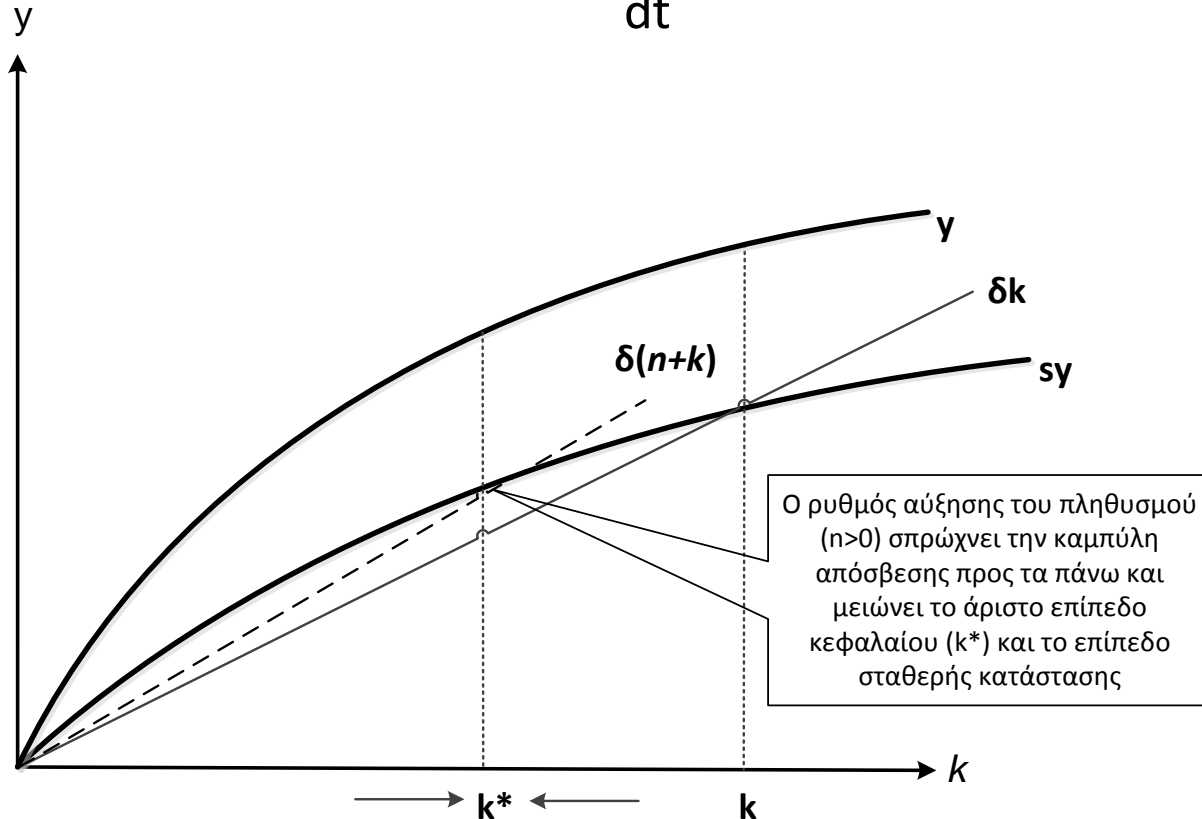
# Τι θα συμβεί εάν αυξηθεί η αποταμίευση?

- Αυξάνοντας την αποταμίευση αυξάνεται και το άριστο επίπεδο του λόγου κεφαλαίου εργασίας  $k^*$  αλλά και του παραγόμενου προϊόντος  $y^*$ , αλλά μακροπρόθεσμα η μεγέθυνση παραμένει μηδενική (π.χ.  $s_1 > s_0$  στο παρακάτω Γράφημα). Αυτή η κατάσταση ονομάζεται 'αποτέλεσμα επιπέδου' (levels effect)
- Η οικονομία αναπτύσσεται βραχυπρόθεσμα (όσο μετακινείται σε μια σταθερή κατάσταση) αλλά δεν υπάρχει μόνιμη επίδραση στην οικονομική μεγέθυνσης ('growth effect').



# Τι θα συμβεί εάν αυξηθεί η Εργασία?

Η εξίσωση συσσώρευσης τώρα γίνεται  $\frac{dk}{dt} = sy - (\delta + n)k$  όπου  $n = \frac{dL}{dt} / L$

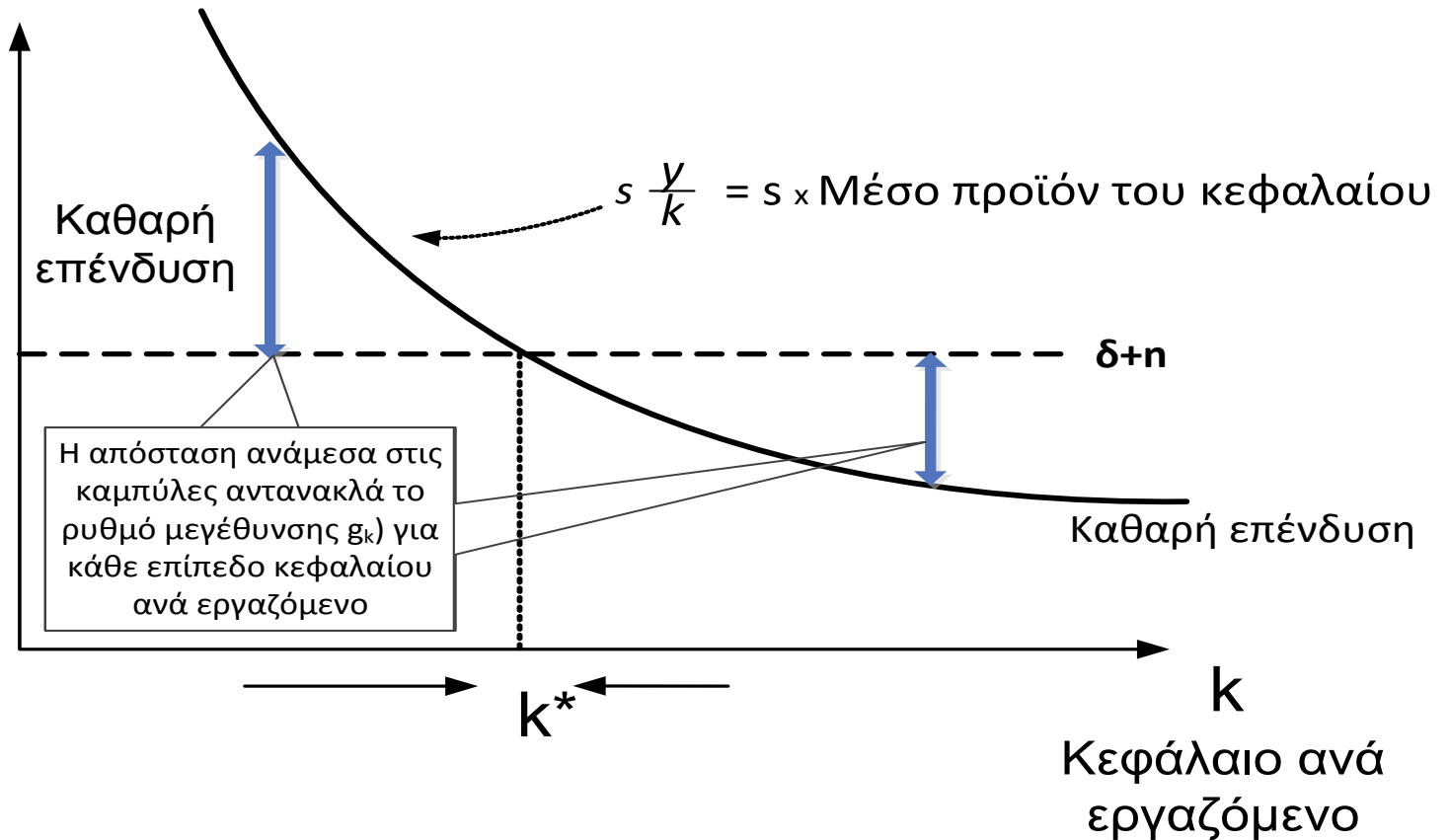


Ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού μειώνει το επίπεδο ισορροπίας του ΑΕΠ ανά εργαζόμενο (αλλά μακροπρόθεσμα η οικονομική μεγέθυνση παραμένει μηδενική) εάν η τεχνολογία είναι στατική (εξωγενής)

# Ανάλυση του ρυθμού μεγέθυνσης

Το παρακάτω Γράφημα παρουσιάζει τον ρυθμό μεγέθυνσης ( $g_k$ ) σε σχέση με το άριστο επίπεδο κεφαλαίου ανά εργαζόμενο ( $k$ ).

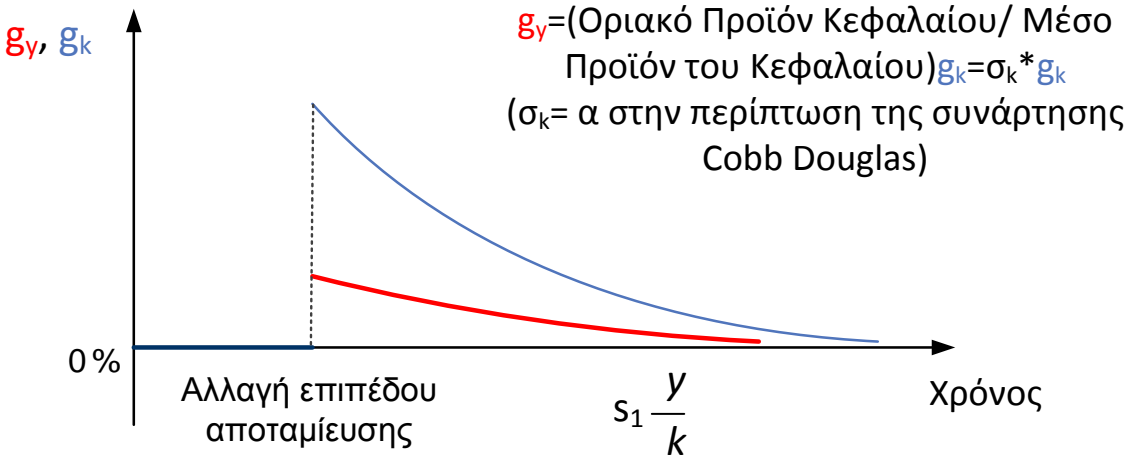
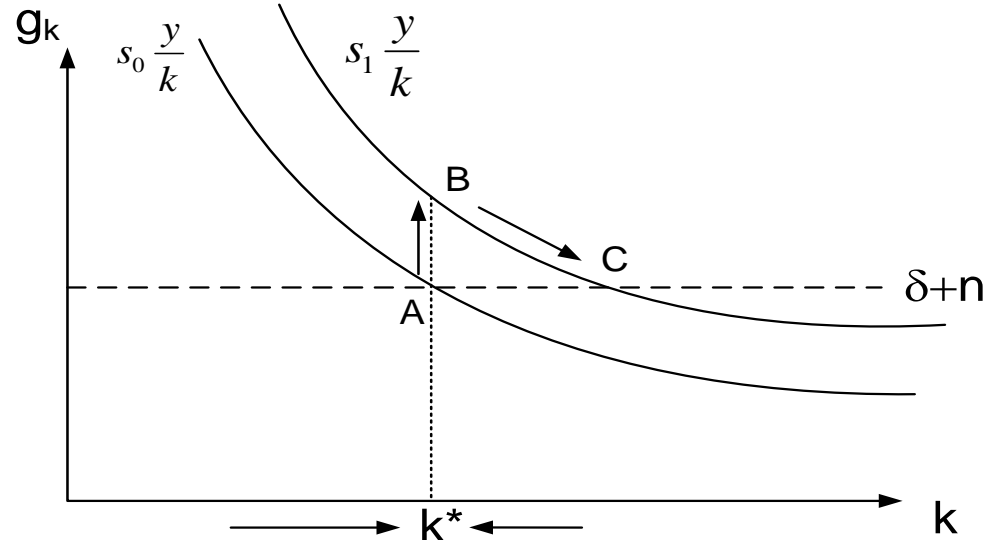
$$\frac{dk}{dt} = sy - (\delta + n)k \quad \frac{dk}{dt} \Big/ k = g_k = s \frac{y}{k} - (\delta + n)$$





# Ανάλυση του ρυθμού μεγέθυνσης (συνέχεια)

Έστω ότι το επίπεδο αποταμίευσης αυξάνει από  $s_0$  σε  $s_1$



← Η διαχρονική εξέλιξη του  $g_k$

# Ο χρυσός κανόνας

- Ο 'χρυσός κανόνας' είναι το 'άριστο' επίπεδο ρυθμού αποταμίευσης ( $s_G$ ) που μεγιστοποιεί την κατά κεφαλή κατανάλωση.
- Υποθέτουμε ότι η τεχνολογία ( $A$ ) παραμένει σταθερή, αλλά η αύξηση του πληθυσμού είναι  $n$ .
- Μπορεί ναδειχθεί ότι αυτό συμβαίνει όπου το οριακό προϊόν του κεφαλαίου ισούται με  $(d + n)$

Απόδειξη:  $\frac{dk}{dt} = sy - (\delta + n)k = 0$  σε σταθερή κατάσταση,

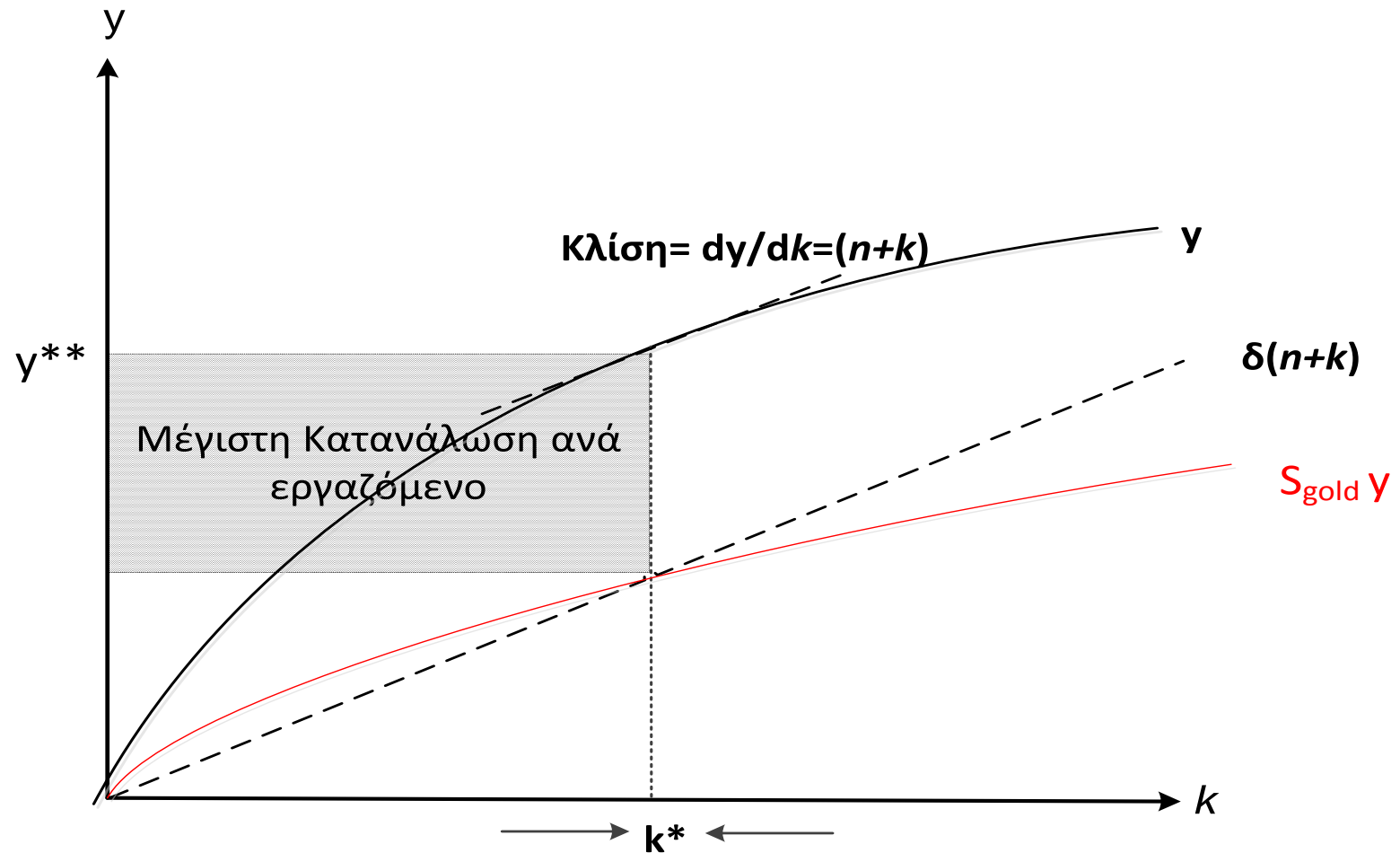
επομένως  $sy^* = (\delta + n)k^*$ , όπου  $*$  δείχνει την τιμή στην σταθερή κατάσταση ισορροπίας

Το πρόβλημα:  $\max_k c = y - sy = y^* - (\delta + n)k^*$

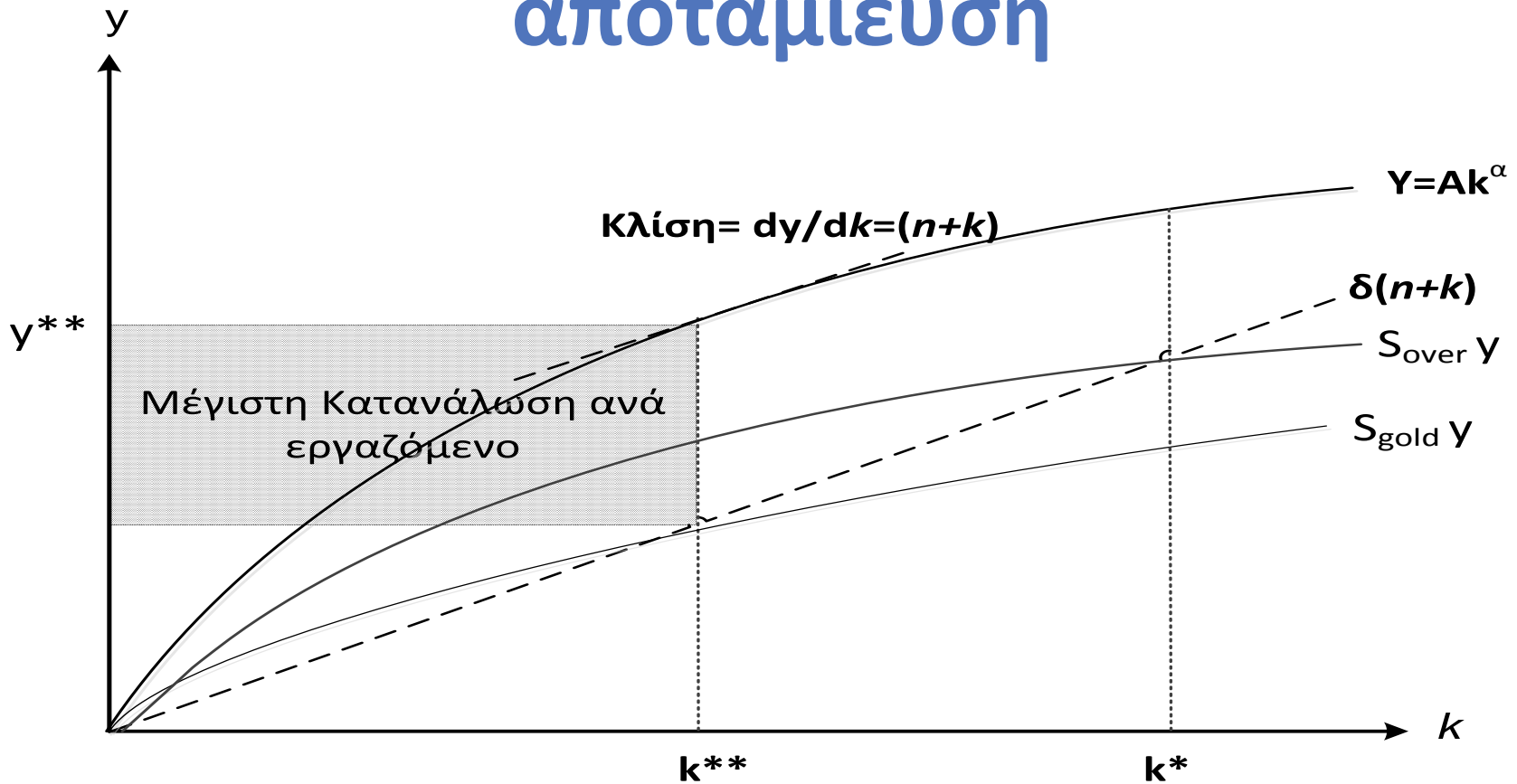
Συνθήκες πρώτης τάξης:  $0 = \frac{dy^*}{dk^*} - (\delta + n)$ ,

επομένως το οριακό προϊόν του κεφαλαίου  $MP_k = \frac{dy^*}{dk^*} = \delta + n$

# Γραφική απεικόνιση: Βρείτε την μέγιστη απόσταση



# Γραφική απεικόνιση: Υπερ-αποταμίευση



Οι οικονομίες μπορεί να υπερ-αποταμιεύουν. Η υπερ-αποταμίευση μπορεί να αυξάνει το ΑΕΠ ανά εργαζόμενο αλλά ο πραγματικός στόχος είναι η αύξηση της κατανάλωσης ανά εργαζόμενο

# Ο χρυσός κανόνας στην περίπτωση της συνάρτησης Cobb-Douglas

- $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$     ή     $y = k^\alpha$
- Ο χρυσός κανόνας λέει ότι:  $MP_k = \alpha(k^*)^{\alpha-1} = (n + \delta)$
- Η σταθερή κατάσταση επιτυγχάνεται όταν  $sy^* = (\delta + n)k^*$
- Επομένως,  $sy^* = [\alpha(k^*)^{\alpha-1}]k^*$   
ή  $s = \alpha(k^*)^\alpha / y^* = \alpha$

Ο χρυσός κανόνας του λόγου αποταμίευσης =  $\alpha$  για την περίπτωση μορφής  $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$

Υποθέτοντας την ύπαρξη πλήρους ανταγωνισμού και ότι οι παραγωγικοί συντελεστές πληρώνονται με βάση το οριακό προϊόν τους, το  $\alpha$  είναι το μέρος του ΑΕΠ που δαπανείται στο κεφάλαιο.

# Η έκπληξη του Solow

- Το υπόδειγμα του Solow θεωρεί ότι η επένδυση σε κεφάλαιο **δεν μπορεί να διατηρήσει μακροπρόθεσμα** μεγέθυνση σε όρους ΑΕΠ ανά εργαζόμενο.
- Υπάρχει ανάγκη για τεχνολογική αλλαγή (αύξηση του  $A$ ) για να αποφευχθούν οι φθίνουσες αποδόσεις του κεφαλαίου
- Ο Easterly (2001) υποστηρίζει την άποψη του κεφαλαιακού φονταμενταλισμού (capital fundamentalism) η οποία υποστηρίχθηκε πολύ από Παγκόσμιους Οργανισμούς όπως η Παγκόσμια Τράπεζα/ΔΝΤ από τη δεκαετία του 60 έως...., παρά τα διδάγματα από το υπόδειγμα του Solow
- Μάθημα πολιτικής: Μην συμβουλεύετε φτωχές χώρες να επενδύουν χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τους την τεχνολογία και τα κίνητρα!!!!!!!!!!!!!!

# Τι θα συμβεί εάν υπάρξει τεχνολογική αλλαγή (αύξηση στο $A$ )?

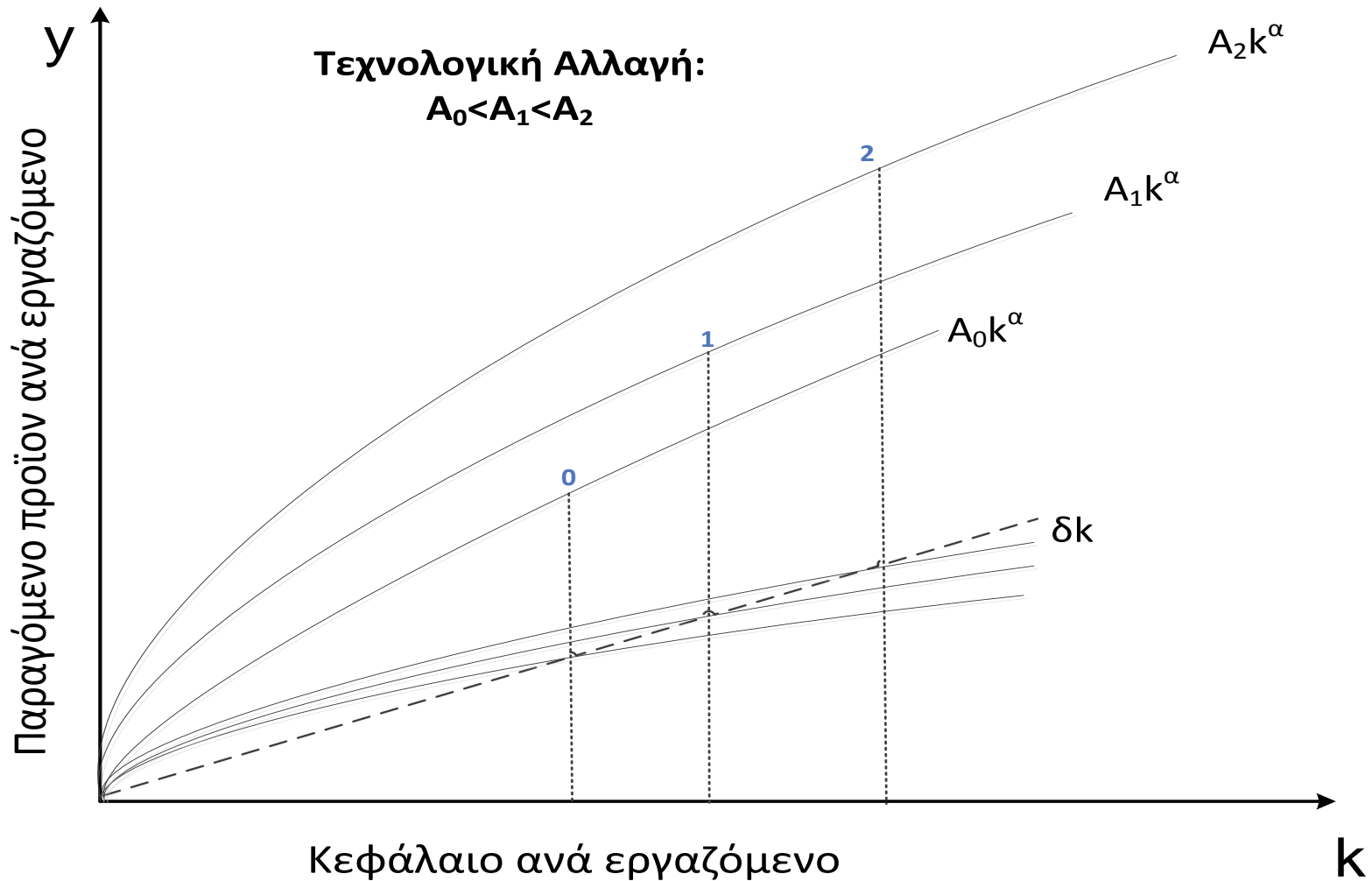
- Υποθέτοντας ότι  $y=Ak^\alpha$ , και  $sy=sAk^\alpha$ , το παραγόμενο προϊόν μπορεί να αυξάνεται διαχρονικά
- Υποθέτοντας το οριακό προϊόν του κεφαλαίου ( $MP_k$ )

$$MP_k = dy/dk = \alpha Ak^{\alpha-1},$$

εάν ο συντελεστής  $A$  αυξηθεί τότε το  $MP_k$  μπορεί να συνεχίσει να αυξάνεται (δεν εμφανίζονται οι φθίνουσες αποδόσεις του κεφαλαίου)

- Όλα αυτά οδηγούν στην **μακροχρόνια θετική οικονομική μεγέθυνση**

# Διαγραμματικά, η συνάρτηση παραγωγής μετατοπίζεται προς τα πάνω





# Λίγα ακόμα μαθηματικά...

Ποιο εύκολο να πάρουμε τη συνάρτηση  $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$  όπου  $0 < \alpha < 1$

(Έτσι υποθέτουμε ότι η τεχνολογία (A) αυξάνει την εργασία (Harrod-neutral technological change)

Ξαναγράφουμε  $K^\alpha (AL)^{1-\alpha} = A^{1-\alpha} K^\alpha L^{1-\alpha}$

Υποθέτουμε  $\frac{dA}{dt} / A = g_A$

Το 'κόλπο' για να βρεθεί το άριστο επίπεδο προϊόντος είναι να διαιρέσουμε και τα δύο μέρη με (AL)

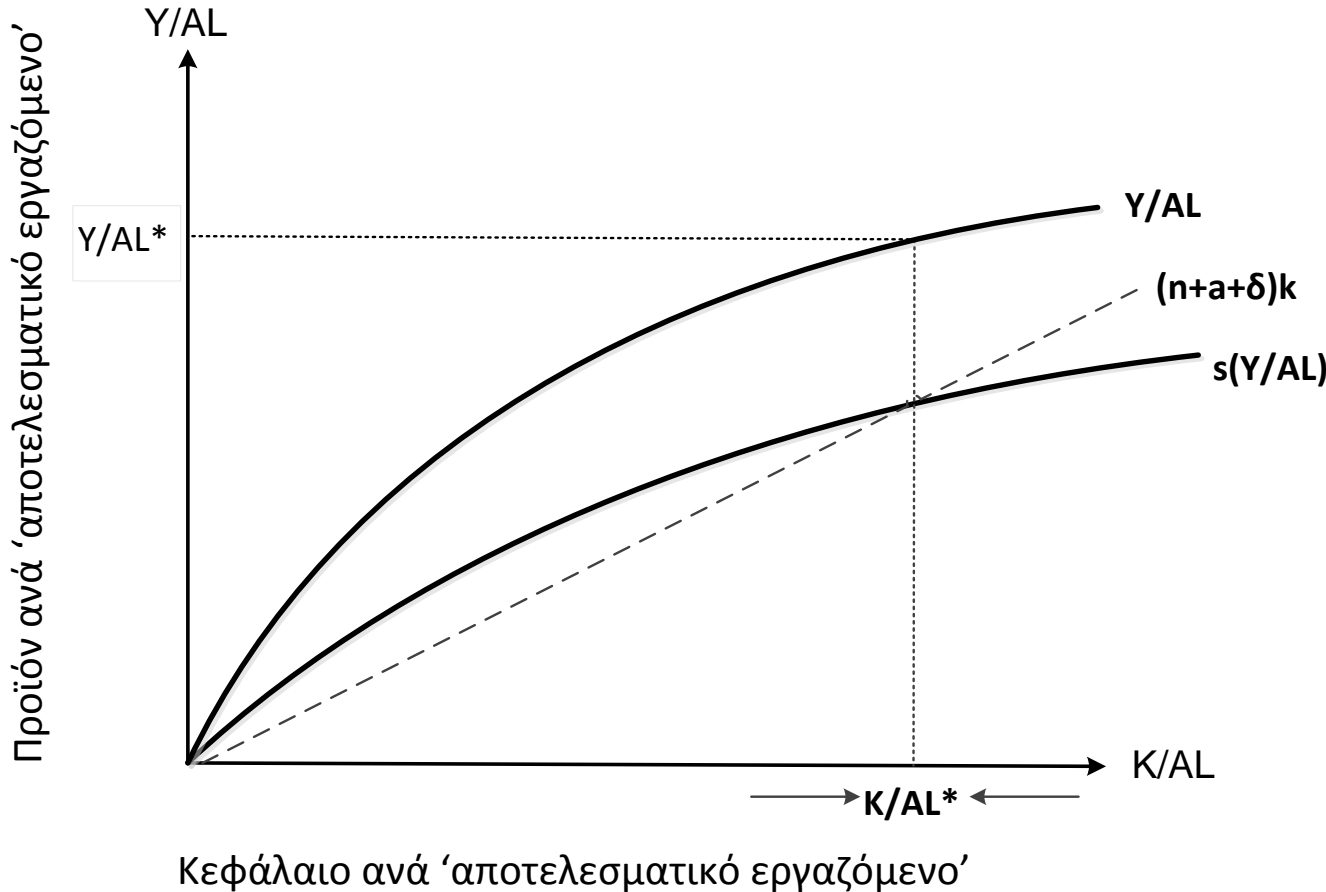
$$\tilde{y} = \frac{Y}{AL} = \frac{K^\alpha (AL)^{1-\alpha}}{AL} = \left( \frac{K}{AL} \right)^\alpha = (\tilde{k})^\alpha$$

όπου  $\tilde{y}$  = προϊόν ανα 'αποτελεσματικό εργαζόμενο' και

$\tilde{k}$  = κεφάλαιο ανά 'αποτελεσματικό εργαζόμενο'

Μπορεί να δειχθεί ότι  $\frac{d\tilde{k}}{dt} / \tilde{k} = s(\tilde{k})^\alpha - (n + a + \delta)\tilde{k}$

# Προϊόν (κεφάλαιο) ανά αποτελεσματικό εργαζόμενο



Εάν ο λόγος  $Y/AL$  παραμένει σταθερός, η μεγέθυνση του  $Y$  θα πρέπει να ισούται με το ρυθμό μεγέθυνσης της Εργασία ( $L$ ) συν το ρυθμό μεγέθυνσης της τεχνολογίας ( $A$ ) (δηλαδή  $n+a$ )

**Η μεγέθυνση του ΑΕΠ ανά εργαζόμενο θα πρέπει να ισούται με την αύξηση της τεχνολογίας ( $A$ ).**

# Σύνοψη του υποδείγματος Solow

- Το υπόδειγμα του Solow, ή αλλιώς νεοκλασικό υπόδειγμα μεγέθυνσης, έμμεσα θεωρεί ότι οι χώρες συγκλίνουν σε μια σταθερή κατάσταση (επίπεδο ΑΕΠ ανά εργαζόμενο) **εάν η τεχνολογία θεωρείται εξωγενής (σταθερή)**
- Εάν οι χώρες προχωρούν προς τις ίδιες καταστάσεις τότε φτωχότερες χώρες μεγεθύνονται γρηγορότερα και τελικώς 'συγκλίνουν'
  - Η παραπάνω διαδικασία ονομάζεται 'κλασική σύγκλιση' ή 'σύγκλιση σε μια σταθερή κατάσταση στο υπόδειγμα Solow'
- Αλλαγές στα επίπεδα αποταμίευσης προκαλούν την 'επίδραση επιπέδου' αλλά **όχι μακροπρόθεσμη** οικονομική μεγέθυνση
- Υψηλότερα επίπεδα εργασίας, ceteris paribus, συνεπάγονται χαμηλότερο προϊόν (ΑΕΠ) ανά εργαζόμενο
- Ο χρυσός κανόνας: Οι οικονομίες μπορούν να υπέρ- ή να υπό-αποταμιεύουν

# Ερωτήσεις

1. Ποια είναι η σημασία των φθινουσών αποδόσεων στο νεοκλασικό υπόδειγμα? Πως μπορούν άλλα υποδείγματα να διαχειριστούν την πιθανότητα των φθινουσών αποδόσεων?
2. Προσπαθήστε να εξηγήσετε την επίδραση (i) μιας αύξησης στο λόγο αποταμίευσης (ii) μιας αύξησης στον πληθυσμό (εργαζόμενοι) και (iii) μιας αύξησης στην εξωγενή τεχνολογική αλλαγή στο πλαίσιο του νεοκλασικού υποδείγματος.
3. Τι ορίζει ο χρυσός κανόνας? Μήπως γνωρίζετε χώρες που 'έσπασαν' τον χρυσό κανόνα?

# Βιβλιογραφία

- «Macroeconomics», G. Mankiw, Copyright 2010, Worth Publishers, κεφ 7-8, σελ. 191-253

**Τέλος Ενότητας**

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Κώστας Τσεκούρας, Ph.D 2015.  
«Οικονομικά της Καινοτομίας και της Τεχνολογίας». Έκδοση: 1.0. Πάτρα  
2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://eclass.upatras.gr/courses/ECON1220/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.